Exercise set 1.1.2

(i) $\int \left(\frac{1}{x} - 3\right) dx$

$= \int \frac{1}{x} dx - \int 3 dx$

$= \ln x - 3x + c$

(ii) $\int \left(x^3 + x^{-3}\right) dx$

$= \int x^3 dx + \int x^{-3} dx$

$= \frac{x^{3+1}}{3+1} + \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c$

$= \frac{x^4}{4} + \frac{x^{-2}}{-2} + c$

$= \frac{x^4}{4} - \frac{x^{-2}}{2} + c$

(iii) $\int \left(x^{-1} + \frac{1}{e^x}\right) dx$

$= \int x^{-1} dx + \int \frac{1}{e^x} dx$

$= \int \frac{dx}{x} + \int e^{-x} dx$

$= \ln x - e^{-x} + c$

(iv) $\int (\sin(-3x) + \cos(2x))\,dx$

$= \int \sin(-3x)\,dx + \int \cos(2x)\,dx$

$= -\frac{\cos(-3x)}{-3} + \frac{\sin(2x)}{2} + c$

$= \frac{1}{3}\cos(-3x) + \frac{1}{2}\sin(2x) + c$

(v) $\int ((e^{-x} + \cos(3x-2))\,dx$

$= \int e^{-x}\,dx + \int \cos(3x-2)\,dx$

$= -e^{-x} + \frac{\sin(3x-2)}{3} + c$

(vi) $\int (3e^{3x+1} + \frac{1}{2x+3})\,dx$

$= \int 3e^{3x+1}\,dx + \int \frac{1}{2x+3}\,dx$

$= 3 \cdot \frac{e^{3x+1}}{3} + \frac{\ln(2x+3)}{2} + c$

$= e^{3x+1} + \frac{1}{2}\ln(2x+3) + c$

(vii) $\int \left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx$

$= \int \frac{x^2}{x} dx + \int \frac{dx}{x}$

$= \int x\, dx + \int \frac{dx}{x}$

$= \frac{x^{1+1}}{1+1} + \ln x + c$

$= \frac{x^2}{2} + \ln x + c$

(viii) $\int \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\right) dx$

$= \int \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

$= \int dx + \int \frac{dx}{\sqrt{x}}$

$= \int dx + \int x^{-1/2}\, dx$

$= x + \frac{x^{-1/2+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c$

$= x + \frac{x^{1/2}}{1/2} + c$

$= x + 2\sqrt{x} + c$

(ix) $\int \left(4x^3 + \frac{2}{x^2} - 1\right) dx$

$= \int 4x^3\,dx + \int \frac{2}{x^2}\,dx - \int dx$

$= 4\int x^3 dx + 2\int x^{-2} dx - \int dx$

$= 4\,\frac{x^{3+1}}{3+1} + 2 \cdot \frac{x^{-2+1}}{-2+1} - x$

$= 4\,\frac{x^4}{4} + 2 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} - x$

$= x^4 - \frac{2}{x} - x$

(x) $\int \left(1 + \frac{3}{x} - 7\sin 2x\right) dx$

$= \int dx + 3\int \frac{dx}{x} - 7\int \sin 2x\,dx$

$= x + 3\ln x - 7\,\frac{(-\cos 2x)}{2} + c$

$= x + 3\ln x + \frac{7}{2}\cos 2x + c$

(xi) $\int \left(3e^{2x} + 3e^{-4x} + \sqrt[3]{x}\right) dx$

$= 3\int e^{2x} dx + 3\int e^{-4x} dx + \int x^{1/3} dx$

$= 3 \cdot \frac{e^{2x}}{2} + 3\,\frac{(-e^{-4x})}{(-4)} + \frac{x^{1/3+1}}{\frac{1}{3}+1} + c$

$= \frac{3}{2}e^{2x} + \frac{3}{4}e^{-4x} + \frac{x^{4/3}}{4/3} + c$

$= \frac{3}{2}e^{2x} + \frac{3}{4}e^{-4x} + \frac{3}{4}x^{4/3} + c$

(xii) $\int (2\cos 2x - \sin 3x)\,dx$

$= \int 2\cos 2x\,dx - \int \sin 3x\,dx$

$= 2\,\frac{\sin 2x}{2} - \frac{(-\cos 3x)}{3} + c$

$= \sin 2x + \frac{1}{3}\cos 3x + c$

(xiii) $\int 5^{y+1}\,dy$

$= \frac{5^{y+1}}{\ln(y+1)} + c$

(xiv) $\int \left(\frac{4x^3 - 2x^2 + 15x^5}{x^2}\right) dx$

$= 4\int \frac{x^3}{x^2}\,dx - 2\int \frac{x^2}{x^2}\,dx + 15\int \frac{x^5}{x^2}\,dx$

$= 4\int x\,dx - 2\int dx + 15\int x^3\,dx$

$= 4 \cdot \frac{x^{1+1}}{1+1} + 2x + 15\,\frac{x^{3+1}}{3+1} + c$

$= 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 2x + 15 \cdot \frac{x^4}{4} + c$

$= 2x^2 + 2x + \frac{15}{4}x^4 + c$