

$$\text{fact} = \left\{ \begin{array}{l} n := n_0 : s := 1 : \\ \text{while } n > 0 \text{ do } s := s \times n : n := n - 1 \end{array} \right\}$$

$$A = \{ n \geq 0 \wedge s = n_0 C_n \}$$

$$\{ A [n-1/n] [s \times n / s] \} \xrightarrow{s := s \times n, n := n-1} \{ A \}$$

$$\{ A \wedge n > 0 \} \xrightarrow{s := s \times n, n := n-1} \{ A \}$$

$$\{ A \} \text{ while } n > 0 \text{ do } \xrightarrow{s := s \times n, n := n-1} \{ A \wedge n_0 \leq 0 \}$$

$$\{ s = 1 \} \text{ while } n > 0 \text{ do } \xrightarrow{s := s \times n, n := n-1} \{ s = n_0! \}$$

$$\{ s = n_0! \wedge n = n_0 \} \xrightarrow{s := 1 : \text{while } n > 0 \text{ do } \xrightarrow{s := s \times n, n := n-1}} \{ s = n_0! \}$$

$$\{ n_0 \geq 0 \} \text{ fact } \{ s = n_0! \}$$

$\models A \wedge n > 0 \Rightarrow A [n-1/n] [s \times n / s]$ が成立していることを示す。
 $A \wedge n > 0$ を仮定する。

$$A [n-1/n] [s \times n / s] = \{ n-1 \geq 0 \wedge s \times n = n_0 C_{n-1} \}$$

$n > 0$ より、 $n \geq 1$ 、つまり $n-1 \geq 0$

$$s \times n = n_0 C_{n-1}$$

$$s = \frac{n_0!}{(n-1)!} \times \frac{1}{n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n_0!}{n!}$$

$$\Leftrightarrow n_0 C_n$$

$$\Leftrightarrow A$$

ループ不変条件がいちばん正しいことを示すことができた。