

TRAVAUX PRATIQUES DE PROGRAMMATION SOUS UNIX

5^{ème} Séance – Durée 01H15

Exercice 1: Calcul de PI par un algorithme parallèle

On remarque que l'intégrale suivante vaut PI:

$$\begin{aligned}\int_0^1 f(x)dx &= 4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx && \text{avec } f(x) = \frac{4}{1+x^2} \\ &= 4 ([\arctan(x)]_0^1) \\ &= 4 (\arctan(1) - \arctan(0)) \\ &= 4\left(\frac{\pi}{4} - 0\right) = \pi\end{aligned}$$

Nous allons exprimer cette intégrale grâce à un découpage en trapèzes.
En effet, on a dans le cas général:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (f(x_i) + f(x_{i+1})) \frac{h}{2}$$
$$h = \frac{b-a}{n} \quad \text{et} \quad x_i = (i-1)h + a$$

L'approximation (nécessaire vu qu'on ne peut pas calculer numériquement une somme infinie sur une machine) consistera à utiliser un **n** fini, et non plus le faire tendre vers l'infini. Plus **n** sera grand, plus l'approximation sera bonne:

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &\approx \sum_{i=1}^n (f(x_i) + f(x_{i+1})) \frac{h}{2} \\ \int_a^b f(x)dx &\approx h \sum_{i=1}^n f\left[\left(i - \frac{1}{2}\right)h\right]\end{aligned}$$

$$\text{Avec } h = \frac{1}{n}$$

Travail demandé:

1. Utilisez la formule précédente pour écrire un algorithme séquentiel qui permet de calculer la valeur de PI.
2. Calculez l'erreur de l'approximation précédente en comparant le résultat précédent avec celui de $4 \cdot \arctan(1)$ pour $n=10,000$; $n=100,000$; $n=1,000,000$; $n=10,000,000$; $n=100,000,000$.
3. Utilisez la formule précédente pour écrire un algorithme parallèle qui permet de calculer la valeur de PI. La méthode est la suivante:
 - Le nombre de trapèzes (n) et le nombre de processus (m) sont des arguments de la ligne de commande.
 - Un processus parent commence par créer une file de messages puis il crée **m** processus.
 - Chaque processus fils doit calculer la surface de n/m trapèzes (en utilisant la même boucle que l'algorithme séquentiel mais avec une incrémentation de m et pas de 1).
 - Chaque processus multiplie son résultat par h puis il envoie sa réponse au processus parent en utilisant la file de messages.
 - Le parent exécute une boucle pour recevoir et additionne tous les résultats partiels.
 - Lorsqu'il reçoit toutes les réponses, le processus parent affiche le résultat et le compare avec celui de $4 \cdot \arctan(1)$ pour $n=10,000$; $n=100,000$; $n=1,000,000$; $n=10,000,000$; $n=100,000,000$.
4. Discutez la différence entre la méthode séquentielle et la méthode répartie.