

BAB 1

RELASI & FUNGSI

B. Fungsi

- Misalkan A dan B himpunan.
Relasi biner f dari A ke B merupakan suatu fungsi jika *setiap* elemen di dalam A dihubungkan dengan tepat satu elemen di dalam B .

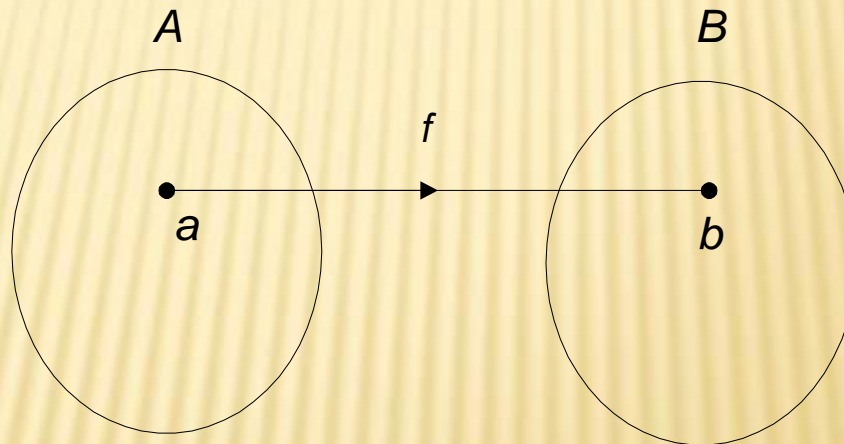
Jika f adalah fungsi dari A ke B kita menuliskan

$$f: A \rightarrow B$$

yang artinya f **memetakan** A ke B .

- A disebut **daerah asal** (*domain*) dari f dan B disebut **daerah hasil** (*range*) dari f .
- Nama lain untuk fungsi adalah **pemetaan** atau **transformasi**.
- Kita menuliskan $f(a) = b$ jika elemen a di dalam A dihubungkan dengan elemen b di dalam B .

- Jika $f(a) = b$, maka b dinamakan **bayangan** (*image*) dari a dan a dinamakan **pra-bayangan** (*pre-image*) dari b .
- Himpunan yang berisi semua nilai pemetaan f disebut **jelajah** (*range*) dari f . Perhatikan bahwa jelajah dari f adalah himpunan bagian (mungkin *proper subset*) dari B .



- Fungsi dapat dispesifikasikan dalam berbagai bentuk, diantaranya:

1. Himpunan pasangan terurut.
Seperti pada relasi.

2. Formula pengisian nilai (*assignment*).
Contoh: $f(x) = 2x + 10$, $f(x) = x^2$, dan $f(x) = 1/x$.

3. Kata-kata
Contoh: “ f adalah fungsi yang memetakan jumlah bit 1 di dalam suatu *string* biner”.

4. Kode program (*source code*)
Contoh: Fungsi menghitung $|x|$

```
function abs (x:integer) :integer;  
begin  
    if x < 0 then  
        abs := -x  
    else  
        abs := x;  
end;
```

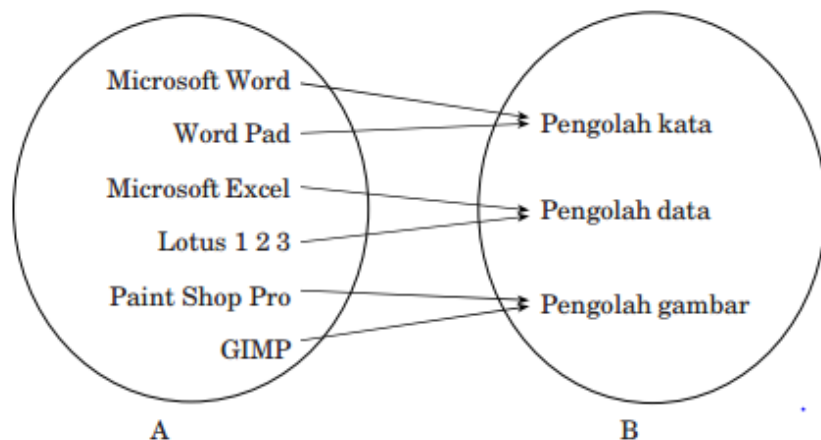
Contoh:

Misalkan $A = \{\text{Microsoft Word, Word Pad, Microsoft Excel, Lotus 123, Paint Shop Pro, Gimp}\}$

$B = \{\text{Pengolah kata, Pengolah data, Pengolah gambar}\}$

Misalkan $f: A \rightarrow B$

Maka:



Himpunan A disebut ranah (domain) dari fungsi f.
Himpunan B disebut ko-ranah (kodomain) dari fungsi f.

Pengolah kata adalah bayangan dari Microsoft Word dan Word Pad

Jangkauan (range) dari f adalah (Pengolah kata, Pengolah data dan Pengolah gambar).

Macam-Macam Fungsi

1. Fungsi satu-satu/injektif

Sebuah fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan fungsi satu-satu jika dan hanya jika setiap elemen pada himpunan A mempunyai bayangan yang tidak sama pada elemen himpunan B .

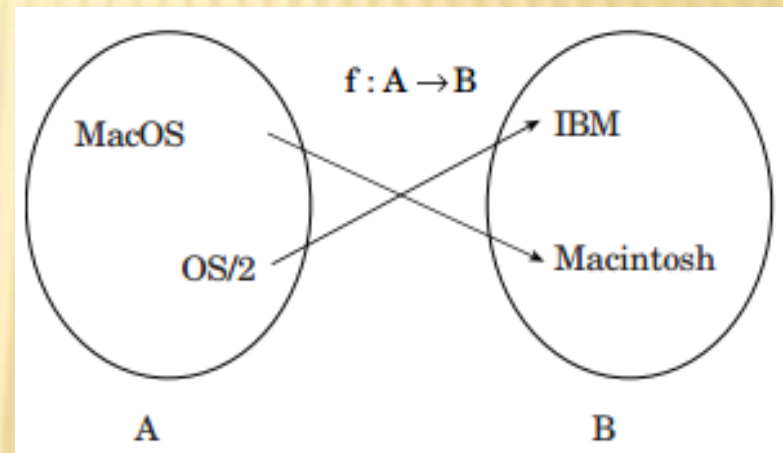
Contoh:

A = himpunan sistem operasi

$A = \{\text{MacOS}, \text{OS/2}\}$

B = himpunan Komputer

$B = \{\text{IBM}, \text{Macintosh}\}$



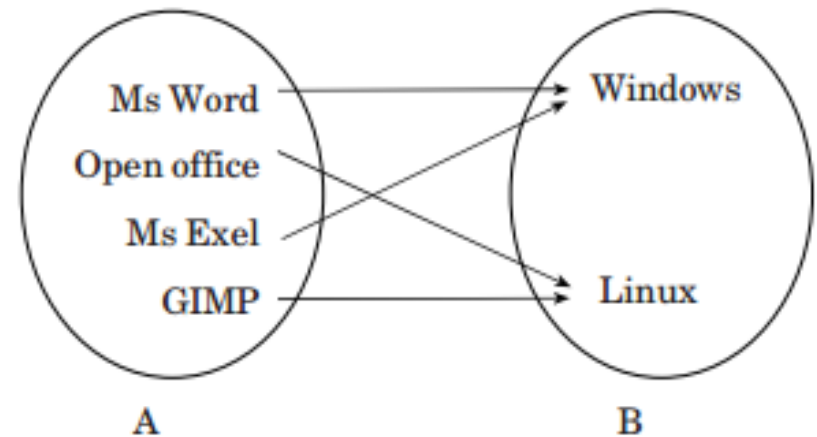
2. Fungsi pada/onto/surjektif

Sebuah fungsi $f: A \rightarrow B$ dikatakan fungsi pada jika dan hanya jika setiap elemen himpunan B muncul sebagai bayangan dari sekurang-kurangnya satu elemen himpunan A .

Contoh:

A = himpunan software aplikasi

B = himpunan sistem operasi



3. Fungsi berkoresponden satu ke satu/bijeksi

Fungsi f dikatakan **berkoresponden satu-ke-satu** atau **bijeksi** (*bijection*) jika ia fungsi satu-ke-satu dan juga fungsi pada.

Contoh:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{u, v, w\}$$

$$f = \{(1, u), (2, w), (3, v)\}$$

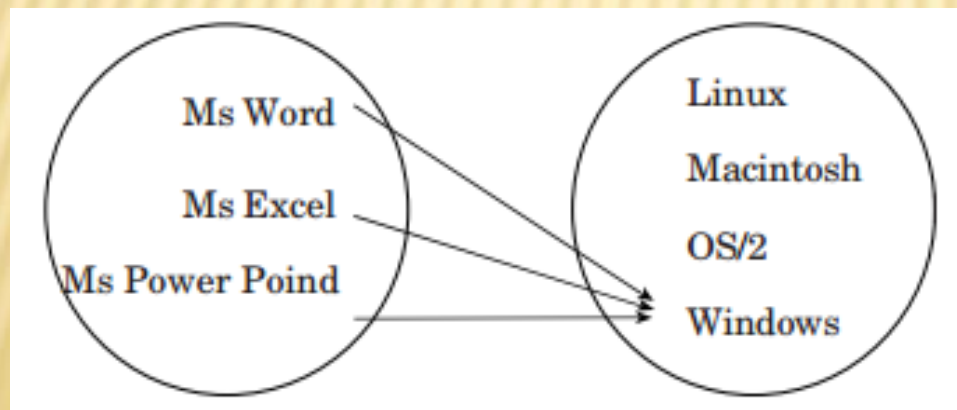
4. Fungsi konstan

Suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ dikatakan fungsi konstan jika dan hanya jika hanya ada satu elemen himpunan B yang menjadi bayangan dari seluruh elemen himpunan A .

Contoh:

A = himpunan software aplikasi

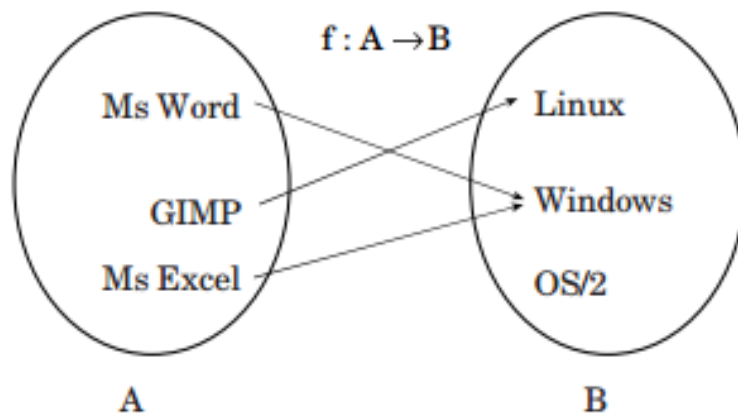
B = himpunan sistem operasi



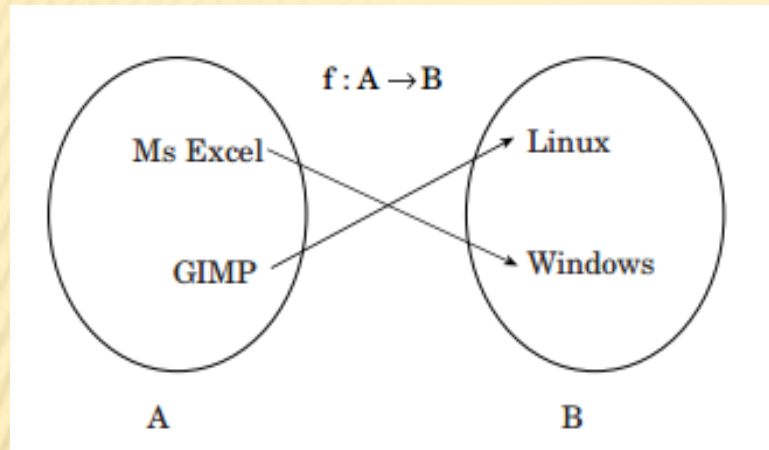
5. Fungsi invers

Fungsi invers $f^{-1} : B \rightarrow A$ adalah sebuah fungsi dimana untuk setiap $b \in B$ mempunyai bayangan tunggal dalam himpunan A . Dengan demikian hanya fungsi satu-satu yang memiliki fungsi invers.

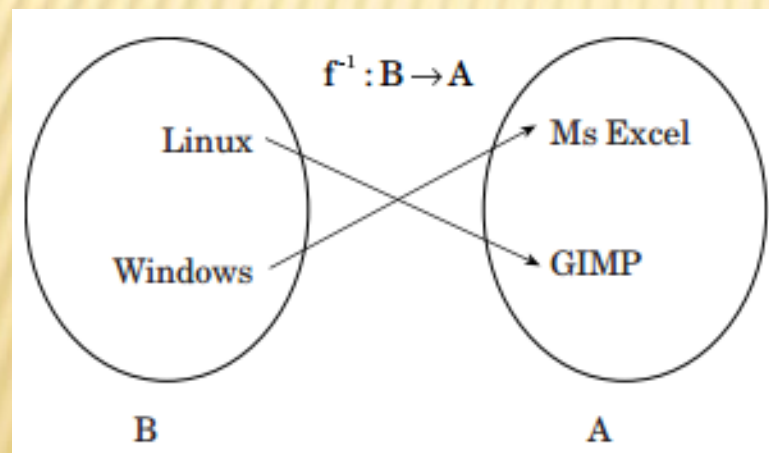
Contoh:



$f: A \rightarrow B$ bukan fungsi satu-satu, sehingga tidak memiliki fungsi invers f^{-1}



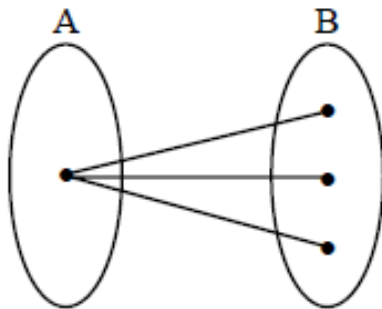
$f: A \rightarrow B$ adalah fungsi satu-satu sehingga fungsi invers $f^{-1}: B \rightarrow A$ ada yaitu



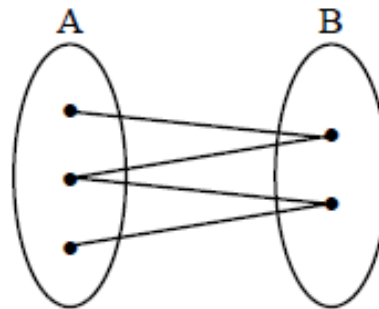
Latihan Soal!

1. Dari diagram panah di bawah ini yang menunjukkan fungsi adalah....

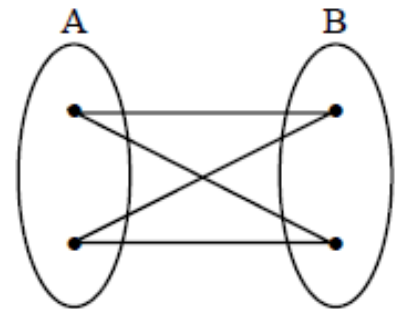
a.



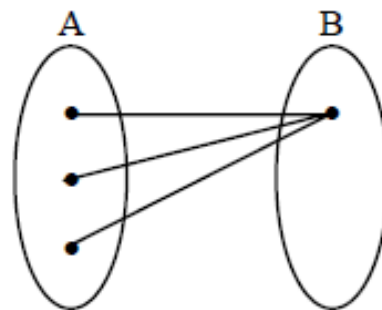
c.



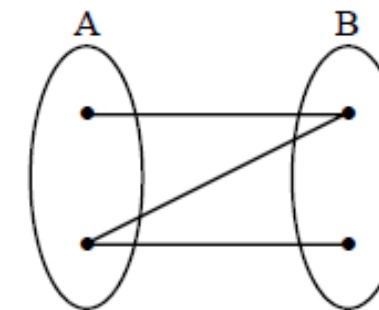
e.



b.



d.



2. Diketahui sebuah fungsi $f(x) = x^2 + 1$, maka nilai $f(3)$ adalah

3. Jika relasi anggota himpunan bilangan real dan f suatu fungsi dari \mathbb{R} ke \mathbb{R} dengan $f(x) = 2x^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$. maka nilai $f(x + 1)$ adalah.....

4. Misalkan $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$. Tentukan apakah $f(x) = x^2 + 1$ merupakan fungsi satu-ke-satu?

5. Diketahui f didefinisikan :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & \text{jika } x \in \text{prima} \\ (x - 4), & \text{jika } x \in \text{komposisi genap} \\ (x + 7), & \text{jika } x \in \text{bilanganganjil} \end{cases}$$

Nilai dari $f(6)$ adalah.....