



## 12. Übungsblatt zur Vorlesung OPTIMIERUNG B

Abgabe spätestens in der Übung am 03.02.12

### Aufgabe 1:

2 Punkte

Zeige, dass der Wert  $\frac{3}{2}$  für die obere Schranke des Christofides Algorithmus scharf ist.

### Aufgabe 2:

2 Punkte

Zeige, dass der Wert 2 für die Minimum Spanning Tree Heuristik bzgl. der  $\varepsilon$ -Approximierbarkeit scharf ist.

### Aufgabe 3:

3 Punkte

Betrachte den folgenden Approximationsalgorithmus *MATCH* für Vertex Cover:

- Berechne ein inklusions-maximales Matching  $M \subset E$
- Gib  $V(M)$ , die Menge aller Endpunkte der Kanten in  $M$  aus

Zeige, dass *MATCH* ein 2-Approximationsalgorithmus für Vertex Cover ist.

### Aufgabe 4:

3 Punkte

Betrachte das metrische Steinerbaumproblem vom ersten Programmierübungsblatt:

Gegeben ein Graph  $G = (V, E)$  mit Gewichten  $c : E \rightarrow \mathbb{N}$  und eine Knotenmenge  $T \subseteq V$ ,  $c$  erfülle die Dreiecksungleichung.

Gesucht ist ein minimaler Steinerbaum, d.h. ein zusammenhängender Teilgraph  $G' = (V', E')$  von  $G$  mit  $T \subseteq V'$ , der minimale Kosten  $\sum_{e \in E'} c(e)$  besitzt.

Betrachte folgenden Approximationsalgorithmus *STEINER-MST*:

- Berechne die Distanzmatrix  $M$  für alle Paare von Terminals bzgl.  $G$ .
- Berechne einen MST auf  $G'' = (T, T \times T)$  mit  $c' : T \times T \rightarrow \mathbb{N} : \{t_1, t_2\} \mapsto M_{t_1 t_2}$ .
- Bestimme für jede Kante  $\{u, v\}$  in diesem MST einen kürzesten Weg von  $u$  nach  $v$  in  $G$ .
- Gib den Graphen  $G'$  mit allen Kanten und Knoten auf diesen Wegen aus.

Zeige, dass *STEINER-MST* ein 2-Approximationsalgorithmus für das metrische Steinerbaum Problem ist.

### Bonusaufgabe:

1 Punkt

Beweise Theorem 25.2 aus der Vorlesung für Minimierungsprobleme.

**Viel Erfolg!**