

## Paraméteres görbék ábrázolása<sup>1</sup>

**Paraméteres alakban megadott görbék** esetében az értelmezési tartomány egy intervallum, amely a  $t$  paraméter lehetséges értékeit adja meg és a koordinátákon a görbe az  $x = x(t)$  és  $y = y(t)$  ún. koordináta-függvényekkel adható meg.

A görbék ilyen formában történő megadásának számos előnye van, zárt görbék, spirálgörbék megadásán túl a szabadformájú görbeleírást is lehetővé teszi. (Lásd később: Hermite-ív, Bézier-görbe, spline-ok.)

### Paraméteres görbék ábrázolása Matlab-ban

1. Ábrázolja a következő vektorparaméteres formában megadott görbét!

$$x = \cos(3t)$$

$$y = \sin(2t)$$

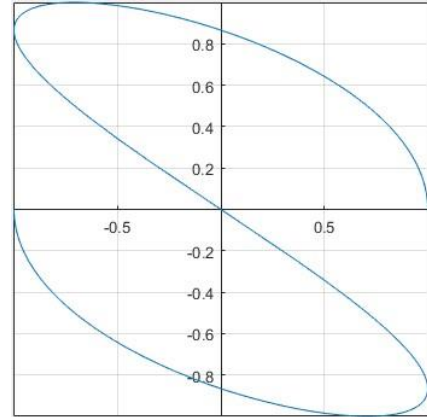
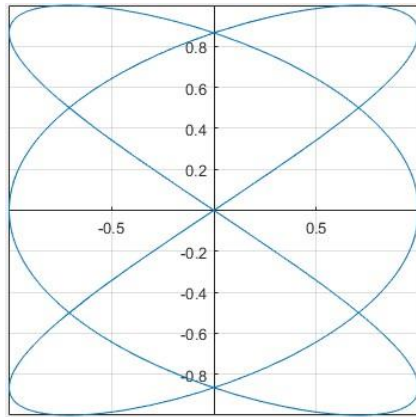
Használhatjuk az explicit függvény ábrázolásánál korábban alkalmazott technikákat, azzal a különbséggel, hogy a korábbi  $x$  változó szerepét most a  $t$  paraméter veszi át, és ennek a  $t$  paraméternek a segítségével számítjuk ki az  $x$  és  $y$  értékeit.

```
t=linspace(0, 2*pi);  
x = cos(3*t);  
y = sin(2*t);  
figure;  
plot(x,y);  
axis([-1 1 -1 1]);  
axis equal;  
ax = gca;  
ax.XAxisLocation = 'origin';  
ax.YAxisLocation = 'origin';  
grid on;
```

- Az első lépés során az adott intervallumot a kettőspont operátor alkalmazásával is fel tudjuk osztani.  
Hogyan változik az eredmény, ha az első sort  $t = 0:0.1:2*pi;$  illetve  $t = 0:0.1*pi:2*pi;$  sorra cseréljük? Hogyan módosítaná ezeket a sorokat, hogy a végeredmény megegyezzen az első,  $t=linspace(0, 2*pi);$  alkalmazásával kapott eredménnyel?
- A fenti görbénél bármely  $2\pi$  hosszúságú intervallummal a teljes zárt görbe kirajzolódik. Gyakorlásképpen érdemes ennél rövidebb intervallumokat is kipróbálni a  $t$  paraméter lehetséges értékeiként (pl. a 0 és  $\pi$  közötti intervallumot).

---

<sup>1</sup> Papp Ildikó oktatási segédanyagának felhasználásával készült



2. Ábrázolja a vektorparaméteres formában megadott kört!

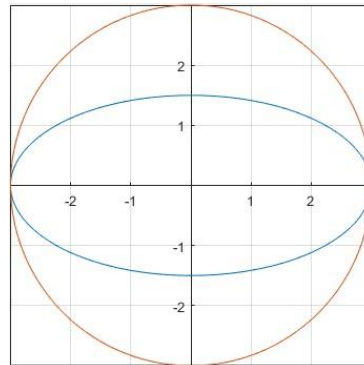
$$x = r \cdot \cos(t)$$

$$y = r \cdot \sin(t)$$

Ábrázolja a kört  $r = 3$  esetén!

Változtassa meg a koordinátafüggvényeket úgy, hogy ellipszist kapjunk!

Ábrázolja az előbbi körrel egy ábrában azt az ellipszist, amelynek fél nagytengelye 3, a fél kistengelye pedig 1.5!

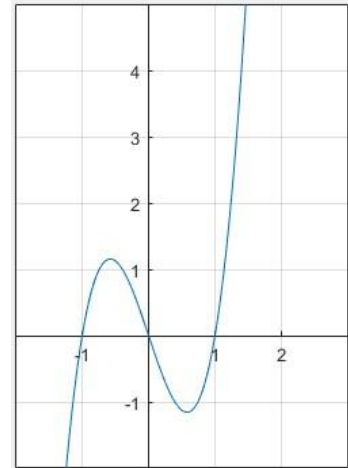


- Az utolsó részfeladat megoldásánál használhatjuk a `plot()` függvényt 2-nél több páros számú argumentummal (jelen esetben négygyel), vagy az alábbi `hold` funkció bekapcsolását.
- `hold on;` az ábrát nyitva tartja, hogy újabb elemet rajzolhassunk benne.

- Az explicit alakban megadott függvényeket is ábrázolhatjuk paraméteres görbeként. Ekkor az  $x$  változó valójában megegyezik a  $t$  paraméterrel.

3. Ábrázolja az  $y=3x^3-3x$  függvényt a  $[-2,3]$  intervallumon paraméteres alakban!

```
t=-2:0.1:3;
x = t;
y = 3 * t.^3 -3*t;
plot(x,y);
axis([-2 3 -2 5]);
axis equal;
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
grid on;
```



- A  $[-2,3]$  intervallum felosztható lenne a `linspace()` függvénnyel is. Ebben az esetben, ha az első sorban `t=linspace(-2,3);` szerepel, akkor az intervallum végpontjaival együtt 100 osztópont segítségével ábrázoljuk a függvényt.

Néhány görbe paraméteres alakban otthoni gyakorlásra

A  $t$  paraméter esetén bármely  $2\pi$  hosszúságú intervallummal vagy annak többszöröseivel érdemes próbálkozni (pl.  $[0, 2\pi]$ ,  $[0, 12\pi]$ ). Az  $r$  és  $R$  a megfelelő körök sugarait,  $d$  pedig a pontnak a középponttól való távolságát jelöli. Ezek értékeiként pozitív számokat adjunk meg. Érdemes kipróbálni, hogy mennyiben változtatja meg a görbe alakját, ha  $d < r$  vagy  $d > r$ , illetve  $R < r$  vagy  $R > r$  esetén.

<b>kör</b> (origó középpont, $r$ sugár)	$x(t) = r \cos(t)$ $y(t) = r \sin(t)$
<b>ellipszis</b> (origó középpont, $a$ nagytengely, $b$ kistengely)	$x(t) = a \cos(t)$ $y(t) = b \sin(t)$
<b>körevolvens</b> (origó középpontú kör lefejtője)	$x(t) = r \cos(t) + r t \sin(t)$ $y(t) = r \sin(t) - r t \cos(t)$
<b>közönséges ciklois</b> ( $r$ sugarú kör gördül egy egyenesen, a kör egy pontjának pályája)	$x(t) = r t - r \sin(t)$ $y(t) = r - r \cos(t)$
<b>nyújtott (hurkolt) ciklois</b> ( $r$ sugarú kör gördül egy egyenesen, a középponttól $d$ távolságra lévő pont pályája $d < r$ ( $d > r$ ) esetén)	$x(t) = r t - d \sin(t)$ $y(t) = r - d \cos(t)$
<b>epiciklois</b> ( $r$ sugarú kör gördül egy $R$ sugarú körön kívül, a mozgó kör egy pontjának pályája)	$x(t) = (R + r) \cos(t) - r \cos\left(\frac{R+r}{r}t\right)$ $y(t) = (R + r) \sin(t) - r \sin\left(\frac{R+r}{r}t\right)$

<p><b>nyújtott (hurkolt) epiciklois</b> (az előbbi mozgás során a mozgó kör középpontjától <math>d</math> távolságra lévő pont pályája, <math>d &lt; r</math> (<math>d &gt; r</math>) esetén)</p>	$x(t) = (R + r) \cos(t) - d \cos\left(\frac{R+r}{r} t\right)$ $y(t) = (R + r) \sin(t) - d \sin\left(\frac{R+r}{r} t\right)$
<p><b>hipociklois</b> (<math>r</math> sugarú kör gördül egy <math>R</math> sugarú körön belül, a mozgó kör egy pontjának pályája)</p>	$x(t) = (R - r) \cos(t) + r \cos\left(\frac{R-r}{r} t\right)$ $y(t) = (R - r) \sin(t) - r \sin\left(\frac{R-r}{r} t\right)$
<p><b>nyújtott (hurkolt) hipociklois</b> (az előbbi mozgás során a mozgó kör középpontjától <math>d</math> távolságra lévő pont pályája, <math>d &lt; r</math> (<math>d &gt; r</math>) esetén)</p>	$x(t) = (R - r) \cos(t) + d \cos\left(\frac{R-r}{r} t\right)$ $y(t) = (R - r) \sin(t) - d \sin\left(\frac{R-r}{r} t\right)$
<p><b>Descartes-féle levél</b></p>	$x(t) = \frac{3t}{1+t^3}$ $y(t) = \frac{3t^2}{1+t^3}$