Mátrix létrehozása elemeinek felsorolásával

Az

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

mátrix létrehozása:

```
A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]
```

vagy

```
A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
```

Az egy sorban álló elemeket vesszővel vagy szóközzel, a sorokat pontosvesszővel választjuk el.

A mátrix elemeinek számozása a bal felső sarokban kezdődik, $(1, 1)$-gyel.

`A(i,j)`: az i-edik sor és a j-edik oszlop metszetében lévő elem.

Mátrixok létrehozása vektorok összefűzésével

Ha

$$a = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 & -11 & 7 \end{bmatrix},$$

azaz Matlab-ban:

```
a=[1,-2,0]; b=[2,-11,7];
```

akkor `B=[a;b]` eredménye:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -11 & 7 \end{bmatrix}$$

Emlékeztető: a szögletes zárójelen belül a pontosvessző eredménye a sortörés.

Ha a két vektor mérete olyan, hogy nem helyezhetők egymás alá (nem ugyanannyi oszlopuk van), akkor hibaüzenetet kapunk.

Mátrixok létrehozása vektorok összefűzésével

Ha

$$m = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}, n = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

azaz Matlab-ban:

```
m=[-3;0;7]; n=[1;-2;0];
```

akkor `C=[a' b']` és `D=[m n]` eredménye:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -11 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

Emlékeztető: Ha a szögletes zárójelen belül az új elemet szóközzel, vagy vesszővel elválasztva írjuk az utolsó elem után, akkor az új elem az utolsó elem mellé kerül.

Mátrixok bővítése

Az előbb létrehozott mátrixokkal, vektorokkal, azaz ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, a = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \end{bmatrix},$$

akkor `E=[A;a]` vagy `E=[A;[1,-2,0]]` eredménye

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Tehát: *[mátrix „sortörés" (azaz ;) sorvektor]*

Mátrixok bővítése

Ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, m = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix},$$

akkor az `F=[A m]` vagy `F=[A, m]` eredménye

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -3 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

Tehát: *[mátrix szóköz vagy vessző oszlopvektor]*

Mátrixok bővítése

Ha

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -11 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad D = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

akkor `G=[C D]` és `H=[C;D]` eredménye

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ -2 & -11 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & 7 & 0 \end{bmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -11 \\ 0 & 7 \\ -3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

Az ones, zeros és eye függvények

- `ones(n,m)` létrehoz egy $n \times m$-es csupa 1-esből álló mátrixot.
- `ones(n)` létrehoz egy $n \times n$-es csupa 1-esből álló mátrixot.
- `zeros(n,m)` létrehoz egy $n \times m$-es csupa 0-ból álló mátrixot.
- `zeros(n)` létrehoz egy $n \times n$-es csupa 0-ból álló mátrixot.
- `eye(n)` létrehoz egy $n \times n$-es egységmátrixot.
  Pl. `eye(2)` eredménye
  $$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
- `eye(n,m)` létrehoz egy $n \times m$-es egységmátrixot.
  Pl. `eye(3,2)` eredménye
  $$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

size

`size(A)` egy kételemű sorvektorral tér vissza; az `A` sorainak és oszlopainak számával.

- ha `A` sorvektor, akkor a két visszaadott érték közül az első 1,
- ha `A` oszlopvektor, akkor a két visszaadott érték közül a második 1.

Példák.

1. Adott `A` mátrix esetén készítsük el azt a `B` mátrixot, melynek ugyanaz a mérete, mint `A`-nak, de minden eleme 1.

```
>>B=ones(size(A))
```

2. Adott `A` mátrix esetén készítsük el azt a `b` vektort, melynek ugyanaz a mérete, mint `A` egy sorának, de minden eleme 1.

```
>> [m,n]=size(A);
>> b=ones(1,n)
```

Hivatkozás elemekre, sorokra, oszlopokra, részmátrixokra

A mátrix elemeinek számozása a bal felső sarokban kezdődik, $(1,1)$-gyel.

`A(i,j)`: az i-edik sor és a j-edik oszlop metszetében lévő elem. Ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix},$$

akkor pl. `A(2,3)` értéke 7.

`A(i,:)`: egy sorvektor, az A mátrix i-edik sora
`A(:,j)`: egy oszlopvektor, az A mátrix j-edik oszlopa.

Pl. `A(2,:)` értéke `[5 6 7 8]` és `A(:,3)` értéke

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Hivatkozás elemekre, sorokra, oszlopokra, részmátrixokra

Több sorra és oszlopra is hivatkozhatunk egyszerre:

- `A(2:3,:)` az A mátrix 2. és 3. sora
- `A([1 3],:)` az A mátrix 1. és 3. sora.

Az előző A mátrixszal:

$$\texttt{A(2:3,:)} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}, \quad \texttt{A([1,3],:)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

- `A(:,[1 3])` az A mátrix 1. és 3. oszlopa
- `A(:,[1 3 4])` az A mátrix 1., 3. és 4. oszlopa

$$\texttt{A(:,[1 3])} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}, \quad \texttt{A(:,[1 3 4])} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 8 \\ 9 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

Hivatkozás elemekre, sorokra, oszlopokra, részmátrixokra

Hivatkozhatunk adott sorok és oszlopok metszeteként előálló részmátrixokra:

- `A(2:3,[1 3])` az A mátrix 2. és 3. sorának és 1. és 3. oszlopának metszetéből álló mátrix

Az előbb definiált A mátrix esetén

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix},$$

azaz

$$\texttt{A(2:3,[1 3])} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}$$

Mátrixok módosítása

Az előző hivatkozások segítségével felülírhatjuk, elhagyhatjuk a mátrix egyes részeit.

Pl.: `A(2,3)=-1` kicseréli a mátrix (2,3) elemét -1-re.

Vigyázzunk! A `A(2,6)=-1` parancs eredménye:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 0 & -1 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Megváltozik a mátrix mérete, erre nem figyelmeztet!

(Elkészítette a legkisebb olyan mátrixot, melynek része A és amelyben van értelme a fenti értékadásnak. A nemdefiniált elemeket 0-val töltötte fel).

Mátrixok módosítása

Teljes sorokat, oszlopokat is módosíthatunk egyszerre. Az eredeti A mátrixszal (a módosított elemeket pirossal jelölve)

- az `A(:,1)=[-1;-2;-3]` parancs eredménye:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 6 & 7 & 8 \\ -3 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

  Az értékadó utasítás jobb oldalán ugyanolyan típusú vektor áll, mint a módosítandó rész (Ebben az esetben egy 3 elemű oszlopvektor.)

- az `A(:,1)=-1` parancs eredménye:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 6 & 7 & 8 \\ -1 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

  Az értékadó utasítás jobb oldalán egy szám áll. Minden hivatkozott elemet erre cserél.

Mátrixok módosítása

Sorok, oszlopok elhagyása mátrixokból

- `A(i,:)=[]` az *i*-edik sor elhagyása
- `A(:,j)=[]` a *j*-edik oszlop elhagyása
- `A([1 3],:)=[]` az 1. és 3. sor elhagyása
- `A(:,[1 3])=[]` az 1. és 3. oszlop elhagyása

Sor- és oszlopcsere

Az *i*-edik és *j*-edik sor illeve oszlop cseréje:
`A([i,j],:)=A([j,i],:)`, ill. `A(:,[i,j])=A(:,[j,i])`

Mátrixból vektor

`A(:)` az A mátrix elemei oszlopfolytonosan felsorolva

Aritmetikai műveletek mátrixok között

Ha A és B két azonos méretű mátrix, c pedig egy szám, akkor

- `A+c` a mátrix minden eleméhez hozzáad c-t
- `c*A` a mátrix minden elemét megszorozza c-vel
- `A+B` a két mátrix elemenkénti összege
- `A-B` a két mátrix elemenkénti különbsége
- `A.*B` a két mátrix elemenkénti szorzata
- `A./B` a két mátrix elemenkénti hányadosa
- `A.^2` a mátrix minden elemét négyzetre emeli

Az utolsó három esetben figyeljünk a műveleti jel előtti pontra! Ennek hiányában a *, a / és a ^ a hagyományos lineáris algebrai műveletet jelenti. (Ld. később, a lineáris algebrai résznél.)

Aritmetikai műveletek mátrixok között

Ha A és B nem azonos méretű (és egyik sem szám), akkor a fenti utasítások hibaüzenetet adnak, kivéve, ha az egyik mátrix mérete megegyezik a másik mátrix egy sorának, vagy oszlopának méretével. Pl. ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, C = [0, 1, 2, 3]$$

akkor

$$\texttt{A+B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \texttt{A+C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 5 & 7 & 9 & 11 \\ 9 & 11 & 13 & 15 \end{bmatrix},$$

tehát az első esetben A minden oszlopához hozzáadta a B oszlopvektort, a második esetben A minden sorához hozzáadta a C sorvektort.

Néhány hasznos függvény: `numel`, `size`, `sum`, `prod`

- `numel(A)`
  az A elemeinek száma
- `size(A)`
  az A mérete
- `sum(A)` vagy `sum(A,1)`
  egy sorvektorral tér vissza: az A minden oszlopában összeadja az ott álló elemeket.
- `sum(A,2)`
  egy oszlopvektorral tér vissza: az A minden sorában összeadja az ott álló elemeket.
- `sum(A,'all')`
  összeadja az A minden elemét
- `prod`
  szorzatot számol, hívása a `sum` függvényhez hasonló

Néhány hasznos függvény: `max`, `min`

- `max(A)`, vagy `max(A,[],1)`
  egy sorvektorral tér vissza: az A mátrix minden oszlopában veszi az elemek maximumát
- `max(A,[],2)`
  egy oszlopvektorral tér vissza: az A mátrix minden sorában veszi az elemek maximumát
- `max(A,[],'all')`
  egy számmal tér vissza: az A mátrix elemeinek maximumával
- `max(A,B)`
  ahol A és B két azonos méretű mátrix; elemenként veszi a két mátrix maximumát
- `max(A,c)`
  ahol A egy mátrix, c egy skalár; egy mátrixszal tér vissza, elemenként veszi az A és a c maximumát

A `min` függvény ugyanígy, minimumot számol.

Lineáris algebra, mátrixműveletek

- Mátrix szorzása skalárral: `c*A`
  Ha `c` egy skalár, `A` egy mátrix, akkor `c*A`: a mátrix minden elemét megszorozza a skalárral.
- Mátrixok összege: `A+B`
  Ha `A` és `B` azonos méretű mátrixok, akkor `A+B` a két mátrix elemenkénti összege
- Mátrixok szorzata: `A*B`
  Ha az `A` mátrix oszlopainak száma megegyezik a `B` mátrix sorainak számával, akkor `A*B` a két mátrix szorzata (azaz az eredménymátrix *ij*-edik eleme az `A` mátrix *i*-edik sorának és a `B` mátrix *j*-edik oszlopának skaláris szorzata).
- Mátrixok elemenkénti szorzata: `A.*B`
  Ha `A` és `B` azonos méretű mátrixok, akkor `A.*B` a két mátrix elemenkénti szorzata

Lineáris algebra, mátrixműveletek

Példa. (Mátrix szorzása skalárral, mátrixok összege)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[-1,2,-2;3,0,1];B=[3,5,-1;2,-1,2];
>> 2*A
ans =
    -2     4    -4
     6     0     2

>> A+B
ans =
     2     7    -3
     5    -1     3
```

Lineáris algebra, mátrixműveletek

Példa. (Mátrixok elemenkénti szorzata és szorzata)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

```
>> A.*B
ans =
    -3    10     2
     6     0     2
>> A*B
Error using  *
Incorrect dimensions for matrix multiplication. Check that
the number of columns in the first matrix matches the number
of rows in the second matrix. To perform elementwise
multiplication, use '.*'.
```

A két mátrix elemenkénti szorzata számolható, a szorzatuk nem.

Lineáris algebra, mátrixműveletek

Példa. (Mátrixok elemenkénti szorzata és szorzata)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[-1,2;3,0];B=[3,5,-1;2,-1,2];
>> A.*B
Matrix dimensions must agree.

>> A*B
ans =
     1    -7     5
     9    15    -3
```

A két mátrix elemenkénti szorzata nem számolható, a szorzatuk számolható.

Lineáris algebra, mátrixműveletek

Példa. (Mátrixok elemenkénti szorzata és szorzata)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

```
>>  A=[-1,2;3,0];B=[3,5;2,-1];
>> A.*B
ans =
    -3     10
     6      0
>> A*B
ans =
     1     -7
     9     15
```

Mindkét szorzat számolható, de az eredmény más. Figyeljünk rá, hogy melyik műveletet használjuk!

Néhány hasznos függvény

- `det(A)`
  Az `A` mátrix determinánsa
- `inv(A)`
  Az `A` mátrix inverze
- `rank(A)`
  Az `A` mátrix rangja
- `diag(A)`
  Ha `A` egy mátrix, akkor `diag(A)` egy vektor, az `A` főátlója.
  Ha `A` egy vektor, akkor `diag(A)` az a mátrix, melynek főátlója `A`.
- `tril(A)`
  Az `A` mátrix alsóháromszög része.
- `triu(A)`
  Az `A` mátrix felsőháromszög része.

Néhány hasznos függvény

- `dot(a,b)`
  az `a` és `b` vektorok skaláris (belső-) szorzata
- `transpose(A)`
  az `A` mátrix transzponáltja
- `norm(A)` vagy `norm(A,2)`
  Az `A` mátrix (vagy vektor) 2-normája
- `norm(A,1)`
  Az `A` mátrix (vagy vektor) 1-normája
- `norm(A,inf)`
  Az `A` mátrix (vagy vektor) ∞-normája

1. feladat

Legyen $x = [-1 \quad 4 \quad 0]$, $y = [3 \quad -2 \quad 5]$
és $A = [-3 \quad 1 \quad -4; 6 \quad 2 \quad -5]$. Döntse el, hogy az alábbi utasítások közül melyik végrehajtható. Ha nem végrehajtható, akkor magyarázza meg miért, ha végrehajtható, akkor fogalmazza meg mi lesz az eredmény!

(1) $z = [x, y]$
(2) $z = [x; y]$
(3) $z = [x', y']$
(4) $z = [x'; y']$
(5) $z = [A; x]$
(6) $z = [A, x]$
(7) $z = [x; A; y]$
(8) $z = [A'; x]$
(9) $z = [A', x]$
(10) $z = [A', x']$
(11) $x + y$
(12) $x + y'$
(13) $A + y$
(14) $A + 2$
(15) $x./y$
(16) $A\,\hat{}\,2$
(17) $A.\hat{}\,2$

2. feladat

Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Konstruálja meg (az elemek felsorolása nélkül) azt a B mátrixot, melyet úgy kapunk, hogy

(1) elhagyjuk az A mátrix első sorát,

(2) elhagyjuk az A mátrix 2. és 4. oszlopát,

(3) elhagyjuk az A mátrix utolsó sorát és oszlopát

(4) kétszer egymás mellé írjuk az A mátrixot,

(5) transzponáljuk az A mátrixot,

(6) felcseréljük az A mátrix 2. és 4. oszlopát

(7) négyzetre emeljük az A elemeit

(8) az A minden elemét megnöveljük 3-mal

(9) A minden elemének vesszük a négyzetgyökét

(10) A minden elemének vesszük a szinuszát

(11) az A első sorának második elemét kicseréljük -2-re

(12) az A 2. sorát kicseréljük a $[-1 \quad 0 \quad -2 \quad 3]$ vektorra

3. feladat

- Egy rövid utasítás segítségével állítsa elő az alábbi mátrixot!

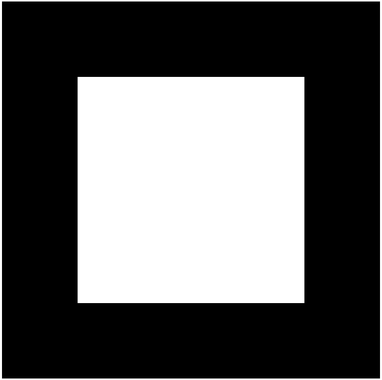
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 20 & 18 & 16 & 14 & 12 & 10 & 8 & 6 \\ 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & 64 & 128 & 256 \end{pmatrix}$$

- Az előző feladat A mátrixával vizsgálja meg az alábbi utasítások eredményét!

(1) `sum(A)`
(2) `sum(A,2)`
(3) `reshape(A,6,4)`
(4) `max(A)`
(5) `max(A,[],2)`
(6) `max(A,2)`
(7) `flipud(A)`
(8) `fliplr(A)`
(9) `size(A)`
(10) `length(A)`

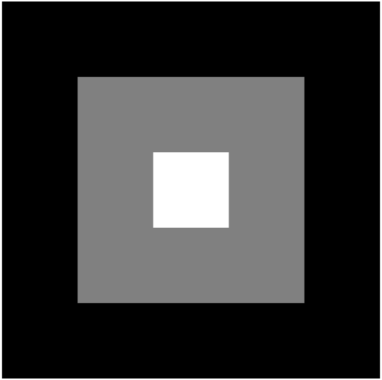
1. szorgalmi feladat

For-ciklus nélkül állítsa elő azt az 500×500-as A mátrixot, melynek a 101.-400. sorainak és 101.-400. oszlopainak metszetében 1-esek állnak, az összes többi eleme 0. (A mátrix kiíratása helyett érdemes a mátrixot képként megnézni: `imshow(A)`.)



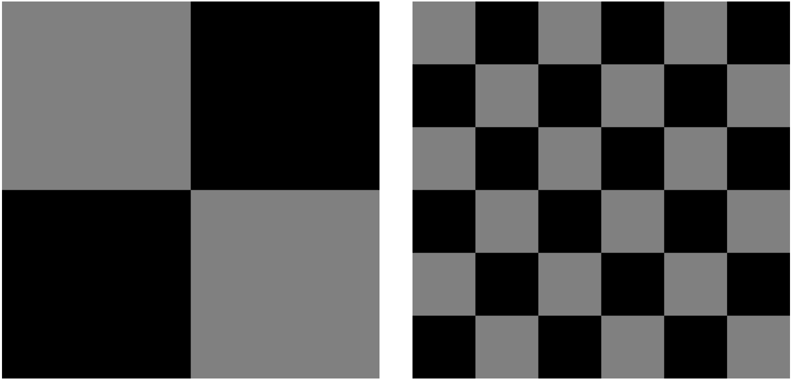
2. szorgalmi feladat

For-ciklus nélkül állítsa elő az ábrán látható 500×500-as A mátrixot. (szürke $\rightarrow$ 0.5)



3. szorgalmi feladat

For-ciklus nélkül állítsa elő az ábrán látható 600 $\times$ 600-as mátrixokat. (Olvassa el a `repelem` és a `repmat` függvények help-jét.)



4. szorgalmi feladat

For-ciklus nélkül állítsa elő az ábrán látható 500×500-as mátrixokat. (Olvassa el a `triu` és a `fliplr` függvények help-jét.)