

Robusztus kvaternió Zernike momentumok és alkalmazásuk színes képek elemzésére és felismerésére

Nagy Gergely

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar

Tudományos Diákköri Konferencia

Budapest, 2020. december 16.

Témavezető: Németh Zsolt

EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00001

SZÉCHENYI 2020



HUNGARIAN
GOVERNMENT

European Union
European Social
Fund



INVESTING IN YOUR FUTURE

Momentumok

Általában valamilyen leíró érték a pixel intenzitások alapján, például geometriai momentumok:

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I(x, y).$$

Zernike momentumok: az egységkörön definiált, ortogonális Zernike függvények alapján

$$Z_{n,m}(f) = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) R_{n,m}(r) e^{-im\theta} dr d\theta,$$

ahol $R_{n,m}(r)$ az ortogonális, sugárirányú polinomok.

Momentumok invariánsok: forgatás, skálázás és eltolás invariancia

Momentumok alkalmazása színes képekre

Hagyományos megoldások:

- ▶ A kép szürkeárnyalatossá alakítása.
- ▶ Külön-külön a színcsatornákra.

Utóbbi évtizedben:

$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ kép kvaternió értékű függvényként:

$$f(x, y) = \mathbf{i}f_R(x, y) + \mathbf{j}f_G(x, y) + \mathbf{k}f_B(x, y)$$

Különböző momentumok általánosítása kvaterniókra:

QFMM (Fourier-Mellin), QG-CHFM (Csebisev-Fourier), QG-PJFM (Jacobi-Fourier), QBFM (Bessel-Fourier),
QZM (Zernike)

Kvaternió Zernike momentumok

Zernike függvények általánosítása kvaterniókra:

$$\Phi_{n,m}(r, \theta) = R_{n,m}(r)e^{-\mu m\theta},$$

ahol μ egység hosszú, tiszta kvaternió (általában $\mu = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$).

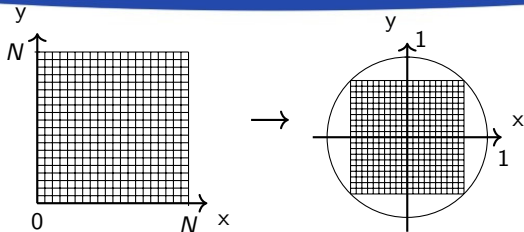
Mivel a kvaterniók szorzása nem kommutatív, így jobb- és baloldali momentumok is definiálhatók:

$$Z_{n,m}^R(f) = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \Phi_{n,m}(r, \theta) dr d\theta,$$

$$Z_{n,m}^L(f) = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \Phi_{n,m}(r, \theta) f(r, \theta) dr d\theta.$$

Chen et al.: forgatás, skálázás és eltolás kombinált invariánsok ($\bar{\Psi}_{n,k}^m$) konstruálása.

Korábbi diszkretizációs módszer



- Kép transzformálása az egységgörbe:

$$r_{x,y} = \sqrt{(c_1x + c_2)^2 + (c_1y + c_2)^2}, \quad \theta_{x,y} = \tan^{-1} \left(\frac{c_1y + c_2}{c_1x + c_2} \right),$$

ahol $c_1 = \frac{\sqrt{2}}{N-1}$ és $c_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

- Ekkor a pixelek helyét alappontoknak választva:

$$Z_{n,m}^R(f) \approx \frac{2(n+1)}{\pi(N-1)^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \Phi_{n,m}(r_{x,y}, \theta_{x,y}).$$

Új diszkretizációs módszer

Probléma a korábbi diszkretizációval: nincs diszkrét ortogonalitás.

Schipp F. és Pap M.: diszkrét ortogonális pontrendszer konstrukciója a klasszikus (komplex értékű) Zernike függvényekhez.

Ennek az ötletnek a kvaternió értékű Zernike függvényekre való kiterjesztése megfelelő pontrendszert ad.

Legyen N pozitív egész és $\rho_{k,N}$ az N -edik Legendre polinom gyökei, ekkor a pontrendszer:

$$(r_{k,N}, \theta_{j,N}) = \left(\sqrt{\frac{1 + \rho_{k,N}}{2}}, \frac{2\pi j}{4N} \right), \quad (k = 1, \dots, N, j = 1, \dots, 4N).$$

Új diszkretizációs módszer (folyt.)

Legyen

$$\mathcal{A}_{k,N} = \int_{-1}^1 \ell_{k,N}(x) dx, \quad (k = 1, \dots, N),$$

ahol $\ell_{k,N}$ a Lagrange interpolációs alappolinomok a $\rho_{k,N}$ pontokon.
Ekkor a $w(r_{k,N}, \theta_{j,N}) = \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}$ súlyokkal véve az integrálközelítést:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) d\theta dr \approx \int_{X_N} f = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^{4N} f(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}.$$

Azaz a QZM-ek közelíthetők a következő módon:

$$Z_{n,m}^R(f) \approx (n+1) \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^{4N} f(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \Phi_{n,m}(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}.$$

Diszkrét ortogonalitás

Tétel (Diszkrét ortogonalitás)

Legyen $n, n' \in \mathbb{N}$ természetes számok, $m, m' \in \mathbb{Z}$ egészek, úgy, hogy teljesül

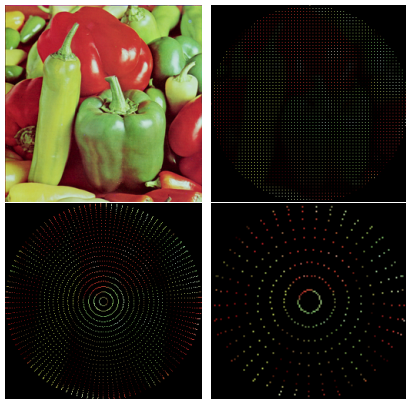
$$\frac{n + n'}{2} + \min(|m|, |m'|) < 2N.$$

Ekkor

$$(n + 1) \int_{X_N} \Phi_{n,m} \Phi_{n',m'}^* = \delta_{n,n'} \delta_{m,m'}.$$

Így a momentumok diszkrétizációs hiba nélkül előállíthatók és a képek visszaállítási pontossága és módszer hibatűrése is javult.

Képpontok becslése



A képet lineárisan
transzformáljuk az egységkörre.

A függvény értékének becslése a
pontokban:

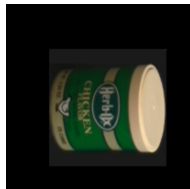
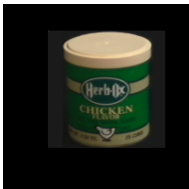
- ▶ Lineáris interpoláció (sok
pont esetén)
- ▶ Diszkrét integrálás a pontok
környezetében (kevés pont
esetén)

Gyakorlati tesztek

A következő tesztek alapján hasonlítottuk össze a régi és az új módszert:

- ▶ Invariancia teszt
- ▶ Kép visszaállítása momentumokból
- ▶ Transzformált, zajos képek felismerése

A tesztek során a Columbia Object Image Library és az Amsterdam Library of Object Images képeiből generált transzformált képeket használtuk.



Invariancia

Alacsony rendű momentumok modulusának, az összes transzformált képekre vett variációs koefficiense $\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)$:

	$\frac{\sigma}{\mu}$
$ \bar{\Psi}_{1,1}^1 $	3.73%
$ \bar{\Psi}_{2,0}^0 $	0.028%
$ \bar{\Psi}_{2,2}^0 $	0.057%
$ \bar{\Psi}_{2,2}^2 $	6.87%
$ \bar{\Psi}_{3,1}^1 $	3.71%
$ \bar{\Psi}_{3,3}^1 $	3.69%
$ \bar{\Psi}_{3,3}^3 $	9.40%

Table: Régi módszer

	$\frac{\sigma}{\mu}$
$ \bar{\Psi}_{1,1}^1 $	3.72%
$ \bar{\Psi}_{2,0}^0 $	0.028%
$ \bar{\Psi}_{2,2}^0 $	0.056%
$ \bar{\Psi}_{2,2}^2 $	6.82%
$ \bar{\Psi}_{3,1}^1 $	3.70%
$ \bar{\Psi}_{3,3}^1 $	3.68%
$ \bar{\Psi}_{3,3}^3 $	9.32%

Table: Új módszer

Képek visszaállítása



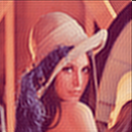
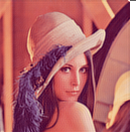











Egy kép rekonstruálható véges számú momentumot használva a következő képlet szerint:

$$f(x, y) \approx \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n Z_{n,m}^R(f) \Phi_{n,m}^*(r_{x,y}, \theta_{x,y}).$$

Ha f az eredeti, \hat{f} a visszaállított kép, akkor a hiba (mean square error):

$$\epsilon^2 = \frac{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N |f(x, y) - \hat{f}(x, y)|^2}{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N |f(x, y)|^2}.$$

Képek visszaállítása

	Eredeti	50	150	250	350
QZM – Régi					
ϵ^2		0.02659	0.00868	0.00428	0.00279
QZM – Új					
ϵ^2		0.01611	0.00461	0.00164	0.00066
QRHFM					
ϵ^2		0.01088	0.00351	0.00150	0.00092

Képfelismerés

Cél: a transzformált, zajos képet felismerni az eredeti képek közül.
Különböző nagyságú és típusú zaj:

- ▶ Gauss zaj
- ▶ Só-bors zaj

Alacsony rendű invariáns momentumok (kvaterniók)
komponenseiből kinyert valós értékek vektorként kezelése.
Osztályozás legkisebb euklideszi távolság alapján.



Képfelismerés - Gauss zaj

σ	Régi (%)	Új – "sok" pont (%)	Új – "kevés" pont (%)
Nincs zaj	99.06	99.15	98.21
1	98.98	99.49	98.81
2	98.98	99.74	98.81
3	98.55	99.83	98.04
5	95.15	99.49	94.64
7	95.15	98.72	91.67
9	76.87	98.47	89.20
40	52.89	88.52	51.87
50	48.21	84.10	45.07
60	41.58	85.80	39.12

Képfelismerés - Só-bors zaj

p	Régi (%)	Új – "sok" pont (%)	Új – "kevés" pont (%)
Nincs zaj	99.06	99.15	98.21
0.2%	99.66	99.32	94.98
0.4%	99.91	99.74	99.15
0.6%	99.91	99.91	99.40
1%	98.98	99.91	99.66
2%	99.66	93.96	99.74
3%	99.40	99.40	96.34
5%	97.87	94.90	97.87
10%	99.91	93.03	98.72
15%	99.91	93.20	97.87

A momentumok sok területen alkalmazhatók, néhány példa:

- ▶ **Vízjelek:** a képre a momentumok szintjén helyeznek vízjelet, így ellenálló lesz különböző transzformációknak és zajnak. Ehhez fontos a rekonstrukciós pontosság.
- ▶ **Neurális hálók, gépi tanulás:** A képekből kinyert invariáns momentumok lehet a bemeneti vektor része. A neurális hálók ismert hiányossága a zajra való érzékenység, ezen segíthetnek a momentumok.
- ▶ **Orvosi/optikai alkalmazások:** lencsék leképezési hibáinak azonosítására, szaruhártya vizsgálatára, stb.

További lehetőségek

- ▶ Meglévő alkalmazások továbbfejlesztése az új módszer szerint.
- ▶ Más függvényrendszeren alapuló momentumokra hasonló konstrukció megadása.
- ▶ További általánosítás 3-dimenzióra és alkalmazás például LiDAR pontfelhőkre.

- ▶ Diszkrét ortogonális pontrendszer konstruálása QZM-hez.
- ▶ Összehasonlítás a korábbi módszerrel.
 - ▶ Invariancia
 - ▶ Rekonstrukció
 - ▶ Képfelismerés
- ▶ Jelentősen jobb rekonstrukciós képesség és robusztusság különféle zajokkal szemben.

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

SZÉCHENYI 2020



HUNGARIAN
GOVERNMENT

European Union
European Social
Fund



INVESTING IN YOUR FUTURE