

経済数学

数理最適化と均衡分析の立場から

長江 剛志

2022 年 3 月 7 日

目次

1	イントロダクション	1
1.1	ラーメン屋と最適化・均衡状態	1
1.2		2
1.3		2
2	線形計画問題：リア充問題	2
3		3
4		3

第 1 講 イントロダクション

1.1 ラーメン屋と最適化・均衡状態

- 2つのラーメン屋 A 軒と B 亭があるとしよう。A 軒はカウンターだけで狭いが、料金が安くボリュームたっぷりで学生に人気がある。B 亭は広くてテーブル席も多いが、料金の割に丼は小振りでファミリーに人気がある。
- あなたが昼食にラーメンを食べたいと思い、A 軒と B 亭のどちらにしようかと考え、自分にとって望ましい方を選択することは、**最適化** と呼ばれる。
 - － たとえば、A 軒と B 亭とで、i) ラーメンが出てくるまでにかかる待ち時間; ii) 料金; iii) 味や量の好み、という 3つの要素が次のようになっていたとする:

	A 軒	B 亭
待ち時間	30 分	10 分
料金	500 円	700 円
味, 量	こってり, 350g(大盛り)	あっさり, 200g(普通)

- － これを最適化として扱うため、A 軒と B 亭のそれぞれでラーメンを食べることの「幸せの度合い」を数値化することにしよう。数値化された幸せの度合いは、**効用** (utility) と呼ばれる。本来、効用には単位は必要ない*1ののだが、簡単のため、単位を「円」で考えることにする。
- － まず、各ラーメン屋の「味と量」に対する **価値** を考えよう。ここでの価値 V は、「そのラーメンになら V 円までなら支払っても良いと思う（支払い意思額）」あるいは「そのラーメンが V 円以上だったら食べるのを諦める（留保価格）」とする。この値段は、実際のメニュー表に載っている値段とは無関係に、あなたの主観で決まる。ものすごくお腹が空いていたら A 軒のラーメンに 1,000 円の価値を感じるかもしれないし、胃がもたれていたら B 亭のラーメンに 750 円の価値を感じるかもしれない。注意したいのは、あなたが実際にお金を払ってでもラーメ

*1 一般に、経済学では、効用はその大小 (順番) にのみ意味があるという考え方をする (序数的効用)。つまり、A と B の選択肢があったとき「A の効用が B の効用より大きい」ことにだけ意味があるのであって、そのことが表現できるならば、A の効用が 100 で B の効用が 90 であろうと、A の効用が -1000 で B の効用が -1001 だろうと構わない、という立場である。これに対して、ここで示したように、効用の数値そのものに意味があるという考え方は、基数的効用と呼ばれる。

ンを食べたい、というのは、そのラーメンに対する価値が、そのラーメンの費用（後述）よりも高いことを意味することだ。

- 次に、それぞれのラーメン屋の待ち時間も「円」に換算しておこう。1分の価値の考え方には色々あるが、例えば、あなたのバイトの時給が900円だったとしたら、あなたにとっての1分は15円の価値を持つ、と考えることができる。このとき、A軒の待ち時間30分は450円に、B亭の待ち時間10分は150円に相当する。
- ここで求めた「待ち時間（を金銭換算したもの）」にラーメンの「料金」を加えたものが、それぞれのラーメン屋を選ぶことの**費用**となる。時間価値が1分15円なら、それぞれのラーメン屋の費用は、以下のように整理できる：

	A 軒	B 亭
待ち時間	450 円 (30 分)	150 円 (10 分)
料金	500 円	700 円
費用	950 円	850 円

- あなたにとっての各ラーメン屋の効用は、上記の価値と費用で表される。仮に、A軒とB亭の味・量に対するあなたの価値がいずれも1,000円だった場合、各選択肢の効用は以下のように整理できる：

	A 軒	B 亭
味・量に対する価値	1000 円	1000 円
待ち時間・料金に対する費用	950 円	850 円
効用	50 円	150 円

経済学の基本的考えでは「合理的な経済主体は、このように各選択肢の効用を評価した上で、最も効用が高い選択肢を選択する」と仮定する。

1.2

1.3

- 経済学というのは、つまるところ **資源の配分** の学問。
- たとえば、レストラン*2の経営を考えてみよう。そこでは、限られた数の厨房スタッフが、限られた調理器具や設備を使って、限られた食材・調味料から料理を作り、それを限られた数のホールスタッフがお客さんのテーブルに提供することで、対価としての報酬を得ている。さらに、その報酬（これもまた有限の資源である）を、スタッフの給料や、仕入れや、設備の維持更新などに充足している。これらをデタラメやったらすぐに店がつぶれてしまうから、経営者は何とかやりくりしないといけない。
- あなたがバイト先としてレストランを考えているとしよう。
- あなたが今夜の夕食にどのレストランを選ぶかを考えてみよう。あなたは、お財布の中身（限られた予算）と相談しながら、美味しくて、雰囲気良くて、スタッフの器量がよいレストランを選ぶだろう。もちろん、夕食に充てられる時間も限られているから、注文した料理がいつまでも出てこないレストランは選ばない。
- 経営者の経済活動：入力（生産要素）として、労働力（厨房スタッフ、ホールスタッフ）や食材を投入し、生産設備（厨房、調理器具）を使って生産した財（料理）を提供する。
-

第2講 線形計画問題：リア充問題

- 時間制約、予算制約、体力制約の下で、充実度（効用）を最大化するようにバイトとデートの時間の配分を決める。
- 定式化：未知変数、制約条件、目的関数。
- 線形計画問題：目的関数が未知変数に対して線形で、制約条件が未知変数に対する線形不等式。
- 幾何学的なイメージとして理解してみる。
- 幾何学的なイメージのまま、感度分析してみる：バイト給料が下った場合、彼女と喧嘩した場合、試験前でリア充時間が減った場合。

*2 もちろん、居酒屋でも良いのだが、未成年の受講生に配慮して。

- 標準最小化問題. どんな問題でもこの形に直せば, システマティックに分析できるよ.

第 3 講

第 4 講