

## پروژه ریاضی

- محدودیت زمان: ۲ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت
- سطح: آسان
- طراح: محسن نوروزی

یکی از اساتید ریاضی دانشگاه از شما کمک خواسته تا یک برنامه‌ی ساده برای او بنویسید. استاد معمولاً با مجموعه‌ای از اعداد کار می‌کند و برای تحلیل بهتر، نیاز دارد اطلاعات زیر را در مورد هر عدد مشخصی پیدا کند:

۱. بررسی شود که عدد مورد نظر **پالیندروم** (Palindrome) هست یا خیر.  
(یعنی از دو طرف که بخوانیمش، همان عدد باقی می‌ماند؛ مثل 121 یا 1331)
۲. پیدا کردن **بزرگ‌ترین عدد کامل** (Perfect Number) که کوچک‌تر از عدد مورد نظر باشد.  
(عدد کامل: مجموع مقسوم‌علیه‌هایش (به جز خودش) برابر خودش باشد، مثل 6 یا 28)
۳. پیدا کردن **بزرگ‌ترین عدد اول** (Prime Number) کوچک‌تر از عدد ورودی.
۴. شمارش **کل اعداد اول** کوچک‌تر از عدد ورودی.

اکنون شما باید با استفاده از مفاهیم پایه‌ی برنامه‌نویسی در زبان **جاوا**، یک برنامه بنویسید که این کارها را انجام دهد و نتایج را روی صفحه چاپ کند.

(**نکته:** استفاده از متدهای آماده و کتابخانه‌های کمکی در راه حل این سوال **مجاز نیست**)

### ورودی:

- یک عدد طبیعی **N** که کاربر آن را وارد می‌کند.

### خروجی:

- اعلام YES یا NO در مورد پالیندروم بودن عدد.

- بزرگ‌ترین عدد کامل کوچک‌تر از  $N$ .
- بزرگ‌ترین عدد اول کوچک‌تر از  $N$ .
- تعداد کل اعداد اول کوچک‌تر از  $N$ .

## مثال:

### ورودی نمونه ۱ :

100

### خروجی نمونه ۱:

N0  
28  
97  
25

**نکته** اگر عددی کامل کوچکتر از عدد ورودی وجود **نداشت** ، خروجی بزرگ‌ترین عدد کامل کوچکتر از  $N$  باید عدد **منفی یک** باشد و همچنین اگر عدد اولی کوچکتر از عدد ورودی وجود نداشت ، خروجی بزرگ‌ترین عدد اول کوچکتر از  $N$  باید عدد **منفی یک** باشد و تعداد اعداد اول می‌تواند **صفر** باشد.

### ورودی نمونه 2 :

2

### خروجی نمونه 2:

YES  
-1  
-1  
0

## اعزام ۳۳: فرکانس تشدید

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت
- سطح: متوسط
- طراح: مهدی افشاری



در دنیای Lumière، سایه‌ی Paintress (نقاش) همواره سنگینی می‌کند. هر سال، او از خواب برمی‌خیزد تا عددی نفرین‌شده را بر تک‌سنگ خود نقاشی کند، و سرنوشت تمام کسانی که در آن سن هستند، چیزی جز مرگ نیست. نسل‌هاست که اعضای گروه‌های اعزامی (Expeditioners) به سوی او لشکر کشیده‌اند، به امید پایان دادن به این چرخه‌ی بی‌رحم.

شما نگهبان نشان در گروه اعزامی ۳۳ هستید؛ استاد اعدادشناسی که وظیفه‌اش رمزگشایی اعداد و به‌کارگیری قوانین بنیادین جادو هاست. پس از سفری طولانی و پرخطر، گروه شما سرانجام به تک‌سنگ می‌رسد. اما با Paintress روبرو نمی‌شوید! در عوض، مانعی درخشان از جادوی خالص، راه شما را سد کرده است. این مَهر نهایی است؛ قفلی که نه از فلز، بلکه از منطق و اعداد بافته شده. این قفل با زور شکسته نمی‌شود، تنها با یک فرکانس جادویی مشخص، از بین می‌رود.

این فرکانس، خود را در قالب یک عدد نشان می‌دهد، یک **Sigil of Unmaking** (نشان فنا). این عددی نیست که بتوانید آن را پیدا کنید، بلکه عددی است که باید بر اساس چهار قانون کهن و تغییر ناپذیر جادو، ساخته شود:

۱. هسته‌ی تجزیه ناپذیر: این نشان باید یک عدد **اول** باشد. قدرت آن باید خالص و بنیادین بوده و توسط هیچ نیروی کوچکتری قابل تقسیم نباشد.

۲. حفاظ متقارن: این نشان باید حتی زمانی که **ارقامش معکوس** می‌شوند نیز یک عدد **اول** باقی بماند. این تضمین می‌کند که نشان کاملاً متعادل بوده و نفوذ Paintress را از تمام جهات دفع می‌کند. (برای مثال 13 هم خودش اول است و هم معکوسش یعنی عدد 31)

۳. گوهر مارییج حیات: **مجموع ارقام** این نشان باید **عضوی از دنباله‌ی فیبوناچی** (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...) باشد. این کار، نشان را با هندسه‌ی مقدس خود حیات آغشته می‌کند تا پادزهری مستقیم برای هنر مرگ‌آفرین، Paintress باشد.

۴. قفل موزون: شکل و ذات این نشان باید به طور جادویی در هم تنیده باشند. **بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک** (ب.م.م) بین **تعداد ارقام و مجموع ارقام** آن باید **بزرگتر از ۱** باشد. این کار یک تشدید پایدار ایجاد کرده و قدرت نشان را محکم می‌کند تا در هنگام استفاده، متلاشی نشود.

عددی که حتی یکی از این قوانین را نقض کند، یک پارادوکس ناپایدار است و فراخواندن آن، فاجعه به بار می‌آورد.

فرمانده گروه اعزامی، Gustave یک نقشه نجومی قدیمی را باز می‌کند که با آن جریان انرژی جادویی در طول زمان را ردیابی می‌کند. او می‌گوید: «ای نگهبان، پیشگویان ما به کشف جدیدی رسیده‌اند. این مهر نهایی به یک نشان تنها پاسخ نمی‌دهد، این یک قفل تشدید است! فقط زمانی در هم می‌شکند که ما قدرت ترکیبی تمام نشان‌هایی را که در یک پنجره‌ی زمانی خاص قرار دارند، به آن وارد کنیم.»

او به قسمتی از نقشه که با دو تاریخ،  $L$  و  $R$ ، مشخص شده اشاره می‌کند.

«این پنجره‌ی زمانی ماست. فرکانس تشدید این مانع، برابر با مجموع تمام نشان‌هایی است که می‌توانیم در این دوره پیدا کنیم. اگر بتوانیم این فرکانس را محاسبه کنیم، می‌توانیم جادویمان را متمرکز کرده و مانع را فرو بریزیم.»

او با لحنی جدی اخطار می‌دهد: «اما مراقب باش! اگر هیچ نشانی در این پنجره‌ی زمانی وجود نداشته باشد، امیدی هم نیست. در آن صورت، فرکانس صفر است و مسیر ما در همین‌جا به پایان می‌رسد.»



## خواسته مسئله

مأموریت شما این است که تمام اعداد "Sigil of Unmaking" را در بازه‌ی داده شده  $[R, L]$  (شامل خود  $L$  و  $R$ ) پیدا کرده و سپس مجموع آن‌ها را چاپ کنید. اگر هیچ نشانِ فنايي در این بازه یافت نشد، خروجی باید صفر باشد.

## ورودی

ورودی شامل یک خط است که در آن دو عدد صحیح  $L$  و  $R$  با یک فاصله از هم آمده‌اند.

$$1 \leq L \leq R \leq 100,000$$

## خروجی

خروجی باید یک عدد صحیح باشد که برابر با مجموع تمام اعداد "Sigil of Unmaking" در بازه‌ی  $[R, L]$  است.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

10 15

خروجی نمونه ۱

11

در این بازه تنها نشان فنا، 11 میباشد در نتیجه خروجی 11 میباشد!

ورودی نمونه ۲

11 17

خروجی نمونه ۲

28

در این بازه هر دو عدد 11 و 17، نشان فنا میشوند در نتیجه خروجی مجموع آنها، 28 میباشد.

## راز اعداد جادویی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت
- سطح: متوسط
- طراح: آیسودا فضلی خانی

**نکته:** استفاده از متدهای آماده و String در راه حل این سوال مجاز نیست.

روزی روزگاری، در سرزمین دوردست اعداد، ریاضیدان بزرگی به نام ارشمیدس چرخان زندگی می‌کرد. او شب‌ها در سکوت آسمان پرستاره با ذهنی سرشار از کنجکاوی، اعداد را بر تخته سنگی حک می‌کرد و ارقام آن‌ها را 180 درجه می‌چرخاند. او پس از سال‌ها رازی شگفت انگیز را در دل اعداد کشف کرد. برخی اعداد دارای نیرویی پنهان هستند؛ اعدادی که اگر هر رقمشان را 180 درجه بچرخانی نه تنها از بین نمی‌روند، بلکه به عددی کاملاً جدید و متفاوت تبدیل می‌شوند.

### قوانین چرخش جادویی ارشمیدس:

- 0، 1 و 8 پس از چرخش تغییری نمی‌کنند.
- 6 و 9 پس از چرخش به یکدیگر تبدیل می‌شوند.
- 2 و 5 پس از چرخش به یکدیگر تبدیل می‌شوند. (نحوه چرخش برای این دو عدد متفاوت است و به شکل تقارن آینه‌ای می‌باشد)
- سایر ارقام پس از چرخش باعث بوجود آمدن عددی نامعتبر می‌شوند.

**برای مثال** اعداد 281 و 56 اعداد جادویی هستند، زیرا پس از چرخاندن ارقام به ترتیب به اعداد 581 و 29 تبدیل می‌شوند؛ ولی اعداد 80 و 764 اعداد جادویی نیستند، زیرا با چرخاندن ارقام 80 عدد جدیدی بدست نمی‌آید و با چرخاندن ارقام 764 عدد معتبری بدست نمی‌آید.

در سرزمین افسانه ای ارشمیدس چرخان، شما بعنوان جانشین او باید راز اعداد جادویی را ادامه دهید و به دلیل اینکه زبان ستارگان و افلاک زبان باینری (دودویی) است، درنهایت اعداد را به شکل **باینری** بیان کنید.

## خواسته مسئله

به شما عدد  $n$  داده می‌شود و باید کوچک‌ترین عدد جادویی بزرگ‌تر از  $n$  را پیدا کنید به‌طوری که با چرخاندن ارقام آن، عددی معتبر بدست آید که متفاوت با عدد قبلی باشد و سپس معادل باینری آن را چاپ کنید.

## ورودی

ورودی تنها شامل یک خط است که در آن عدد طبیعی  $n$  آمده است.

$$1 \leq n \leq 100,000$$

## خروجی

خروجی باید یک عدد باینری باشد که کوچک‌ترین عدد جادویی بزرگ‌تر از  $n$  می‌باشد.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

10

### خروجی نمونه ۱

1100

**توضیح:** کوچک‌ترین عدد جادویی بزرگ‌تر از 10، عدد 12 می‌باشد که باینری آن 1100 است.

### ورودی نمونه ۲

132

### خروجی نمونه ۲

10010110



**توضیح:** کوچکترین عدد جادویی بزرگتر از 132، عدد 150 می باشد که باینری آن 10010110 است.

## جستجوگران تقارن

- محدودیت زمان: ۲ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت
- سطح: سخت
- طراح: سید محمد حسینی

**توجه:** استفاده از آرایه، رشته و هرگونه متد آماده در راه حل این سوال مجاز نیست.

گفته می شود از هفته گذشته محمد ناپدید شده است. تیم تحقیقاتی پلیس به دنبال آن هستند تا هرچه سریع تر محمد را پیدا کنند تا آرامش به خانواده او باز گردد. شواهد نشان می دهند که محمد با استفاده از تلپورت به دنیای دیگری سفر کرده است و در حال حاضر توانایی بازگشت را ندارد. به همین دلیل آنها می خواهند راهی پیدا کنند تا محمد را باز گردانند. آنها متوجه شدند باید رمزی بزنند تا دوباره بشود از تلپورت استفاده کرد. به همین دلیل آنها تصمیم می گیرند هرچه سریع تر رمز را پیدا کنند. توضیحات پیدا کردن رمز به شرح زیر می باشد:

### ورودی

محمد دو عدد در اختیار دارد که با استفاده از همان دو عدد توانسته بود رمز استفاده از تلپورت را پیدا کند. این دو عدد را روی کاغذی یادداشت کرده اما رمز را مکتوب نکرده تا هرکسی نتواند به راحتی از تلپورت استفاده کند.

حال ما دو عدد  $n$  و  $m$  را از نوشته های محمد در اختیار داریم. عدد  $n$  نشان دهنده مجموعه اعداد از عدد 1 تا  $n$  است.

$$1 \leq n \leq 9$$

عدد  $n$  محدوده اعداد استفاده شده در رمز را به ما می گوید. به عنوان مثال اگر  $n$  برابر 5 باشد به این معنی است که اعداد استفاده شده در رمز شامل ارقام 1 تا 5 خواهد بود یا اگر  $n$  برابر 8 باشد به این معنی است ارقام استفاده شده در رمز از 1 تا 8 خواهند بود.

در قدم بعدی ما می‌دانیم که محمد علاقه زیادی به اعداد پالیندروم دارد. اعداد پالیندروم اعدادی هستند که از دو سمت یک مقدار دارند. مانند عدد 121 یا عدد 41414.

عدد بعدی عدد  $m$  خواهد بود که در یادداشت‌های محمد یافت شده‌است. بعد از تحقیقات متعدد متوجه شدیم این عدد نشان‌دهنده  $m$ امین عدد پالیندروم با استفاده از ارقام 1 تا  $n$  است. میدانیم که حداکثر تعداد ارقام برای این اعداد پالیندروم برابر  $n$  می‌باشد.

## خروجی

خروجی شامل یک عدد پالیندروم است که رمز ما می‌باشد. در واقع ما باید  $m$ امین عدد پالیندروم با استفاده از ارقام 1 تا  $n$  را پیدا کنیم (اعداد پالیندروم را می‌بایست از کوچک به بزرگ با استفاده از این ارقام در نظر بگیریم).

## مثال

### ورودی نمونه ۱

3 8

### خروجی نمونه ۱

121

**توضیح:** اعداد پالیندرومی با استفاده از ارقام 1,2,3 و به ترتیب از کوچک به بزرگ عبارتند از:

1, 2, 3, 11, 22, 33, 111, 121, 131, 212, 222, 232, 313, 323, 333

که در اینجا 8امین عدد پالیندروم عدد 121 می‌باشد بنابراین رمز ما عدد 121 است.

### ورودی نمونه ۲

4 11

## خروجی نمونه ۲

131

**توضیح:** اعداد پالیندرومی با استفاده از ارقام 1,2,3,4 عبارتند از:

1, 2, 3, 4, 11, 22, 33, 44, . . . . ., 131

بنابراین 11امین عدد پالیندروم ما 131 است که رمز ما می باشد.

## ورودی نمونه ۳

6 111

## خروجی نمونه ۳

15351

**توجه:** همانطور که می دانید برای هر مقدار ورودی  $n$  می توان تعداد محدودی از اعداد پالیندروم رو تولید کرد. بنابراین اگر  $m$  بزرگتر از این تعداد بود باید عدد 1- برگردانده شود.