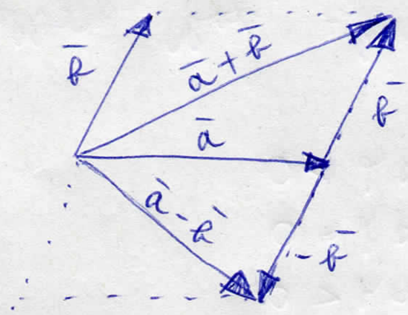
5Ea 2017. 10. 09.

Vektorműveletek (folyt)

– Vektorok különbsége

$\bar{a} - \bar{b} = \bar{a} + (-\bar{b})$

$-\bar{b}$: a $\bar{b}$ vektorral azonos hosszúságú, de ellentétes irányú vektor



– Skaláris szorzás (belső szorzás) (Dot product)

jelölése: $\bar{a}\cdot\bar{b}$ vagy $(\bar{a}, \bar{b})$

$V^3 \times V^3 \to \mathbb{R}$ (azaz vektorpárhoz egy valós számot rendelünk)

$$\left.\begin{array}{l}\bar{a}\,(x_a, y_a, z_a)\\ \bar{b}\,(x_b, y_b, z_b)\end{array}\right\} \to \boxed{\bar{a}\cdot\bar{b} = |\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos\varphi}\,,$$

ahol φ az $\bar{a}, \bar{b}$ által közbezárt $\measuredangle$

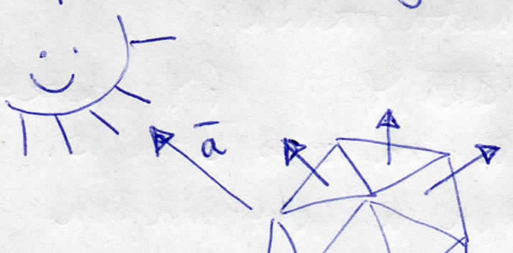
Kiszámítása a vektorkoordináták ismeretében:

$$\boxed{\bar{a}\cdot\bar{b} = x_a\cdot x_b + y_a\cdot y_b + z_a\cdot z_b}$$

Ebben nem használjuk fel a φ $\measuredangle$-t, de gyakran éppen a $\measuredangle$ meghatározására használjuk.

Mire jó a belső szorzás?

1) Mekkora két vektor által bezárt szög? Erre az információra a Δ-kel borított felületek árnyalásakor lehet szükség.



A fényforrás az $\bar{a}$ vektorral van kijelölve. A felületi háromszögek állását a fényforráshoz fogjuk viszonyítani. A Δ állását a felületi normálvektorok jellemzik. Ha ezeket elképzeljük, akkor a felület olyan, mint egy tüskés sündisznó! A Δ a nap felé fordul, ha a napot mutató $\bar{a}$ vektorral a Δ normálvektora <u>hegyes</u> szöget zár be.

A szög számítása az $\bar{a}\cdot\bar{b}$ szorzatból:

$$\cos\varphi = \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|} = \frac{x_a\cdot x_b + y_a\cdot y_b + z_a\cdot z_b}{\sqrt{x_a^2+x_a^2+z_a^2}\cdot\sqrt{x_b^2+y_b^2+z_b^2}}$$

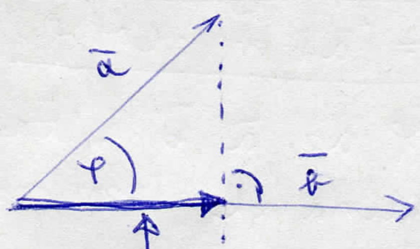
Lehet, hogy nem is akarom tudni a szög pontos mértékét, csak annyit, hogy hegyes szög-e.

hegyesszög esetén	$\cos\varphi > 0$
derékszög esetén	$\cos\varphi = 0$
tompaszög esetén	$\cos\varphi < 0$

Vagyis elegendő a $\cos\varphi$ előjelét figyelni!

Mire jó a belső szorzás?

2) Mekkora az $\bar{a}$ vektornak a $\bar{b}$ irányába eső vetülete?



Ennek a hossza: $|\bar{a}|\cdot\cos\varphi$

Az $\bar{a}$ végpontjai, és a vetület végpontja egy derékszögű Δ-t alkotnak.

– $\boxed{\text{Vektoriális szorzat (külső szorzat)}}$ (Cross product)

$V^3 \times V^3 \to V^3$ Vektorpárhoz egy új vektort kapunk eredményként.

$$\left.\begin{array}{l}\bar{a}\,(x_a, y_a, z_a)\\ \bar{b}\,(x_b, y_b, z_b)\end{array}\right\} \to \bar{a}\times\bar{b}$$

Az $\bar{a}\times\bar{b}$ vektor meghatározása:

- $|\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\sin\varphi$ (φ: közbezárt ∢)
- $\bar{a}\times\bar{b}$ merőleges $\bar{a}$-ra is és $\bar{b}$-re is.
- $\bar{a}, \bar{b}, \bar{a}\times\bar{b}$ ebben a sorrendben jobbsodrású rendszert alkot.