

Az informatika számítástudományi alapjai

6. előadás

Vaszi György

vaszil.gyorgy@inf.unideb.hu

I. emelet 110-es szoba

A múlt órán

- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák
- Környezetfüggetlen grammatikák: lényegesen különböző levezetések, levezetési fák, grammatikák egyértelműsége
- Környezetfüggetlen grammatikák szabályainak egyszerűsítése, normálformák
 - törlő szabályok kiküszöbölése
 - láncszabályok kiküszöbölése

- Példa: Írjunk fel grammatikát ami a bináris számokat ábrázoló sztringeket írja le.

$$G = (\{S, T\}, \{0, 1\}, S, P)$$

P: $S \rightarrow 0$

$S \rightarrow 1$

$S \rightarrow T0$

$S \rightarrow T1$

$T \rightarrow 1$

$T \rightarrow T0$

$T \rightarrow T1$

S : bináris sztring

T : 1-gyel kezdődő
bináris sztring

Vegyük észre:

- 0 generálható (levezethető)
- 001 nem generálható
- 101 generálható

Példa: „természetes nyelv”-i mondat

- Nemterminálisok: a nyelvtani kategóriák nevei
- Kezdő nemterminális: <mondat>
- Terminálisok: a leírandó nyelv szavai
- A szabályok:

<mondat> ::= <alanyi rész> <állítmányi rész>

<alanyi rész> ::= <főnévi rész> <határozó>

<állítmányi rész> ::= <tárgyi rész> <igei rész:>

<főnévi rész> ::= <névelő> <jelzők> <főnév>

<névelő> ::= ϵ | a | az | egy

<jelzők> ::= <jelző> | <jelző> <jelzők>

<jelző> ::= ϵ | hideg | meleg | fehér | fekete | nagy | kis

<főnév> ::= kutya | macska | hús | egér | sajt | tej | víz

<határozó> ::= ϵ | nappal | éjjel | reggel | este

<tárgyi rész> ::= <főnévi rész>t

<igei rész> ::= eszik | iszik

Egy lehetséges levezetés

<mondat> \Rightarrow <alanyi rész><állítmányi rész> \Rightarrow
<főnévi rész><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
<névelő><jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
a <jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
a <jelző><jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
a nagy <jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
a nagy <jelző><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
a nagy fehér <főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya <határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel <állítmányi rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel <tárgyi rész><igei rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel <főnévi rész>t<igei rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel <névelő><jelzők><főnév>t<igei rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel <jelzők><főnév>t<igei rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel <jelző><főnév>t<igei rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel meleg <főnév>t<igei rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel meleg húst <igei rész> \Rightarrow
a nagy fehér kutya reggel meleg húst eszik

Példa: A HTML nyelv specifikációja (részlet)

Nemterminálisok = {*Char*, *Text*, *Doc*, *Element*, *ListItem*, *List*}

Kezdő nemterminális: *Doc*

Terminálisok = { $_$, :, *a*, *b*, ..., *z*, *A*, *B*, ..., *Z*, **, **, *<P>*, **, **, ** }

1. *Char* \rightarrow *a* | *A* | ...
2. *Text* \rightarrow ϵ | *Char Text*
3. *Doc* \rightarrow ϵ | *Element Doc*
4. *Element* \rightarrow *Text* |
* Doc * |
<P> Doc |
* ListItem * | ...
5. *ListItem* \rightarrow * Doc*
6. *List* \rightarrow ϵ | *ListItem List*

1. *Char* → $a \mid A \mid \dots$
2. *Text* → $\epsilon \mid \text{Char Text}$
3. *Doc* → $\epsilon \mid \text{Element Doc}$
4. *Element* → $\text{Text} \mid$
 $\langle \text{EM} \rangle \text{Doc} \langle / \text{EM} \rangle \mid$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Doc} \mid$
 $\langle \text{OL} \rangle \text{List} \langle / \text{OL} \rangle \mid \dots$
5. *ListItem* → $\langle \text{LI} \rangle \text{Doc}$
6. *List* → $\epsilon \mid \text{ListItem List}$

$\langle \text{P} \rangle$ The things I $\langle \text{EM} \rangle$ hate $\langle / \text{EM} \rangle$:
 $\langle \text{OL} \rangle$
 $\langle \text{LI} \rangle$ Moldy bread.
 $\langle \text{LI} \rangle$ People who drive too slow
in the fast lane.
 $\langle / \text{OL} \rangle$

$\text{Doc} \Rightarrow \text{Element Doc} \Rightarrow \langle \text{P} \rangle \text{Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Element Doc Doc} \Rightarrow \langle \text{P} \rangle \text{Text Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Text Element Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Text} \langle \text{EM} \rangle \text{Doc} \langle / \text{EM} \rangle \text{Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Text} \langle \text{EM} \rangle \text{Element Doc} \langle / \text{EM} \rangle \text{Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Text} \langle \text{EM} \rangle \text{Text Doc} \langle / \text{EM} \rangle \text{Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Text} \langle \text{EM} \rangle \text{Text} \langle / \text{EM} \rangle \text{Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Text} \langle \text{EM} \rangle \text{Text} \langle / \text{EM} \rangle \text{Element Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \text{P} \rangle \text{Text} \langle \text{EM} \rangle \text{Text} \langle / \text{EM} \rangle \langle \text{OL} \rangle \text{List} \langle / \text{OL} \rangle \text{Doc Doc} \Rightarrow$

1. *Char* $\rightarrow a \mid A \mid \dots$
2. *Text* $\rightarrow \epsilon \mid \textit{Char Text}$
3. *Doc* $\rightarrow \epsilon \mid \textit{Element Doc}$
4. *Element* $\rightarrow \textit{Text} \mid$
 $\langle \textit{EM} \rangle \textit{Doc} \langle / \textit{EM} \rangle \mid$
 $\langle \textit{P} \rangle \textit{Doc} \mid$
 $\langle \textit{OL} \rangle \textit{List} \langle / \textit{OL} \rangle \mid \dots$
5. *ListItem* $\rightarrow \langle \textit{LI} \rangle \textit{Doc}$
6. *List* $\rightarrow \epsilon \mid \textit{ListItem List}$

$\langle \textit{P} \rangle$ The things I $\langle \textit{EM} \rangle$ hate $\langle / \textit{EM} \rangle$:
 $\langle \textit{OL} \rangle$
 $\langle \textit{LI} \rangle$ Moldy bread.
 $\langle \textit{LI} \rangle$ People who drive too slow
in the fast lane.
 $\langle / \textit{OL} \rangle$

$\langle \textit{P} \rangle \textit{Text} \langle \textit{EM} \rangle \textit{Text} \langle / \textit{EM} \rangle \langle \textit{OL} \rangle \textit{List} \langle / \textit{OL} \rangle \textit{Doc Doc} \Rightarrow$
 $\langle \textit{P} \rangle \textit{Text} \langle \textit{EM} \rangle \textit{Text} \langle / \textit{EM} \rangle \langle \textit{OL} \rangle \underbrace{\textit{ListItem List}}_{\langle \textit{LI} \rangle \textit{Doc}} \langle / \textit{OL} \rangle \textit{Doc Doc}$
 $\uparrow \quad \quad \uparrow$
The things I hate
 \uparrow
Moldy bread. stb...

A múlt órán

- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák
- Környezetfüggetlen grammatikák: lényegesen különböző levezetések, levezetési fák, grammatikák egyértelműsége
- Környezetfüggetlen grammatikák szabályainak egyszerűsítése, normálformák
 - törlő szabályok kiküszöbölése
 - láncszabályok kiküszöbölése

Könnyűtípusok grammár

$$G = (N, \Sigma, S, P)$$

Az átírási szabályok alakja:

$$\boxed{A \rightarrow \alpha}$$

$\uparrow \quad \quad \uparrow$

$A \in N \quad \quad \alpha \in (N \cup \Sigma)^*$

(Nemterminálisok és terminálisok.)

Königreichsregeln grammatisch

$$G = (N, \Sigma, S, P)$$

$$N = \{S\}$$

$$\Sigma = \{a, +, *, (,)\}$$

$$P = \{S \rightarrow a, S \rightarrow S + S, S \rightarrow S * S, S \rightarrow (S)\}$$

Levorenko:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow S + S \Rightarrow a + S \Rightarrow a + (S) \Rightarrow a + (S * S) \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + (a * S) \Rightarrow \underline{a + (a * a)} \end{aligned}$$

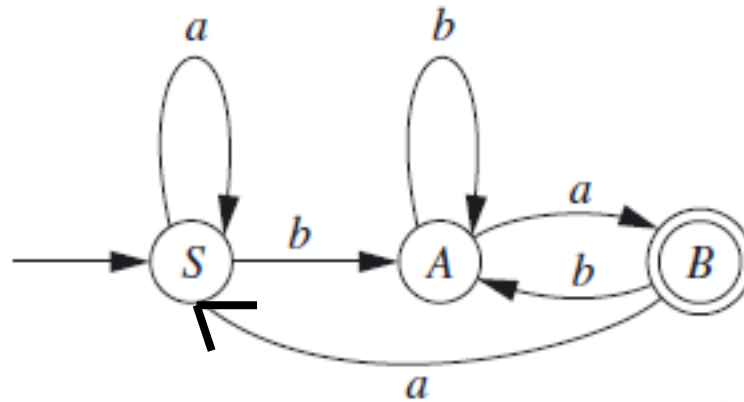
↑
generiert nie

A múlt órán

- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák
- Környezetfüggetlen grammatikák: lényegesen különböző levezetések, levezetési fák, grammatikák egyértelműsége
- Környezetfüggetlen grammatikák szabályainak egyszerűsítése, normálformák
 - törlő szabályok kiküszöbölése
 - láncszabályok kiküszöbölése

A llopat aïmnet \iff aïvici naliq

$$\textcircled{T} \xrightarrow{x-} \textcircled{U} \iff T \rightarrow x U$$



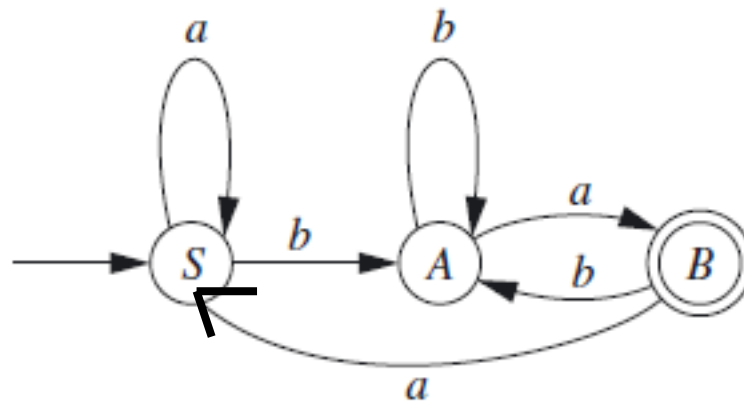
$$S \rightarrow aS \mid bA \quad A \rightarrow bA \mid aB \quad B \rightarrow bA \mid aS \mid \lambda$$

$$S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B \xrightarrow{a} S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B$$

$$S \Rightarrow bA \Rightarrow bbA \Rightarrow bbaB \Rightarrow bbaaS \Rightarrow bbaabA \Rightarrow bbaabaB$$

A llopat aïmuntet \iff aïfiri i naliig

$$\textcircled{T} \xrightarrow{x} \textcircled{U} \iff T \rightarrow x U$$



$$S \rightarrow aS / bA \quad A \rightarrow bA / aB \quad \boxed{a} \quad B \rightarrow bA / aS$$

$$S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B \xrightarrow{a} S \xrightarrow{b} A \xrightarrow{a} B$$

$$S \Rightarrow bA \Rightarrow bbA \Rightarrow bbaB \Rightarrow bbaaS \Rightarrow bbaabA \Rightarrow bbaabaB$$

Aran :

Definição : A $G = (N, \Sigma, S, P)$ é uma gramática regular, se a produção $A \rightarrow B$ é uma das seguintes

- $A \rightarrow aB$ $A, B \in N$
 $a \in \Sigma$
- $A \rightarrow \lambda$
- $A \rightarrow a$

Teorem :

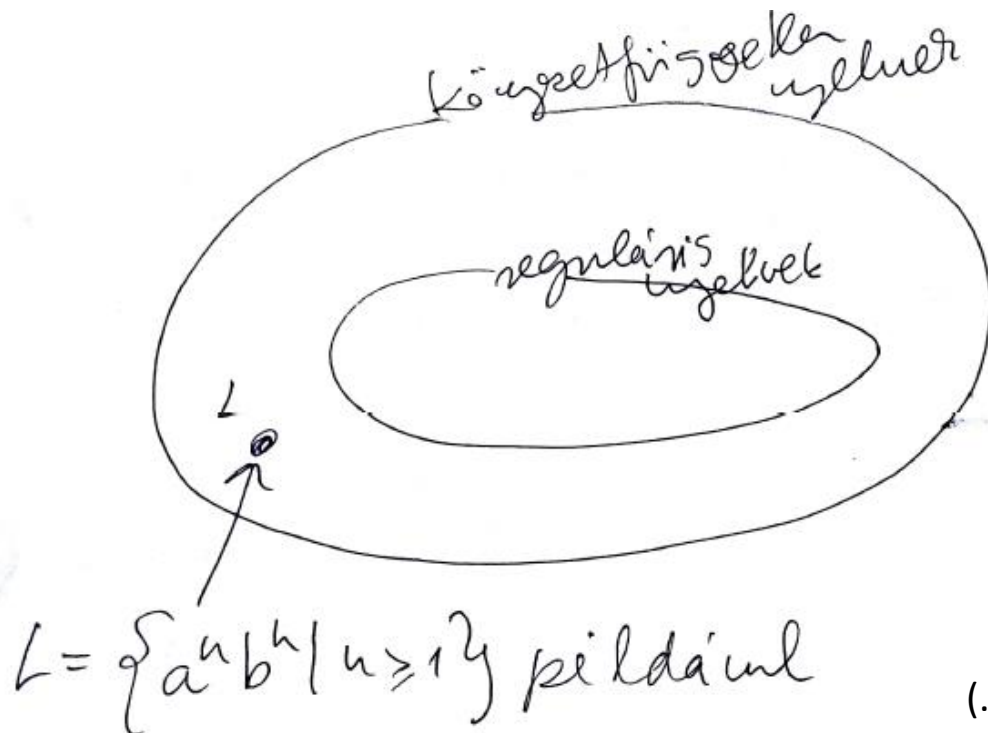
Teorem : $L \subset \Sigma^*$ regulării albur și
sar albur, la $L = L(G)$ albur G
regulării gramatică.

Principii : la Huri.

1. ugar auteneta \rightarrow regulării gramatică
2. regulării gramatică \rightarrow ugar auteneta

Vegyük észre:

Környezetfüggetlen grammatikákkal olyan nyelv is megadható, ami **véges automatákkal** (vagy **reguláris** kifejezésekkel, vagy **reguláris** grammatikákkal) **nem** adható meg.



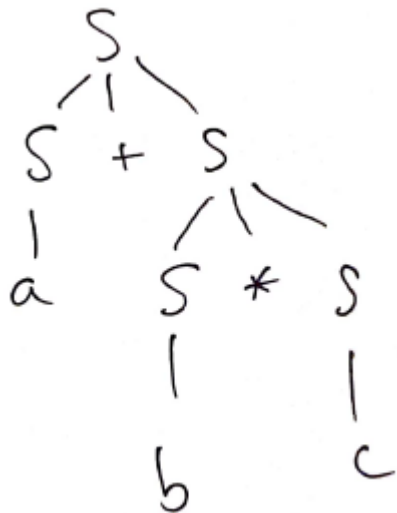
(... grammatikák és ... nyelvek!!!)

A múlt órán

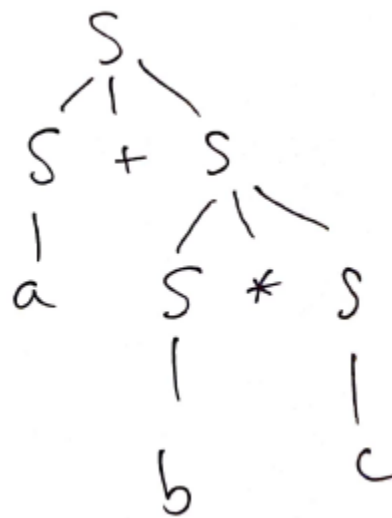
- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák
- Környezetfüggetlen grammatikák: lényegesen különböző levezetések, levezetési fák, grammatikák egyértelműsége
- Környezetfüggetlen grammatikák szabályainak egyszerűsítése, normálformák
 - törlő szabályok kiküszöbölése
 - láncszabályok kiküszöbölése

$$S \rightarrow a \mid S + S \mid S * S \mid (S)$$

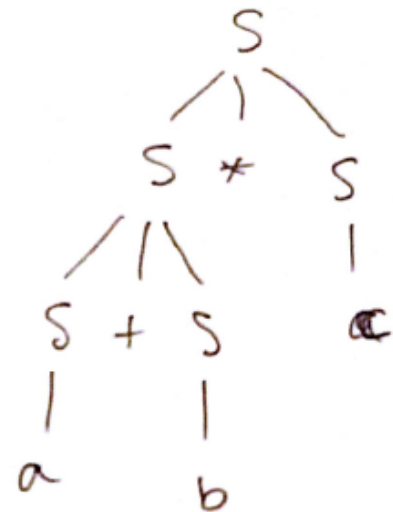
$$\begin{aligned} S &\Rightarrow S + S \Rightarrow \\ &\Rightarrow S + S * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + S * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + b * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + b * c \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S &\Rightarrow S + S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + S * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + S * c \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + b + c \end{aligned}$$

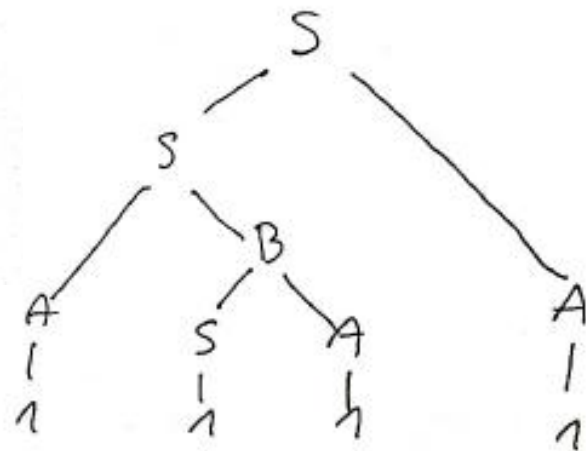
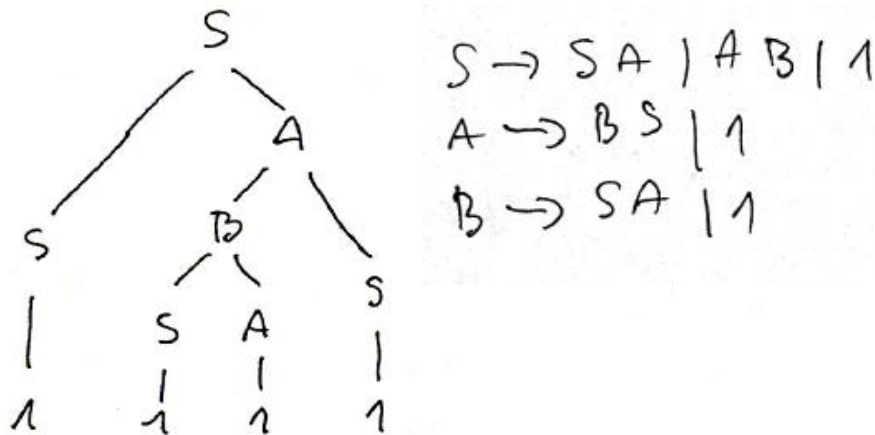


$$\begin{aligned} S &\Rightarrow S * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow S + S * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + S * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + b * S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a + b * c \end{aligned}$$



Két leverelési levezetés ei bábó re:

Ha a konyajár tartás leverelési re
ei bábó re.



$$\begin{aligned}
 \underline{S} &\Rightarrow \underline{S} \underline{A} \Rightarrow \underline{1} \underline{A} \Rightarrow \underline{1} \underline{B} \underline{S} \Rightarrow \underline{1} \underline{S} \underline{A} \underline{S} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \underline{1} \underline{1} \underline{A} \underline{S} \Rightarrow \underline{1} \underline{1} \underline{1} \underline{S} \Rightarrow \underline{1} \underline{1} \underline{1} \underline{1} \\
 &\text{way.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{S} &\Rightarrow \underline{S} \underline{A} \Rightarrow \underline{A} \underline{B} \underline{A} \Rightarrow \underline{1} \underline{B} \underline{A} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \underline{1} \underline{S} \underline{A} \underline{A} \Rightarrow \underline{1} \underline{1} \underline{A} \underline{A} \Rightarrow \underline{1} \underline{1} \underline{1} \underline{A} \Rightarrow \underline{1} \underline{1} \underline{1} \underline{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{S} &\Rightarrow \underline{S} \underline{A} \Rightarrow \underline{S} \underline{B} \underline{S} \Rightarrow \underline{S} \underline{S} \underline{A} \underline{S} \Rightarrow \underline{S} \underline{S} \underline{1} \underline{S} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \underline{S} \underline{1} \underline{1} \underline{S} \Rightarrow \underline{S} \underline{1} \underline{1} \underline{1} \Rightarrow \underline{1} \underline{1} \underline{1} \underline{1}
 \end{aligned}$$

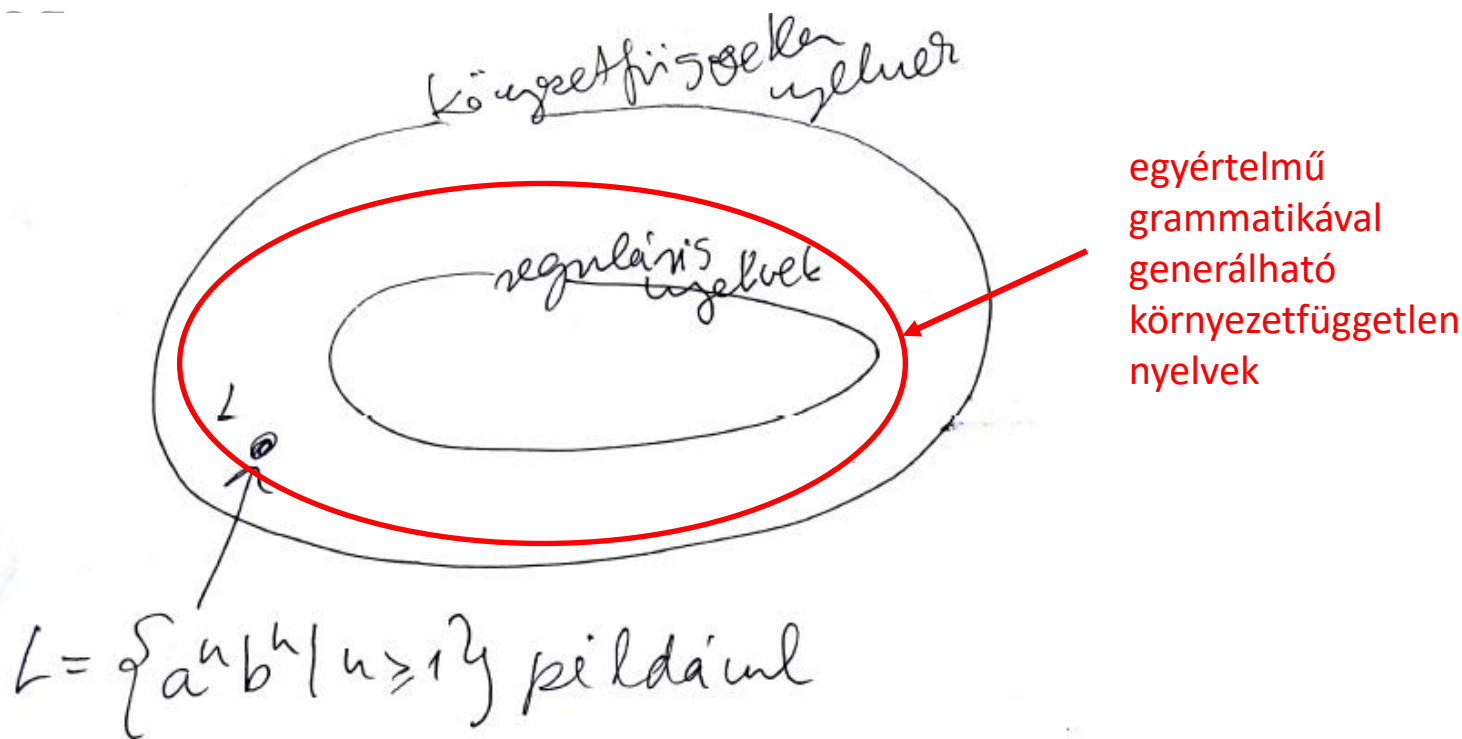
Königreichsgesetz grammatischer
eggeitelweise in töcheitel-
weise

Es grammatischer wenn eggeitelte, da
wenn also nicht, an der töcheitel
liegende in töcheitel leuchtet
in der.

↑
wenn sapin a nach der gabel-
weise sonderlich in töcheitel

Hol „helyezkednek el” a nem egyértelmű nyelvek:

Környezetfüggetlen grammatikákkal olyan nyelv is megadható, ami **véges automatákkal** (vagy **reguláris kifejezésekkel**, vagy **reguláris grammatikákkal**) **nem** adható



(... grammatikák és ... nyelvek!!!) a reguláris nyelvek miért egyértelműek?

A múlt órán

- Generatív grammatikák általában, végtelen nyelvek megadása generatív grammatikával
- Környezetfüggetlen grammatikák
- Reguláris nyelvek megadása környezetfüggetlen grammatikával, reguláris grammatikák
- Környezetfüggetlen grammatikák: lényegesen különböző levezetések, levezetési fák, grammatikák egyértelműsége
- Környezetfüggetlen grammatikák szabályainak egyszerűsítése, normálformák
 - törlő szabályok kiküszöbölése
 - láncszabályok kiküszöbölése

Grammatik "egyszerűsítő" normálformára

- Törlek nullát: $A \rightarrow \lambda$

• Minden közműveltségű ember számára
konstrukció G_1 úgy, hogy $L(G) = L(G_1) - \{\lambda\}$
és G_1 nem tartalmaz törlek nullát.

• Alapötlet:

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow BCD \\ B \rightarrow \lambda \\ C \rightarrow \lambda \end{array} \right\}$$

$$\longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow BCD \\ A \rightarrow CD \\ A \rightarrow BD \\ A \rightarrow D \end{array} \right.$$

Láncszabályok leírás

Láncszabály : $A \rightarrow B$ $A, B \in N$

Minden G környezetfüggetlen grammatikához konstruálható G_1 úgy, hogy $L(G_1) = L(G)$ és G_1 **nem tartalmaz láncszabályokat.**

Alapötlet :

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \\ C \rightarrow XY \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow XY \\ B \rightarrow XY \\ C \rightarrow XY \end{array} \right.$$

Láttuk:

- Minden G környezetfüggetlen grammatika átalakítható G' -vé úgy, hogy $L(G)=L(G')-\{\lambda\}$, de G' szabályai között **nincsenek törlő szabályok**.
- Minden G környezetfüggetlen grammatika átalakítható G' -vé úgy, hogy $L(G)=L(G')$, de G' szabályai között **nincsenek láncszabályok**.

A mai órán

- Chomsky féle normálforma,
- Cocke-Younger-Kasami algoritmus
- Pumpálási lemma környezetfüggetlen nyelvekre

Chomsky's normal form

$$G = (N, \Sigma, S, P)$$

- Every grammar can be converted to Chomsky normal form -
without loss of generality

$$A \rightarrow BC \text{ or } A \rightarrow a$$

$$a \in \Sigma \\ A, B, C \in N$$

where n is the number of symbols.

- Given a grammar G we can always find a Chomsky normal form grammar G_1 such that $L(G_1) = L(G) - \{\lambda\}$.
- Example: $A \rightarrow BCDE$ \Leftrightarrow $\begin{cases} A \rightarrow BX \\ X \rightarrow CY \\ Y \rightarrow DE \end{cases}$

A példa folytatása - A törlő szabályok és a láncszabályok kiküszöbölése után:

$$S \rightarrow TU \mid aTb \mid ab \mid cU \mid c \mid aVc \mid ac \mid bW \mid b$$

$$T \rightarrow aTb \mid ab$$

$$U \rightarrow cU \mid c$$

$$V \rightarrow aVc \mid ac \mid bW \mid b$$

$$W \rightarrow bW \mid b$$

Azaz:

$$S \rightarrow TU \mid X_a T X_b \mid X_a X_b \mid X_c U \mid c \mid X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$T \rightarrow X_a T X_b \mid X_a X_b$$

$$U \rightarrow X_c U \mid c$$

$$V \rightarrow X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$W \rightarrow X_b W \mid b$$

illetve $X_a \rightarrow a, X_b \rightarrow b, X_c \rightarrow c$

$$S \rightarrow TU \mid X_a T X_b \mid X_a X_b \mid X_c U \mid c \mid X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$T \rightarrow X_a T X_b \mid X_a X_b$$

$$U \rightarrow X_c U \mid c$$

$$V \rightarrow X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$W \rightarrow X_b W \mid b$$

Az eredmény:

$$S \rightarrow TU \mid X_a Y_1 \mid X_a X_b \mid X_c U \mid c \mid X_a Y_2 \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$Y_1 \rightarrow T X_b$$

$$Y_2 \rightarrow V X_c$$

$$T \rightarrow X_a Y_3 \mid X_a X_b$$

$$Y_3 \rightarrow T X_b$$

$$U \rightarrow X_c U \mid c$$

$$V \rightarrow X_a Y_4 \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$

$$Y_4 \rightarrow V X_c$$

$$W \rightarrow X_b W \mid b$$

illetve $X_a \rightarrow a, X_b \rightarrow b, X_c \rightarrow c$

Mire jó a Chomsky normálforma:

- Cocke-Younger-Kasami algoritmus
 - adott egy G környezetfüggetlen grammatika Chomsky normálformában
 - adott egy w sztring

Az algoritmus eldönti, hogy generálható-e a w sztring a G nyelvtannal. (Előállítja a lehetséges levezetések is.)

A mai órán

- Chomsky féle normálforma
- Cocke-Younger-Kasami algoritmus
- Pumpálási lemma környezetfüggetlen nyelvekre

Mire jó a Chomsky normálforma: Cocke-Younger-Kasami algoritmus

Tekintsük a következő grammatikát!

$G = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, S, H)$, ahol H szabályai:

$\{S \rightarrow SA, S \rightarrow AB, A \rightarrow BS, B \rightarrow SA, A \rightarrow 1, S \rightarrow 1, B \rightarrow 0\}$

Bizonyítsuk be, hogy az 10011 szó benne van a grammatika által generált nyelvben,

- Itiroo Sakai (1961)
- Tadao Kasami (1965), Daniel Younger (1967), John Cocke (1970)

(magyarázat a táblán)

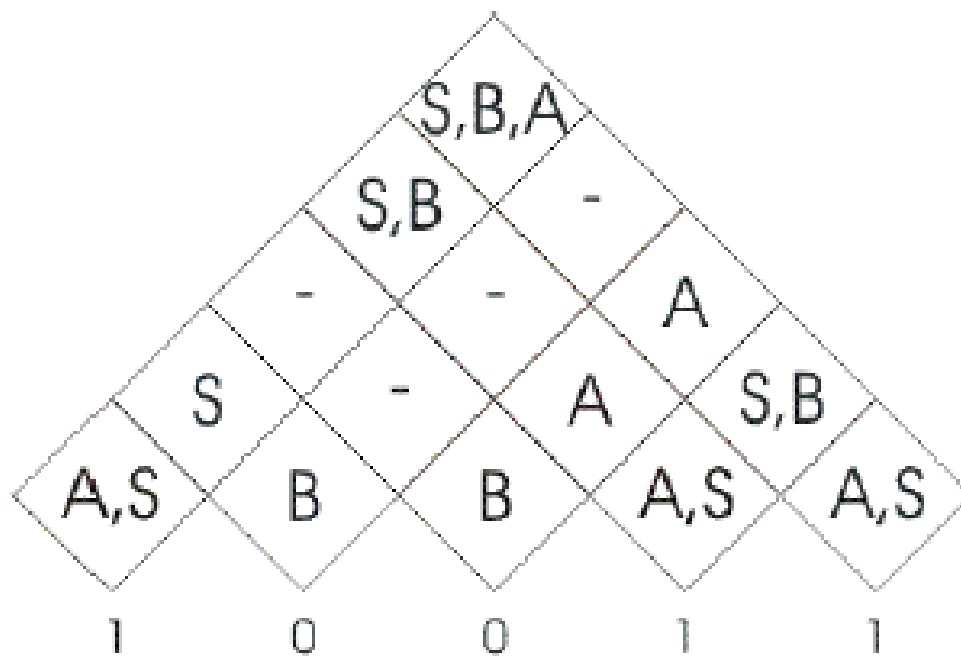
Mire jó a Chomsky normálforma: Cocke-Younger-Kasami algoritmus

Tekintsük a következő grammatikát!

$G = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, S, H)$, ahol H szabályai:

$\{S \rightarrow SA, S \rightarrow AB, A \rightarrow BS, B \rightarrow SA, A \rightarrow 1, S \rightarrow 1, B \rightarrow 0\}$

Bizonyítsuk be, hogy az 10011 szó benne van a grammatika által generált nyelvben,

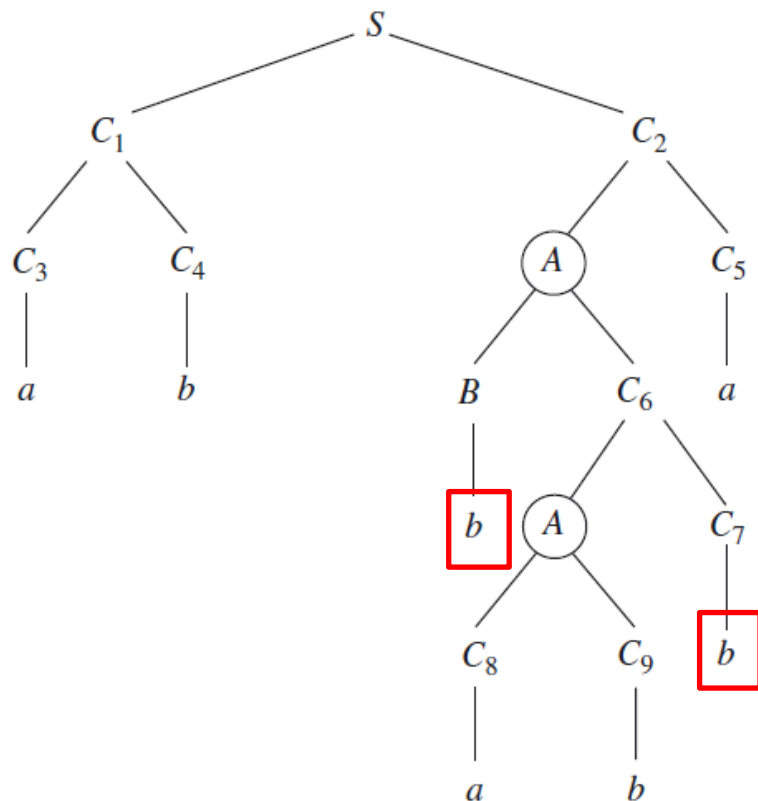


(miért kellett a Chomsky normálforma?)

A mai órán

- Chomsky féle normálforma
- Cocke-Younger-Kasami algoritmus
- Pumpálási lemma környezetfüggetlen nyelvekre

Levezetési fák közelebbről

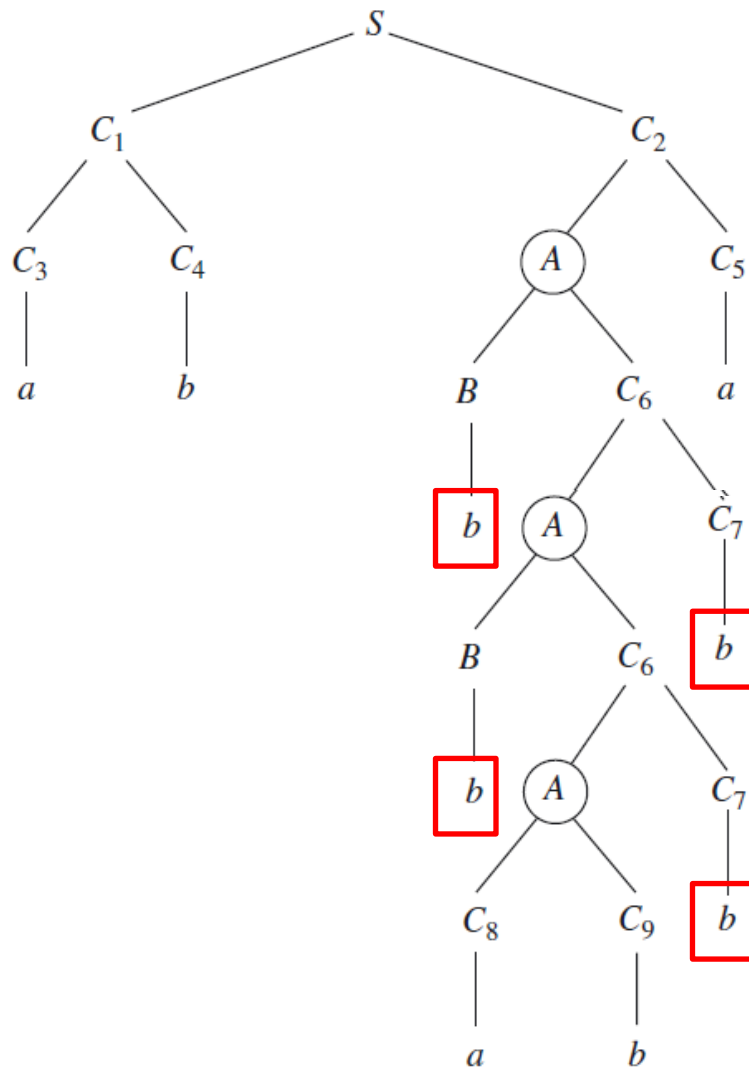


$u = (ab)(b)(ab)(b)(a)$

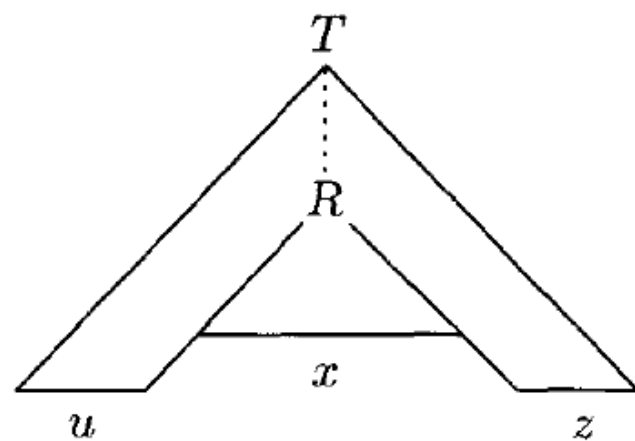
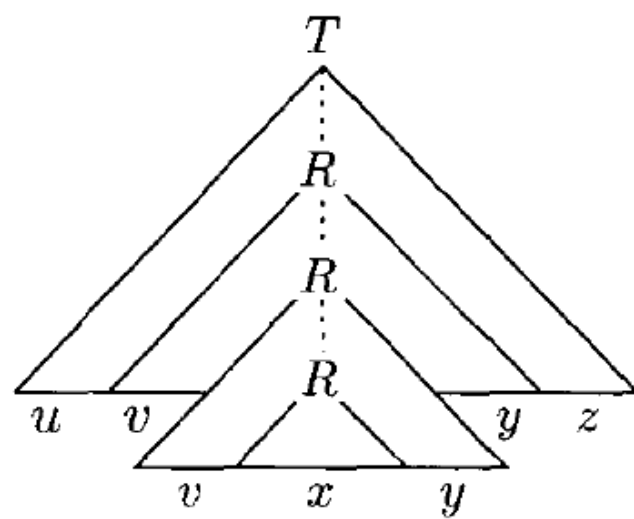
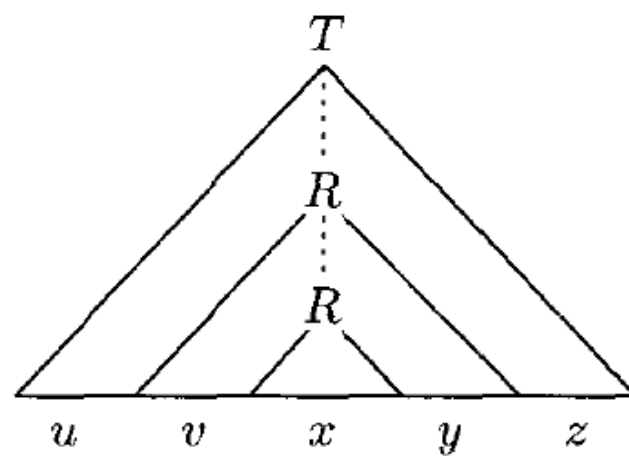
van $A \rightarrow BC_6$, $C_6 \rightarrow AC_7$ és

$A \rightarrow C_8C_9$ szabály

(meg egy csomó más szabály)



$u = (ab)(b)(b)(ab)(b)(b)(a)$



Pumpalémi lemma: Ha L környezetfüggetlen akkor létezik p , hogy ha $s \in L$ és $|s| \geq p$ akkor s felírható $s = uvxyz$ alakba, ahol

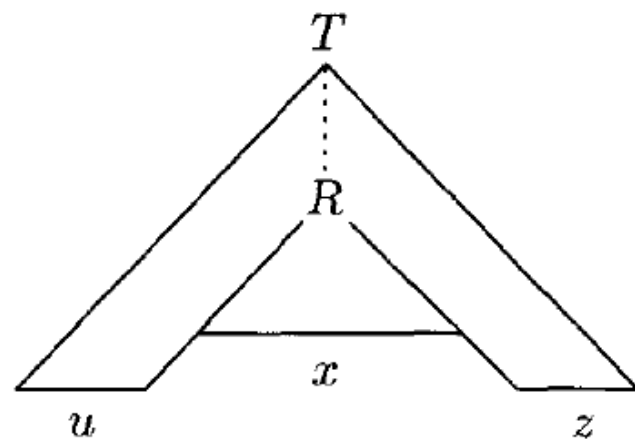
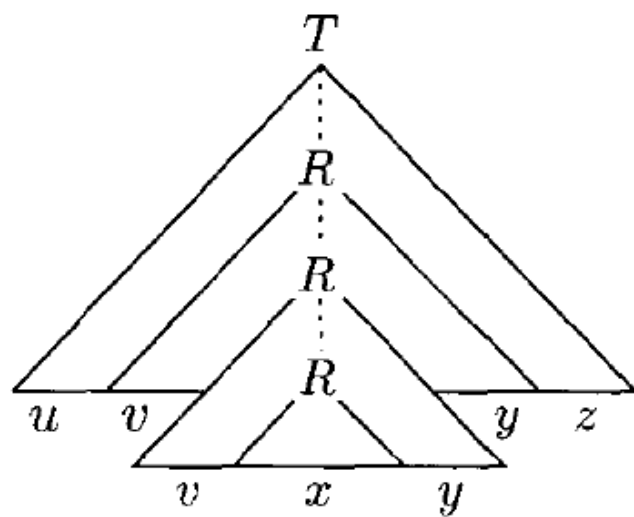
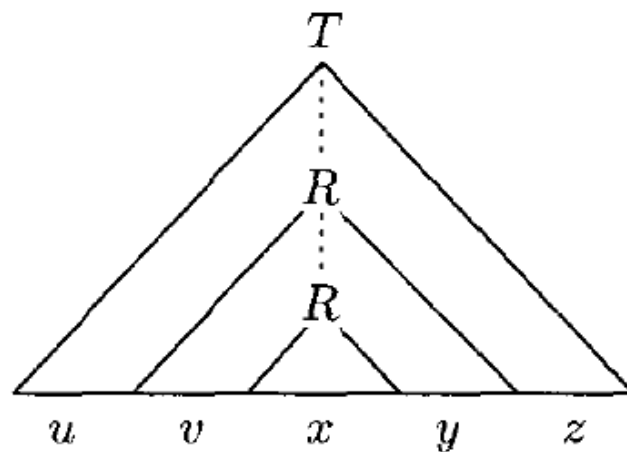
1. $|vxy| \leq p$

2. $|vy| > 0$

3. $uv^i xy^i z \in L$ minden $i \geq 0$ -ra

(környezetfüggetlen nyelv = környezetfüggetlen grammatikával generálható nyelv)

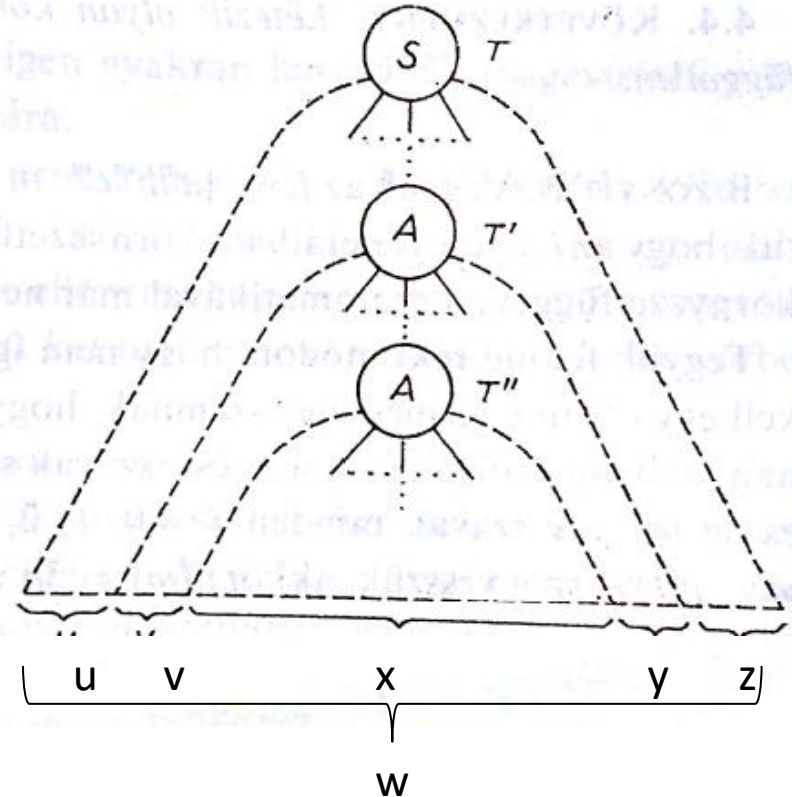
Pirongita' ötlet



Bizonyítási letelekítés / 1

- legyen $G = (N, T, S, P)$ felírás-es leírás - mentes
- legyen $m = |N|$ és legyen $l = \max(\{|\alpha| \mid X \rightarrow \alpha \in P\})$.
- legyen $w \in L(G)$, $|w| > l^{m+1}$.

1. Vesszi ki w -ből egy T levetési fáját.
2. Tücsökös, $h(T) > m+1$
3. Az S -ből az egyik levetési "út" legalább egy nemterminális kétszer fordul elő.



Miért teljesül a 2. ? (Mi az a „magasság”?)

Bizarróság / 2

4. a) $A \Rightarrow \dots \Rightarrow x$

b) $A \Rightarrow \dots \Rightarrow \vee A y$

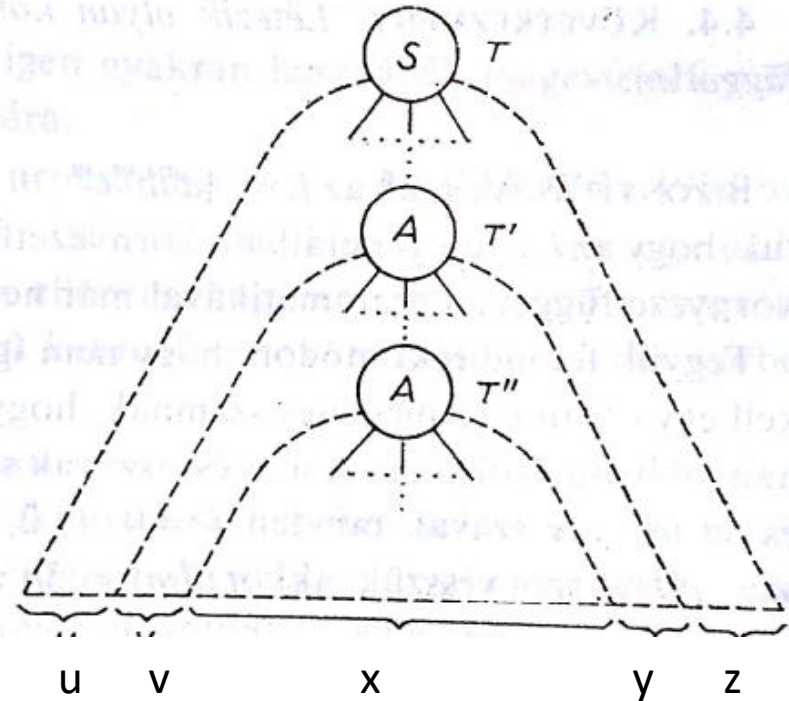
c) $S \Rightarrow \dots \Rightarrow u A z$

Leírás szerint:

$S \Rightarrow \dots \Rightarrow u A z \Rightarrow \dots \Rightarrow u x z$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_c \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_a$

$S \Rightarrow \dots \Rightarrow u A z \Rightarrow \dots \Rightarrow u \vee A y z \Rightarrow \dots \Rightarrow u \vee x y z$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_c \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_b \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_a$

$S \Rightarrow \dots \Rightarrow u A z \Rightarrow \dots \Rightarrow \dots \Rightarrow u \vee^i A y^i z \Rightarrow \dots \Rightarrow u \vee^i x y^i z$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_c \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{b, \text{ i-szer ismételve}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_a$

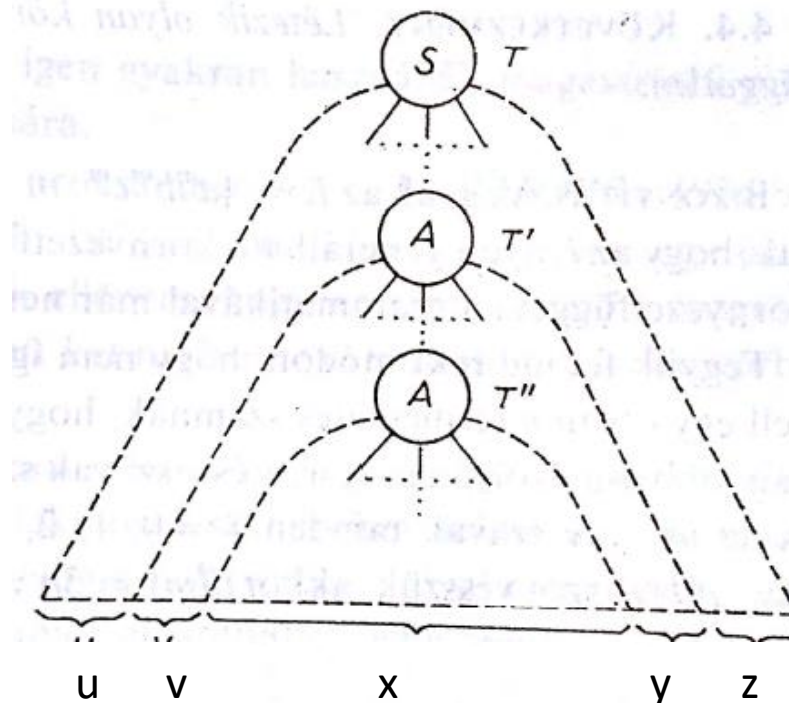


Prílegítő / 3

Azaz:

1. $uv^i xy^i z \in L(G)$ minden $i \geq 0$ -ra.
2. $|vxy| \geq 1$, hiszen minden lánconak.
3. $|vxy| \leq l^{m+1}$, hiszen T' -szel magassága legfeljebb $m+1$.

(Azaz a lemma-beli p konstansnál l^{m+1} pont megfelel.)



Pumpalási lemma: Ha L közmeghatározható
akkor létezik p , hogy ha $s \in L$ és $|s| \geq p$
akkor s felírható $s = uvxyz$ alakba,
ahol

$$1. \quad |v \times z| \leq p$$

$$2. |v_y| > 0$$

3. $u v^i x y^i z \in L$ unider $i \geq 0$ - re

Beispiel

$L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ wenn Vöngset-
föngsetten. Wiser:

Ha L vöngsetföngsetten uoh a , b , c ,
uoh under $s \in L$, $|s| \geq p$ - n ~~te~~ pumpil-
heto' uoh. Vönggü $s = a^p b^p c^p - t$.

Nu leh A pumpil-, leh L uoh
leh vöngsetföngsetten.

A mai órán

- Chomsky féle normálforma
- Cocke-Younger-Kasami algoritmus
- Pumpálási lemma környezetfüggetlen nyelvekre

Törlő és láncszabályok kiküszöbölése:

- J. Martin: 4.5 fejezet, 149-153. oldal
- Dömösi et al.: 7.3 -7.3.1 fejezet, 144-148. oldal

Pumpálási lemma környezetfüggetlen nyelvekre:

- Dömösi et al.: 7.4 fejezet, 151-156. oldal (Bar-Hillel lemma)
- J. Martin: 6.1 fejezet, 205-211. oldal