Határozatlan integrál II.

A helyettesítéses integrálás tétele Házi feladatok

1. Feladat. Határozzuk meg az alábbi függvények határozatlan integrálját a helyettesítéses integrálás tételének segítségével.

(a)
$$\int \frac{1}{x+a} dx$$

$$\int \frac{2}{1-2x} dx$$
 (b)
$$\int (2x-3)^{10} dx$$
 (l)
$$\int (2x-1)^7 dx$$

(c)
$$\int \sqrt[3]{1-3x} dx \qquad (m)$$

$$\int \sin(7x-3) dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{2-5x}} dx$$
 (n)
$$\int \frac{1}{(5x-2)^{\frac{5}{2}}} dx$$
 (o)

$$\int \frac{5x-2}{(5x-2)^{\frac{5}{2}}} dx \qquad (o)$$

$$\int \sqrt{3x+12} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[5]{1-2x+x^2}}{1-x} dx \qquad (p)$$

(g)
$$\int 1-x \qquad (p)$$

$$\int \sin(\sqrt{2}x+8)dx$$

(h)
$$\int (x+4)^{2012} dx$$

$$\int e^{\pi x-3} dx$$

(i)
$$\int \cos(2x+7)dx \qquad \qquad \int \frac{2}{3x-5}dx$$

$$\int e^{8x-13} dx \tag{s}$$

2. Feladat. A helyettesítéses integrálás tételének felhasználásával számítsuk ki a következő függvények primitív függvényeit.

(a)
$$\int \cos(1-x)dx$$

$$\int \sqrt{2x+1}dx$$
 (b)
$$\int e^{3x-1}dx$$

$$\int x\sqrt{1+3x}dx$$

(e)
$$\int x^2 \sqrt{x+1} dx$$

$$\int \frac{\sin(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx$$
(f)
$$\int \frac{x}{\sqrt{2-3x}} dx$$
 (n)
$$\int x^{x-1} \sin(x^x) dx$$
 (o)
$$\int x^{3/3} (x) dx$$
 (o)
$$\int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^6}} dx$$
 (i)
$$\int \frac{\cos(x)}{\sin^3(x)} dx$$
 (p)
$$\int x \sqrt[4]{1+x} dx$$
 (i)
$$\int \cos(2x) \sqrt{4-\sin(2x)} dx$$
 (q)
$$\int x^2 \sqrt[3]{(8x^3+27)^2} dx$$
 (l) (s)

3. Feladat. A helyettesítéses integrálás tételének felhasználásával számítsuk ki a következő függvények primitív függvényeit.

 $\int \frac{\sin(x) + \cos(x)}{\sqrt[3]{\sin(x) - \cos(x)}} dx$

 $\int (2x-1)^7 dx$

(a)
$$\int (7x+5)^{-10} dx$$
 (g)
$$\int \frac{1}{(-2x+8)^7} dx$$
 (b)
$$\int e^{4x-9} dx$$
 (i)
$$\int \frac{1}{-10x-4} dx$$
 (i)
$$\int (8x-3)^3 dx$$
 (d)
$$\int \cos(8x+7) dx$$
 (j)
$$\int (x-2)^{10} dx$$
 (e)
$$\int \frac{1}{(-10x+7)^{10}} dx$$
 (f)
$$\int (x+5)^3 dx$$

 $\int \frac{\sin(x)}{\sqrt{\cos^3(x)}} dx$

 $\int \frac{1}{5x-7} dx$

(m)
$$\int \sin(7x-3)dx$$
 (r)
$$\int x\cos(x^2)dx$$
 (n)
$$\int e^{3x-2}dx$$
 (s)
$$\int \frac{4x}{\sqrt{2x^2+1}}dx$$
 (p)
$$\int \frac{1}{7x+5}dx$$
 (u)
$$\int 2xe^{x^2-5}dx$$

4. Feladat. A helyettesítéses integrálás tételének felhasználásával számítsuk ki a következő függvények primitív függvényeit.

(a)
$$\int -2x \sin(1-x^2) dx$$
(b)
$$\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} dx$$
(c)
$$\int 5x \sqrt{1-x^2} dx$$
(d)
$$\int \frac{x^3}{x^4+3} dx$$
(e)
$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} dx$$
(f)
$$\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+16}} dx$$
(g)
$$\int (1+\sin(x))^7 \cos(x) dx$$
(h)
$$\int \frac{\sin(\ln(x))}{x} dx$$
(j)
$$\int x \sin(x^2-3) dx$$
(m)
$$\int x^3 \sqrt{x^4+1} dx$$
(n)
$$\int \frac{\cos(x)}{(5+\sin(x))^2} dx$$

$$\int x^4 (1+x^5)^3 dx$$

$$\int \frac{1}{x+x \ln^2(x)} dx$$
(f)
$$\int \frac{1}{x+x \ln^2(x)} dx$$
(g)
$$\int (1+\sin(x))^7 \cos(x) dx$$
(g)
$$\int (3x+2) \sqrt{4x+1} dx$$

(i)
$$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 1}} dx$$

$$\int \frac{2x - 5}{\sqrt{3x + 1}} dx$$

(v)
$$\int \sin\left(\sqrt{5x+3}\right) dx$$

$$\int \frac{5e^{2x} - 8e^x}{2e^{2x} + 9e^x - 5} dx$$

$$\int \frac{7}{x + \sqrt{x} - 12} dx$$
 (v)
$$\int \frac{2e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 1} dx$$

$$\int \frac{\cosh(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

5. Feladat. Határozzuk meg az alábbi függvények primitív függvényeit, a helyettesítéses integrálás tételének segítségével.

$$(a) \qquad \int e^{\sqrt{2x-4}} dx \qquad (m) \qquad \int \sin(2x)\cos(2x) dx$$

$$(b) \qquad \int \frac{e^x - 9}{e^{x+3}} dx \qquad (n) \qquad \int \sinh(3x)\cosh(3x) dx$$

$$(c) \qquad \int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx \qquad (o) \qquad \int \sin^4(x)\cos(x) dx$$

$$(d) \qquad \int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx \qquad (p) \qquad \int \sinh^3(x)\cosh(x) dx$$

$$(e) \qquad \int \frac{2x - 1}{x^2 - x - 7} dx \qquad (q) \qquad \int x^3 \sqrt{x^4 + 1} dx$$

$$(g) \qquad \int \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 7} dx \qquad (r) \qquad \int \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2} dx$$

$$(h) \qquad \int \frac{3x^2}{x^3 - 1} dx \qquad (s) \qquad \int 5x \sqrt{1 - x^2} dx$$

$$(i) \qquad \int \frac{8x}{x^2 - 4} dx \qquad (i) \qquad \int \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 16}} dx$$

$$(j) \qquad \int \frac{x^2}{x^3 + 2} dx \qquad (v) \qquad \int \frac{\cos(x)}{(5 + \sin(x))^2} dx$$

6. Feladat. A helyettesítéses integrálás tételének segítségével határozzuk meg a következő függvények primitív függvényeit.

(a)
$$\int (x^3 + 2)\cos(x^4 + 8x)dx \qquad \qquad \int \frac{x}{\sqrt{4x + 1}}dx$$

(b)
$$\int 2\sin(x)\sin(\cos(x))dx \qquad \qquad \int x^2 \sqrt[3]{2x-2}dx$$

(c)
$$\int (-16x^3 - 16)\sin(2x^4 + 4x^2)dx$$
 $\int x^2 \sqrt[3]{-3x - 2}dx$

(e)
$$\int 3\cos(x)\cos(\sin(x))dx \qquad \qquad \int x\sqrt{5x+2}dx$$

(f)
$$\int (-x^4 - 2x^3)^7 (-4x^3 - 6x^2) dx$$

$$\int x^3 (x^2 + 1)^{99} dx$$

(g)
$$\int 16x(8x^2 + 4)dx$$
 $\int x^3(-2x^2 - 5)dx$

(h)
$$\int 28x^3 \cos(7x^4 + 5) dx$$
 (s)
$$\int \frac{x}{(-x^2 - 3)^2} dx$$

(i)
$$\int 27x^2 \cos(9x^3 + 12)dx$$

$$\int x^5 (x^2 - 5)^{45} dx$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{2x+2}} dx \qquad \qquad \int \frac{x^3}{(-2x^2)^{13}} dx$$

$$\int x \sqrt{2x+3} dx \qquad \qquad \int \frac{x^3}{(3-3x)^{40}} dx$$