

MATEMATIKA

VBE 1 dalis (išplėstinis kursas)

Išspręskite 1-29 uždavinius (40 taškų).

1. Seka $\{x_n\}$ apibrėžta rekurentiniu sąryšiu: $x_1 = 3$, $x_{n+1} = \sqrt{2x_n + 3}$. Raskite šios sekos trečiąjį narį x_3 . (1 taškas)

Atsakymas: $x_3 =$

2. Duota apskritimo lygtis $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$. Kuris iš pateiktų taškų yra šio apskritimo centras? (1 taškas)

A (2; 3) B (0; 16) C (-2; 3) D (2; -3)

3. Duota rodiklinė funkcija $y = f(x) = 6^x$. Kuris taškas priklauso funkcijos grafikui? (1 taškas)

A $(1; \frac{1}{6})$ B (36; 2) C (0; 1) D $(-2; -\frac{1}{36})$

4. Su kuria m reikšme vektoriai $\vec{a} = (m, 1)$ ir $\vec{b} = (9, m)$ yra priešpriešiniai? (1 taškas)

Atsakymas: $m =$

5. Su kuriomis a reikšmėmis reiškiniai $\sqrt{1 - 4a}$ ir $1 - a$ yra lygūs? (1 taškas)

Atsakymas:

6. Apskaičiuokite $\sin(\arctg(\frac{1}{\sqrt{3}}) + 2 \arccos(-\frac{1}{\sqrt{2}}))$. (1 taškas)

Atsakymas:

7. Funkcijos $y = f(x)$ reikšmių sritis $E(f) = [-4; +\infty)$. Kuri reikšmių sritis yra funkcijos $y = |f(2x)|$? (1 taškas)

A $E(f) = [8; +\infty)$ B $E(f) = [0; +\infty)$
 C $E(f) = (-\infty; 0]$ D $E(f) = (-\infty; 4]$

8. Duotos dvi skaičių aibės: $A = (-2; 8]$ ir $B = \mathbb{N}$. Kiek elementų sudaro $C = B \cap A$. (1 taškas)

Atsakymas:

9. Su kuria k reikšme funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x+2}, & \text{kai } x < -4; \\ -4x + 2, & \text{kai } x \geq -4. \end{cases}$ yra tolydi? (1 taškas)

Atsakymas: $k =$

10. Su kuria neigiama a reikšme lygtis $(a + 2)x^2 - ax - a = 0$ turi kartotinius sprendinius? (1 taškas)

Atsakymas: $a =$

11. Su kuriomis teigiamomis m ir n reikšmėmis lygčių sistema

$$\begin{cases} mx + 4y = m^2 - 1 \\ (8n - 1)x + (m + 2)y = 2m + 4 \end{cases} \quad \text{turi be galo daug sprendinių? (2 taškai)}$$

Atsakymas: $m =$ $n =$

12. Funkciją $f(x) = \frac{10x+5}{x+2}$ pertvarę į pavidalą $f(x) = \frac{m}{x+2} + k$, nustatykite m ir k reikšmes. $k, m \in \mathbb{Z}$. (2 taškai)

Atsakymas: $m =$ $k =$

13. Funkcija $y = f(x)$ yra nelyginė. Apskaičiuokite reiškinio $4f(-2) + 7f(3)$ reikšmę, jei $f(-3) = 2$ ir $f(2) = -3$. (1 taškas)

Atsakymas:

14. Duota periodinė funkcija $f(x) = a|\cos(bx)| + 3$. Žinoma, kad šios funkcijos periodas $T = \frac{\pi}{3}$, o didžiausia reikšmė lygi 5. Raskite koeficientų a ir b reikšmes. $a, b \in \mathbb{Z}$. (2 taškai)

Atsakymas: $a =$ $b =$

15. Išspręskite lygtį $\ln(x) + \ln(2x + 1) = 0$. (1 taškas)

Atsakymas:

16. Su kuriomis a reikšmėmis nelygybė $(\frac{1}{\sqrt{2}})^x < 3a - 2$ neturi sprendinių? (1 taškas)

A $a \in [\frac{2}{3}; +\infty)$ **B** $a \in (-\infty; \frac{2}{3}]$ **C** $a \in (\frac{2}{3}; +\infty)$ **D** $a \in (-\infty; \frac{2}{3})$

17. Duota funkcija $f(x) = \begin{cases} 4x + 2, \text{ kai } x \leq \frac{1}{2}; \\ \lg(2x) + 4, \text{ kai } \frac{1}{2} < x \leq 6; \\ 5, \text{ kai } x > 6. \end{cases}$

Apskaičiuokite reiškinio $f(-4) + \frac{1}{2}f(5) + f(8, 2)$ reikšmę. (1 taškas)

Atsakymas:

18. Kiek natūraliųjų skaičių porų tenkina lygtį $x^2 - y^2 = 45$? (1 taškas)

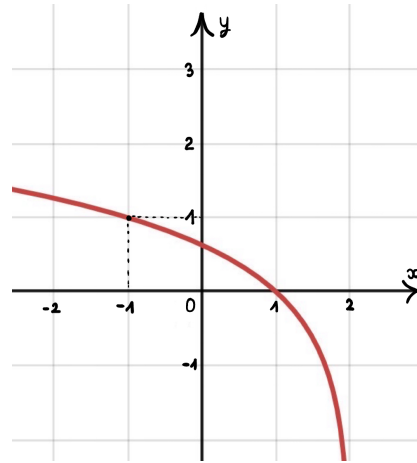
A Viena pora;

B dvi poros;

C trys poros;

D nei viena pora.

19. Brėžinyje pavaizduotas funkcijos $f(x) = \log_a(b - x)$ grafikas. Remdamiesi brėžinio duomenimis nustatykite a ir b skaitines reikšmes. (2 taškai)



Atsakymas: $a =$ $b =$

20. Nustatykite funkcijos $f(x) = \arcsin(2 - 3x^2)$ apibrėžimo sritį. (1 taškas)

A $D(f) = [-1; -\frac{\sqrt{3}}{3}] \cup (\frac{\sqrt{3}}{3}; 1]$

B $D(f) = [-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{1}{\sqrt{3}}]$

C $D(f) = [-1; -\frac{1}{\sqrt{3}}] \cup [\frac{\sqrt{3}}{3}; 1]$

D $D(f) = (-1; -\frac{\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{\sqrt{3}}{3}; 1)$

21. Suprastinkite reiškinius:

21.1. $\frac{a-b}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}} - \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} =$ (1 taškas)

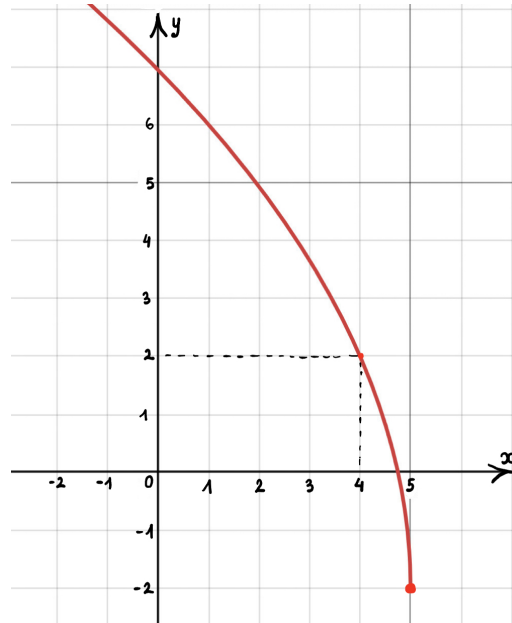
21.2. $-\log_y(x^6) \cdot \log_x(\sqrt[3]{y^2}) =$ (1 taškas)

21.3. $(\frac{a^4+a^3b+ab^3+b^4}{a^2-b^2} \cdot \frac{a-b}{a^3-b^3})^{-1} \cdot \frac{(a+b)^2-ab}{a^2+b^2+ab} =$ (1 taškas)

21.4. $\frac{\sin(\pi+\alpha) \cdot \cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)}{\operatorname{tg}(2\pi-\alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)} =$ (1 taškas)

22. Brėžinyje pavaizduotas funkcijos $f(x) = a\sqrt{b-x} + c$ grafikas. Apskaičiuokite koeficientų a , b ir c skaitinių reikšmių sumą.

(1 taškas)



Atsakymas:

23. Raskite funkcijai $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{x}}$ atvirkštinę funkciją, kai $x \neq 0$. (1 taškas)

Atsakymas:

24. Geometrinės progresijos pirmųjų n narių suma apskaičiuojama pagal formulę $S_n = 3 \cdot 2^{n+1} - 6$.

24.1. Raskite šios geometrinės progresijos pirmąjį narį. (1 taškas)

A $b_1 = 2$

B $b_1 = 3$

C $b_1 = 6$

D $b_1 = 4$

24.2. Raskite šios geometrinės progresijos nuo 5 iki 10 narių sumą. (1 taškas)

Atsakymas:

25. Lygiagretainio $ABCD$ kraštinėje

AB pažymėtas taškas E , taip, kad

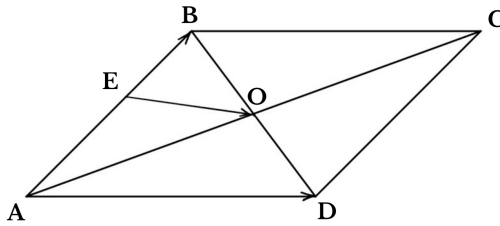
$AE : EB = 3 : 2$. Taškas O

lygiagretainio įstrižainių sankirtos

taškas. Jei $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, o $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, tai

vektorius $\overrightarrow{EO} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b}$. Raskite

skaitines m ir n reikšmes. (2 taškai)



Atsakymas: $m =$ $n =$

26. Funkcija $y = f(x)$ su visais realiaisiais x tenkina lygybę $f(5x) = 3f(x) + 2x$.

Jei $f(15) = 13$, apskaičiuokite $f(3)$ reikšmę. (1 taškas)

Atsakymas: $f(3) =$

27. Išspręskite nelygybes:

27.1. $|\log_{\frac{1}{7}}(2x + 3)| \geq -6$; (1 taškas)

Atsakymas:

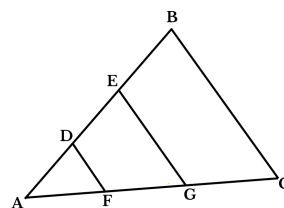
27.2. $(\frac{1}{2})^{1000+100+10+1+0,1+\dots} \geq (\sqrt{2})^x$. (1 taškas)

Atsakymas:

28. Duotos funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$ ir $g(x) = \cos^2 x - 1$. Raskite funkcijos $h(x) = f(g(x))$ apibrėžimo sritį. (1 taškas)

Atsakymas: $D(f) =$

29. Trikampio ABC kraštinėje AB pažymėti taškai D ir E , taip, kad atkarpos AD , DE ir EB sudarytų aritmetinę progresiją. Per taškus D ir E nubrėžtos tiesės, lygiagrečios kraštinei BC , atitinkamai kertančios kraštinę AC taškuose F ir G . Atkarpų AF , FG ir GC ilgiai sudaro geometrinę progresiją, raskite šios geometrinės progresijos vardiklį. (2 taškai)



Atsakymas: $q =$