

Prop 1

- ① C changes σ to σ' か?
- ② C changes σ to σ'' ならば
 $\sigma' = \sigma''$

Proof

①の導出に關する帰納法で証明する.

①を導出した最後の規則を場合分けする.

• E-Seq だった場合

①は、次のように導出されたはずである.

C_0 changes σ to σ^0

C_1 changes σ^0 to σ'

C changes σ to σ'

ただし、 $C \equiv C_0 : C_1$

③ C_0 changes σ to σ_1 , ④ C_1 changes σ_1 to σ'
を満たす σ_1 が存在する.

$C \equiv C_0 : C_1$ であることから、②も E-Seq を使って導出されたはずである.

よって、②は次のように導出されたはずである.

C_0 changes σ to σ^{00}

C_1 changes σ^{00} to σ''

C changes σ to σ''

③' C_0 changes σ to σ_2 , ④' C_1 changes σ_2 to σ''
を満たす σ_2 が存在する.

③と③'と帰納法の仮定より、 $\sigma_1 = \sigma_2$

$\sigma_1 = \sigma_2$ と④と④'と帰納法の仮定より、 $\sigma' = \sigma''$

• E-If True だった場合

① は、次のように導出されたはずである。

$\sigma \vdash b \Downarrow \text{True}$

C_0 changes σ to σ' -- (3)

C changes σ to σ'

ただし $C \equiv \text{if } b \text{ then } C_0 \text{ else } C_1$

$\sigma \vdash b \Downarrow \text{True}$

C は $\text{if } b \text{ then } C_0 \text{ else } C_1$ という形をしているので、

② を導出した最後の規則は、E-If True か E-If False のいずれか。
ゴール式の評価標準の一貫性から、 $\sigma \vdash b \Downarrow \text{False}$ は
ありえないため、E-If True で導出されたはずである。

よって、② は、

$\sigma \vdash b \Downarrow \text{True}$

C_0 changes σ to σ' -- (3)'

C changes σ to σ''

③ と ③' と帰納法の仮定より $\sigma' = \sigma''$

• E-If False の場合は省略。

・ E-While False の場合.

① は次のように導出されたはずである.

$\sigma \vdash b \Downarrow \text{False}$

C changes σ to σ'

ただし, $C \equiv \text{while } b \text{ do } C'$
 $\sigma \vdash b \Downarrow \text{False}$
 $\sigma = \sigma'$

$C \equiv \text{while } b \text{ do } C'$ なので, ② を導出した最後の規則は,
E-While True もしくは E-While False のいずれかである.

ゴール式の評価標準の一意性から, $\sigma \vdash b \Downarrow \text{True}$ は
ありえないため E-While False で導出されたはずである

よ, ② は

$\sigma \vdash b \Downarrow \text{False}$

C changes σ to σ''

ただし, $C \equiv \text{while } b \text{ do } C'$
 $\sigma \vdash b \Downarrow \text{False}$
 $\sigma = \sigma''$

$\sigma = \sigma', \sigma = \sigma''$ より, $\sigma' = \sigma''$
□