## 2F4-4

# 部分空間同定法による楽器音合成 Sound Synthesis by Subspace Identification

京都大学 ( 佐藤 健治, 永原 正章, 山本 裕 Kenji Sato, Masaaki Nagahara and Yutaka Yamamoto Kyoto University

Abstract Sound synthesis is used for simulating musical instrument sound by computers. FM and PCM synthesis, for example, are currently adopted. The former is an application of frequency modulation in communication theory and offers no theoretical methodology for parameter identification. The latter is based on digital recording and needs very large memory size. For the reasons mentioned above, this paper presents a new method based on linear system theory. By applying subspace identification, we propose a systematic method for parameter identification. We illustrate by a numerical example that our method is effective with less memory.

### 1 はじめに

本稿では、ギターを対象として部分空間同定法による 楽音モデル構築を行う.

楽器のモデリングは携帯電話の着信音といった小規模なものから、さまざまな音色を生成できるシンセサイザーにいたるまで広く利用されている。従来手法には、周波数変調 (Frequency Modulation) を用いた FM 方式や、録音再生による PCM 方式 (Pulse Code Modulation) などがある。しかし FM 方式ではモデルパラメータ推定の系統的な方法がなく、勘と経験に頼ったモデリングが行われている。他方、PCM 方式ではすべての波形を記録するため膨大なメモリが必要になる。

本稿では、楽音生成モデルとして線形システムモデルを採用する. これは、部分空間同定法 [1,3] による系統的なパラメータ推定、平衡実現 [2] を使ったモデル低次元化によって、上記の問題を解決しうるためである.

#### 2 従来手法

提案手法に先立ち、従来手法について一部簡単に説明 する. これらの解説は文献 [6] が詳しい.

FM 方式 これは、メモリーに記憶されている正弦波の読み出し方をさまざまに変化させることによって複雑な倍音構成を作り出す方式である. FM 方式の基礎式は次のようなものである [6]:

$$y(t) = A\sin(\omega_c t + I\sin\omega_m t). \tag{1}$$

A は振幅,  $\omega_c$  は搬送周波数, I は変調指数,  $\omega_m$  は変調周波数とよばれる. この方式は, 金属音や打楽器に含まれる非整数倍音を作るのに向いているが, パラメータの設定からその結果出てくる倍音を予想するのは難しい.

逆に、楽器音のスペクトルを解析したとしても式 (1) をフーリエ正弦展開した際の展開係数がベッセル関数 [4] となるため [6]、パラメータ推定が非常に困難である.

PCM 方式 PCM 方式とは、アナログ信号をデジタル信号に変換して記録し、再生する方式である。現行のシンセサイザーのほとんどが PCM 音源を搭載している。これは厳密に言えば音作りの方式ではなく録音再生の技術であるが、実在する音の再現という分野では、PCM 音源は他の方式に比べて圧倒的に有利である。しかし、すべての波形を記録するため大きなメモリを必要とするという欠点もある。例えば、CD と同じサンプリング周期の 44.1kHz でサンプリングした場合、0.01 秒(A2=110Hz、およそ1周期分の長さ)に対して 441点の情報を記録する。実際のシンセサイザーでは、圧縮技術などを用いることによりデータを削減しているが、それでもなお、膨大な量のメモリが必要になる[5]。

#### 3 提案手法

本稿では、線形システム理論に基づく手法を提案する.これは、この分野で既に確立されているシステム同定理論 [1,3]を利用し、系統的にモデルパラメータを決定できるためである。また、平衡実現 [2] によるモデル低次元化により、PCM方式と比較して格段に少ないメモリ使用量のモデルがえられることも分かる.

**提案モデル** 本稿で提案するモデルは、線形時不変システムの状態空間表現である:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t),$$
  

$$y(t) = Cx(t) + Du(t).$$
(2)

ただし、状態 x の次元は未知、入出力の次元は 1 で、A, B, C, D の次元は適切に定められているとする.

同定方法 システム同定手法は種々提案されている [1] が、今回は特に部分空間同定法を用いる。部分空間同定法は、システムの状態空間表現を与えられた入出力関係から直接導くもので、平衡表現による低次元化が効率よく行える。以下、本実験の詳しい同定方法について述べる。

録音により得られたデータは出力のみの信号であるが、 出力をインパルス応答と仮定し、システム(2)の同定問題として扱えることを説明する。自律系の状態空間表現

$$x(t+1) = Ax(t), \quad y(t) = Cx(t),$$
 (3)

および初期状態 x(0) に対し、応答  $y_{\text{aut}}$  が

$$y_{\text{aut}} = (Cx(0), CAx(0), CA^2x(0), CA^3x(0), \dots)$$
 (4)

として一意に定まる. 従って,録音により得られる音声 データは式 (3) が表すシステムの未知の初期状態 x(0) に対する初期値応答である. 一方,式 (2) のインパルス 応答 H は,

$$H = (D, CB, CAB, CA^2B, \dots)$$
 (5)

であるので、式 (4) と比較することにより、B=x(0) とすれば、 $y_{\rm aut}=\sigma H(\sigma$ はシフト作用素)、が成り立つことが分かる。そこで、適当に D を補ってやることで、自律系の同定問題を、システム (2) のインパルス応答からの実現問題に帰着できる.

#### 4 実験結果

ギターのモデリングにシステム同定アルゴリズムを適用するため、マイクを通して計算機上にギター音を録音した。簡単のためギターから A/D 変換器までをあわせたシステムを考える。同定対象となるシステムには、音を伝播する空気などが暗に含まれている。

録音 (サンプリング周波数 960kHz) で得られたデータの先頭の 6,000 サンプル (時間にして 6.25 秒) に対して,インパルス応答から実現を求めるアルゴリズム [3, Algorithm 7.8] を適用した。これにより、15 次のシステムモデルを得た。このモデルではシステムの極と零点をあわせた 30 点をメモリ上に記録すればギターの音色が再現できる。データ圧縮を用いない単純なサンプリングでは 960Hz の場合、6,000 個のデータが必要になるため、提案手法ではメモリ使用量が格段に低減できていることが分かる。次に、このシステムのインパルス応答の

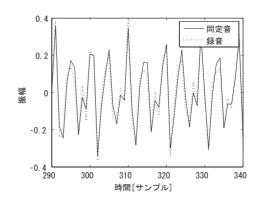


図 1: 実験結果

一部をプロットしたものが図 1 である。このインパルス 応答がギター音をシミュレートしたものになっている。同定された 6,000 サンプルのデータと録音データとの二乗平均誤差を取るとおよそ  $5.98\times 10^{-4}$  という結果が得られた。

## 5 おわりに

今回実施した実験は、特定の高さの音を発生させるモデルを決定するものである。同一のモデルから別の音程を生成するための方法を考えることは実用上重要な課題である。また、ギターのような減衰音ではなく、管楽器のような持続音などの楽器に対しても提案手法の適用を試みる。

## 参考文献

- [1] 片山徹: システム同定 —部分空間法からのアプローチ—, 朝倉書店, 2004.
- [2] 前田肇: 線形システム, 朝倉書店, 2001.
- [3] Ivan Markovsky: Exact and Approximate Modeling in the Behavioral Setting, PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2005.
- [4] 森口繁一, 宇田川 久, 一松信: 岩波 数学公式 III, 岩波書店, 1960.
- [5] 長嶋 洋一他(編): コンピュータと音楽の世界 基礎からフロンティアまで, 共立出版, 1998.
- [6] Curtis Roads: The Computer Music Tutorial, MIT Press, 1992.