Színes képek elemzése és felismerése kvaternió Zernike momentumok segítségével

Nagy Gergely

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar

Tudományos Diákköri Konferencia
Budapest, 2020. május 28.

Témavezető: Németh Zsolt

EFOP-3.6.3-VEKOP-16-2017-00001

SZÉCHENYI 2020

HUNGARIAN GOVERNMENT

European Union
European Social Fund

INVESTING IN YOUR FUTURE

Momentumok

Általában valamilyen leíró érték a pixel intenzitások alapján, például geometriai momentumok:

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I(x, y).$$

Zernike momentumok: az egységkörön definiált, ortogonális Zernike függvények alapján

$$Z_{n,m}(f) = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r, \theta) R_{n,m}(r) e^{-\mathbf{i} m\theta} dr d\theta,$$

ahol $R_{n,m}(r)$ az ortogonális, sugárirányú polinomok.
Momentumok invariánsok: forgatás, skálázás és eltolás invariancia

Momentumok alkalmazása színes képekre

Hagyományos megoldások:

- A kép szürkeárnyalatossá alakítása.
- Külön-külön a színcsatornákra.

Utóbbi évtizedben:
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ kép kvaternió értékű függvényként:

$$f(x,y) = \mathbf{i} f_R(x,y) + \mathbf{j} f_G(x,y) + \mathbf{k} f_B(x,y)$$

Különböző momentumok általánosítása kvaterniókra:
QFMM (Fourier-Mellin), QG-CHFM (Csebisev-Fourier), QG-PJFM (Jacobi-Fourier), QBFM (Bessel-Fourier),
QZM (Zernike)

Kvaternió Zernike momentumok

Zernike függvények általánosítása kvaterniókra:

$$\Phi_{n,m}(r,\theta) = R_{n,m}(r)e^{-\boldsymbol{\mu} m\theta},$$

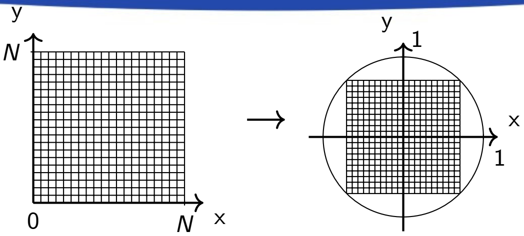
ahol $\boldsymbol{\mu}$ egység hosszú, tiszta kvaternió (általában $\boldsymbol{\mu} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$).
Mivel a kvaterniók szorzása nem kommutatív, így jobb- és baloldali momentumok is definiálhatók:

$$Z^R_{n,m}(f) = \frac{n+1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi} f(r,\theta)\Phi_{n,m}(r,\theta)drd\theta,$$

$$Z^L_{n,m}(f) = \frac{n+1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi} \Phi_{n,m}(r,\theta)f(r,\theta)drd\theta.$$

Chen et al.: forgatás, skálázás és eltolás kombinált invariánsok ($\overline{\Psi}^m_{n,k}$) konstruálása.

Korábbi diszkretizációs módszer



- Kép transzformálása az egységkörbe:
  $r_{x,y} = \sqrt{(c_1 x + c_2)^2 + (c_1 y + c_2)^2}, \qquad \theta_{x,y} = \tan^{-1}\left(\frac{c_1 y + c_2}{c_1 x + c_2}\right),$
  ahol $c_1 = \frac{\sqrt{2}}{N-1}$ és $c_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Ekkor a pixelek helyét alappontoknak választva:

$$Z_{n,m}^R(f) \approx \frac{2(n+1)}{\pi(N-1)^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \Phi_{n,m}(r_{x,y}, \theta_{x,y}).$$

Új diszkretizációs módszer

Probléma a korábbi diszkretizációval: nincs diszkrét ortogonalitás.

Schipp F. és Pap M.: diszkrét ortogonális pontrendszer konstrukciója a klasszikus (komplex értékű) Zernike függvényekhez.

Ennek az ötletnek a kvaternió értékű Zernike függvényekre való kiterjesztése megfelelő pontrendszert ad.

Legyen N pozitív egész és $\rho_{k,N}$ az N-edik Legendre polinom gyökei, ekkor a pontrendszer:

$$(r_{k,N}, \theta_{j,N}) = \left(\sqrt{\frac{1+\rho_{k,N}}{2}}, \frac{2\pi j}{4N} \right), \quad (k = 1, \ldots, N, j = 1, \ldots, 4N).$$

Új diszkretizációs módszer (folyt.)

Legyen

$$\mathcal{A}_{k,N} = \int_{-1}^{1} \ell_{k,N}(x)\, dx, \;\; (k = 1, \dots, N),$$

ahol $\ell_{k,N}$ a Lagrange interpolációs alappolinomok a $\rho_{k,N}$ pontokon. Ekkor a $w(r_{k,N}, \theta_{j,N}) = \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}$ súlyokkal véve az integrálközelítést:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r,\theta)\, d\theta dr \approx \int_{X_N} f = \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{4N} f(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}.$$

Azaz a QZM-ek közelíthetők a következő módon:

$$Z_{n,m}^{R}(f) \approx (n+1) \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{4N} f(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \Phi_{n,m}(r_{k,N}, \theta_{j,N}) \frac{\mathcal{A}_{k,N}}{8N}.$$

Diszkrét ortogonalitás

Tétel (Diszkrét ortogonalitás)

Legyen $n, n' \in \mathbb{N}$ természetes számok, $m, m' \in \mathbb{Z}$ egészek, úgy, hogy teljesül

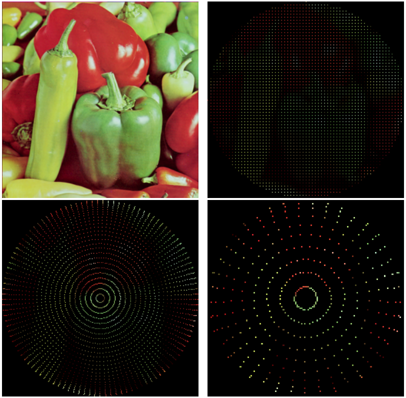
$$\frac{n+n'}{2} + \min(|m|, |m'|) < 2N.$$

Ekkor

$$(n+1)\int_{X_N} \Phi_{n,m}\Phi^*_{n',m'} = \delta_{n,n'}\delta_{m,m'}.$$

Így a momentumok diszkretizációs hiba nélkül előállíthatók és a képek visszaállítási pontossága és módszer hibatűrése is javult.

Képpontok becslése



A képet lineárisan transzformáljuk az egységkörre.

A függvény értékének becslése a pontokban:

- Lineáris interpoláció (sok pont esetén)
- Diszkrét integrálás a pontok környezetében (kevés pont esetén)

Gyakorlati tesztek

A következő tesztek alapján hasonlítottuk össze a régi és az új módszert:

- Invariancia teszt
- Kép visszaállítása momentumokból
- Transzformált, zajos képek felismerése

A tesztek során a Columbia Object Image Library és az Amsterdam Library of Object Images képeiből generált transzformált képeket használtuk.

Invariancia

Alacsony rendű momentumok modulusának, az összes transzformált képekre vett variációs koefficiense $\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)$:

	$\frac{\sigma}{\mu}$
$\lvert\overline{\Psi}^{1}_{1,1}\rvert$	3.73%
$\lvert\overline{\Psi}^{0}_{2,0}\rvert$	0.028%
$\lvert\overline{\Psi}^{0}_{2,2}\rvert$	0.057%
$\lvert\overline{\Psi}^{2}_{2,2}\rvert$	6.87%
$\lvert\overline{\Psi}^{1}_{3,1}\rvert$	3.71%
$\lvert\overline{\Psi}^{1}_{3,3}\rvert$	3.69%
$\lvert\overline{\Psi}^{3}_{3,3}\rvert$	9.40%

Table: Régi módszer

	$\frac{\sigma}{\mu}$
$\lvert\overline{\Psi}^{1}_{1,1}\rvert$	3.72%
$\lvert\overline{\Psi}^{0}_{2,0}\rvert$	0.028%
$\lvert\overline{\Psi}^{0}_{2,2}\rvert$	0.056%
$\lvert\overline{\Psi}^{2}_{2,2}\rvert$	6.82%
$\lvert\overline{\Psi}^{1}_{3,1}\rvert$	3.70%
$\lvert\overline{\Psi}^{1}_{3,3}\rvert$	3.68%
$\lvert\overline{\Psi}^{3}_{3,3}\rvert$	9.32%

Table: Új módszer

Képek visszaállítása

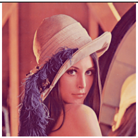
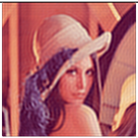
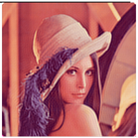
Egy kép rekonstruálható véges számú momentumot használva a következő képlet szerint:

$$f(x,y) \approx \sum_{n=0}^{M} \sum_{m=-n}^{n} Z_{n,m}^{R}(f)\Phi_{n,m}^{*}(r_{x,y},\theta_{x,y}).$$

Ha f az eredeti, $\widehat{f}$ a visszaállított kép, akkor a hiba (mean square error):

$$\varepsilon^2 = \frac{\sum_{x=1}^{N}\sum_{y=1}^{N}\left|f(x,y)-\widehat{f}(x,y)\right|^2}{\sum_{x=1}^{N}\sum_{y=1}^{N}\left|f(x,y)\right|^2}.$$

Képek visszaállítása

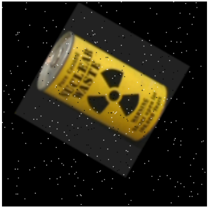
	Eredeti	50	100	150	250
Régi					
ε^2		0.02659	0.1341	0.00868	0.00428
Új					
ε^2		0.01611	0.00790	0.00463	0.00190

Képfelismerés

Cél: a transzformált, zajos képet felismerni az eredeti képek közül.
Különböző nagyságú és típusú zaj:

- Gauss zaj
- Só-bors zaj

Alacsony rendű invariáns momentumok (kvaterniók) komponenseiből kinyert valós értékek vektorként kezelése.
Osztályozás legkisebb euklideszi távolság alapján.



Képfelismerés - Gauss zaj

σ	**Régi** (%)	**Új** – "sok" pont (%)	**Új** – "kevés" pont (%)
Nincs zaj	99.06	99.15	98.21
1	98.98	99.49	98.81
2	98.98	99.74	98.81
3	98.55	99.83	98.04
5	95.15	99.49	94.64
7	95.15	98.72	91.67
9	76.87	98.47	89.20
40	52.89	88.52	51.87
50	48.21	84.10	45.07
60	41.58	85.80	39.12

Képfelismerés - Só-bors zaj

p	**Régi** (%)	**Új** – "sok" pont (%)	**Új** – "kevés" pont (%)
Nincs zaj	99.06	99.15	98.21
0.2%	99.66	99.32	94.98
0.4%	99.91	99.74	99.15
0.6%	99.91	99.91	99.40
1%	98.98	99.91	99.66
2%	99.66	93.96	99.74
3%	99.40	99.40	96.34
5%	97.87	94.90	97.87
10%	99.91	93.03	98.72
15%	99.91	93.20	97.87

Alkalmazások

A momentumok sok területen alkalmazhatók, néhány példa:

- **Vízjelek**: a képre a momentumok szintjén helyeznek vízjelet, így ellenálló lesz különböző transzformációknak és zajnak. Ehhez fontos a rekonstrukciós pontosság.
- **Neurális hálók, gépi tanulás**: A képekből kinyert invariáns momentumok lehet a bemeneti vektor része. A neurális hálók ismert hiányossága a zajra való érzékenység, ezen segíthetnek a momentumok.
- **Orvosi/optikai alkalmazások**: lencsék leképezési hibáinak azonosítására, szaruhártya vizsgálatára, stb.

További lehetőségek

- Meglévő alkalmazások továbbfejlesztése az új módszer szerint.
- Más függvényrendszeren alapuló momentumokra hasonló konstrukció megadása.
- További általánosítás 3-dimenzióra és alkalmazás például LiDAR pontfelhőkre.

Összefoglalás

- Diszkrét ortogonális pontrendszer konstruálása QZM-hez.
- Összehasonlítás a korábbi módszerrel.
  - Invariancia
  - Rekonstrukció
  - Képfelismerés
- Jelentősen jobb rekonstrukciós képesség és robusztusság különféle zajokkal szemben.

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

SZÉCHENYI 2020
HUNGARIAN GOVERNMENT
European Union
European Social Fund
INVESTING IN YOUR FUTURE