

## 9. Lineáris egyenletrendszerek

**9.1.** 960 Ft-unk van, 20 és 50 Ft-os érmékben. Melyikből mennyi van, ha összesen 30 érménk van?

**9.2.** Kétféle szendvicset készítünk, a nagyobb szendvicseken 6 szelet szalámi és 3 szelet sajt, a kisebbeken 3 szelet szalámi és 1 szelet sajt van. Melyikből mennyi készült, ha összesen 144 szelet szalámit és 63 szelet sajtot használtunk fel?

**9.3.** Anélkül, hogy megoldanánk az  $Ax = b$  lineáris egyenletrendszert, állapítsuk meg, hogy hány megoldása van.

(a)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(c)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(d)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(e)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(e)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**9.4.** Az  $Ax = b$  lineáris egyenletrendszer kibővített mátrixát Gauss-eliminációval a lenti alakra hoztuk, ahol  $*$  a nemnulla elemeket jelöli. Mennyi az  $A$  mátrix rangja? Mennyi a kibővített mátrix rangja? Az  $A$  mátrix oszlopvektorai lineárisan függetlenek? Benne van a  $b$  vektor az  $A$  oszlopvektorai által felfeszített térben? Hány megoldása van az egyenletrendszernek?

(a)	(d)	(g)	(i)
$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{ccc c} * & 0 & 0 & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & 0 \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$
(b)	(e)	(h)	
$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & 0 \\ 0 & 0 & * & * \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * \end{array} \right)$		
(c)	(f)	(j)	
$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & 0 \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{ccc c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{cccc c} * & * & * & * & * \\ 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * \end{array} \right)$

**9.5.** Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

(a)	(h)
$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 6 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= 5 \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 &= 3 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -2x_1 - x_2 + 4x_3 &= 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \\ -4x_1 - 10x_2 - 5x_3 &= -12 \end{aligned}$
(b)	(i)
$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 &= 5 \\ 2x_1 + 8x_2 &= 10 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 &= -2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -2x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 6x_1 - 3x_2 - 4x_3 &= -8 \\ -4x_1 + x_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$
(c)	(j)
$\begin{aligned} 4x_1 - 6x_2 - x_3 &= 17 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 &= 10 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 &= -2 \\ -4x_1 + 6x_2 - x_3 &= 5 \end{aligned}$
(d)	(k)
$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - x_3 &= 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= -1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} x_1 - 2x_3 &= 0 \end{aligned}$
(e)	(l)
$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 0 \\ -6x_1 + x_2 - 7x_3 &= 0 \\ 4x_1 - 4x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -4x_1 - 4x_2 + 2x_3 &= -2 \\ -2x_1 - 7x_2 + 3x_3 &= 6 \\ 2x_1 + 12x_2 - 5x_3 &= -13 \end{aligned}$
(f)	(m)
$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_4 &= 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 &= 4 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= -5 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 5x_4 &= 8 \end{aligned}$
(g)	
$\begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ x + 2y + 2z &= 5 \\ 3x + 5y + 6z &= 14 \\ 2x + 4y + 5z &= 11 \\ x + 2y + 3z &= 6 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 3 \\ 2x_1 - 4x_2 + 9x_3 &= 3 \\ -x_1 + 7x_2 + 7x_3 &= 20 \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 &= -11 \end{aligned}$