

Az informatika logikai alapjai

8. feladatsor

Interpretáció és változó értékelés

$\langle U, \rho \rangle$ interpretáció:

1. U a város lakóinak halmaza: {lakó1, lakó2, lakó3, lakó4, lakó5, ...}

2. ρ a következő függvény:

a) $\rho(\text{Péter}) = \text{lakó1}$, $\rho(\text{én}) = \text{lakó2}$, $\rho(\text{Juli néni}) = \text{lakó3}$, $\rho(\text{Mari néni}) = \text{lakó4}$

b) $\rho(\text{édesanyja}(_))$ olyan függvény, ahol

$\text{lakó2} \rightarrow \text{lakó4}$, $\text{lakó1} \rightarrow \text{lakó3}$

c) $\rho(\text{tanul}(_)) = \{ \text{lakó1}, \text{lakó2} \}$

$\rho(\text{dolgozik}(_)) = \{ \text{lakó4} \}$

$\rho(\text{munkatársak}(_, _)) =$
 $= \{ (\text{lakó2}, \text{lakó5}),$
 $(\text{lakó5}, \text{lakó2}),$
 $(\text{lakó3}, \text{lakó4}),$
 $(\text{lakó4}, \text{lakó3}) \}$

$F(0) = \{ \text{Péter}, \text{én}, \text{Juli néni}, \text{Mari néni} \}$

$F(1) = \{ \text{édesanyja}(_) \}$

$F(1) = \{ \text{tanul}(_), \text{dolgozik}(_) \}$

$F(2) = \{ \text{munkatársak}(_, _) \}$

$\text{Var} = \{x, y, z, \dots\}$

3. v : értékelés

– egy értékelés: $v(x) = \text{lakó1}$ (ekkor $\text{munkatársak}(\text{én}, x)$ hamis)

– egy másik értékelés: $v(x) = \text{lakó5}$ (ekkor $\text{munkatársak}(\text{én}, x)$ igaz)

Interpretáció és változó értékelés

$\langle U, \rho \rangle$ interpretáció:

1. U a város lakóinak halmaza: {lakó1, lakó2, lakó3, lakó4, lakó5, ...}

2. ρ a következő függvény:

a) $\rho(\text{Péter}) = \text{lakó1}$, $\rho(\text{én}) = \text{lakó2}$, $\rho(\text{Juli néni}) = \text{lakó3}$, $\rho(\text{Mari néni}) = \text{lakó4}$

b) $\rho(\text{édesanyja}(_))$ olyan függvény, ahol

$\text{lakó2} \rightarrow \text{lakó4}$, $\text{lakó1} \rightarrow \text{lakó3}$

c) $\rho(\text{tanul}(_)) = \{ \text{lakó1}, \text{lakó2} \}$

$\rho(\text{dolgozik}(_)) = \{ \text{lakó4} \}$

$\rho(\text{munkatársak}(_, _)) =$
 $= \{ (\text{lakó2}, \text{lakó5}),$
 $(\text{lakó5}, \text{lakó2}),$
 $(\text{lakó3}, \text{lakó4}),$
 $(\text{lakó4}, \text{lakó3}) \}$

$F(0) = \{ \text{Péter}, \text{én}, \text{Juli néni}, \text{Mari néni} \}$

$F(1) = \{ \text{édesanyja}(_) \}$

$F(1) = \{ \text{tanul}(_), \text{dolgozik}(_) \}$

$F(2) = \{ \text{munkatársak}(_, _) \}$

$\text{Var} = \{x, y, z, \dots\}$

3. v : értékelés

ha $v(x) = \text{lakó1}$, akkor $\left| \text{munkatársak}(\text{én}, x) \right|_v^{\langle u, s \rangle} = 0$

ha $v(x) = \text{lakó5}$, akkor $\left| \text{munkatársak}(\text{én}, x) \right|_v^{\langle u, s \rangle} = 1$

Példa

$$L^{(1)} = \langle L, Var, Con, Term, Form \rangle$$

$$\begin{aligned} & \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ & \{x, y, z, \dots\} \quad F(0) = \{szám\} \\ & \{\neg, \supset, \vee, \wedge, =, \forall, \exists, (,)\} \quad F(1) = \{S(-)\} \\ & \quad \quad \quad F(2) = \{műv1(-, -), műv2(-, -)\} \\ & \quad \quad \quad P(2) = \{viszony(-, -)\} \end{aligned}$$

Azaz:

$$Con = \{nám, S(-), műv1(-, -), műv2(-, -), viszony(-, -)\}$$

\uparrow \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow
 függvény predikátum

Interpretáció

$\langle U, \mathcal{I} \rangle$

- $U : \mathbb{N}$

- $\mathcal{I} : \mathcal{I}(nám) = 0$

$\mathcal{I}(S(-)) = - + 1$

$\mathcal{I}(műv1(-, -)) = - + -$

$\mathcal{I}(műv2(-, -)) = - * -$

$\mathcal{I}(viszony(-, -)) = - = -$

- $viszony(műv2(S(S(nám)), S(S(nám))), S(S(S(S(nám)))))$
- $\exists y viszony(x, műv2(x, y))$

5.P.1 Tekintsük az $\langle \text{LC}, \{x,y,z,\dots\}, \{c, f(-), P(-,-), Q(-,-)\}, \text{Term}, \text{Form} \rangle$ elsőrendű nyelvet. Mit jelent természetes nyelven a

$$\forall x(P(x, c) \supset \exists yQ(f(y), x))$$

formula a következő interpretációkban?

- (a)
- Az objektumtartomány legyen \mathbb{R} .
 - c jelölje a 0-t.
 - f jelölje a négyzetre emelést.
 - P jelölje a nagyobb, Q pedig az egyenlőség relációt.

5.P.1 Tekintsük az $\langle LC, \{x,y,z,\dots\}, \{c, f(-), P(-,-), Q(-,-)\}, \text{Term}, \text{Form} \rangle$ elsőrendű nyelvet. Mit jelent természetesen nyelven a

$$\forall x(P(x, c) \supset \exists y Q(f(y), x))$$

formula a következő interpretációkban?

- (b)
- Az objektumtartomány legyen egy rendezvényen résztvevő emberek halmaza.
 - c jelölje Cilikét.
 - $f(x)$ jelölje azt a résztvevőt, aki x -et meghívta a rendezvényre.
 - $P(x, y)$ jelölje, hogy x és y barátok, $Q(x, y)$ pedig, hogy x és y ugyanaz a személy.

5.P.5 Tekintsük az $\langle \text{LC}, \{x,y,z,\dots\}, R(-,-)\rangle$ elsőrendű nyelvet. Legyen (U,ρ) az az interpretáció, ahol $U=\{1,2,3,4\}$ és $\rho(R(-,-))=\{(u,v) \mid u \text{ osztja } v\}$.

Határozzuk meg a következő formulák igazságértékeit

(a) $\neg \exists x \neg R(x,x)$

(b) $\forall y \exists x R(x,y)$

(c) $\exists x \forall y R(x,y)$

(d) $\exists x \exists y (R(x,y) \wedge \neg R(y,x))$

(e) $\forall x \forall y (R(x,y) \vee \neg R(y,x))$

7.P.1. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi formula elsőrendű logikai törvény!

$$\exists x \forall y P(x, y) \supset \exists y P(y, y)$$

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(a) Premisszák:

Lacinak nincs autója. Éva csak azokat a fiúkat szereti, akiknek van autójuk.

Konklúzió:

Tehát Éva nem szereti Lacit.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(b) Premissák:

Minden csillagnak saját fénye van, de egyetlen bolygónak sincs saját fénye.

Konklúzió:

Egyetlen bolygó sem csillag.

7.P.17. Ellenőrizzük, hogy helyesek-e az alábbi következtetések!

(c) Premisszák:

Valaki betörte a lakás ajtaját. Valaki elvitte a lakásból a dossziét.

Konklúzió:

Valaki betörte a lakás ajtaját és elvitte a lakásból a dossziét.