Színes képek elemzése és felismerése kvaternió Zernike momentumok segítségével

Nagy Gergely

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar

2020. május 28.

Témavezető: Németh Zsolt

EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00001

SZÉCHENYI 2020

HUNGARIAN GOVERNMENT

European Union
European Social
Fund

INVESTING IN YOUR FUTURE

Tartalom

Momentumok

Általában valamilyen leíró érték a pixel intenzitások alapján, például geometriai momentumok:

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I(x, y).$$

Zernike momentumok: az egységkörön definiált, ortogonális Zernike függvények alapján

$$Z_{n,m}(f) = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) R_{n,m}(r) e^{-\mathbf{i} m\theta} dr d\theta,$$

ahol $R_{n,m}(r)$ az ortogonális, sugárirányú polinomok.
Momentumok invariánsok: forgatás, skálázás és eltolás invariancia

Momentumok alkalmazása színes képekre

Hagyományos megoldások:

- A kép szürkeárnyalatossá alakítása.
- Külön-külön a színcsatornákra.

Utóbbi évtizedben:
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ kép kvaternió értékű függvényként:

$$f(x,y) = \mathbf{i} f_R(x,y) + \mathbf{j} f_G(x,y) + \mathbf{k} f_B(x,y)$$

Különböző momentumok általánosítása kvaterniókra:
QFMM (Fourier-Mellin), QG-CHFM (Csebisev-Fourier), QG-PJFM (Jacobi-Fourier), QBFM (Bessel-Fourier)
QZM (Zernike)

Kvaternió Zernike momentumok

Zernike függvények általánosítása kvaterniókra:

$$\Phi_{n,m}(r,\theta) = R_{n,m}(r)e^{-\boldsymbol{\mu} m\theta},$$

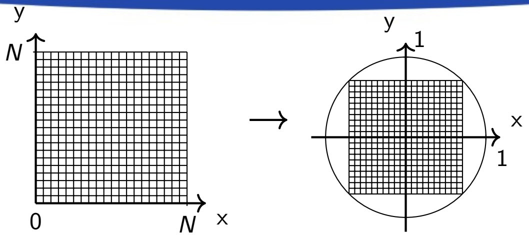
ahol $\boldsymbol{\mu}$ egység hosszú, tiszta kvaternió (általában $\boldsymbol{\mu} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$).
Mivel a kvaterniók szorzása nem kommutatív, így jobb- és baloldali momentumok is definiálhatók:

$$Z^R_{n,m}(f) = \frac{n+1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi} f(r,\theta)\Phi_{n,m}(r,\theta)drd\theta,$$

$$Z^L_{n,m}(f) = \frac{n+1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi} \Phi_{n,m}(r,\theta)f(r,\theta)drd\theta.$$

Chen et al.: forgatás, skálázás és eltolás invariánsok konstruálása.

Korábbi diszkretizációs módszer



- Kép transzformálása az egységkörbe:
  $r_{x,y} = \sqrt{(c_1 x + c_2)^2 + (c_1 y + c_2)^2}, \qquad \theta_{x,y} = \tan^{-1}\left(\frac{c_1 y + c_2}{c_1 x + c_2}\right),$
  ahol $c_1 = \frac{\sqrt{2}}{N-1}$ és $c_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Ekkor a pixelek helyét alappontoknak választva:

$$Z_{n,m}^R(f) \approx \frac{2(n+1)}{\pi(N-1)^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\Phi_{n,m}(r_{x,y}, \theta_{x,y}).$$

Új diszkretizációs módszer

Probléma a korábbi diszkretizációval: nincs diszkrét ortogonalitás.

Schipp F. és Pap M.: diszkrét ortogonális pontrendszer konstrukciója a klasszikus (komplex értékű) Zernike függvényekhez.

Ennek az ötletnek a kvaternió értékű Zernike függvényekre való kiterjesztése megfelelő pontrendszert ad.

Legyen N pozitív egész és $\rho_{k,N}$ az N-edik Legendre polinom gyökei, ekkor a pontrendszer:

$$(r_{k,N}, \theta_{j,N}) = \left(\sqrt{\frac{1+\rho_{k,N}}{2}}, \frac{2\pi j}{4N} \right), \ (k = 1, \dots, N, j = 1, \dots, 4N).$$

Új diszkretizációs módszer (folyt.)

Legyen

$$\mathcal{A}_{k,N} = \int_{-1}^{1} \ell_{k,N}(x)\, dx, \ \ (k = 1, \dots, N),$$

ahol $\ell_{k,N}$ a Lagrange interpolációs alappolinomok a $\rho_{k,N}$ pontokon. Ekkor a $w(r_{k,N}, \theta_{j,N}) = \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}$ súlyokkal véve az integrálközelítést:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r,\theta)\, d\theta dr \approx \int_{X_N} f = \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{4N} f(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}.$$

Azaz a QZM-ek közelíthetők a következő módon:

$$Z_{n,m}^{R}(f) \approx (n+1) \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{4N} f(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \Phi_{n,m}(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}.$$

Diszkrét ortogonalitás

Tétel (Diszkrét ortogonalitás)

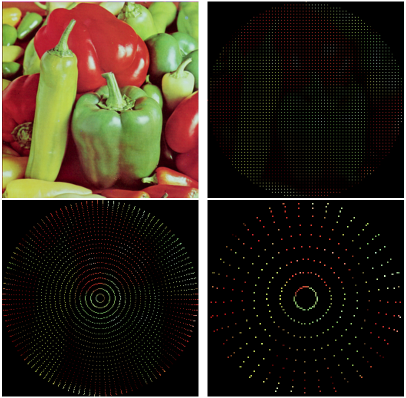
Legyen $n, n' \in \mathbb{N}$ természetes számok, $m, m' \in \mathbb{Z}$ egészek, úgy, hogy teljesül

$$\frac{n+n'}{2} + \min(|m|, |m'|) < 2N.$$

Ekkor

$$(n+1)\int_{X_N} \Phi_{n,m}\Phi^*_{n',m'} = \delta_{n,n'}\delta_{m,m'}.$$

Képpontok becslése



A képet lineárisan transzformáljuk az egységkörre.

A függvény értékének becslése a pontokban:

- Interpoláció (sok pont esetén)
- Integrálás (kevés pont esetén)

Eredmények

- 1
- 2
- 3

Képek visszaállítása

- 1
- 2
- 3

Képfelismerés

- 1
- 2
- 3

Alkalmazások

- 1
- 2
- 3

További lehetőségek

- 1
- 2
- 3

Összefoglalás

- 1
- 2
- 3

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

SZÉCHENYI 2020
HUNGARIAN GOVERNMENT
European Union
European Social Fund
INVESTING IN YOUR FUTURE