

MATEMATIKA

Bendrasis kursas

I DALIS (10 taškų)

Kiekvienas šios dalies uždavinio (1-10) teisingas atsakymas vertinamas 1 tašku.

1. Duotos dvi skaičių aibės: $A = [-1; 3)$, $B = \mathbf{Z}$. Raskite aibės $C = A \cap B$ narių sumą.

2. Jei $\frac{a}{a-3b} = 4$, tai kam lygu $\frac{a}{b}$?

3. Duota funkcija $f(x) = (x - 6)(x + 6) + (3x + 1)^2$. Raskite $f'(0)$.

4. Skaičių $\sqrt[4]{3125}$ parašykite išraiška $a\sqrt[4]{a}$. $a \in \mathbf{N}$.

5. Aritmetinės progresijos pirmasis narys $a_1 = -5$, o skirtumas $d = 3$. Apskaičiuokite a_{2025} .

6. Duota imtis: 1; 3; a; b; 10; 12 (čia imties duomenys užrašyti didėjančiai). Yra žinoma, kad šios imties mediana lygi 5. Apskaičiuokite šios imties duomenų vidurkį.

7. Išspręskite nelygybę $\frac{4}{x+2} > 2$. Atsakymą pateikite intervalu.

8. Televizoriaus kaina buvo sumažinta du kartus: pirmą kartą -20%, antrą kartą - 15%. Kiek iš viso procentų sumažėjo televizoriaus kaina?

9. Ant šakos eilute sutūpė 2 balti ir 4 pilki balandžiai. Kiek skirtingų variantų jiems sutūpti taip, kad balti balandžiai būtų greta?

10. Apskaičiuokite mažesnių už 100 natūraliųjų lyginių skaičių sumą.

II DALIS (50 taškų)

Išspręskite 11-18 uždavinius

11. Išspręskite lygtis:

11.1. $\frac{2x^2+6x}{x^2+9} = 0$; (2 taškai)

11.2. $\lg(x) + \lg(2 + 3x) = 0$; (4 taškai)

11.3. $\cos(x + 2025 \cdot 180^\circ) = 1$. (2 taškai)

12. Informacinių technologijų bendrovės „Apple“ pelną $P(t)$ Eur per t min galima išreikšti formule $P(t) = 6^{t+1} + 35 \cdot 6^{t-1}$.

12.1. Apskaičiuokite „Apple“ uždirbtą pelną per 7 minutes. (1 taškas)

12.2. Apskaičiuokite per kiek valandų „Apple“ uždirbs 2556 Eur. (3 taškai)

13. Antano Škėmos romane „Balta drobulė“ yra 192 puslapiai. Kiek iš viso skaitmenų buvo panaudota numeruojant šiuos puslapius? (4 taškai)

14. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes, kai $a = 2^{2025}$, $b = 2^{2024}$, $c = 2^{2020}$ ir $d = 2^{2019}$:

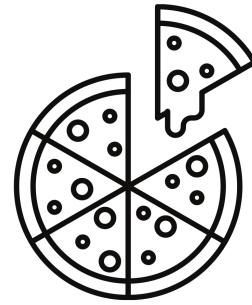
14.1. $c\sqrt{b}$; (1 taškas)

14.2. $|c - a| : |d - b|$; (3 taškai)

14.3. $3\log_4(a) - \log_4(c) + (\sqrt[2024]{b})^{-1}$. (4 taškai)

14.4 Nustatykite, kurio iš šių skaitinių reiškinių reikšmė yra didesnė: $2^{\frac{1}{a}}$ ar $2\sqrt{\log_4 2}$. Pagrįskite atsakymą, nesinaudodami skaičiuotuvu. (3 taškai)

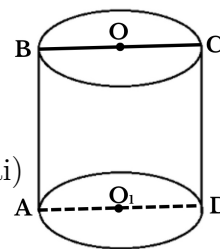
15. Picerijos savininkas sumanė iškepti didžiausią pasaulyje picą. Pica padalijama į vienodo dydžio gabalėlius, kurių spindulio ilgis lygus x cm. Norint jog pica patogiai tilptų į užsakytą dėžę vieno gabalėlio perimetras turi būti lygus 200 cm.



15.1 Įrodykite, kad vieno picos gabalėlio plotas gali būti apskaičiuojamas pagal formulę: $S(x) = x(100 - x)$, $x \in (0; 100)$. (4 taškai)

15.2 Apskaičiuokite didžiausią vieno picos gabalėlio plotą. (4 taškai)

16. Ritinio šoninio paviršiaus plotas lygus $100\pi \text{ cm}^2$,
o pagrindo skermens ilgis lygus 10 cm.

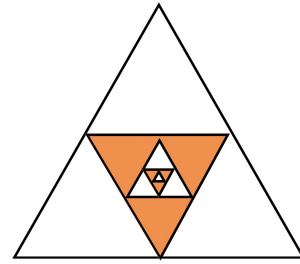


16.1. Apskaičiuokite ritinio ašinio pjūvio plotą. (4 taškai)

16.2 Apskaičiuokite kampo tarp ašinio pjūvio įstrižainės ir pagrindo plokštumos didumą. (2 taškai)

16.3. Apskaičiuokite ritinio tūrį. (2 taškai)

17. Į lygiakraštį trikampį, kurio kraštinė lygi 4 cm, sujungiant kraštinių vidurio taškus, įbrėžtas kitas trikampis. Į gautąjį trikampį tuo pačiu būdu vienas po kito įbrėžti dar 3 trikampiai. (žr. pav.) Raskite visų trikampių plotų sumą. (3 taškai)



18. Valentino dienos proga Ignas nusprendė savo draugę pakviesti į restoraną. Restorane yra 9 staliukai, iš kurių 4 priklauso VIP klasei. Vienas iš šių VIP staliukų yra ypatingas – jis įsikūręs prie lango. Kadangi prieš Valentino dieną restoranas sulaukia daugybės rezervacijų, laisvų vietų gauti nėra lengva. Tikimybė gauti paprastą staliuką sudaro du trečdalius visos tikimybės gauti bet kurį staliuką, o tikimybė negauti jokio staliuko lygi 0,6. Kokia tikimybė, kad Ignui pavyks gauti VIP klasės staliuką prie lango? (4 taškai)