Az informatika számítástudományi alapjai

7. feladatsor

5. Each of the following grammars, though not regular, generates a regular language. In each case, find a regular grammar generating the language.

a. $S \to SSS \mid a \mid ab$

b. $S \to AabB \qquad A \to aA \mid bA \mid \Lambda \qquad B \to Bab \mid Bb \mid ab \mid b$

c. $S \to AAS \mid ab \mid aab \qquad A \to ab \mid ba \mid \Lambda$

6. In each case below, show that the grammar is ambiguous, and find an equivalent unambiguous grammar.

a. $S \to SS \mid a \mid b$

b. $S \to ABA \qquad A \to aA \mid \Lambda \qquad B \to bB \mid \Lambda$

c. $S \to aSb \mid aaSb \mid \Lambda$

d. $S \to aSb \mid abS \mid \Lambda$

- Törlő szabályok és láncszabályok kiküszöbölése, Chomsky normálformára alakítás
- Benne van-e adott szó a generált nyelvben? Cocke-Younger-Kasami algoritmus

Grammatikák „egyszerűsítése"
normálformák

- Törlő szabály: $A \rightarrow \lambda$

• Minden G környezetfüggetlen grammatikához konstruálható G_1 úgy, hogy $L(G_1) = L(G_0) - \{\lambda\}$ és G_1 nem tartalmaz törlő szabályokat.

• Alapötlet:

$$\left.\begin{array}{l} A \rightarrow BCD \\ B \rightarrow \lambda \\ C \rightarrow \lambda \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} A \rightarrow BCD \\ A \rightarrow CD \\ A \rightarrow BD \\ A \rightarrow D \end{array}\right.$$

Példánk

$G=(\{S, T, U, V, W\}, \{a, b, c\}, S, P)$

P szabályai:

$$S \rightarrow TU \mid V$$
$$T \rightarrow aTb \mid \Lambda$$
$$U \rightarrow cU \mid \Lambda$$
$$V \rightarrow aVc \mid W$$
$$W \rightarrow bW \mid \Lambda$$

1. Gyűjtsük össze a törlődő nemtermi-nálisokat
2. A törlő szabályai helyett vegyünk olyanokat, ahol a törlődő nemtermi-nálisokat minden lehetséges "variációban" elhagyjuk a jobb oldalakról

Láncszabályok kiküszöbölése

Láncszabály: $A \to B \qquad A, B \in N$

Minden G környezetfüggetlen grammatikához konstruálható G_1 úgy, hogy $L(G_1)=L(G)$ és G_1 **nem tartalmaz láncszabályokat**.

Alapötlet:

$$\left.\begin{array}{l} A \to B \\ B \to C \\ C \to XY \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} A \to XY \\ B \to XY \end{array}\right.$$

A példa folytatása

$$S \to TU \mid T \mid U \mid V \qquad T \to aTb \mid ab \qquad U \to cU \mid c$$
$$V \to aVc \mid ac \mid W \qquad W \to bW \mid b$$

- Gyűjtsük össze az egyes nemtermina-lisokból láncszabályokkal elérhető nemterminálisokat
- Ha X-ből láncszabályokkal elérhető Y, akkor minden $Y \to \alpha$ (nem láncszabály) esetén vegyünk egy új szabályt: $X \to \alpha$

A példa folytatása

$$S \to TU \mid T \mid U \mid V \qquad T \to aTb \mid ab \qquad U \to cU \mid c$$
$$V \to aVc \mid ac \mid W \qquad W \to bW \mid b$$

Az új szabályok:

$$S \to aTb \mid ab \mid cU \mid c \mid aVc \mid ac \mid bW \mid b \qquad V \to bW \mid b$$

Azaz:

$$S \to TU \mid aTb \mid ab \mid cU \mid c \mid aVc \mid ac \mid bW \mid b$$
$$T \to aTb \mid ab$$
$$U \to cU \mid c$$
$$V \to aVc \mid ac \mid bW \mid b$$
$$W \to bW \mid b$$

1. Küszöböljük ki az alábbi szabályhalmazokból a
   i. törlő szabályokat és a
   ii. láncszabályokat.

a. $S \to ABA \qquad A \to aA \mid \Lambda \qquad B \to bB \mid \Lambda$

b. $S \to A \mid B \mid C \qquad A \to aAa \mid B \qquad B \to bB \mid bb$
$C \to aCaa \mid D \qquad D \to baD \mid abD \mid aa$

c. $S \to AaA \mid CA \mid BaB \quad A \to aaBa \mid CDA \mid aa \mid DC$
$B \to bB \mid bAB \mid bb \mid aS \quad C \to Ca \mid bC \mid D \quad D \to bD \mid \Lambda$

(Szokás szerint a nagybetűk nemterminálisok, a kisbetűk terminálisok.)

Chomsky féle normál-forma

- Egy grammatika Chomsky normálfor-mában van, ha ~~[illegible]~~ csak

$$\boxed{A \to BC \text{ és } A \to a} \qquad \begin{array}{l} a \in \Sigma \\ A, B, C \in N \end{array}$$

alakú szabályokat tartalmaz.

- Minden G-hez van olyan G_1 Chomsky normálformában, hogy $L(G_1) = L(G) - \{\lambda\}$.

- Alapötlet:

$$A \to BCDE \Big\} \iff \left\{ \begin{array}{l} A \to BX \\ X \to CY \\ Y \to DE \end{array} \right.$$

A példa folytatása

$$S \to TU \mid aTb \mid ab \mid cU \mid c \mid aVc \mid ac \mid bW \mid b$$
$$T \to aTb \mid ab$$
$$U \to cU \mid c$$
$$V \to aVc \mid ac \mid bW \mid b$$
$$W \to bW \mid b$$

Azaz:

$$S \to TU \mid X_aTX_b \mid X_aX_b \mid X_cU \mid c \mid X_aVX_c \mid X_aX_c \mid X_bW \mid b$$
$$T \to X_aTX_b \mid X_aX_b$$
$$U \to X_cU \mid c$$
$$V \to X_aVX_c \mid X_aX_c \mid X_bW \mid b$$
$$W \to X_bW \mid b$$

Illetve $X_a \to a$, $X_b \to b$, $X_c \to c$

$$S \to TU \mid X_a T X_b \mid X_a X_b \mid X_c U \mid c \mid X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$
$$T \to X_a T X_b \mid X_a X_b$$
$$U \to X_c U \mid c$$
$$V \to X_a V X_c \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$
$$W \to X_b W \mid b$$

Az eredmény:

$$S \to TU \mid X_a Y_1 \mid X_a X_b \mid X_c U \mid c \mid X_a Y_2 \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$
$$Y_1 \to T X_b$$
$$Y_2 \to V X_c$$
$$T \to X_a Y_3 \mid X_a X_b$$
$$Y_3 \to T X_b$$
$$U \to X_c U \mid c$$
$$V \to X_a Y_4 \mid X_a X_c \mid X_b W \mid b$$
$$Y_4 \to V X_c$$
$$W \to X_b W \mid b$$

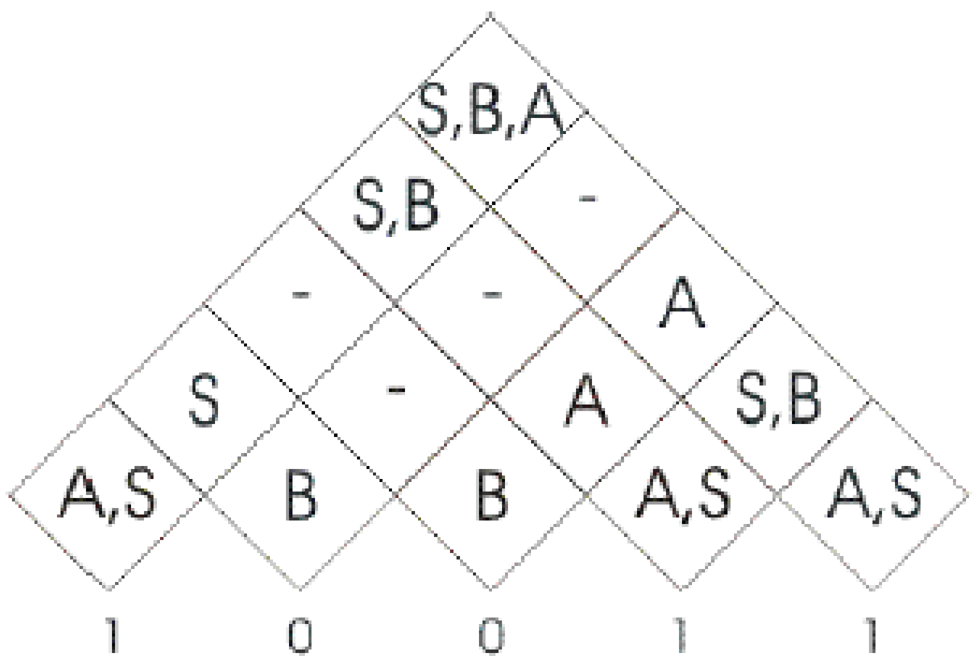
Illetve $X_a \to a$, $X_b \to b$, $X_c \to c$

2. Alakítsuk Chomsky normálformára az alábbi (csupán szabályaival adott) grammatikát.

$$S \to AaA \mid CA \mid BaB \quad A \to aaBa \mid CDA \mid aa \mid DC$$
$$B \to bB \mid bAB \mid bb \mid aS \quad C \to Ca \mid bC \mid D \quad D \to bD \mid \Lambda$$

Mire jó a Chomsky normálforma: Cocke-Younger-Kasami algoritmus

Tekintsük a következő grammatikát!
$G=(\{S,A,B\},\{0,1\},S,H)$,ahol H szabályai:
$\{S \to SA,\ S \to AB,\ A \to BS,\ B \to SA,\ A \to 1,\ S \to 1,\ B \to 0\}$
Bizonyítsuk be, hogy az 10011 szó benne van a grammatika
által generált nyelvben,



(magyarázat a táblán)

3. Tekintsük a $G=(\{S,A,B,X,Y,Z\},\{a,b\},S,H)$ grammatikát, ahol H szabályai:
$\{S \rightarrow AY,\ Y \rightarrow XB,\ X \rightarrow BA,\ X \rightarrow ZA,\ Z \rightarrow BX,$
$A \rightarrow a,\ B \rightarrow b\}$!
Benne van-e a G nyelvtan által generált nyelvben az *abbaab* szó?

Használjuk a Cocke-Younger-Kasami algoritmust.