

加法定理の覚え方

加法定理の覚え方について、ざっと調べた結果をまとめてみる。ハマるのがあれば是非使ってみてほしい。

まず有名だが、

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\&\quad (\text{咲いたコスモス コスモス咲いた}) \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\&\quad (\text{コスモスコスモス 咲かない咲かない})\end{aligned}$$

という語呂合わせはリズム感もよく広く使われているものである。咲いたという肯定的なイメージが $+$ と連動しており、咲かないという否定的なイメージが $-$ が連動していると考えると良い¹。 $\sin(\alpha - \beta), \cos(\alpha - \beta)$ の語呂合わせも覚えようとするとごちゃごちゃになるため、個人的には $\sin(\alpha + \beta), \cos(\alpha + \beta)$ の語呂合わせのみ覚え、 $\sin(\alpha - \beta), \cos(\alpha - \beta)$ については $\cos(-\theta) = \cos \theta, \sin(-\theta) = -\sin \theta$ という関係式を用いて $\sin(\alpha + \beta), \cos(\alpha + \beta)$ の加法定理から導出できるようになると良いと考える。

\tan の加法定理にも語呂合わせがあるようである。

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ (\text{いちまいたんたん たんぶらたん})$$

だそうだ。これもリズム感がよいため覚えやすそうだ。数学科の教員である私としては、相互関係 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ を用いて、

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}$$

としたのち、分母分子を $\cos \alpha \cos \beta$ で割って再び相互関係 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ を用いて

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

と変形できるようになった方が、相互関係や加法定理、分数 \div 分数の扱いを一度に確認できるからオススメである。

海外の学生がどうやって覚えるのか気になって調べてみたらなかなか面白いものが出てきた。参考にしたのは Reddit という巨大掲示板のようなサイト、Math Stack Exchange とい

¹ 「咲かない」という否定的なイメージとマイナスを結びつけて考えるという方法は吉川先生に教えていただきました。

う数学の研究者も数学に関する質問をするのに使うサイトである。要約したものを紹介しよう。

- 正弦の加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

において、 \sin は Social(社交的) だから \cos と混ざるし、性格が Sincere(誠実) だから 符号を Same(同じ) にする。

- 余弦の加法定理

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

において、 \cos は性格が Contrary(ひねくれ) だから \cos 同士で Collect(集まる) し²、 符号を Change(変える) する。

なかなか面白い覚え方だと思う。符号をそのままにする、変えるということがそれぞれ + にするか – にするかに対応する。英単語の頭文字と対応させて \sin, \cos を擬人化して考えてみるのも一つの手だろう。

² ひねくれた選民思想と思うと良いかも？