Explicit függvények és grafikonjaik [1]

Explicit függvény: $y = f(x)$ alakban megadott függvény, amely azt jelenti, hogy az y olyan matematikai kifejezéssel, képlettel adható meg, amely csak az x-től függ. Az értelmezési tartomány többnyire a teljes valós számhalmaz, az $y = f(x)$ leíró képlet vizsgálatakor ki tudjuk szűrni azokat az x értékeket, ahol nincs értelmezve az adott függvény.

- $y = 5x + 2$ lineáris függvény (egyenes)
- $y = 3x^2 - 2x + 3$ másodfokú függvény (parabola)
- $y = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2$ negyedfokú polinommal leírt függvény
- $y = sin(2x)$ $\quad y = 3\cos(x)$ trigonometrikus függvények
- $y = \mathrm{tg}(2x+1)$, $y = \mathrm{ctg}(3x)$ Értelmezési tartomány!
- $y = \frac{\cos(3x+2)}{x^2-1}$ törtfüggvény (Értelmezési tartomány!)
- $y = \mathrm{tg}(x)\sqrt[3]{\sin(x^2 - 1)}$ összetett függvények

Explicit függvények ábrázolása Matlab-ban

1. Ábrázoljuk az $y = -2x^2 + 2x + 3$ alakban megadott parabolát!

   A függvény ábrázolásához meg kell határozni az értelmezési tartományon belül egy intervallumot, amely fölött a függvényt ábrázolni szeretnénk.

```
x = -2:1:3; % -2 és 3 közötti intervallum
y = -2*x.^2 +2*x +3;
figure; plot(x,y);
axis([-3 4 -10 5]);
axis equal;
ax = gca;
ax.XAxisLocation  = 'origin';
ax.YAxisLocation  = 'origin';
grid on;
```

   Hogyan változik az eredmény, ha az első sort `x=linspace(-2,3,15);` illetve `x = linspace(-2,3);` sorra cseréljük?

- `x = -2:1:3;` Így a -2 és 3 közötti intervallumon 1 lépésközzel felosztást készítünk, melynek eredménye: `x = [-2 -1 0 1 2 3]`. Ezeken a helyeken, ilyen x értékekre lesz majd kiértékelve a függvény. (Megjegyzés: Az intervallumot fordított irányban is bejárhatjuk, a lépésköz lehet negatív szám is.)

[1] Papp Ildikó oktatási segédanyagának felhasználásával készült

- `x = -2:3;` egyenértékű az előzővel, amikor nincs megadva a lépésköz (a középső paraméter értéke), annak az alapértelmezett értéke 1 lesz.
- `x = linspace(-2,3,6);` ez is egyenértékű az előzővel. Ekkor a [-2, 3] intervallumon 6 db osztáspontot számoltatunk ki, beleértve az intervallum végpontjait is. A felosztás minden esetben egyenlő lépésközökkel történik. Ha a `linspace` 3. paraméterét (az osztópontok számát) elhagyjuk, akkor annak az alapértelmezett értéke 100, azaz 98 belső osztáspont és a 2 végpont kerül kiszámításra.
- Megjegyzés: Lineáris függvény (egyenes) esetében nincs szükség belső osztáspontokra!
- A sorok végén a ; hatására nem íratjuk ki a kiszámolt értékeket.
- `figure;` nyit egy új grafikus ablakot.

  A `plot(x,y)` ábrázolja a kiszámolt (x,y) pontpárokat. Egészen pontosan most egy 6 koordinátájú x és y vektort számoltunk ki. Fontos, hogy mindkét vektor ugyanannyi koordinátával rendelkezzen.

  `x = -2:1:3` eredménye x = [-2 -1 0 1 2 3]

  `y = -2*x.^2 +2*x +3` eredménye y = [-9 -1 3 3 -1 -9]
- `plot(x,y,’szin tipus’)` az ábrázolás során lehetőség van vonal színének és típusának megadására. Alapértelmezett a folyamatos vonal, (folyamatos - , pontvonal : , szaggatott - - , szaggatott-pontozott vonal -.) Színek: alapszínek általában az angol szavak kezdőbetűjével adhatóak meg.
- `axis([-3 4 -10 5]);` a tengelyek határainak megadása, az x értékeket -3 és 4, az y értékeket -10 és 5 között jeleníti meg.
- `axis equal;` a tengelyeken egyenközű beosztást ad.
- `ax=gca;` megengedi a tengelyek helyének megadását.
- Az `ax.XAxisLocation = 'origin';` és `ax.YAxisLocation = 'origin';` sorokban mondjuk meg a tengelyek pozícióját (most mindkét tengely az origón halad át). Alapértelmezett esetben az ábrázolt terület bal oldalán és alján jelenik meg a skálázás.
- `grid on;` rácsot rajzol.

Feliratok

- `title(’ábra címe’);` az ábra címe az ablak felső szélén jelenik meg.
- `xlabel(’szöveg’);` és `ylabel(’szöveg’);` a tengelyek feliratozása
- `legend(’szöveg’);` több függvény egyidejű ábrázolásakor itt adhatóak meg a képletek, mint feliratok a vonaltípussal.

A Matlab mátrixműveleteken alapuló matematikai programcsomag, az előbbi példában az x és y értékekből két mátrixot (sorvektort) hozott létre. Ezért fontos, hogy el tudjuk dönteni, hogy egy művelet a teljes mátrixra vagy csak az aktuális elemére vonatkozik. Ha csak egy-egy elemével akarunk műveletet végezni, akkor a műveleti jel elé **.**-ot kell tennünk. Gyakorlásra:

- `y = x.^2; y = x.^3; y = x.^4; y = x.^5; y = x.^6;`
- `y = 2.^x`
- `y = abs(x); y = abs(x-3); y = abs(x)-3; y = abs(x*3);`
- `y = abs(x)*3;`
- `y = (x+5)*3 ./(x-3);`
- `y = (x+5)*3 ./(x-3)+3;`
- `y = (x+5)*3 ./((x-3)+3);`
- `y = (3*x+5)*3./(3*x-3);`
- `y = (2x+3)*3./(x-3).^(1/3);`
- `y = sin((x+3)*4)/2`

Implicit görbék

Gyakori feladat, hogy egy függvényről tudjuk, hogy valamely egyenletnek eleget tesz, ám az egyenletből nem lehet vagy nem kényelmes kifejezni a függvény explicit képletét. Ilyenkor implicit alakban megadott függvényről beszélünk.

Implicit görbe alatt olyan (síkbeli) görbét értünk, amely pontjainak koordinátái kielégítik az $F(x, y) = 0$ egyenletet. Ha az $F(x, y)$ az x és y polinomja, akkor a görbét *algebrai görbé*nek nevezzük.

Az implicit görbék nagyon gyakran nem függvények, egy adott x helyen több értéket is felvehetnek, vannak köztük zárt görbék is.

Implicit görbék ábrázolása Matlab-ban

A koordinátasík egy megfelelő tartományára kirajzolja a görbét, amely lehet polinom, de bármilyen más függvénykapcsolatra is alkalmazható. A parancssorba közvetlenül is beírható:

- `fimplicit(@(x,y) x.^2 + y.^2 - 1)`
- `fimplicit(@(x,y) x.^2 - y.^2 - 25, [-7 7])`
- `fimplicit(@(x,y) x.^2 + y.^2 +x.*y - 5)`
- `fimplicit(@(x,y) x.^2 + cos(x).*y.^2 +sin(x).*y - 5)`