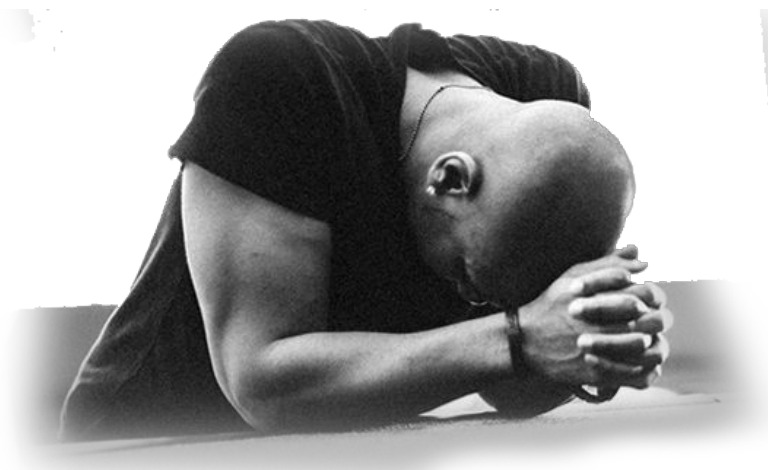


ISS Chapter Three - The Last Stand

Představuji si to tak, že by se sem přidávaly obrázky vystřižené z referenčních řešení, numerických cvičení a přednášek a pod to by krok po kroku vždycky dotyčný vysvětlil, jakým postupem došel k řešení. Ale jinak mi je to docela jedno, cokoliv co pomůže. :-)

Doporučení k tématu:

- Přednáška z 26.11.2014, 2 hodiny počítání příkladů, které se mohou objevit na zkoušce



Příklad 1., ukázkově nadepsáno, ukázkově vyřešeno

Souhlasím 6x

Nesouhlasím 0x

Příklad 1 Měření tloušťky ledovce na vrcholu hory Kitzsteinhorn probíhá pravidelně v určenou dobu každý den. Určete, zda se jedná o signál:

- deterministický / náhodný
- periodický / neperiodický
- se spojitým časem / s diskrétním časem

Odpověď:

- Signál je náhodný, neboť **hodnota** signálu bude každý den jiná.
 - Proto vlastně ani není signál periodický
 - Je to signál s diskrétním časem, neb měření neprobíhá kontinuálně v každém časovém okamžiku, ale pouze každý den v určenou hodinu
-

Příklad 2.:

Souhlasím 1x

Nesouhlasím 0x

Příklad 1 – průchod harmonického signálu systémem

Je dána kosínusovka: $x(t) = 45 \cos(160\pi t + 0.4\pi)$. Zesilovač, kterým prochází, má na frekvenci 80 Hz zesílení 10 a fázi zpožďuje o 0.5π . Jaký je výsledný signál v případě, že je zesilovač perfektně lineární ?

- perfektně lineární zesilovač == to co vleze, nezměněné vylézá, v našem případě tedy také kosínusovka, o stejné periodě ($160\pi t$).
 - zesiluje 10x => amplituda bude 10x větší
 - zpožďuje však o 0.5π , tedy po přepočtu bude fázový posuv -0.1π ($+0.4\pi - 0.5\pi = -0.1\pi$)
 - Výsledek tedy: **$450 \cos(160\pi t - 0.1\pi)$**
 - Dotaz: Kdybych z frekvence 80Hz nezjistil, že omega je rovna 160π , projevilo by se to nějak na zvětšení amplitudy? Kdyby to nebylo na stejných frekvencích, tak by se na to neptali, protože bys to pro danou frekvenci asi nemohl určit... myslím.
-

Příklad 3.

Souhlasím 3x

Nesouhlasím 0x

Příklad 2 Napište signál odpovídající Fourierově řadě s jediným nenulovým koeficientem: $c_{-1} = 3$

$x(t) = \dots\dots\dots$

Řešení: $x(t) = 3 \cdot e^{-j\omega t}$

- vycházím z toho, že vzorec pro FŘ je suma (součet) $C_k \cdot e^{(+j\omega t)}$ a když jediný C_{-1} je nenulový, zbytek jako by tam nebyl. Tadá.

Dotaz: To, že je u "e" záporné "j" se váže k tomu, že jde o záporný koeficient?

Odpověď: Váže se to na to, že záporné členy FŘ jsou komplexně sdružené k jeho "mirroru" v nezáporném členu, tedy před "j" bude mínus.

Podla mňa skôr preto, že v originál vzorci je e na $j/\omega t^k$. A to k je index toho koeficientu, teda tu je -1 $\rightarrow j \cdot \omega t^{-1}$ - souhlasím..až na to že v originálním vzorci je e na $j \cdot \omega t^k$..ne? - ano ano, sorry, preklep

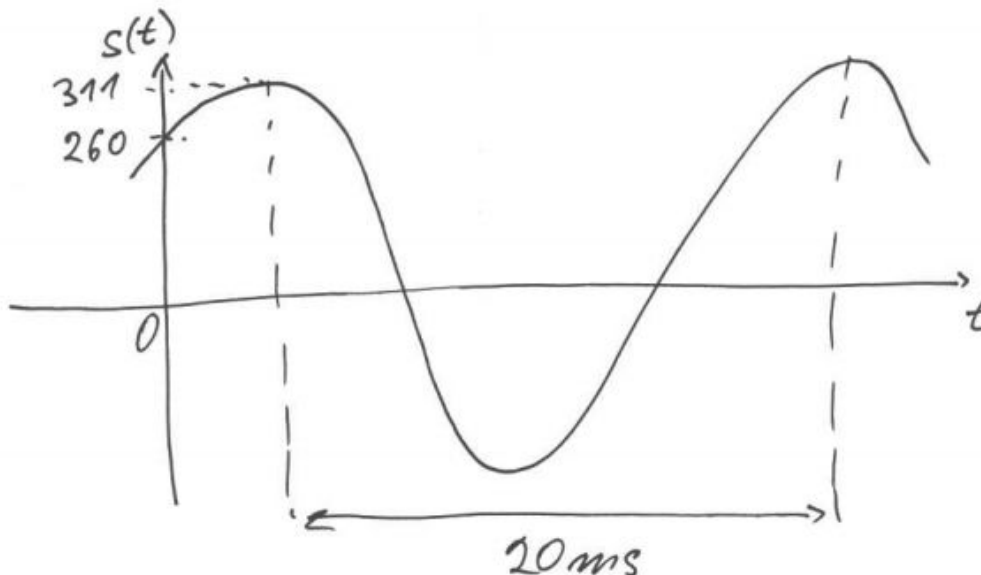
Příklad 4 z Numerických cvičení 1

Souhlasím 1x

Nesouhlasím 0x

Příklad 4

Na obrázku je harmonický signál se spojitým časem $s(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$:



- a) určete hodnoty C_1 , ω_1 a ϕ_1 a zapište signál rovnicí $s(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$.
b) alternativní způsob zápisu je $s(t) = C_1 \cos[\omega_1(t + \tau_1)]$, kde τ_1 je počáteční posunutí. Určete τ_1 .

Řešení:

a. $C_1 = 311$, $\omega = 100\pi$, $\phi = \pi/4$

C_1 určíme v pohodě podle velikosti nejvyššího bodu, to je snad jasný :)

ω určíme podle vzorce $\omega = 2\pi/T_1$, T_1 víme že je 20ms $\Rightarrow 0,02s$, takže $\omega = 2\pi/0,02 = 100\pi$

ϕ je posun, který jsem odhadl podle toho, že celá perioda je 2π , tohle by měla být $1/4$, takže $\pi/4$ (přesně to je $\phi = +\arccos(260/311) = -0,58\text{rad}$ (minus protože se posouváme doprava)

Černocký to počítal v záznamu ISS_2014-10-08 v čase +- 1hodina ... naházel to do kalkulačky)

$$s(t) = 311\cos(100\pi t - 0.58)$$

b. Doplní někdo?

Mohlo by to být takto?, že si vytvoříme rovnici z "argumentů cosinu" u obou rovnic:

$$\omega_1 t + \phi_1 = \omega_1(t + \text{"Tau1"}) \quad || \text{ vlevo vytkneme } \omega_1$$

$$\omega_1 t + \phi_1/\omega_1 = \omega_1 t + \text{"Tau1"} \quad || / \omega_1$$

$$t + \phi_1/\omega_1 = t + \text{"Tau1"} \quad || -t$$

$$\text{"Tau1"} = \phi_1/\omega_1$$

Příklad 5 z Numerických cvičení 1

Souhlasím 0x

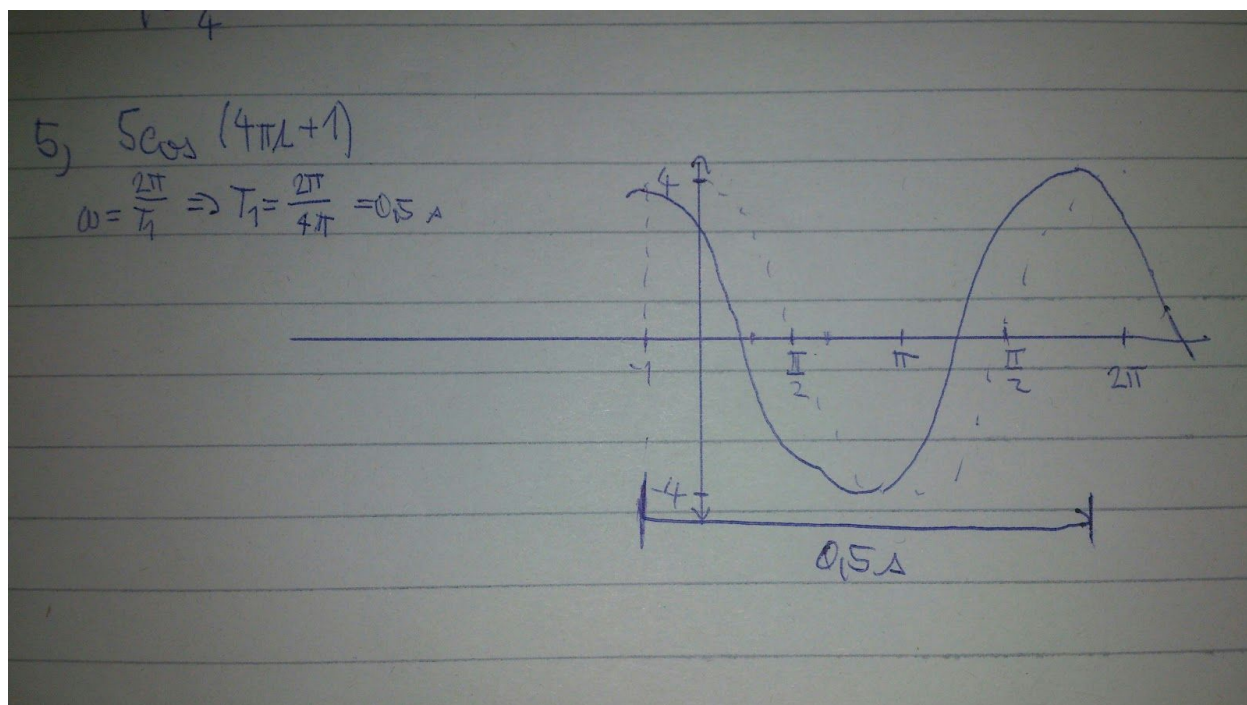
Nesouhlasím 1x

Nakreslete signál $s(t) = 5 \cos(4\pi t + 1)$

Amplituda = 5? na obrázku 4

Jasně, na obrázku jsem udělal blbou chybu, amplituda je samozřejmě 5

Řešení:



Ako je zadané $(4\pi t + 1)$, tak vždy sa to posune iba na x-ovej o to číslo? teda tu o 1 dolava?

Příklad 1 z Numerických cvičení 2

Souhlasím 1x

Nesouhlasím 0x

Příklad 1 – konvoluce s diskretním časem

Je dán signál s diskretním časem:

$$x[n] = \begin{cases} 2 & \text{pro } n = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

a impulsní odezva systému:

$$h[n] = \begin{cases} -1 & \text{pro } n = 0 \\ 0 & \text{pro } n = 1 \\ 1 & \text{pro } n = 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete výstup systému: konvoluci $y[n] = x[n] \star h[n]$.

Řešení:

$$x[n] = 2 \ 2 \ 2 \ 2$$

$$h[n] = -1 \ 0 \ 1 \ 0$$

$$y[n] = -2 \ -2 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 0$$

Dotaz: jak se k tomu přesně došlo? Od pohledu to vypadá, že se všechna čísla zdvojila.

Odpověď: konvoluce bro. $h[n]$ obrátis hodnoty na 0 1 0 -1 a udelas konvoluci s $x[n]$. tj.:

$$2 \ 2 \ 2 \ 2$$

$$0 \ 1 \ 0 \ -1$$

$$-2 \ -2 \ -2 \ -2$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$2 \ 2 \ 2 \ 2$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$-2 \ -2 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 0$$

-
- k následujícím příkladům (6 - 26) bude co nevidět doplněno řešení, Pert Novák přislíbil, že se toho chopí ;)
 - jestli k tomu má někdo nějaký dotaz tak pište na fb, tady bych si toho asi nevšimnul
-

Příklad 6.:

Souhlasím 6x

Nesouhlasím 0x

Příklad 1 Určete, zda je signál $x(t) = \cos(100\pi t) + 0.01t$ periodický

ANO / NE.

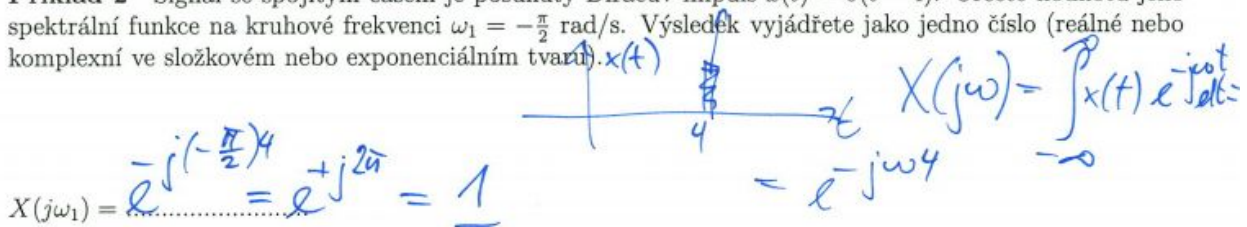
- **Řešení:** Signál není periodický, neb se vzrůstajícím časem taktéž roste a nebude se tedy nikdy opakovat.
-

Příklad 7.:

Souhlasím 4x

Nesouhlasím 0x

Příklad 2 Signál se spojitým časem je posunutý Diracův impuls $x(t) = \delta(t - 4)$. Určete hodnotu jeho spektrální funkce na kruhové frekvenci $\omega_1 = -\frac{\pi}{2}$ rad/s. Výsledek vyjádřete jako jedno číslo (reálné nebo komplexní ve složkovém nebo exponenciálním tvaru).



The image shows handwritten mathematical work. On the left, the calculation for the Fourier transform at a specific frequency is shown: $X(j\omega_1) = e^{j(-\frac{\pi}{2})4} = e^{-j2\pi} = 1$. In the center, there is a plot of the Dirac impulse $x(t) = \delta(t - 4)$ on a time axis t , with an arrow pointing to the impulse at $t = 4$. On the right, the general formula for the Fourier transform is written: $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$. Below this, the specific result for the given frequency is written: $= e^{-j\omega 4}$.

Řešení: Vydeme ze vztahu pro F. T. ->

a víme, že Diracův

impulz je nekonečně dlouhý a široký 0, což je ve výsledku 1 (v našem případě integrace $x(t) =$

1). Za t dosadíme posunutí (4) a frekvenci máme v zadání -> pak stačí dosadit a upravit a vyjde 1.

Příklad 8.:

Souhlasím 0x

Nesouhlasím 0x

Příklad 3 Zapište signál v elektrické zásuvce. Efektivní hodnota napětí je 230 V, frekvence 50 Hz.
Pomůcka: $2\sqrt{2} \cdot 230 = 650$, $230\sqrt{2} = 325$, $2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 230 = 325$, $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 230 = 162$.

$x(t) = \dots$ $325 \cos(100 \pi t)$ *amplituda* $\omega = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$ rad/s
může být i sin i jakákoliv počáteční fáze

Řešení:

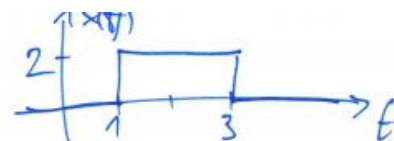
Víme, že vztah pro výpočet efektivní hodnoty je $P_s = \text{amplituda} \cdot \sqrt{2}$. Pak vyjádříme amplitudu (325). $\Omega = 2\pi \cdot \text{frekvence} (100\pi)$

No pak stačí dosadit sem $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$: (nemůžu si vzpomenout jak se to jmenuje)

Příklad 9:
Souhlasím 3x
Nesouhlasím 0x

Příklad 4 Signál se spojitým časem je definován jako:

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [1, 3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



Napište jeho spektrální funkci.



$$X(j\omega) = 2 \cdot 2 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot e^{-j\omega 2} = 4 \text{sinc}\left(\frac{\omega}{2}\right) e^{-j2\omega}$$

Řešení:

Vzorec, který použil počítá s tím, že je signál “zarovnaný” na středu osy x, proto nesmíme zapomenout na τ (tau), které udává, o kolik je signál posunutý. V tomto případě $\tau = 2$ (o dva předbíháme). Ještě ke vzorci:

D - velikost (“výška”) signálu

θ (théta) - “šířka” signálu

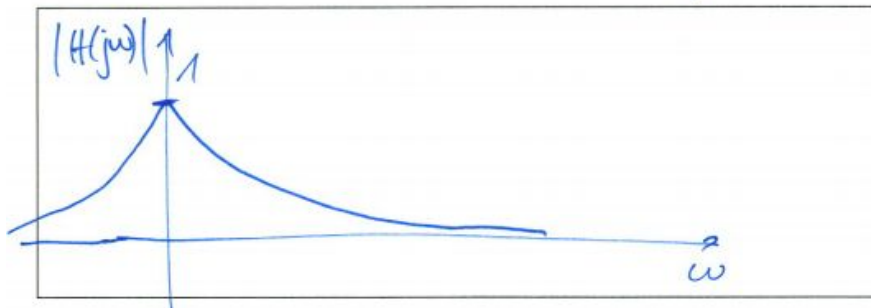
Jediné co bych ještě k tomu dodal je, že když nastane posun tak se to násobí tím $e^{-j\omega\tau}$. Jinak to tam není.

Dotaz: Jak poznám, že mám udělat posun? **musí být symetrické podle svislé osy**

Příklad 10.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 5 Nakreslete průběh modulu frekvenční charakteristiky systému se spojitém časem s přenosovou funkcí $H(s) = \frac{1}{1+s}$

$$= \frac{1}{j\omega - (-1)}$$



Řešení:

Tady si nejsem moc jistý, ale dělal bych to takhle:

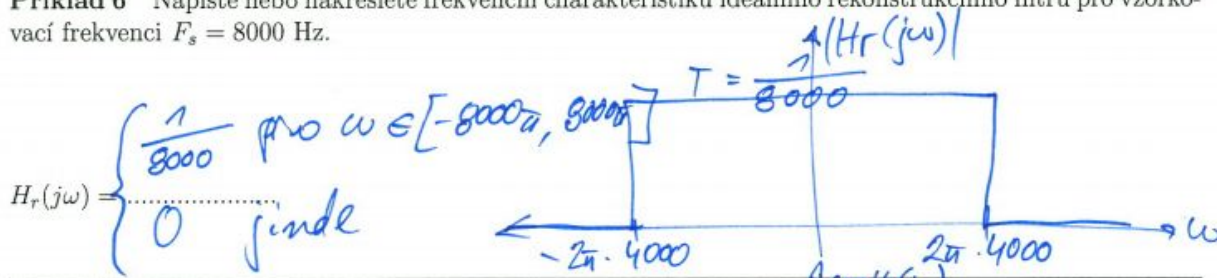
$$H(s) = \frac{1}{1+s}$$

tenhle vztah potřebujeme dostat do tvaru $1/s$ - něco

tak to upravíme na tvar $1/(s - (-1))$ za s dosadíme $j\omega$, vyneseme na jednotkovou osu a vidíme, že vzdálenost -1 od středu je 1 . To vyneseme do grafu a bude to mít klesající tendenci

Příklad 11.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 6 Napište nebo nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního rekonstrukčního filtru pro vzorkovací frekvenci $F_s = 8000$ Hz.



Řešení:

$$F_s = \frac{1}{T_s}$$

Aby bylo možné sestavit graf, je potřeba určit T_s ($1/8000$) a meze jsou polovina $F_s \cdot 2\pi$. Sestavíme graf a vyznačíme kde to má řešení a kde samé nuly.

Příklad 12:

Souhlasím 1x

Nesouhlasím 0x

Řešení: (můžete někdo osvětlit to podtržené líp? Moc to nechápu)

Víme, že F_s je je 1000Hz $\rightarrow T = 1 / 1000 \rightarrow$

Příklad 7 Analogový signál je obdélník:

$$x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } t \in [-0.9 \text{ ms}, 3.9 \text{ ms}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Je ideálně vzorkován na vzorkovací frekvenci $F_s = 1$ kHz. Napište, kolik bude mít výsledný diskretní signál nenulových vzorků.

4

1ms, to znamená, že když si nakreslíme ten obdélníkový impulz, tak to v něm bude přeskakovat po 1ms (Perioda = 1ms). To znamená:

$$-0.9 \rightarrow 0.1 = 1$$

$$0.1 \rightarrow 1.1 = 2$$

$$1.1 \rightarrow 2.1 = 3$$

$$2.1 \rightarrow 3.1 = 4$$

3.1 \rightarrow 4.1 už nejde!

Vzdálenost mezi krajními je tedy 4

Příklad 13.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 8 Signál s diskretním časem o délce $N = 256$ je definován jako:

$$x[n] = 10 \cos\left(\frac{2\pi n}{256} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Určete indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů jeho diskretní Fourierovy transformace (DFT) $X[k]$. Hodnoty vyjádřete jako jedno komplexní číslo ve složkovém tvaru.

$$|X[1]| = |X[N-1]| = \frac{NC_1}{2} = \frac{256 \cdot 10}{2} = 1280$$

$$\arg X[1] = -\arg X[N-1] = \phi$$

$$X[1] = 1280 e^{j\frac{\pi}{2}} = 1280j$$

$$X[255] = -1280j$$

Řešení:

$$C_1 = 10$$

$$N = 256$$

$$\phi = \pi/2$$

pak budeme vycházet z tohotole:

$$|\tilde{X}[1]| = |\tilde{X}[N-1]| = \frac{NC_1}{2} \quad \arg \tilde{X}[1] = -\arg \tilde{X}[N-1] = \phi$$

$$X[1] = N \cdot C_1 / 2 = 1280$$

$$X[N-1] = N \cdot C_1 / 2 = 1280$$

$$-\arg X[N-1] = \phi$$

$$X[1] = 1280 \cdot e^{j\pi/2} = 1280j$$

$$X[255] = 1280 \cdot -e^{j\pi/2} = -1280j$$

Příklad 14:

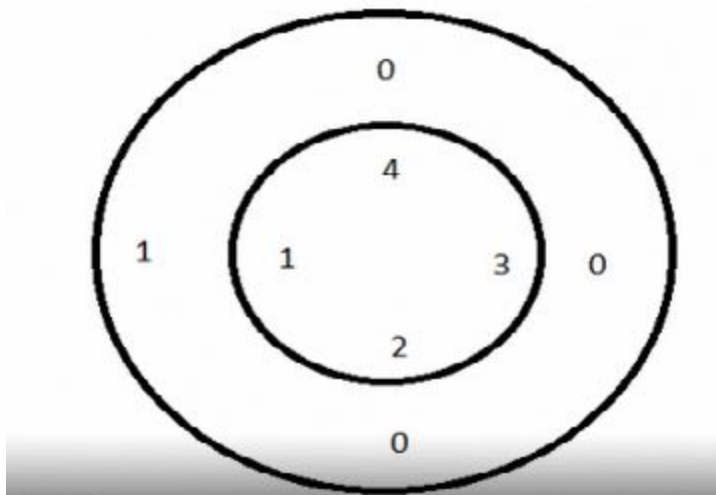
Souhlasím 1x

Nesouhlasím 0x

Příklad 9 Diskrétní signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ mají délku 4. V tabulce je uveden signál $x_1[n]$ a výsledek kruhové konvoluce. Doplňte signál $x_2[n]$.

n	0	1	2	3
$x_1[n]$	4	3	2	1
$x_2[n]$	0	1	0	0
$x_1[n] \otimes x_2[n]$	1	4	3	2

Řešení:



Postup:

1. Nakreslíte si kružnici a rozmístíte po třech hodinách ve směru (hodinových ručiček). (jak jde vidět na obrázku - 4 3 2 1)
 2. Vedle druhou, úplně stejně a zaměníte hodnotu třetí a deváté hodině (druhé a čtvrté hodnoty)
 3. V tomto případě budete muset naopak tuto druhou zjišťovat, nicméně jak můžeme vidět, výsledky jsou stejné jen posunuté.
 4. předpokládejme že bychom tedy měli vypočítat kruhovou konvoluci (třetí řádek tabulky a ne druhý)
 5. výsledky každého n spočítáte součtem **násobení dvou čísel na stejné pozici** tzn.: $4*0 + 3*0 + 2*0 + 1*1$
 6. Poté otočíte druhou kružnici ve směru, včetně hodnot, tzn. že jednička (vnější kružnice) bude nahoře (12tá hodina)
 7. $4*1 + 3*0 + 2*0 + 1*0 = 4 \Rightarrow n1 = 4$
 8. Cyklus se opakuje.
-

Příklad 15.:

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má pro vzorky $n = 49, 50, 51, 52$ hodnoty 2, 5, 2, 3. Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0, 1, 2, 3$ hodnoty 3, 2, 1, -1, ostatní vzorky jsou nulové. Určete hodnotu výstupního vzorku $y[52]$, pokud má systém na vstupu signál $x[n]$

$$y[52] = \dots\dots\dots 16$$

2	5	2	3
-1	1	2	3

Řešení:

Podle vzorce $y[n] = x[n] \text{ konvoluce } h[n]$ řeším takhle:

napíšu si signál $x[n]$, stačí jen nenulové 2 5 2 3

vím, že pro konvoluci musím $h[n]$ "otočit" (vzpomeňte si na střihání papírků), takže

$h[-3 -2 -1 0] = -1 1 2 3$

potom chceme prvek $y[52]$, takže musíme přičíst $y[52] = h[0] + 52$, tím tu odezvu $h[n]$ "seřadíme" s původním signálem jak je na obrázku, a jen uděláme konvoluci

$$y[52] = 2*(-1) + 5*1 + 2*2 + 3*3 = 16$$

Já jsem na to šel tak, že jsem provedl konvoluci toho druhé a vytvořil:

2 5 2 3

-1 1 2 3 // pro druhý řádek nastane 52x shift doprava

no a výsledný $x[52] = 3*3 + 2*2 + 5*1 + 2*(-1) = 16$

Příklad 16:

Souhlasím 2x

Nesouhlasím 0x

Příklad 11 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

14

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Napište jeho přenosovou funkci.

$$H(z) = \frac{1 - 0.2z^{-1} + 0.1z^{-2}}{1 + 0.3z^{-1} - 0.4z^{-2}}$$

Řešení:

dostanu to do tvaru: $y[n] + 0.3y[n-1] - 0.4y[n-2] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2]$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k s^k}{\sum_{k=0}^N a_k s^k},$$

využiji tohohle:

pak už jen stačí dosadit a hotovo.

Přiznám se že z tohohle bych pochopil prd (no offense) snad tedy nebude vadit polopatický postup:

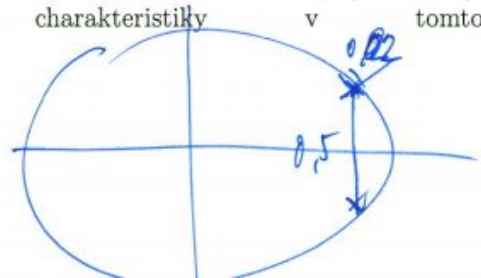
1. všechna čísla v čitateli jsou **x**.
2. všechna čísla ve jmenovateli jsou **y** **POZOR!** znaménka se prohodí tzn pokud máte např. **...+0,9y[n-4]** ve jmenovateli se tedy objeví: **...-0,9z⁻⁴**
3. na začátku zlomku je vždy **1 +** (je to přepis)
4. Pokud v rovnici není žádné **x** nebo **y**, ve zlomku zbyde pouze 1, např.:

$$\frac{1}{1+0,3z^{-1}-0,4z^{-2}}$$

Příklad 17.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 12 Číslicový filtr IIR má dva póly: $p_1 = 0.98e^{j0.256}$, $p_2 = 0.98e^{-j0.256}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0, \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky v tomto maximu. Pomůcka: $\sin 0.256 \text{ rad} = 0.25$.

$$|H(\omega_{max})| = \frac{1}{0.25 \cdot 0.02} = \underline{\underline{100}}$$



Řešení:

Hodnoty do grafu vyjádříme jako:

$$1 - 0.98 = 0.02 \text{ (kladný y)}$$

$$1 - 0.98 = 0.02 \text{ (záporný y)}$$

vezmeme v potaz pomůcku a $0.25 + 0.25 = 0.5$

Ted využijeme vztah pro $H(\omega_{max})$ v absolutní hodnotě (zaboha ho ale nemůžu na tom papíru se vzorci najít) a dosadíme a hotovo

Příklad 18.:- ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 13 Diskrétní systém má impulsní odezvu $h[n]$, která má pro $n = 0, 1, 3, 3$ hodnoty 0.25, 0.25, 0.25, 0.25, ostatní vzorky jsou nulové. Určete, zda je filtr typu dolní propust, horní propust, pásmová propust nebo pásmová zadrž.

↓ průměrování sousedních vzorků \Rightarrow vyhlazení.

Typ filtru: DP

Řešení:

Tady to přenechám někomu kdo to dobře vysvětlí (hlavně to, jak by to muselo vypadat, aby to byly ty ostatní možnosti)

Dolní propust vždy aplikuje vyhlazení (priemeruje okolie 4 bodov) sučet pri DP je 1 a prepušťá nízke hodnoty signálu (dolní)

Horní propust by bola keby sučet = 0. Napríklad 0,25 -0,25 0,25 -0,25.

Příklad 19.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 14 Obrázek o velikosti 10×10 pixelů má horní řádek bílý, zbytek je černý:

$$x[k, l] = \begin{cases} 1 & \text{pro } k = 0 \text{ a } l \in [0, 9] \\ 0 & \text{pro } k \in [1, 9] \text{ a } l \in [0, 9] \end{cases}$$

Určete zadaný vzorek jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT)

$$X[m, n] = \sum \sum x[k, l] e^{-j2\pi \left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right)}$$

$l^0 = 1$

$X[0, 0] =$ suma všech prvků = 10

Řešení:

Vyjdeme z tohoto vztahu (je na tom papíru se vzorci na druhé straně úplně dole)

rozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT)

$$X[m, n] = \sum \sum x[k, l] e^{-j2\pi \left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right)}$$

$l^0 = 1$

Zadání si načtrneme a zjistíme, že je zde jen 1 řádek plný jedniček a pak stačí je jen sečíst (10)

Příklad 20.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 15 Obrázek o velikosti 101×101 pixelů má jediný pixel uprostřed bílý: $x[50, 50] = 1$, ostatní jsou černé (mají hodnotu nula). Obrázek je filtrován maskou o rozměrech 3×3 , jejíž všechny hodnoty jsou $\frac{1}{9}$. Popište, co bude výsledkem filtrace (můžete zapsat nebo nakreslit, uveďte hodnoty pixelů).

*okolo prostředního pixelu šedý čtverec
3x3 s hodnotami $\frac{1}{9}$.*

Řešení:

načrtnu si první obrázek (stačí okolí souřadnic $x[50, 50]$)

vypadá to tam zhruba takhle:

```
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
0 0 1 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
```

použijeme masku $1/9$ a násobíme pomocí ní čtverce o rozměrech 3×3 a vyjde

```
0 0 0 0 0
0 1/9 1/9 1/9 0
0 1/9 1/9 1/9 0
0 1/9 1/9 1/9 0
0 0 0 0 0
```

Příklad 21.- ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 16 Soubor relizací diskretního náhodného procesu $\xi_\omega[n]$ je uložen ve dvourozměrném poli xi , první index udává číslo realizace, druhý index je diskretní čas: $xi[\omega][n]$. Realizací je celkem $\Omega = 10000$. Napište v jazyce C kód pro souborový odhad jedné hodnoty dvourozměrné distribuční funkce $F(x_1, x_2, n_1, n_2)$ pro $x_1 = 0.7$, $x_2 = 0.5$, $n_1 = 10$, $n_2 = 20$

Pomůcka: $F(x_1, x_2, n_1, n_2) = P(\xi(n_1) < x_1 \text{ a zároveň } \xi(n_2) < x_2)$.

```
cnt = 0;
acc = 0.0;
for (om = 0; om < 10000; om++) {
    if (xi[om][10] < 0.7)
        if (xi[om][20] < 0.5)
            cnt++;
}
P = acc (float) cnt / 10000.0;
```

Řešení:

Není co dodat

Příklad 22.- ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 17 Pracujeme se stacionárním náhodným signálem. Souborový odhad směrodatné odchylky pro čas $t_1 = 6$ s je $\hat{\sigma}(t_1) = 5$. Odhadněte směrodatnou odchylku pro čas $t_2 = 12$ s. Pokud to nejde, napište proč.

$\hat{\sigma}(t_2) =$ 5

Řešení:

Chování stacionárního náhodného procesu se nemění v čase:

$t_1 = 6$ s | $d(t_1) = 5$

$t_2 = 12$ s | $d(t_1) = 5$

Stacionární -> směrodatná odchylka je neměnná

Statické veličiny nejsou závislé na aktuálním t nebo n .

Příklad 23.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 18 Vychýlený odhad autokorelačního koeficientu diskrétního signálu délky $N = 240$ je $R[5] = 11$.

Určete hodnotu koeficientu $R[-5]$. Pokud to nejde, napište jasně "nejde to".

$$R[-k] = R[k]$$

$$R[-5] = \dots\dots\dots 11$$

Řešení:

Využijeme vztahu $\tilde{X}[k] = \tilde{X}^*[-k]$, a výsledek je tedy 11

Příklad 24.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 19 Zapište nebo nakreslete spektrální hustotu výkonu pro náhodný signál s diskretním časem, víme-li, že jeho nultý autokorelační koeficient: $R[0] = 16$ a ostatní autokorelační koeficienty jsou nulové.

Wiener-Chinchin:

$$G(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R[k] e^{-j\omega k} =$$
$$= 16 \cdot e^{-j\omega 0} = 16$$

$$G(e^{j\omega}) = 16$$

Řešení:

Víme, že ostatní koeficienty jsou nulové, tak sumu počítáme pouze pro jeden prvek za $R[k]$ dosadíme 16 a víme že $k = 0$ tak celé $e^{j\omega k}$ co je rovno 1
výsledek = 16

$$G(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R[k] e^{-j\omega k}$$

Jo a tady je ten vztah

Příklad 25.: - ČEKÁ NA VYŘEŠENÍ

Příklad 20 Střední výkon užitečného signálu je $P_s = 100$. Střední výkon kvantovacího šumu je $P_e = 10$. Určete poměr signálu k šumu v dB.

$$10 \log_{10} \frac{P_s}{P_e} = 10 \log_{10} \frac{100}{10} = 10 \cdot 1$$

$$SNR = \dots\dots\dots 10 \dots\dots\dots \text{ dB}$$

Řešení:

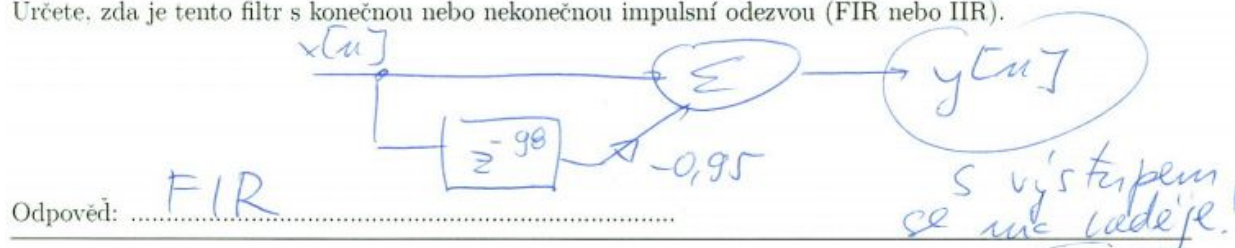
$$SNR = 10 \log_{10} \frac{P_s}{P_e} \quad \text{vyjdeme z tohoto vztahu a už jen dosadíme a hotovo}$$

Príklad 14. 2013 2.opravný:

Príklad 14 Filtér, který se v mobilních telefonech používá pro odstranění vlivu základního tónu řeči, může mít tvar:

$$H(z) = 1 - 0.95z^{-98}$$

Určete, zda je tento filtr s konečnou nebo nekonečnou impulsní odezvou (FIR nebo IIR).



Řešení:

FIR poznám tak, že má konečnou impulsní odezvu. Od IIR ho odliším tak, že kdyby to bylo IIR, ta smyčka by musela být zpětnovazební (vracela by se z druhé strany/brala by signál y a ne x). Takhle to dává jen (konvoluční?) sumu. (<https://www.youtube.com/watch?v=9yNQBWKRSs4>) (pokud je to špatně, opravte to)

Príklad 6. 2015 1.opravný:

Příklad 6 Napište v Matlabu nebo C kus kódu, který vyprodukuje 10000 vzorků diskrétního signálu. Při přehrání na vzorkovací frekvenci $F_s = 100$ kHz má tento signál odpovídat spojitému signálu: $x(t) = \cos(880\pi t)$, tedy tónu komorního "a" na 440 Hz.

$$n = 1: 10000;$$

$$x = \cos(2 * \pi * 440 / 100000 * n)$$

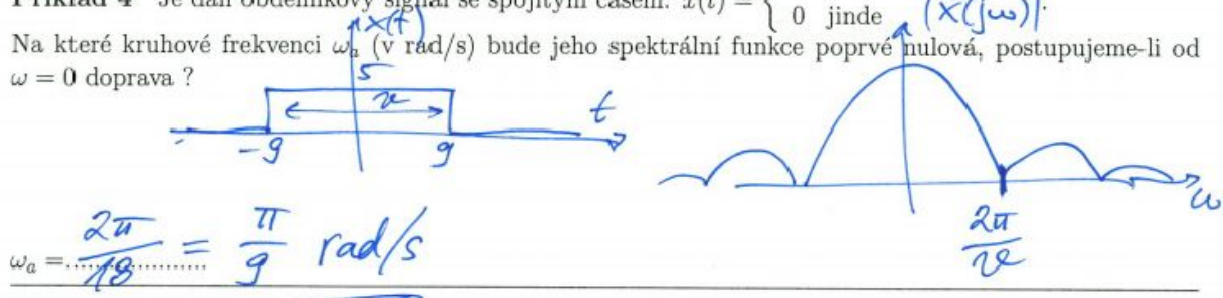
Řešení:

Tady toho asi moc nevysvětlím, prvně musíme nadefinovat $N = 1 \dots 10000$. Potom podle vzorce $x(n) = \cos(2 * \pi * \text{omega} / \text{vzorkovací frekvence} * N)$ jen dosadíme.

Příklad 4. 2014 2. opravný

Příklad 4 Je dán obdélníkový signál se spojitým časem: $x(t) = \begin{cases} 5 & \text{pro } -9 \leq t \leq 9 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $(x(j\omega))$.

Na které kruhové frekvenci ω_a (v rad/s) bude jeho spektrální funkce poprvé nulová, postupujeme-li od $\omega = 0$ doprava?



Jak na tohle dojdou levý graf chápu to je mě jasné a ten druhý je nějaký přímo "standardní" pro tu kruhovou frekvenci nebo jak to je? Jinak vše chápu kde vzal 18 a vše jen to 2π nevím a to je z toho druhého grafu tak jak na to?

-Měl by to být nějaký standardní graf pro ty obdélníky. **Vždycky vezmeš to 2π a dělíš tím šířku obdélníka.**

-Super díky ja si to myslel, ale jen abych věděl jestli má logika je dobře odvozená :D

-Už jsem tenhle postup někde viděl takže já spíš taky jen odvozují :) -1př. 2.opr. 2012

- Chlapi, je to graf pro sinc

Příklad 17. 2 opravný 2012 A

Příklad 17 Dvourozměrná funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti mezi časy n_1 a n_2 náhodného

signálu je dána takto: $p(x_1, x_2, n_1, n_2) = \begin{cases} 0.2 & \text{pro } x_1 \in [0, 2] \text{ a } x_2 \in [0, 2] \\ 0.05 & \text{pro } x_1 \in [2, 4] \text{ a } x_2 \in [2, 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Odhadněte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů.

$$R[n_1, n_2] = \dots\dots\dots$$

$$0,2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 + 0,05 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 0,2 \cdot 4 + 0,05 \cdot 36 =$$

$$= 0,8 + 1,8 = \underline{\underline{2,6}}$$

Chyba v řešení?

Vypadá to tak že místo te 4 ($0,2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4$) by tam měla být 2 ne?

Ano to je první věc: Nevím, proč tam ta 4 je.

Takže by to mělo být: $0,2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 + 0,05 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 0,2 \cdot 2 + 0,05 \cdot 36 = 0,4 + 1,8 = 2,2$

jedničky a trojky sem vzal jako střední hodnoty $[0, 2] = 1, [2, 4] = 3$

ta čtverka by měla být plocha čtverce

1. Opravný termín 2014/2015

Příklad č. 1

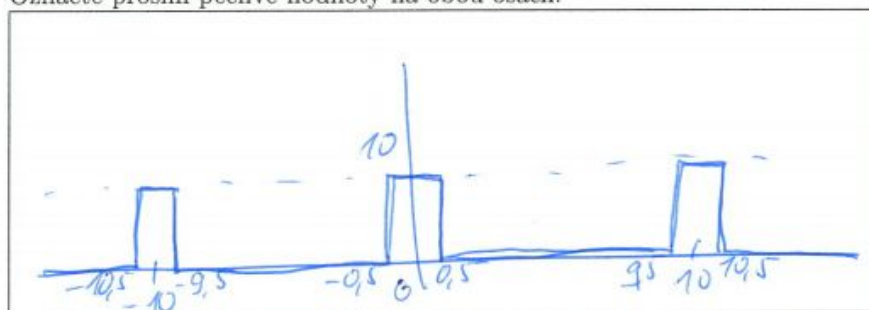
Souhlasím 2x

Nesouhlasím 0x

Příklad 1 Nakreslete výsledek konvoluce $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ obdélníkového impulsu a sekvence tří Diracových impulsů:

$$x_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{pro } t \in [-0.5s, 0.5s] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad x_2(t) = \delta(t) + \delta(t - 10) + \delta(t + 10)$$

Označte prosím pečlivě hodnoty na obou osách.



Diracovy
impulsy
"kopírování"
signál na
sva místa...

Řešení: Vytvoříme Dirakův impuls pro zadaný předpis (výška 10, šířka 1) a zkopírujeme ho s posunutím doleva a doprava.

Příklad č. 2

Souhlasím 0x

Nesouhlasím 0x

Příklad 2 Diskrétní signál $x_1[n]$ má N_1 nenulových vzorků od $x_1[0]$ do $x_1[N_1 - 1]$. Diskrétní signál $x_2[n]$ má N_2 nenulových vzorků od $x_2[0]$ do $x_2[N_2 - 1]$. Určete, kolik nenulových vzorků N bude mít signál $y[n]$ vzniklý jejich lineární konvolucí: $y[n] = x_1[n] \star x_2[n]$.

$$N = N_1 + N_2 - 1$$



Řešení: Při lineární konvoluci s nenulovými vzorky budeme mít minimálně (a asi vždy) $N_1 + N_2$ vzorků. **Otázkou zůstává, proč od toho odečítáme 1.** Udělali jsme z toho dogma.

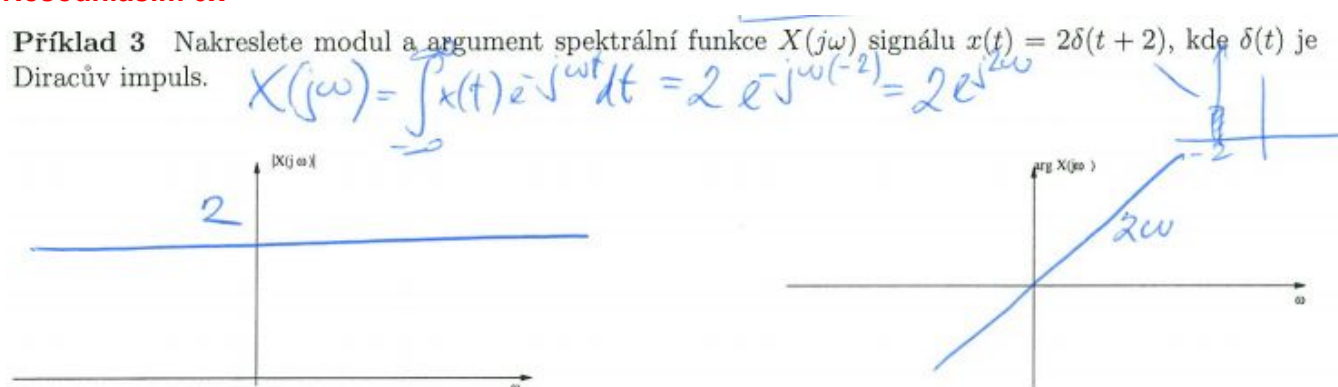
- To není pravda, zkus si dosadit třeba $N_1 = 3$ a $N_2 = 4$. Když uděláš “papírkové demo” tak přijdeš na to, že ti vyjde **6** nenulových vzorků, což je právě **$N_1 + N_2 - 1$**
-

Příklad č. 3

Souhlasím 1x

Nesouhlasím 0x

Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce $X(j\omega)$ signálu $x(t) = 2\delta(t + 2)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.



Řešení:

Vycházíme ze vztahu pro *FOURIEROVU TRANSFORMACI*:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Za $x(t)$ dosadíme prakticky to, co je před znakem dirakova impulsu (tedy dvojku), a pak už je třeba jen doplnit část s "e".

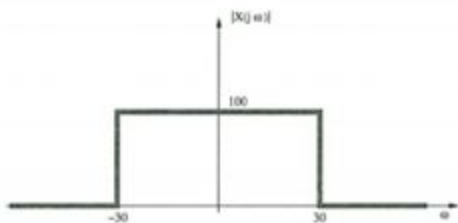
Z $(t+2)$ vyjádříme "t" tak, aby závorka byla rovna 0. Tedy $t = -2$. Dosadíme do vzorce a získáváme:

$$2 \cdot e^{(-j\omega \cdot (-2))} \Rightarrow 2 \cdot e^{(2j\omega)}$$

Kde 2 vyneseme do prvního grafu -> jen přímka, vodorovná s osou x, v hodnotě +2.

A 2ω , jakožto argument vyneseme do druhého grafu. Jde o rostoucí funkci přímky.

Příklad 4 Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ signálu $y(t) = x(\frac{t}{2})$ *$m = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}X(\frac{\omega}{\frac{1}{2}}) = 2X(2\omega) \rightarrow$ větší, rychlejší.*



Řešení:

Vzorec pro výpočet je $X(j\omega) = 1/m \cdot X(\omega/m)$

m je koeficient původního signálu, v tomto případě $m = 1/2$

potom dosadíme (viz obrázek) a vyjde nám $2X(2\omega)$, což znamená, že signál bude 2x větší ($2X$) a 2x rychlejší (2ω)

Q: Někde mi uniká kde jsme zjistili že $m=1/2$?

Příklad 5 Chování systému se spojitým časem je popsáno diferenciální rovnicí $0.5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$. Napište jeho přenosovou funkci.

$$H(s) = \frac{1}{1 + 0.5s}$$

$$0.5s Y(s) + Y(s) = X(s)$$

$$Y(s)(1 + 0.5s) = X(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + 0.5s}$$

Řešení:

Hodnoty obsahující **x** (takže jen **x(t)**) jdou do čitatele

Hodnoty obsahující **y** (takže **0.5 dy(t)/dt** a **y(t)**) jdou do jmenovatele

V tomto případě znaménka **neměníme**.

Bacha na vzorec v těch rovnicích co budou u zkoušky, je to **H(s) = Y(s)/X(s)**, může to být matoucí a dáte to omylem naopak. Když ale vidíte jak to řeší (viz obrázek), tak ty hodnoty, které obsahují **y** jsou v tom vzorci vlastně rovny **X** a naopak.

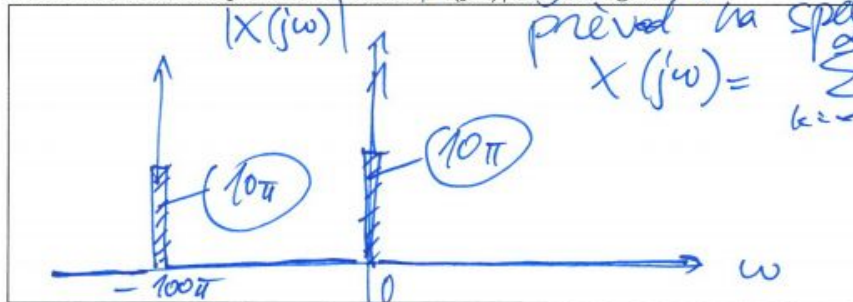
Příklad 1, 2. opravný 2014

pomozte prosím, nevím jak na to

Příklad 1 Signál se spojitým časem je komplexní exponenciála se stejnosměrnou složkou:

$$x(t) = -5 + 5e^{-j100\pi t}$$

Nakreslete modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ tohoto signálu.



Koeficienty FR par $c_0 = -5$, $c_{-1} = 5$

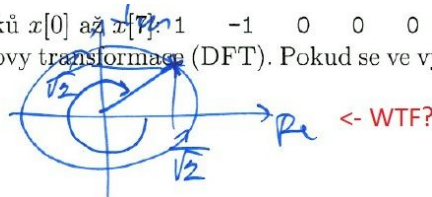
převod na spektrální funkci:

$$X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi c_k \delta(\omega - k\omega_0)$$

Může mi to někdo vysvětlit prosím?

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 -1 0 0 0 0 0 0

Vypočítejte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.



$$X[7] = x[0] + x[1] e^{-j \frac{2\pi}{8} 7 \cdot 1} = 1 + (-1)(0.7 + 0.7j) = \underline{\underline{0.3 - 0.7j}}$$

Řešení:

Namaluj si jednotkovou kružnici a nanes na ni $(-14\pi/8 \Rightarrow -7\pi/4)$, na reálné ose ti vyjde $1/\sqrt{2}$ a na imaginární taky :) Má to tam dokonce namalovaný na tom obrázku