

6. Kombinatorika

6.1. Hány különböző 5 hosszúságú karaktersorozatot készíthetünk az **a, b, c, d, e** karakterekből, ha minden karakter csak egyszer szerepelhet a sorozatban?

6.2. Melyikből van több: csupa különböző számjegyből álló tízjegyű, vagy csupa különböző számjegyből álló kilencjegyű számból?

6.3. Hányféleképpen rakhatunk sorba 12 könyvet, ha 3 bizonyos könyvet egymás mellé akarunk rakni és

(a) a három könyv sorrendje nem számít?

(b) a három könyv sorrendje számít?

6.4. Hányféleképpen lehet a sakktáblán elhelyezni 8 egyforma bástyát úgy, hogy egyik se üsse a másikat? Mennyi lesz az eredmény, ha a 8 bástyát meg tudjuk különböztetni egymástól?

6.5. Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 10 embert, ha a forgatással egymásba vihető ülésrendeket azonosnak tekintjük?

6.6. Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 5 házaspárt úgy, hogy a házastársak egymás mellett üljenek? (A forgatással egymásba vihető ülésrendeket azonosnak tekintjük.)

6.7. Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 5 férfit és 5 nőt úgy, hogy se két férfi, se két nő ne kerüljön egymás mellé? (A forgatással egymásba vihető ülésrendeket azonosnak tekintjük.)

6.8. Hány olyan hatjegyű szám van, melyben három 1-es, két 2-es és egy 3-as számjegy szerepel?

6.9. Egy urnában 5 piros, 7 fehér és 3 zöld golyó található. Egyesével kihúzzuk a golyókat és a húzás sorrendjében feljegyezzük a kihúzott golyók színét. Hányféle színsorozatot kaphatunk?

6.10. Egy kiránduláson 10 diák vesz részt. Hányféleképpen helyezhetjük el őket egy két-, egy három- és egy ötágyas szobában?

6.11. Hányféleképpen oszthatunk szét 12 gyerek között 15 könyvet, ha nem muszáj minden gyereknek könyvet adnunk?

6.12. Hat ajánlott levelet kell kikézbesíteni, ehhez három postás áll rendelkezésre. Hányféleképpen oszthatjuk szét a leveleket közöttük?

6.13. Hányféleképpen választhatunk ki egy csomag francia kártyából (4 szín, színenként 13 lap) négy páronként különböző színű lapot? Hányféleképpen választhatunk akkor, ha azt is megköveteljük, hogy ne legyen két azonos értékű sem?

6.14. Hányféleképpen ültethetünk egymás mellé 10 különböző életkorú embert úgy, hogy a legidősebb és a legfiatalabb ne üljön egymás mellett?

6.15. A számegyenesen az origóból indulva 10-et lépünk úgy, hogy minden lépésnél 1 egységet lépünk jobbra, vagy balra. Hányféleképpen fordulhat elő, hogy a 10 lépés után visszaérünk az origóba?

6.16. Hányféleképpen juthatunk el a síkbeli koordináta-rendszerben az origóból a (4, 3) pontba, ha mindig csak jobbra, vagy felfelé léphetünk 1 egységet?

6.17. Az (x, y, z) térbeli koordináta-rendszerben hányféleképpen juthatunk el az origóból a (4, 3, 2) pontba, ha minden lépésnél az x -, y -, vagy z -tengely mentén léphetünk egy egységnyit pozitív irányban?

6.18. Hányféleképpen lehet kiolvasni az alábbi táblázatból a kombinatorika szót?

K	O	M	B	I	N	A	T
O	M	B	I	N	A	T	O
M	B	I	N	A	T	O	R
B	I	N	A	T	O	R	I
I	N	A	T	O	R	I	K
N	A	T	O	R	I	K	A

6.19. Hányféleképpen rakhatunk sorba 5 piros és 8 fehér golyót úgy, hogy ne legyen egymás mellett 2 piros golyó?

6.20. Hányféleképpen rakhatunk sorba n darab nullát és k darab 1-est ($k \leq n+1$) úgy, hogy két egyes ne kerüljön egymás mellé?

6.21. Hányféleképpen állíthatunk sorba 4 fiút és 6 lányt úgy, hogy két fiú ne álljon egymás mellett?

6.22. Hányféleképpen rakhatunk sorba 6 piros, 5 fehér és 4 kék golyót úgy, hogy 2 piros golyó ne kerüljön egymás mellé?

6.23. Hányféleképpen választhatunk ki 6 fiúból és 8 lányból 4 táncoló párt? (A párok tagjai különböző neműek.)

6.24. Egy társaságban 15 férfi és 16 nő van. Hányféleképpen választhatunk ki belőlük 7 embert úgy, hogy pontosan 4 férfi legyen közöttük?

6.25. Hányféleképpen választhatunk ki egy 11 fős társaságból két négyfős csapatot?

6.26. Egy adott héten hányféleképpen fordulhat elő, hogy pontosan három találatunk van az ötöslottón? Az ötöslottón 90 számból húznak 5-öt, a sorrend nem számít.

6.27. Egy adott héten egy szelvénnel játszva hányféleképpen fordulhat elő, hogy legalább három találatunk van az ötöslottón?

6.28. Egy csomag francia kártyából kihúznak 10 lapot. Hány esetben lesz ezek között

- (a) ász?
- (b) pontosan egy ász?
- (c) legfeljebb egy ász?
- (d) pontosan két ász?
- (e) legalább két ász?

6.29. Hányféleképpen oszthatunk szét 4 gyerek között 7 almát és 9 körtét?

6.30. A $(2+x)^8$ hatványozást elvégezve mi az x^3 tag együtthatója?

6.31. Elvégezve az $(1+a)^{17}$ hatványozást, mi lesz az a^{10} tag együtthatója?

6.32. Igazoljuk az alábbi összefüggést!

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

6.33. Igazoljuk az alábbi összefüggéseket!

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \cdots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$