Az informatika logikai alapjai 1. előadás

Vaszil György

vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu

I. emelet 110-es szoba

A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

Miről szól ez az egész?

A LOGIKA ALAPVETŐ FELADATA A HELYES KÖVETKEZTETÉS FOGALMÁNAK SZABATOS MEGHATÁROZÁSA, TÖRVÉNYEINEK FELTÁRÁSA.

Miért érdekes az, hogy "helyes következtetés"?

Miért érdekes a logika?

- A hagyomány szerint: az emberi lét céljának beteljesítése érdekében végzett tevékenység ("szabad művészetek") alapja
- Egyébként: praktikus ("szervilis művészetek")

THE SEVEN LIBERAL ARTS

Trivium
"the expression
of intellect"

Grammar --- Moon

language

Logic --- Mercury

logic

Rhetoric --- Venus

speech as art

Quadrivium "intellect"

Arithmetic --- Sun

number

Music --- Mars

time (harmony)

Geometry --- Jupiter

space (proportion)

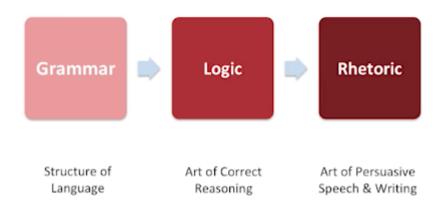
Astronomy --- Saturn

motion (rhythm)

Trivium és quadrivium

Content: The Trivium Arts

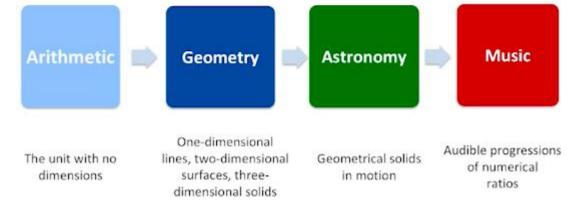
That which is sayable or that can be expressed with language.



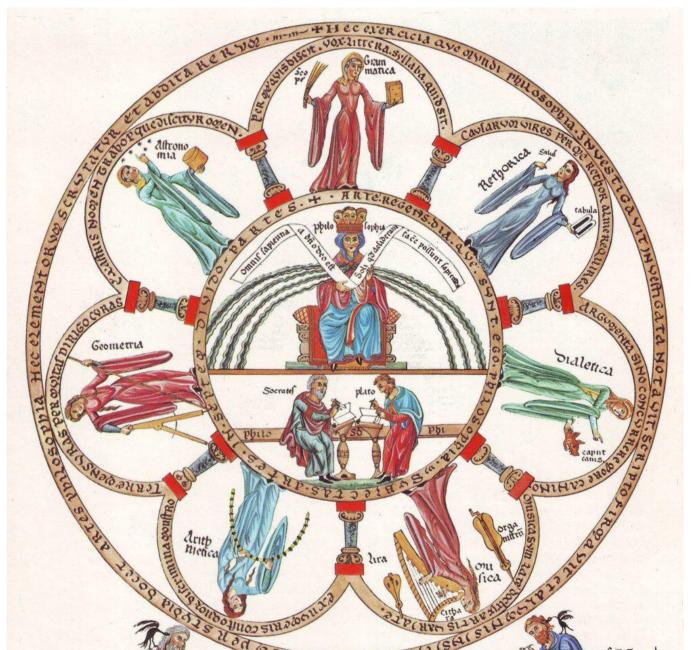
Az értelmet a quadrivium világítja meg, kifejezésére pedig a trivium szolgál.

Content: The Quadrivum Arts

Learnable Objects: That which can be observed, quantified, measured, enabling a mathematical description of nature.



Hét szabad művészet

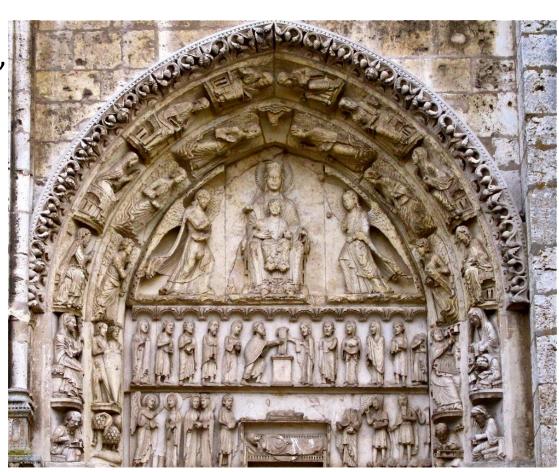


A szabad művészetek a chartres-i katedrális egyik kapuján



A szabad művészetek a chartres-i katedrális egyik kapuján

- Grammatika (jobbra lent):
 női alak, olvasó gyermekek,
 Priscianus (VI. sz.) esetleg
 Donatus (IV. sz.)
 Szent Jeromos tanítója)
- Dialektika (balra lent):
 női alak skorpióval,
 Arisztotelész (Kr.e. IV. sz.)
- Retorika (felette): női alak,
 Cicero (Kr.e. I. sz.)



Miért érdekes az, hogy "helyes következtetés"?

Miért érdekes a logika?

- A hagyomány szerint: az emberi lét céljának beteljesítése érdekében végzett tevékenység ("szabad művészetek") alapja <-> "önmagáért"?
- (Kitérő: Mi az, hogy "szabadság"?)
- Egyébként: praktikus ("szervilis művészetek")

Praktikus – Mit akarunk "kifejezni"?

Programozási nyelvek

- Változó, konstans, függvény, típusok
- Szintaxis, szemantika
- Bizonyítás

Mesterséges intelligencia

Összetett feltételek implementálása
 (Pl.: "A mátrix minden sorában van olyan elem,
 mely a második legkisebb a saját oszlopában")

Praktikus – Mit akarunk "kifejezni"?

Hardverprogramozás

- Adott logikai kifejezést megvalósító minimális eszközköltségű áramkör
- Adott logikai kifejezést megvalósító maximális sebességű áramkör

Adatbázisok, SQL parancsok

- "Sorolja fel azon diákokat, akik felvették a dékánjuk valamely óráját!"
- "Adja meg az óraütközéseket az órarendben!"

Praktikus – "magasabb" szempontok

Tudományos felépítés

- definíció
- tétel
- bizonyítás

A tanulás megtanulása

 a programozási nyelvek, technológiák életciklusa viszonylag rövid...

Azaz ...

... a technológia gyorsan változik, a "technológiafüggő" tudás gyorsan elavul.

Hogy lépést tudjunk tartani, olyan készségekre van szükségünk, amit az "elméleti" tárgyak nyújtanak:

- precíz gondolkodás
- problémamegoldó képesség
- jártasság a konkrét megoldások mögötti általános elvek területén

Kitérő az "informatikus" szakmáról

Egy teljes ágazat, minden dolgozója "informatikus".

ELITSZAKMÁBÓL IPARÁG



ddddddddd.

- Informatikus hiány több betanított munkásra és szakmunkásra van szükség
- Rövidített képzések, tanfolyamok, OKJ: elegendő, ha meglévő programmodulokból kell alkalmazásokat "összerakni"
- Az egyetemek vennék át a "szakmunkásképzők" szerepét?
- Ne hagyják magukat, tanuljanak:
 - A logika a "praktikus" dolgok alapja
 - Figyeljenek az "intellektus fényére"

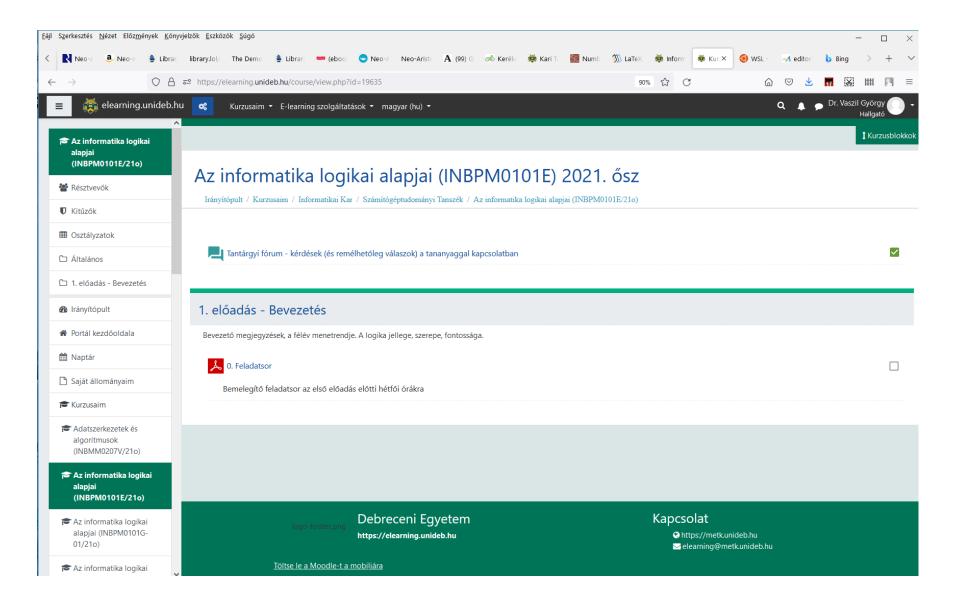
A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, irodalom
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

Tantárgyleírás/tematika:

Állítások logikai szerkezetének feltárása. Formalizálás az ítéletlogikában. Az ítéletlogika ábécéje, formulák, az ítéletlogika nyelve. Alapvető szintaktikai fogalmak. Az egy- és kétváltozós logikai műveletek, igazságtábla. Szemantikai fogalmak az ítéletlogikában: interpretáció, a formula igazságértéke. Kielégíthető formulák, logikai törvények és ellentmondások, ekvivalencia. Az ítéletlogikai következmény. Az elsőrendű nyelv. Nyelvtani szabályok; a term és a formula, szintaxis. Formalizálás az elsőrendű logikában. Változók kötött és szabad előfordulása. Kötött változók átnevezése, formulák variánsai. A változóiban tiszta formula. A nyelv interpretációja, a változókiértékelés. Termek és formulák értéke. Kielégíthető formulák, logikai törvény, logikai ellentmondás, ekvivalencia. Fontosabb logikai törvények, fontosabb logikai ekvivalenciák. Konjunktív és diszjunktív normálformák, formulák prenex alakja. Logikai következményfogalom. Egy egyszerű logikai kalkulus, helyesség, teljesség. Levezetések a kalkulushan.

- Mordechai Ben-Ari: Mathematical Logic for Computer Science.
 Springer-Verlag London, 2012
- Mihálydeák Tamás "elektromos" könyve: Az informatika logikai alapjai, https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/Logika my twt -treeview.html
- Mihálydeák Tamás, Aszalós László: Logikai kiskáté, https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/kiskate.pdf
- Ruzsa Imre, Máté András: Bevezetés a modern logikába, Osiris 1997
- Kádek Tamás, Robu Judit, Várterész Magda: Matematikai logika példatár, Kolozsvári Egyetemi Kiadó, 2010
- 355



Követelmények

- Előadás
- Gyakorlat az órarend szerint, 3-szor lehet hiányozni
- Két zárthelyi dolgozat (ZH), a félév közepén és végén (egyszerre az egész évfolyam, mindenkinek ugyanaz a feladatsor) > aláírás
- Írásbeli vizsga a vizsgaidőszakban > vizsgajegy

Kérdés esetén: vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu, IK épület, 110-es szoba

A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

A LOGIKA ALAPVETŐ FELADATA A HELYES KÖVETKEZTETÉS FOGALMÁNAK SZABATOS MEGHATÁROZÁSA, TÖRVÉNYEINEK FELTÁRÁSA.

le ultrer teté

- 1. A jelenlegi angal mining eterelne " ho".
- 7. Az angal ministerel në Ener maen hetalma nam.
- 3. Van legalæilik egs nø', arriner norg hasalma nom.
- . 1. 2. impolicit (nøjtett) moden tartal werra 3. in fornació jait.
- · 10:2-liël Givetrer tetheting 3-2
- · pemissair, rourlinio

Még egy példa:

- 1. Ez toll;
- 2. ez az övé;
- →tehát ez az ő tolla.

De:

- Ez a kutya apa; ez a kutya az övé; tehát ez a kutya az ő apja.
- Some cars rattle; my car is some car; therefore, my car rattles.

Mi is hát a helyes következtetés?

A presonissair cigarsaiga micregnamien

honga haga utan a romelinió cigarsaigant

(deletetla elan eret, hany a premissair cigard,
a rangli nic hanis.)

Tiestaini Gell vissant a mesingeneni y eia

Tiestami vell viesent a « sni eseignani y e; a

« lemeiset 6 uégei (leletetle " jelate; et

nem t ?

a naval jelentée

nerint ?

Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

- Bertrand Russell (1902): Legyen H azon halmazok halmaza, amik nem tartalmazzák önmagukat. Vajon H tartalmazza önmagát?
- Milétoszi Eubulidész (Kr.e. IV. sz.): Egy ember mondja magáról, hogy hazudik. Vajon igazat mond, vagy nem?

Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

Berry, 1906 Let A denote the set of all positive integers which can be defined in the English language by means of a sentence containing at most 1000 letters. The set A is finite since the set of all sentences containing at most 1000 letters is finite. Hence, there exist positive integers which do not belong to A. The sentence:

n is the least positive integer which cannot be defined by means of a sentence of the English language containing at most 1000 letters

contains less than 1000 letters and defines a positive integer n. Therefore n belongs to A. On the other hand, n does not belong to A by the definition of n. This contradicts the first statement.

Ez annak a természetes számnak a leírása, ami a kevesebb mint 1000 karakterrel leírható természetes számok közül a legnagyobbnál 1-gyel nagyobb.

(Hol itt a paradoxon?)

Mit kezdünk ezekkel a kérdésekkel?

Egyelőre semmit.

Kevésbé nehéz, de a mi szempontunkból problémás esetek:

P.: Zaraniai agglegerg. K.: Zaraniai var union seleretze.

(alhelgetet premisser. Gesetter aggleglignet suir telere'se.) Ar "agglegen" né jelentése

Másik példa, elhallgatott premissza:

Premisszák: Amália anyja Bellának.

Bella anyja Csillának.

Konklúzió: Amália anyai nagyanyja Csillának.

Az elhallgatott premissza:

Bármi legyen is x, y és z, ha x anyja y-nak, y pedig z-nek, akkor x anyai

nagyanyja z-nek.

Valami ilyesmire szeretnénk kilyukadni:

Premisszák: Esik az eső.

Ha esik az eső, sáros az út.

Konklúzió: Sáros az út.

Premisszák: Ha dolgozom, elfáradok.

Dolgozom.

Konklúzió: Elfáradok.

Premisszák: Ha három lábon gyábokorsz, a Kálán Púgra nem tudsz menni.

Három lábon gyábokorsz.

Konklúzió: A Kálán Púgra nem tudsz menni.

Premisszák: Esik az eső.

Ha esik az eső, sáros az út.

Konklúzió: Sáros az út.

Premisszák: Ha dolgozom, elfáradok.

Dolgozom.

Konklúzió: Elfáradok.

Premisszák: Ha három lábon gyábokorsz, a Kálán Púgra nem tudsz menni.

Három lábon gyábokorsz.

Konkhúzió: A Kálán Púgra nem tudsz menni.

Preminer: Ha A arla B.

En 40 ultresteté legi rai helpnegé fiiggetter a heme mereplo a'llitei c'i fastalmato'l.

-> Crupai a legi har novar jelentise toll er a legi har novar meghasinata nærtere Hord pigg.

Vizsgáljuk meg ezt a példát is, az előzőek szellemében:

- 1. Feri idősebb mint Péter.
- 2. Ha Feri idősebb mint Péter, akkor Ferinek több gyertya van a tortáján.
- 3. Ferinek több gyertya van a tortáján.

Következtetések (!?)

- Következik-e 1 és 2-ből 3? (Dedukció)
- Következik-e 2 és 3-ból 1?
- Következik-e 1 és 3-ból 2?

- 1. A
- 2. Ha A, akkor B
- 3. B

Állítások és logikai szavak:

- 1. Ma kedd van.
- Xéna keddenként miniszoknyában jár az órákra.

vagyis

Ha kedd van, akkor Xéna miniszoknyában van.

Xéna ma miniszoknyában van.

- 1. A
- 2. Ha A, akkor B
- 3. E

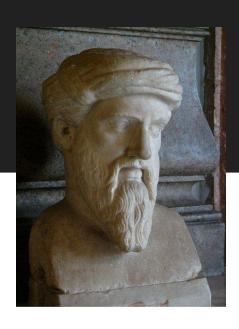
A mai órán

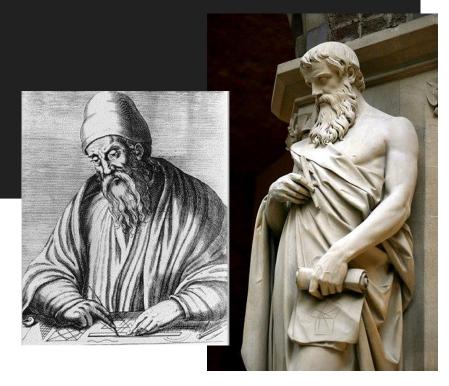
- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről

Geometriai bizonyítás - Püthagorász i.e. VI. század

elemi geometria mint deduktív tudomány

- bizonyos állításokat bizonyítás nélkül igaznak tekint
- az összes állítást az előző állításokból kell levezetni
- a levezetés formális legyen, a geometria speciális tárgyától független





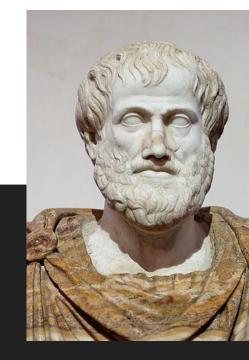
Kitérő: Eukleidész és Bolyai János

Axiómák

- 1. Ugyanazon dologgal egyenlő dolgok egymással is egyenlők.
- 2. Ha egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, akkor egyenlőket kapunk.
- 3. Ha egyenlőkből egyenlőket vonunk ki, akkor a maradékok is egyenlők.
- 4. Ha nem egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, akkor nem egyenlőket kapunk.
- 5. Ugyanazon dolog kétszeresei egyenlők egymással.
- 6. Ugyanazon dolog felerészei egyenlők egymással.
- 7. Egymásra illeszthető dolgok egymással egyenlők.
- 8. Az egész nagyobb, mint a része.
- 9. Két egyenes nem fog közre területet.

Posztulátumok

- 1. Bármely pontból bármely pontba lehessen egyenes vonalat húzni.
- 2. Véges egyenes vonalat folytonosan egyenes vonallá lehessen hosszabbítani.
- 3. Bármely középponttal és sugárral kört lehessen rajzolni.
- 4. Bármely két derékszög egyenlő legyen egymással.
- 5. Ha egy egyenes úgy metsz két másikat, hogy az egyoldalon fekvő belső szögek összege két derékszögnél kisebb, akkor a két másik egyenes találkozzon egymással, ha végtelenül meghosszabbítjuk őket, éspedig azon az oldalon, ahol a szögek összege kisebb két derékszögnél.



A logika kezdetei

Arisztotelész (Kr.e. 384-322)

A bizonyító érvelés: az érvelések során le lehet (és le kell) választani a premisszák igazságát és a következtetés helyességét. A bizonyító érvelések megítélésénél az utóbbi vizsgálata történik meg.

Az ellentmondás elve: "A legbiztosabb alapelv … ez: lehetetlen, hogy egy és ugyanaz a valami ugyanakkor, ugyanabban a tekintetben vonatkozzék is valamire,meg nem is." (1005b 19-23)

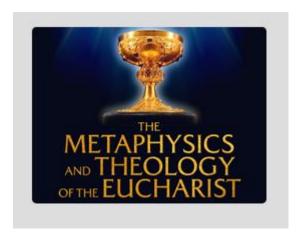
A kizárt harmadik elve: "Az ellentmondás két tagja között nem állhat fenn semmi közbeeső,hanem mindenről mindent vagy állítani vagy tagadni kell." (1011b

Méltatlanul elhanyagolt középkor

- Boethius (V-VI. sz.) Arisztotelész fordítás, kommentár ("logica vetus")
- Pierre Abélard (XI-XII. sz.)
- A keresztény világkép inspirálta új kérdések (szentháromság, megtestesülés), fejlődés, virágkor ("logica moderna")
 Duns Scotus (XIII. sz.) Párizs, Oxford, Köln
- William Ockham (XIII-XIV. sz., realizmusnominalizmus)

(Kitérő)

- Az Eucharisztia Metafizikája és Teológiája nemzetközi tudományos konferencia (Budapest, 2021. szeptember)
- https://magyarnarancs.hu/t udomany/a-modernitas-atekintely-egyetemesvalsaga-113273





G. W. Leibnitz (1646-1716)

- differenciál és integrálszámítás
- matematikai jelölések
- kettes számrendszer
- formalizált nyelv egyértelműség
 - helyes következtetések szabályai
 - logikai kalkulus alapjai

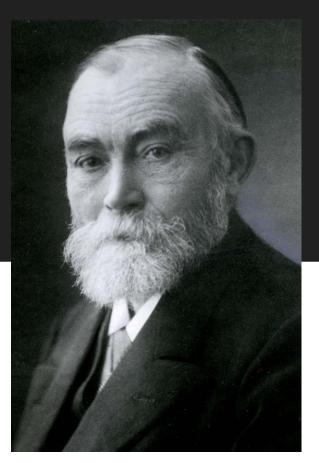


Gottfried Wilhelm Leibnitz

G. Frege

- formalizált logika matematizálása
- logika elkülönítése a nyelvtől
 - kijelentő mondat: Il pleut. It's raining. Esik.
 - állítás
- Fogalomírás (1879)
 - elsőrendű predikátumlogika
 - új jelölésrendszer

nyelvi alak információ



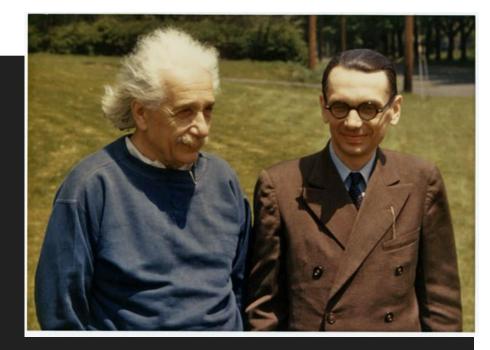
Modern logikai irányzatok

K. Gödel (1906-1978)

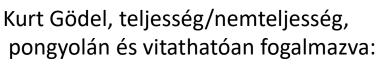
- nemteljességi tétel (1931)
- ami igaz, az mind bebizonyítható?

J. A. Robinson

- rezolúció (1965)
- automatikus tételbizonyítás



John Alan Robinson, 1930-2016



"bebizonyítjuk, hogy van olyan állítás, ami igaz, de nem lehet bebizonyítani"

Modern irányzatok, például még...

- Modális logika
 - "modalitás", pl. az igaz, hamis mellett a lehetséges, szükségszerű (vagy éppen bizonyítható) már Arisztotelész is...
 - Speciális esetben: temporális logika (mindig igaz, végül igaz), programhelyesség ellenőrzés
- És-a-többi....
- És-a-többi....
- Más, nemklasszikus logikai rendszerek
 - Parakonzisztens logika (ellentmondásos állításokból történő következtetés)
 - "Dialetheizmus" (vannak egyszerre igaz és hamis állítások)

Modern irányzatok, például még...

- És-a-többi....
- És-a-többi....
- Más, nemklasszikus logikai rendszerek
 - Parakonzisztens logika (ellentmondásos állításokból történő következtetés)
 - Jellemzően "többértékű"
 - ha A és B és C akkor D
 - ->A, nemA, B, C
 - ->következik ebből valami???
 - "Dialetheizmus" (vannak egyszerre igaz és hamis állítások)

A mai órán

- Bevezető megjegyzések, motiváció (szabad művészetek, intellektus, praktikum)
- A tematikáról, segédanyagok, olvasmányok
- A helyes következtetésről
- A logika történetéről