Kalkulus

INBPM0207G | **Első zárthelyi dolgozat** | **2023. január 27.**

Név, Neptun-kód: ....

Gselmann Eszter	
Kiss Tibor	
Nagy Gergő	
Tóth Mariann	
Tóth Norbert	
Tóth Péter	

Kérem, hogy tegyen X-et a gyakorlatvezetője neve mellé.

Igaz-hamis kérdések

1. Van legalább egy szigorúan monoton csökkenő valós számsorozat.
2. Van olyan valós számsorozat, amelynek minden részsorozata monoton csökkenő.
3. Van legalább egy konvergens valós számsorozat.
4. Van legalább nyolcvannégy divergens valós számsorozat.
5. Ha az $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ és $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sorozatok nullsorozatok, akkor az $(x_ny_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sorozat is az.
6. Ha az $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ és $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sorozatok nullsorozatok, akkor az $\left(\frac{x_n}{y_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ sorozat is az.
7. Vannak olyan divergens $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ és $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sorozatok, hogy az $(x_n+y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sorozat konvergens.
8. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$.
9. $\lim_{n\to\infty}(8n^3+7n^2-3n+2)=-\infty$.
10. Van olyan $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény, melynek pontosan harminchárom szakadási helye van.
11. $\lim_{x\to-\infty} 2x^3+8x^2-3=+\infty$.
12. Ha az $f\colon\,]a,b[\to\mathbb{R}$ függvény folytonos az $x_0\in]a,b[$ pontban, akkor az f függvény differenciálható is ebben a pontban.
13. Az exponenciális függvényre $\exp(1)=0$ teljesül.
14. Ha $f(x)=\sqrt{1-x}$, akkor $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}$.
15. Ha $f(x)=\sin(x)$ $(x\in\mathbb{R})$, akkor $f'(x)=-\cos(x)$ $(x\in\mathbb{R})$.

Kérdés	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Válasz															

Helyes válasz 1 pont, helytelen válasz -1 pont, üresen hagyott mező 0 pont. Ez a pontozási módszer bünteti a tippelést. Kérem, hogy a saját érdekében ne tippeljen.

Kalkulus

INBPM0207G **Első zárthelyi dolgozat** **2023. január 27.**

Feladatok

1. Számítsa ki az alábbi sorozatok határértékét.

(a)
$$x_n = \frac{n^3 + 25n^2 + 3n + 2}{2n^3 - 17n^2 + 9n - 6} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

(b)
$$x_n = \sqrt{n^2 + 3n + 2} - \sqrt{n^2 + n - 1} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

(c)
$$x_n = \frac{2n^2 + 2\sin(n) + 1}{n^3 + 3\cos(n) + 5} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

(d)
$$x_n = \left(\frac{n+4}{n+1}\right)^{n+2} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

(e)
$$x_n = \frac{5 \cdot 3^n + 4 \cdot 5^n + 9 \cdot 2^n}{7 \cdot 2^n - 9 \cdot 5^n + 2 \cdot 3^n} \qquad (n \in \mathbb{N}).$$

(5 – 5 pont)

2. Döntse el, hogy konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n}$$

sor.

(5 pont)

3. Számítsa ki a

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$$

határértéket.

(5 pont)

4. Számítsa ki az alábbi függvények differenciálhányadosfüggvényeit.

(a)
$$f(x) = 12x^{12} + 3\sin(x) - 5\cos(x) + 10e^x + 28\ln(x) - 2$$

(b)
$$f(x) = \left(1 - 2x + \frac{1}{x^3}\right)\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$$

(c)
$$f(x) = \frac{\sin(x) - x\cos(x)}{\sinh(x) - x\cosh(x)}$$

(d)
$$f(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{2x+1}}{\sin^2(x)}\right)$$

(5 – 5 pont)

A dolgozatban összesen 15 + 55 = 70 pont szerezhető. A dolgozat **legalább** 42 **pont** megszerzése esetén tekinthető sikeresnek.