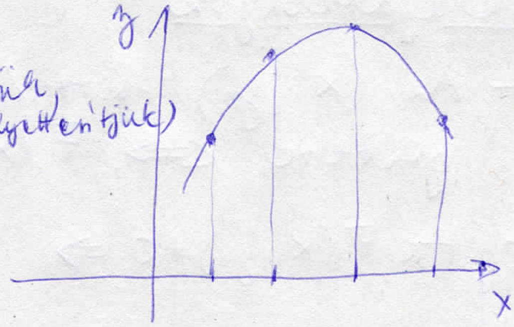
3. Ea . 2017. 09. 25.

Függvényábrázolás, görbe ábrázolás

I. Explicit fgv. $y = f(x)$

A fv-t több pontban kiértékeljük, (x-t helyettesítjük) majd a kapott pontokat összekötve kapjuk a grafikont.

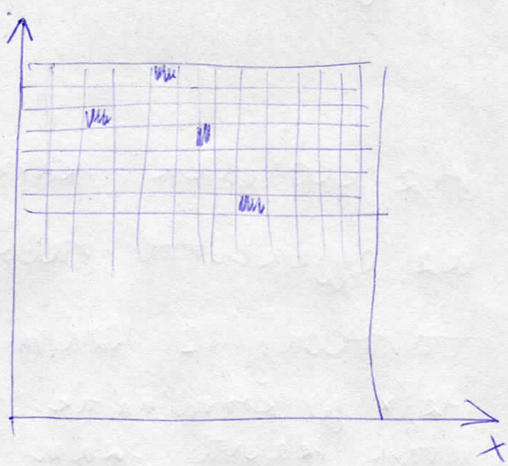


II. Implicit fgv $F(x,y)=0$

„egy x értékhez akárhány y érték tartozhat."
A kapott görbe maga alá is tekeredhet.
Itt elveszítjük azt a lehetőséget, hogy x-t helyettesítve megkapjuk az y értékét, ugyanis y-ra nagyon bonyolult egyenletet is kaphatunk.

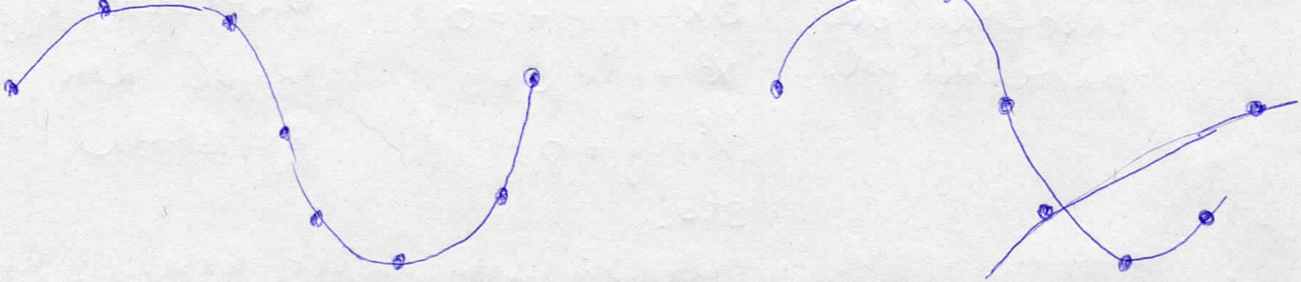
Pl: $4x^5 - 5xy^7 + \sin x \cdot \cos y^3 - 7 = 0$.

Ábrázolási ötlet:
A koordinátasík egy kis tartományán jelenítjük meg így veszünk erről a területről pontokat (x_0, y_0), melyeket behelyettesítünk az $F(x,y)$-ba.
Ha 0-t kapunk, akkor a megfelelő pixel kigyújtható.



Ezzel a pixelenkénti kiértékeléssel lassan tudunk haladni.
Ha megtaláltunk néhány pontot, akkor kérdés, hogy milyen módon köthetők össze.
A pontokból nem látszik, hogy merre halad a görbe.

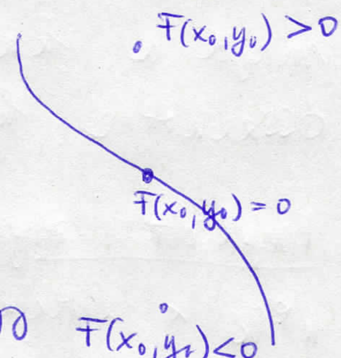
így vagy így ??



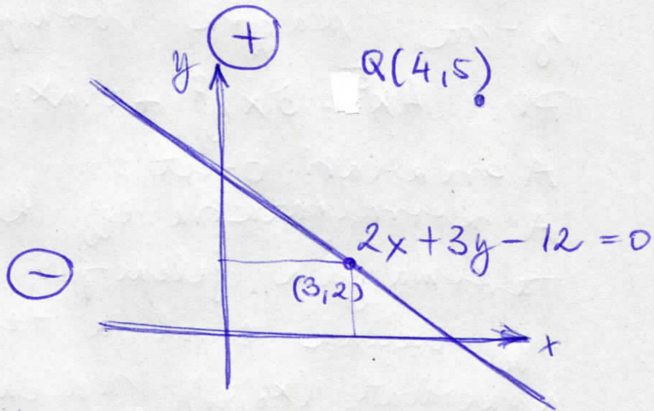
Az implicit fv. ábrázolás nem túl népszerű a komputergrafikában.

Tulajdonságok

- Az (x_0, y_0) koordinátájú pont illeszkedik a görbére $\iff F(x_0, y_0) = 0$
- Ha $F(x_0, y_0) \neq 0 \Rightarrow$



A síkon azt tudom eldönteni, hogy a vizsgált pont a görbe melyik oldalán van. Az egyik oldalon lévő pontok esetén az $F(x_0, y_0) > 0$ minden esetben, a másik oldalon $F(x_0, y_0) < 0$.



Az előjelen kívül az egyenestől való távolság is számítódik.

Az (x_0, y_0) koordináták behelyettesítése után kapott szám abs. értéke megadja a $P_0(x_0, y_0)$ és az egyenes távolságát.

Az előjel a félsíkot dönti el!

$P(3,2) \in e$

Q illeszkedik-e?

$2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 - 12 = 11 > 0$

$O(0,0)$ ill.-e?

$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 12 = -12 < 0$

- Ha a görbe polinommal van megadva, (azaz x, y hatványai és konstansok szerepelnek benne) $\Rightarrow$

elsőfokú pol.:	$3x - 4y - 4 = 0$	biztosan egyenes
másodfokú pol.:	$x^2 + y^2 - 9 = 0$	ez pl kör
	$x^2 - y = 0$	parabola

stb...

jellemző, hogy miket kapunk (kúpszelet!)

– n-ed fokú polinom

$$x^n - 3y^n + \dots = 0.$$

A kapott görbék az előbbi sorrendben:

– első rendű görbe (csak az egyenes!)

– másodrendű görbe (kúpszeletek)

– n-ed rendű görbe

A polinomokkal leírható görbéket <u>algebrai</u> görbéknek nevezzük.

Egy m-ed és egy n-ed rendű görbének legfeljebb $m \cdot n$ db „látható" metszéspontja lehet. (Bezout-tétel!)

Két görbe metszéspontjának számolása egy egyenletrendszer megoldását jelenti.

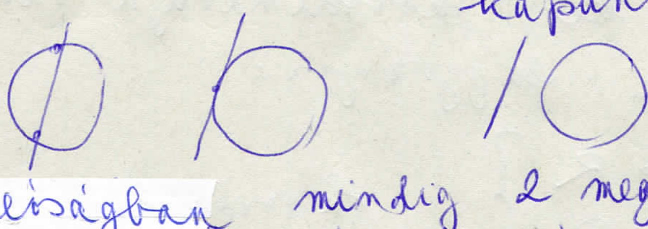
Pl egyenesekre: → megoldások száma: 1 vagy 0.

$$\left.\begin{aligned} 3x+5y-7&=0 \\ 4x+6y+8&=0 \end{aligned}\right\}$$

egyenes - kör :→ metszéspontok száma: 2, 1, 0 lehet.

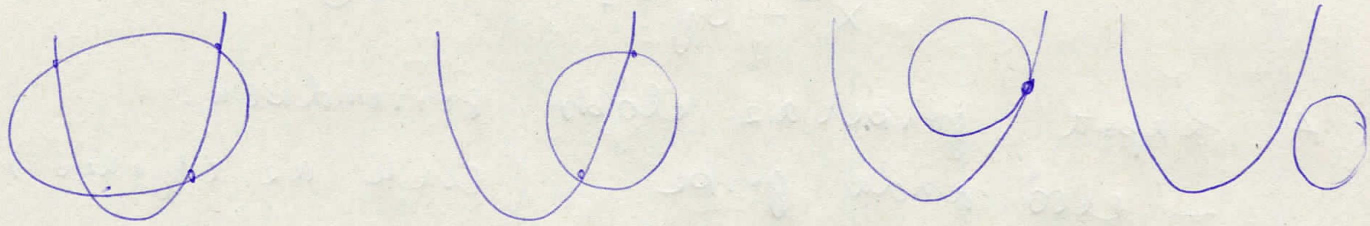
$$\left.\begin{aligned} x^2+y^2-9&=0 \\ 3x+5y-10&=0 \end{aligned}\right\} \to y = \dots$$

y-t az első egyenletbe helyettesítve x-re egy másodfokú egyenletet kapunk.

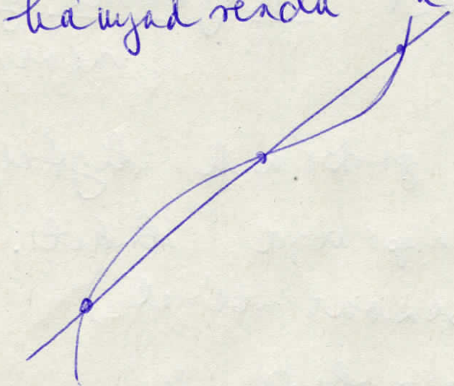


(A valóságban mindig 2 megoldás van, két különböző valós, 1 valós amely kétszeres megoldás, két képzetes)

Parabola - kör



- Egy grafikont látva felteheti a kérdés: hányad fokú polinommal írható le? hányad rendű a görbe?



Ez most biztosan nem másodrendű.

A $\sin(x)$ fgv.-hez található olyan egyenes, amely ∞ sok metszéspontot ad.

$\Rightarrow \sin(x)$ fgv. analitikus fv., azaz nem írható le polinommal.

A komp. grafika általában nem használja az analitikus függvényeket.

III Vektorfüggvények (vektor értékű, paraméteres alakban megadott)

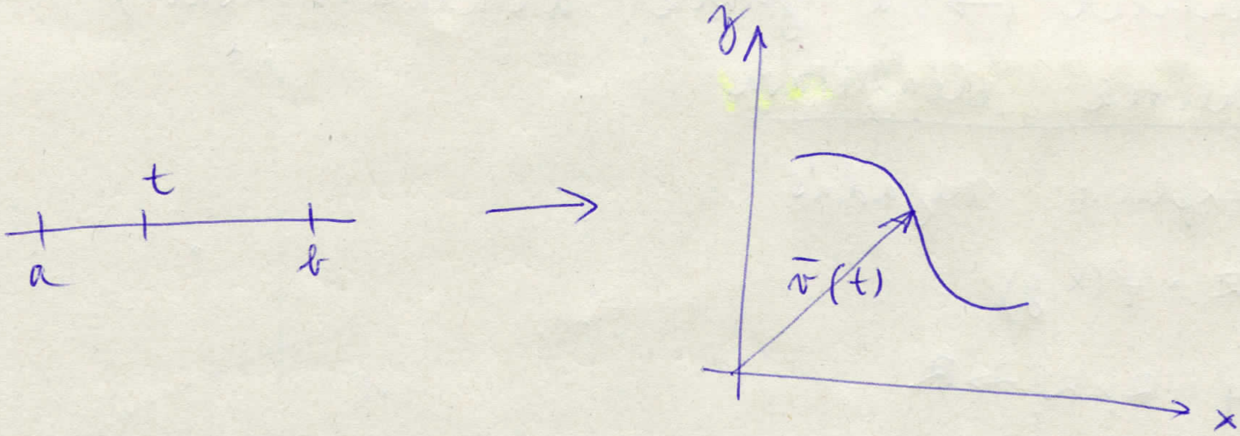
Az idő függvényében egy vektort írunk le.

$\bar{r}(t) : \underbrace{[a,b]}_{\text{valós, intervallum}} \to V^2$ (a sík vektorainak halmazába képezünk)

A vektoroknak két koordinátája van, (x,y), és ezek t-nek függvényei:

$$\left.\begin{array}{l} x(t) : [a,b] \to \mathbb{R} \\ y(t) : [a,b] \to \mathbb{R} \end{array}\right\} \quad \underline{\text{koordinátafüggvények}}$$

V^2 : szabadvektorok vektortere, síkban, lásd később



Az így megadott görbe egyesíti az eddig előnyöket:

- könnyű kirajzolás
  (ismert lesz a görbe futása, az összekötés sorrendje adott a $t \in [a,b]$ növekedésével.)
- a görbe bármilyen alakú lehet, akár spirál is.
- könnyen kiterjeszthető térbe, és az $[x,y]$ síkon ábrázolt görbe egy térgörbe vetületeként is értelmezhető.

Térbeli görbét csak vektorparaméteres alakban adhatók meg.

$$\left.\begin{array}{l} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{array}\right\} : [a,b] \to \mathbb{R}$$

pl: hengeres csavarvonal

Felületek egyenlettel írhatók le, általában csak annyit mondhatunk, hogy megjelenik a z koordináta is.

→ utána a teret síkra le kell vetíteni.

Felületek (→ a görbék általánosításai)

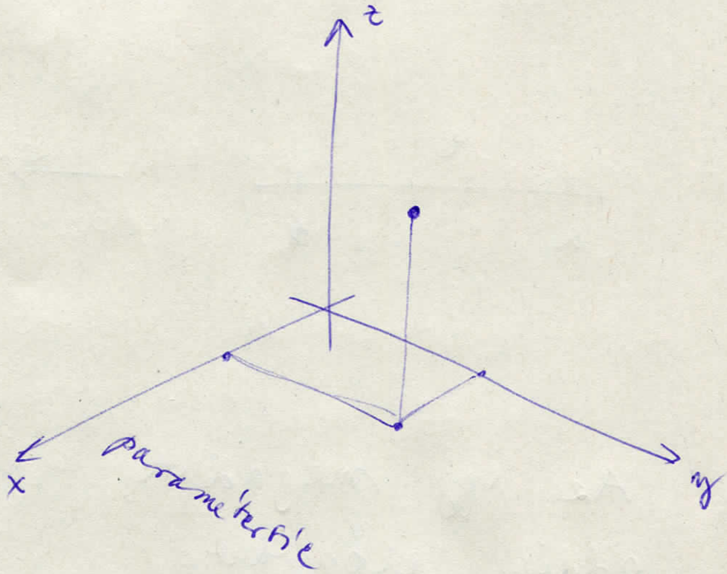
Felületek előállítása

I. Explicit megadás

$z = f(x,y)$

$f: \mathbb{R}\times\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$z = 3x^2 + 5xy + y^6 \cdot \log x$



- határgörbe (≈ keret
- paramétervonalak (mekkora köz legyen?)
- dróthálós megjelenítés, felületi görbékkel való megjelenítés

Hátrány: – egyetlen (x,y) pároshoz mindig csak egy z érték tartozhat.
– Az interakció (gondolat – képlet) nehézkes

Előny: könnyű ábrázolás a paramétervonalakkal.

II. Implicit megadás

$F(x,y,z) = 0$

- $3x + 4y + 5z - 7 = 0$ lineáris → sík (explicit alakká alakítható)
- $x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$ másodf. → gömb (nem alakítható explicit alakúvá)