



UNIVERSITAS GADJAH MADA
Fakultas Teknik
Departemen Teknik Elektro dan Teknologi Informasi

LAPORAN TUGAS
ALGORITMA DAN STRUKTUR DATA – KELAS B
Expression Tree, Postorder Traversal, Postfix Evaluation

DISUSUN OLEH

Muhammad Nafal Zakin Rustanto
Muhammad Fachri Akbar

24/535255/TK/59364
24/538155/TK/59679

Teknologi Informasi
Teknik Elektro

BINARY TREE

Binary tree adalah sebuah struktur data hierarkis non-linear (*tree*) yang setiap *node*-nya memiliki paling banyak 2 anak (*child*) yang selanjutnya disebut *left child* dan *right child*. Dalam program dengan bahasa pemrograman C++, setiap node dalam *binary tree* umumnya dikarakterisasi dalam sebuah *struct* dengan 3 komponen yaitu data dalam *node* tersebut dan 2 buah pointer (*left* dan *right*) yang menghubungkan *node* dengan *left child* dan *right child*-nya.

Sedangkan untuk membuat *binary tree* pada program C++, pertama-tama dibuat sebuah *node root*, kemudian pointer *left* dan *right*-nya diset *NULL*. Setelah itu, untuk setiap pointer pada tiap *node*, dapat dibuat *node baru* dengan cara yang sama, yaitu mengalokasikan memori untuk *node* baru dan mengatur nilai serta pointer *left* dan *right*-nya ke *NULL*. Proses ini dapat dilakukan secara rekursif atau iteratif. Algoritma untuk membangun sebuah *binary tree* pada program tersebut beserta contohnya, dapat dilihat sebagai berikut.

Algoritma 1. Membangun *Binary Tree* pada Program C++

DICTIONARY

STRUCTURE Node:

```
data: string
left: pointer to Node
right: pointer to Node
```

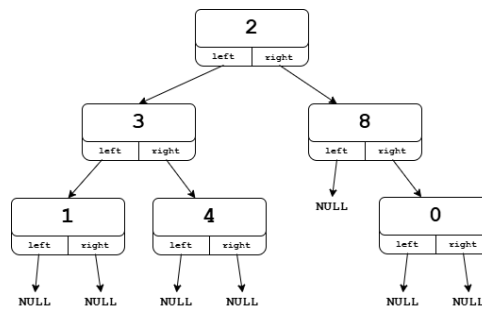
FUNCTION newNode(data)

```
DEFINE node AS new Node
SET node->data = data
SET node->left = node->right = NULL
RETURN node
```

EXAMPLE

```
DEFINE root AS Node
SET root = CALL newNode(2)
SET root->left = CALL newNode(3)
SET root->left->left = CALL newNode(1)
SET root->left->right = CALL newNode(4)
SET root->right = CALL newNode(8)
SET root->right->right = CALL newNode(0)
```

Binary tree yang akan terbentuk dengan contoh *binary tree* yang dibangun pada algoritma diatas, dapat dilihat pada Gambar 1 sebagai berikut



Gambar 1. Representasi *Binary Tree* yang dibangun pada Algoritma 1

POSTORDER TRAVERSAL

Postorder traversal adalah salah satu jenis metode *depth first traversal* untuk mengunjungi tiap *node* sebuah *binary tree*. Pada metode ini, jika sebuah *binary tree* diasumsikan terdiri atas *subtree*, maka *node* pada *subtree* kiri akan dikunjungi lebih dulu, dilanjutkan *node* pada *subtree* kanan, dan diakhiri dengan mengunjungi *root*; digambarkan pada Algoritma 2 berikut.

Algoritma 2. *Postorder Traversal* pada Sebuah *Binary Tree*

DICTIONARY

STRUCTURE Node:

data: string

left: pointer to Node

right: pointer to Node

DEFINE root AS Node

FUNCTION *traversePostOrder*(root)

IF root IS NOT NULL THEN

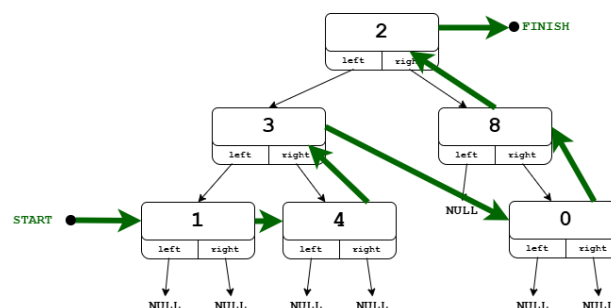
CALL *traversePostOrder*(root->left)

CALL *traversePostOrder*(root->right)

PRINT node->data

END IF

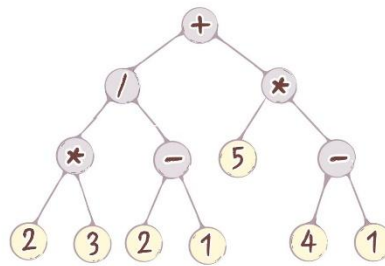
Hasil dari sebuah *postorder traversal* umumnya disebut *postfix*. Jika *postorder traversal* dilakukan pada tree di Gambar 1, maka akan dihasilkan *postfix* 1 4 3 0 8 2, dan urutan *node* yang dikunjungi dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. *Postorder Traversal* pada Tree di Gambar 1

EXPRESSION TREE DAN POSTFIX EVALUATION

Expression tree adalah sebuah *binary tree* yang merepresentasikan ekspresi matematika, yang mana setiap internal node menyimpan sebuah operator dan setiap *leaf* menyimpan sebuah operand. *Expression tree* dapat dikatakan valid ketika setiap operator memiliki tepat dua operand untuk dioperasikan atau tree memenuhi kriteria *fullness*, sehingga total jumlah operator adalah total jumlah operand dikurangi 1 (satu). Selain itu, agar hasil akhirnya terdefinisi maka tidak boleh ada operasi pembagian dengan 0 (nol) pada *tree* tersebut. Misalnya, pada *tree* di Gambar 3 berikut dengan jumlah operand adalah 7 dan operator adalah 6, dan hasil akhirnya $((2 * 3) / (2 - 1)) + (5 * (4 - 1)) = 6 + 15 = 21$



Gambar 3. Contoh *Expression Tree*

Pada dasarnya, sebagai manusia, secara umum kita akan lebih mendapatkan hasil dari sebuah *expression tree* melalui bentuk *infix*-nya. Namun, komputer atau sebuah program akan lebih mudah mengevaluasinya dalam bentuk *postfix*. Untuk mengevaluasi sebuah *expression tree*, program pertama-tama akan melakukan *postorder traversal* pada *tree* tersebut untuk menghasilkan sebuah *postfix*. Selanjutnya, tiap elemen *postfix* akan dievaluasi dengan mengimplementasikan *stack*, dengan aturan sebagai berikut

1. Jika bertemu dengan operand, maka masukkan operand ke dalam *stack*
2. Jika bertemu dengan operator, keluarkan 2 operand teratas pada *stack*, operasikan, lalu masukkan hasil operasi ke dalam *stack*
3. Lanjutnya proses terus menerus hingga seluruh elemen *postfix* dievaluasi, dan tersisa sebuah operand yang merupakan hasil akhir dalam *stack*

Langkah untuk mengevaluasi *expression tree* tersebut dapat dilihat pada pseudocode di Algoritma 3 berikut.

Algoritma 3. *Postorder Traversal* pada Sebuah *Binary Tree*

DICTIONARY

STRUCTURE Node:

data: string
left: pointer to Node
right: pointer to Node

DEFINE root AS Node

DEFINE operator AS "*" or "/" or "+" or "-"

DEFINE evaluate AS stack

FUNCTION evaluateExpressionTree(root)

IF root IS NOT NULL THEN

CALL traversePostOrder(root) RETURN postfix

```

    FOR token IN postfix DO
        IF token NOT operator THEN
            PUSH TO evaluate
        ELSE THEN
            DEFINE operand1 = evaluate.top
            evaluate.pop
            DEFINE operand2 = evaluate.top
            OPERATE operand1 AND operand2
        END IF
    END FOR
    RETURN result
END IF

```

VISUALISASI ALGORITMA YANG DIGUNAKAN

Dalam tugas ini, dibuat program dengan menggunakan dan memanfaatkan *stack* dalam 3 bentuk yaitu linked-list, array, dan *standard template library (STL)* dalam C++. Tiga bentuk tersebut dapat divisualisasikan dalam pseudocode sebagai berikut.

1. Linked-list sebagai *Stack*

Algoritma 4. Program dengan memanfaatkan linked-list sebagai *stack*

DICTIONARY

```

root : pointer to Node
STACK : linked list of string
a, b, result : integer
operator : string
node : pointer to Node
operand_1, operand_2 : pointer to STACK

```

STEP

```

BEGIN
    IF Node ≠ NULL
    THEN
        CALCULATE(node.left)
        CALCULATE(node.right)

        IF node.data NOT "+", "-", "*", "/"
        THEN
            PUSH(node.data) to STACK

        ELSE
            operand_1 ← second last element of STACK
            operand_2 ← last element of STACK
            a ← konversi operand_1.data ke integer
            b ← konversi operand_2.data ke integer

            operator ← node.data
            IF operator = "+"
            THEN result ← a + b
                Print a + b = result
            ENDIF
            ELSE IF operator = "-"
            THEN result ← a - b
                Print a - b = result
            ENDIF
        ENDIF
    ENDIF

```

```

ELSE IF operator = "*"
    THEN result ← a * b
        Print a * b = result
ENDIF
ELSE IF operator = "/"
    THEN result ← a div b
        Print a / b = result
ENDIF

Delete operand_1 and operand_2 from STACK
PUSH(to_string(result)) to stack

ENDIF
ENDIF
END

```

2. Array sebagai *Stack*

Algoritma 5. Program dengan memanfaatkan array sebagai *stack*

DICTIONARY

```

root : pointer to Node
stack : array of string
top : integer
a, b, result : integer
operator : string
operand_1, operand_2 : string

```

STEP

```

BEGIN
IF Node ≠ NULL
    THEN
        calculate(node.left)
        calculate(node.right)

IF node.data NOT "+", "-", "*", "/"
    THEN
        top ← top + 1
        stack[top] ← node.data

ELSE
    operand_1 ← stack[top-1]
    operand_2 ← stack[top]
    a ← konversi operand_1 ke integer
    b ← konversi operand_2 ke integer
    operator ← node.data
    IF operator = "+"
        THEN result ← a + b
            Print a + b = result
        ENDIF
    ELSE IF operator = "-"
        THEN result ← a - b
            Print a - b = result
        ENDIF
    ELSE IF operator = "*"
        THEN result ← a * b
            Print a * b = result
        ENDIF
    ELSE IF operator = "/"

```

```

        THEN result ← a div b
        Print a div b = result
    ENDIF

    pop ()
    pop ()
    push[to_string(result)]

ENDIF
ENDIF
END

```

3. Pemanfaatan Stack dalam *Standart Template Library (STL)*

Algoritma 6. Program dengan memanfaatkan *Standart Template Library (STL)*

DICTIONARY

```

Root           : pointer to Node
Postfix        : string
Token          : string
Evaluate       : stack of float
Iss            : istringstream
Operand1       : float
Operand2       : float
Result         : float

```

STEP

```

BEGIN
    Postfix ← ""
    CALL traversePostOrder(root, postfix)

    PRINT "The postfix expression is: ", postfix

    Iss ← istringstream(postfix)

    WHILE iss has next token DO
        Token ← next token from iss

        IF token = "+" OR token = "-" OR token = "*" OR token = "/"
        THEN
            IF evaluate.size < 2 THEN
                PRINT "Error: Not enough operands"
                RETURN
            ENDIF

            Operand2 ← evaluate.top
            POP evaluate
            Operand1 ← evaluate.top
            POP evaluate

            IF token = "+" THEN
                Result ← operand1 + operand2
                Print operand1 + operand2 = result
            ELSE IF token = "-" THEN
                Result ← operand1 - operand2
                Print operand1 - operand2 = result
            ELSE IF token = "*" THEN
                Result ← operand1 * operand2
                Print operand1 * operand2 = result
            ELSE IF token = "/" THEN

```

```

        IF operand2 = 0 THEN
            PRINT "Error: Division by zero"
            RETURN
        ENDIF
        Result ← operand1 / operand2
        Print operand1 + operand2 = result
    ENDIF

    PUSH result TO evaluate

ELSE
    Result ← convert token TO float
    PUSH result TO evaluate
ENDIF
ENDWHILE

IF evaluate.size ≠ 1 THEN
    PRINT "Error: Invalid expression"
    RETURN
ENDIF

PRINT "Evaluation Result: ", evaluate.top
END

```

Pada bentuk ini, terdapat dua buah *standard template library* yang dimanfaatkan untuk memanipulasi *stack* dan mengevaluasi *postfix*, antara lain

a. *Library <stack>*

Digunakan untuk membuat *stack* dan memanipulasinya seperti dengan fungsi *pop*, *push*, atau *top*

b. *Library <sstream>*

Dengan *library* ini, string diperlakukan seperti sebuah *input-output stream* seperti pada *iostream*. Fungsi utama yang digunakan adalah *istringstream (iss)* yang memperlakukan string sebagai input, setiap satu token dianggap satu input, tiap token pada string dibatasi dengan spasi.

Sebagai tambahan, program dapat dibuat interaktif dengan pengguna dengan dilengkapi fungsi untuk menerima input pengguna. Pengguna dapat memberi masukkan berupa elemen di dalam *node* pada sebuah *expression tree* sesuai yang diminta program. Detail terkait fitur ini, dapat dilihat pada pseudocode di Algoritma 7 berikut.

Algoritma 7. Fitur Interaktif Input Pengguna

DICTIONARY

STRUCTURE Node:

```

    data: string
    left: pointer to Node
    right: pointer to Node

```

FUNCTION inputTree(path)

```

DECLARE data AS STRING
PRINT "Masukkan data untuk " + path + " (atau kosongkan untuk NULL):"
READ data

```

```

IF data is empty THEN

```

```

RETURN NULL
ENDIF

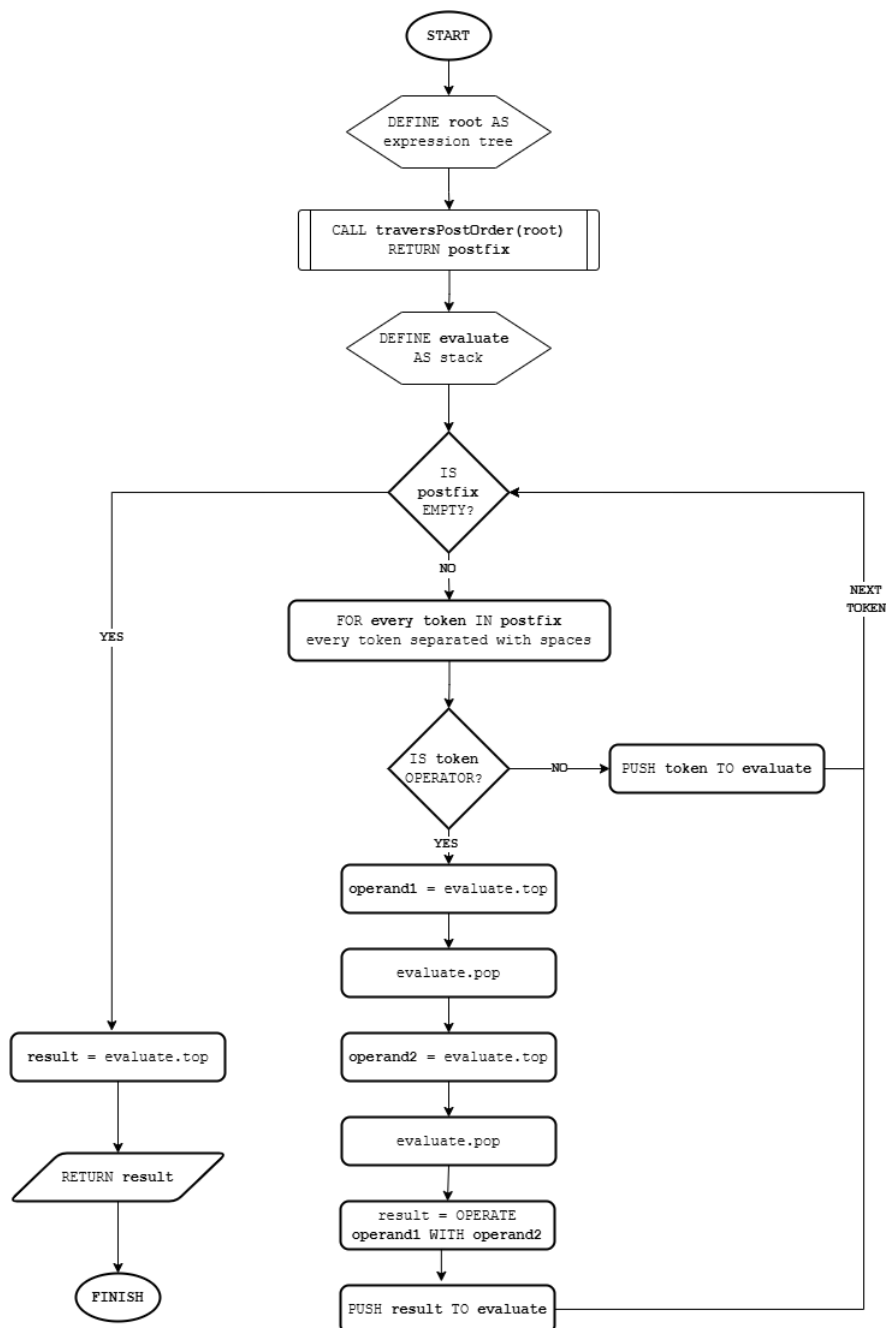
DECLARE node AS NEW Node(data)

node->left = inputTree(path + "->left")
node->right = inputTree(path + "->right")

RETURN node

```

Secara umum dan sederhana, algoritma untuk mengevaluasi sebuah *expression tree* dapat divisualisasikan dalam *flowchart* berikut



Gambar 4. Flowchart Algoritma Umum untuk Evaluasi *Expression Tree*

IMPLEMENTASI DALAM KODE

Dalam tugas ini, dibuat program dengan menggunakan dan memanfaatkan *stack* dalam 3 bentuk yaitu linked-list, array, dan *standard template library (STL)* dalam C++. Tiga bentuk tersebut dapat diimplementasikan dalam kode C++ sebagai berikut.

1. Linked-list sebagai *stack*

Deklarasikan implementasi *tree* dan *stack*, serta prototipe fungsi yang akan dipanggil dalam fungsi *main ()*.

```
// Tree
struct Node {
    string data;
    Node* left;
    Node* right;

    // Konstruktor node tree
    Node (string value) {
        data = value;
        left = nullptr;
        right = nullptr;
    }
};
void postorder(Node* root);

// Stack dengan Linked List
struct STACK {
    string data;
    STACK* prev;
    STACK* next;
};
STACK* head = nullptr;
STACK* tail = nullptr;

// Fungsi
void PUSH ( string value );
void POP ();
void CALCULATE (Node* root);
void EVALUATE (Node* root);
```

Implementasi fungsi yang digunakan dalam program ini, yaitu

a. *Postorder traversal*

```
// Postorder Traversal
void postorder(Node* root) {
    if (root != nullptr) {
        postorder(root->left);
        postorder(root->right);
        cout << root->data << " ";
    }
}
```

Berfungsi untuk menampilkan *postfix form* dari *expression tree*. Fungsi ini berjalan secara rekursif, mencari node null untuk mengeksekusi perintah pada baris berikutnya, lalu kembali ke node pemanggil dan mengeksekusi baris berikutnya dari sequence pemanggilan node tersebut, begitu seterusnya hingga seluruh node ter-traverse.

b. *Push*

```
void PUSH ( string value ) {
    // Untuk memasukkan data dalam Linked List
    STACK* newstack = new STACK;
    newstack->data = value;
    newstack->prev = tail;
    newstack->next = nullptr;
    if (tail) tail->next = newstack;
    else head = newstack;
    tail = newstack; }
```

PUSH untuk memasukkan data ke dalam *STACK* berbentuk linked list. Value adalah parameter untuk menjalankan *PUSH*, nantinya digunakan untuk mengisi *STACK* dengan operand dan hasil operasi.

c. *Pop*

```
void POP () {
    // Untuk menghapus operand
    if ( tail -> prev ) tail -> prev -> next = nullptr;
    tail = tail -> prev;
}
```

POP untuk menghapus operand yang telah dioperasikan

d. *Calculate*

```
void CALCULATE ( Node* root ) {
    // Memanfaatkan postorder traversal dan fungsi rekursif

    if ( root != nullptr ) {
        /* 1) Kunjungi sampai kiri dan kanan NULL untuk melanjutkan
        fungsi dan kembali ke panggilan fungsi sebelumnya / rekursif */
        CALCULATE ( root -> left );
        CALCULATE ( root -> right );

        // 2) Cek data dalam node dan eksekusinya

        // a. Jika data bukan operator
        if ( root -> data != "+" &&
            root -> data != "-" &&
            root -> data != "*" &&
            root -> data != "/" )
            // Memasukkan data ke dalam Linked List
            PUSH ( root -> data );

        // b. Jika data adalah operator
        else {
            // Ambil 2 operand terakhir
            STACK* operand_1 = tail -> prev;
            STACK* operand_2 = tail;
            // Konversi data string menjadi integer
            int a = stoi ( operand_1 -> data );
            int b = stoi ( operand_2 -> data );
            // Hasil operasi operand dengan operator
            int result;

            // Operasikan operand 1 dan 2
            if (root->data == "+") {
                result = a + b;
                cout << "\t" << a << " + " << b << " = " << result << "\n"; }
            else if (root->data == "-") {
                result = a - b;
                cout << "\t" << a << " - " << b << " = " << result << "\n"; }
            else if (root->data == "*") {
                result = a * b;
                cout << "\t" << a << " * " << b << " = " << result << "\n"; }
            else if (root->data == "/") {
                if ( b == 0 ) {
                    cout << "Invalid, terdapat pembagian dengan 0 \n";
                    return; }
                result = a / b;
                cout << "\t" << a << " / " << b << " = " << result << "\n"; }
        }
    }
}
```

```

        // Menghapus kedua operand yang telah dioperasikan
        POP ();
        delete operand_1;
        POP ();
        delete operand_2;

        // Masukkan data dalam Linked List
        PUSH (to_string(result));
    }
}
}

```

Pada fungsi ini perintah output data saat *postorder traversal* diubah dengan pengecekan *tree*, dilanjutkan dengan eksekusi dalam *STACK* jika bertemu operator atau operand, sehingga hasil akhir expression tree nantinya akan terletak dalam *tail linked list*.

e. *Evaluate*

```

void EVALUATE (Node* root) {
    cout << "Postfix = ";
    postorder(root);
    cout << "\nOperation" << endl;
    CALCULATE (root);
    cout << "Result = " << tail-> data << endl;
}

```

Saat memanggil fungsi ini, nantinya program akan mengeluarkan output postorder from dari tree, operasi yang terjadi dalam linked list, serta hasil akhir operasi expression tree

2. Array sebagai *stack*

Deklarasikan implementasi *tree* dan *stack*, serta prototipe fungsi yang akan dipanggil dalam fungsi *main ()*.

```

// Stack dengan Array
const int SIZE = 20;
string stack[SIZE];
int top = -1;
// Fungsi
void push ( string value );
void pop ();
void calculate (Node* root);
void evaluate (Node* root);

```

Implementasi fungsi yang digunakan dalam program ini, yaitu

a. *Push*

```

void push ( string value ) {
    // Untuk menambahkan data dalam array
    if (top == SIZE - 1)
        cout << "Stack is Full, not enough space to calculate further\n";
    else {
        top++;
        stack[top] = value;
    }
}

```

Push berfungsi untuk memasukkan string data dalam *tree* ke dalam array *stack* untuk dieksekusi sesuai program *calculate*, parameter *top* diinisialisasi dengan nilai -1 (negatif satu) lalu dinaikkan 1 (satu) untuk setiap operand yang dimasukkan dalam array.

b. *Pop*

```

void pop () {
    top--;
}

```

Fungsi *pop* digunakan untuk menghapus data dalam *stack* dari yang terakhir kali dimasukkan. Karena *top* diturunkan maka yang jadi data teratas adalah yang tadinya kedua teratas

c. *Calculate*

```

void calculate ( Node* root ) {
    // Memanfaatkan postorder traversal dan fungsi rekursif

    if (root != nullptr) {
        /* 1) Kunjungi sampai kiri dan kanan NULL untuk melanjutkan
        fungsi dan kembali ke panggilan fungsi sebelumnya / rekursif */
        calculate ( root -> left );
        calculate ( root -> right );

        // 2) Cek data dalam node dan eksekusinya

        // a. Jika data bukan operator
        if ( root -> data != "+" &&
            root -> data != "-" &&
            root -> data != "*" &&
            root -> data != "/" )
            // Memasukkan data ke dalam Array
            push ( root -> data );

        // b. Jika data adalah operator
        else {
            // Ambil 2 operand terakhir
            string operand_1 = stack[top-1];
            string operand_2 = stack[top];
            // Konversi data string menjadi integer
            int a = stoi ( stack[top-1] );
            int b = stoi ( stack[top] );
            // Hasil operasi operand dengan operator
            int result;

```

```

// Operasikan operand 1 dan 2
if (root->data == "+") {
    result = a + b;
    cout << "\t" << a << " + " << b << " = " << result << "\n"; }
else if (root->data == "-") {
    result = a - b;
    cout << "\t" << a << " - " << b << " = " << result << "\n"; }
else if (root->data == "*") {
    result = a * b;
    cout << "\t" << a << " * " << b << " = " << result << "\n"; }
else if (root->data == "/") {
    if ( b == 0 ) {
        cout << "Invalid, terdapat pembagian dengan 0 \n";
        return; }
    result = a / b;
    cout << "\t" << a << " / " << b << " = " << result << "\n"; }

// Hapus operand 1 dan 2
pop0;
pop0;

// Masukkan data dalam Linked List
push(to_string(result));
}
}
}

```

Pada fungsi *calculate*, secara konsep tetap sama dengan yang menggunakan *linked list*, hanya saja operand 1 dan 2 adalah nilainya langsung, lalu dari string dikonversi menjadi integer dan dioperasikan. Hasil operasi dimasukkan dalam array, sebelum itu pop dua kali untuk menghapus operand tadi.

d. *Evaluate*

```

void evaluate (Node* root) {
    cout << "Postfix = ";
    postorder(root);
    cout << "\nOperation" << endl;
    calculate (root);
    cout << "Result = " << stack[top] << endl;
}

```

Akan menampilkan bentuk postfix dari tree, operasi expression tree, lalu hasil akhirnya akan ada pada indeks top dalam stack.

3. Pemanfaatan *Standart Template Library (STL)*, dilengkapi menu pengguna

a. *Header dan impor library*

```

1  #include <iostream>
2  #include <string>
3  #include <stack>
4  #include <sstream>
5
6  using namespace std;

```

Pada bentuk ini, terdapat dua buah *standard template library* yang dimanfaatkan untuk memanipulasi *stack* dan mengevaluasi *postfix*, antara lain

- *Library <stack>*
Digunakan untuk membuat *stack* dan memanipulasinya seperti dengan fungsi *pop*, *push*, atau *top*
- *Library <sstream>*

Dengan *library* ini, string diperlakukan seperti sebuah *input-output stream* seperti pada *iostream*. Fungsi utama yang digunakan adalah *istringstream* (*iss*) yang memperlakukan string sebagai input, setiap satu token dianggap satu input, tiap token pada string dibatasi dengan spasi.

- b. Deklarasi implementasi *tree* dalam struct dan prototipe fungsi

```

8   struct Node{
9       string data;
10      Node *left, *right;
11  };
12
13  Node* newNode(string data);
14  Node* inputTree(const string& path);
15  void traversePostOrder(Node* node, string &postfix);
16  void evaluatePostfix(Node* node);
17

```

Pada program ini, setiap *node* pada *expression tree* direpresentasikan melalui *struct* dengan 3 komponen yaitu data dalam *node* tersebut dan 2 buah pointer (*left* dan *right*) yang menghubungkan *node* dengan *left child* dan *right child*-nya.

- c. Fungsi *newNode*

```

26  Node* newNode(string data){
27      Node* node = new Node();
28      node->data = data;
29      node->left = node->right = NULL;
30      return node;
31  }

```

Fungsi *newNode(string data)* ini digunakan untuk membuat dan menginisialisasi *node* baru. Fungsi ini menerima sebuah parameter bertipe string sebagai nilai data yang akan disimpan dalam *node*. Di dalam fungsi, objek *Node* baru dibuat secara dinamis di *memori heap* menggunakan *new*, kemudian *field* data diisi dengan nilai parameter, dan pointer *left* serta *right* diset ke *NULL*, menandakan bahwa *node* tersebut belum memiliki anak kiri maupun kanan. Akhirnya, fungsi mengembalikan pointer ke *node* yang telah dibuat.

- d. Fungsi *inputTree*

```

33  Node* inputTree(const string& path){
34      string data;
35      cout << "Masukkan data untuk " << path << " (atau kosongkan untuk NULL): ";
36      getline(cin, data);
37      if (data.empty()) {
38          return NULL;
39      }
40
41      Node* node = newNode(data);
42      node->left = inputTree(path + "->left");
43      node->right = inputTree(path + "->right");
44      return node;
45  }

```

Fungsi *inputTree(const string& path)* digunakan untuk membangun sebuah *binary tree* secara rekursif dengan input dari pengguna. Fungsi ini meminta pengguna untuk memasukkan data untuk sebuah *node* berdasarkan jalur (*path*) yang diberikan sebagai parameter, misalnya "*root*", "*root->left*", dan

seterusnya. Jika input kosong (user menekan Enter tanpa mengetik apa pun), maka fungsi akan mengembalikan *NULL*, menandakan tidak ada node di posisi tersebut. Jika ada input, fungsi akan membuat node baru dengan data tersebut menggunakan *newNode(data)*, lalu secara rekursif memanggil dirinya sendiri untuk membentuk anak kiri dan kanan dari node itu. Hasil akhirnya adalah sebuah *binary tree* yang dibentuk berdasarkan input pengguna, dengan jalur (*path*) yang membantu membedakan posisi masing-masing node dalam pohon.

e. Fungsi *traversePostOrder*

```

47 void traversePostOrder(Node* node, string &postfix){
48     if (node == NULL)
49         return;
50     traversePostOrder(node->left, postfix);
51     traversePostOrder(node->right, postfix);
52     postfix += node->data + " ";
53 }
54

```

Fungsi *traversePostOrder(Node* node, string &postfix)* berfungsi untuk melakukan *postorder traversal* pada *binary tree*, yaitu mengunjungi anak kiri, kemudian anak kanan, lalu *node* itu sendiri. Hasil dari setiap kunjungan *node* ditambahkan ke string *postfix* dengan spasi sebagai pemisah antar elemen. Penambahan spasi ini bertujuan agar hasil akhir dapat dengan mudah diproses menggunakan *istringstream*, yaitu untuk memisahkan setiap elemen *postfix* berdasarkan spasi saat parsing ekspresi lebih lanjut.

f. Fungsi *evaluatePostfix*

```

55 void evaluatePostfix(Node* node){
56     string postfix = "";
57     traversePostOrder(node, postfix);
58     cout << "Ekspresi dalam postfix: " << postfix << endl;
59
60     stack<float> evaluate;
61     istringstream iss(postfix);
62     string token;
63
64     while(iss >> token){
65         if(token == "+" || token == "-" || token == "*" || token == "/"){
66             if(evaluate.size() < 2) {
67                 cout << "Error: Tidak tersedia operand yang cukup untuk dioperasikan " << token << endl;
68                 return;
69             }
70
71             float operand2 = evaluate.top(); evaluate.pop();
72             float operand1 = evaluate.top(); evaluate.pop();
73
74             if(token == "+"){
75                 evaluate.push(operand1 + operand2);
76             } else if(token == "-"){
77                 evaluate.push(operand1 - operand2);
78             } else if(token == "*"){
79                 evaluate.push(operand1 * operand2);
80             } else if(token == "/"){
81                 if(operand2 == 0) {
82                     cout << "Error: Pembagian dengan nol" << endl;
83                     return;
84                 }
85                 evaluate.push(operand1 / operand2);
86             }
87         } else {
88             try {
89                 evaluate.push(stof(token));
90             } catch(const exception& e) {
91

```

```

91         cout << "Error: Operator tidak valid " << token << endl;
92         return;
93     }
94 }
95
96
97 if(evaluate.size() != 1) {
98     cout << "Error: Ekspresi tidak valid (terlalu banyak operand tersisa)" << endl;
99     return;
100 }
101
102 cout << "Evaluation Result: " << evaluate.top() << endl;
103 }

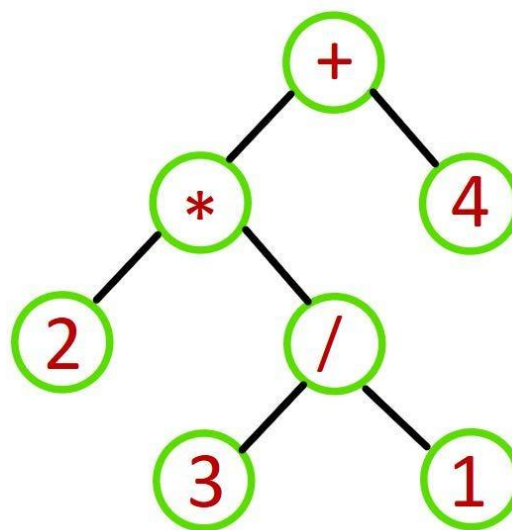
```

Fungsi *evaluatePostfix(Node* node)* digunakan untuk mengevaluasi ekspresi *postfix* yang dihasilkan dari *postorder traversal* sebuah *expression tree*. Pertama, fungsi memanggil *traversePostOrder* untuk mendapatkan ekspresi *postfix* sebagai string, lalu menggunakannya untuk menginisialisasi objek *istringstream* agar setiap token (operand atau operator) dapat dibaca satu per satu. Token kemudian diproses dalam loop: jika token adalah operator (+, -, *, /), dua operand diambil dari *stack*, dilakukan operasi sesuai operator, dan hasilnya dikembalikan ke *stack*. Jika token adalah operand, akan dikonversi ke float dan dimasukkan ke *stack*. Validasi dilakukan untuk memastikan jumlah operand mencukupi dan untuk menangani pembagian dengan nol serta operator yang tidak valid. Jika setelah evaluasi hanya satu nilai yang tersisa di *stack*, nilai tersebut dianggap hasil akhir dan ditampilkan. Jika lebih dari satu, itu menandakan ekspresi tidak valid karena terlalu banyak operand yang tersisa.

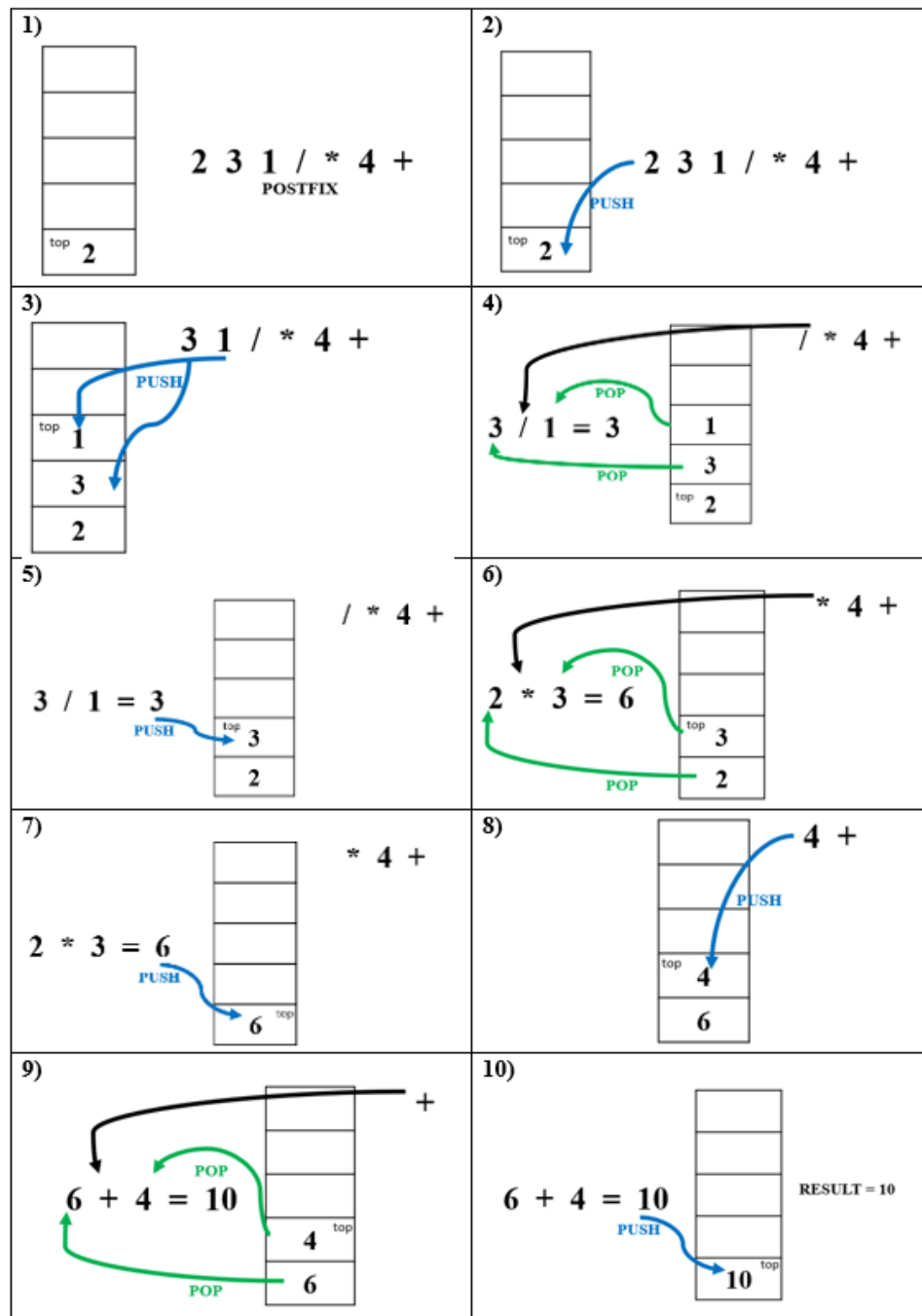
ILUSTRASI PENGGUNAAN PROGRAM

Untuk memastikan program berjalan dengan baik, kode kemudian dijalankan untuk dicek pada suatu *expression tree*. Untuk menyelesaikan *expression tree*, inputkan *node-nodenya* dalam fungsi *main*, dimulai dari *root* hingga *leaves*. Setelah itu panggil fungsi untuk evaluasi.

1. Tree 1, dengan interaktif input pengguna



Proses evaluasi *expression tree* tersebut setelah dilakukan *postorder traversal* menjadi *postfix* dapat diilustrasikan, sebagai berikut



Panggil fungsi *inputTree* dalam fungsi *main* sehingga pengguna dapat memasukkan input berupa tiap *node* pada *tree*. Kemudian panggil fungsi *evaluatePostfix* pada *tree* yang telah diinputkan di fungsi *main*, sebagai berikut.

```

18 int main(){
19     Node* root = inputTree("root");
20     cout << endl;
21     evaluatePostfix(root);
22
23     return 0;
24 }
25

```

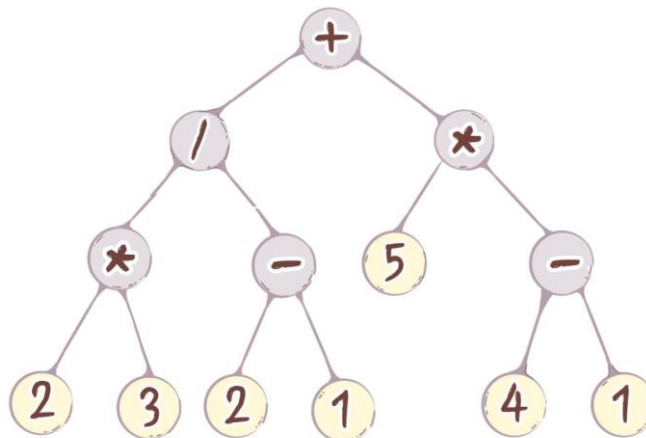
Program kemudian akan meminta pengguna untuk memasukkan input pada node dengan path tertentu, misal *masukkan data untuk "root", untuk "root->left"*. *Tree* yang diinput pengguna akan dievaluasi, dan menghasilkan output sebagai berikut

```
ASUS@NAFALRUSTANTO MINGW64 /d/ASD-ExpressionTreeEvaluation (main)
● $ g++ asd-expressiontree.cpp

ASUS@NAFALRUSTANTO MINGW64 /d/ASD-ExpressionTreeEvaluation (main)
● $ ./a.exe
Masukkan data untuk root (atau kosongkan untuk NULL): +
Masukkan data untuk root->left (atau kosongkan untuk NULL): /
Masukkan data untuk root->left->left (atau kosongkan untuk NULL): *
Masukkan data untuk root->left->left->left (atau kosongkan untuk NULL): 2
Masukkan data untuk root->left->left->left->left (atau kosongkan untuk NULL): 3
Masukkan data untuk root->left->right->left (atau kosongkan untuk NULL): -
Masukkan data untuk root->left->right->left->left (atau kosongkan untuk NULL): 5
Masukkan data untuk root->left->right->left->right (atau kosongkan untuk NULL): 1
Masukkan data untuk root->left->right->right (atau kosongkan untuk NULL): 4
Masukkan data untuk root->right (atau kosongkan untuk NULL): 1
Masukkan data untuk root->right->left (atau kosongkan untuk NULL): 4
Masukkan data untuk root->right->right (atau kosongkan untuk NULL): 1

Ekspresi dalam postfix: 2 3 1 / * 4 +
Evaluation Result: 10
```

2. Tree 2



```
// Level 1 (Root)
Node* root4 = new Node("+");

// Level 2
root4->left = new Node("/");
root4->right = new Node("*");

// Level 3
root4->left->left = new Node("*");
root4->left->right = new Node("-");

root4->right->left = new Node("5");
root4->right->right = new Node("-");
```

```

// Level 4
root4->left->left->left = new Node("2");
root4->left->left->right = new Node("3");

root4->left->right->left = new Node("2");
root4->left->right->right = new Node("1");

// root4->right->left->left = new Node(" ");
// root4->right->left->right = new Node(" ");

root4->right->right->left = new Node("4");
root4->right->right->right = new Node("1");

```

Jalankan fungsi evaluate

```

// Panggil fungsi evaluate
cout << endl;
cout << "Stack dengan Linked List" << endl;
EVALUATE (root4);
cout << "Stack dengan Array" << endl;
evaluate (root4);
cout << "Stack dengan STL" << endl;
evaluatePostfix (root4);

```

Output program sebagai berikut

```

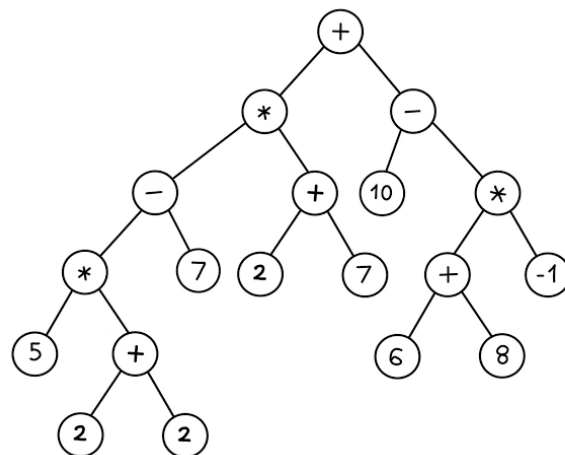
Stack dengan Linked List
Postfix = 2 3 * 2 1 - / 5 4 1 - * +
Operation
    2 * 3 = 6
    2 - 1 = 1
    6 / 1 = 6
    4 - 1 = 3
    5 * 3 = 15
    6 + 15 = 21
Result = 21

Stack dengan Array
Postfix = 2 3 * 2 1 - / 5 4 1 - * +
Operation
    2 * 3 = 6
    2 - 1 = 1
    6 / 1 = 6
    4 - 1 = 3
    5 * 3 = 15
    6 + 15 = 21
Result = 21

Stack dengan STL
Postfix = 2 3 * 2 1 - / 5 4 1 - * +
Operation
    2 * 3 = 6
    2 - 1 = 1
    6 / 1 = 6
    4 - 1 = 3
    5 * 3 = 15
    6 + 15 = 21
Result: 21

```

3. Tree 3



```

// Level 1 (Root)
Node* root5 = new Node("+");

// Level 2
root5->left = new Node("*");
root5->right = new Node("-");

// Level 3
root5->left->left = new Node("-");
root5->left->right = new Node("+");

root5->right->left = new Node("10");
root5->right->right = new Node("*");

// Level 4
root5->left->left->left = new Node("*");
root5->left->left->right = new Node("7");

root5->left->right->left = new Node("2");
root5->left->right->right = new Node("7");

// root5->right->left->left = new Node(" ");
// root5->right->left->right = new Node(" ");

root5->right->right->left = new Node("+");
root5->right->right->right = new Node("-1");

// Level 5
root5->left->left->left->left = new Node("5");
root5->left->left->left->right = new Node("+");

root5->right->right->left->left = new Node("6");
root5->right->right->left->right = new Node("8");

// Level 6
root5->left->left->left->right->left = new Node("2");
root5->left->left->left->right->right = new Node("2");
  
```

```

Stack dengan Linked List
Postfix = 5 2 2 + * 7 - 2 7 + * 10 6 8 + -1 * - +
Operation
    2 + 2 = 4
    5 * 4 = 20
    20 - 7 = 13
    2 + 7 = 9
    13 * 9 = 117
    6 + 8 = 14
    14 * -1 = -14
    10 - -14 = 24
    117 + 24 = 141
Result = 141

Stack dengan Array
Postfix = 5 2 2 + * 7 - 2 7 + * 10 6 8 + -1 * - +
Operation
    2 + 2 = 4
    5 * 4 = 20
    20 - 7 = 13
    2 + 7 = 9
    13 * 9 = 117
    6 + 8 = 14
    14 * -1 = -14
    10 - -14 = 24
    117 + 24 = 141
Result = 141

Stack dengan STL
Postfix = 5 2 2 + * 7 - 2 7 + * 10 6 8 + -1 * - +
Operation
    2 + 2 = 4
    5 * 4 = 20
    20 - 7 = 13
    2 + 7 = 9
    13 * 9 = 117
    6 + 8 = 14
    14 * -1 = -14
    10 - -14 = 24
    117 + 24 = 141
Result: 141

```

LAMPIRAN

Source code yang dibuat dalam program ini serta beberapa file lampiran lainnya, dapat diakses pada link berikut

- <https://github.com/nafalrust/ASD-ExpressionTreeEvaluation/>
- <https://drive.google.com/drive/folders/1on1ARwaMbDqsdMhodPTOhA0AFiWqtJJr?usp=sharing>