

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta informačních technologií



TEORIE OBVODŮ
2014/2015

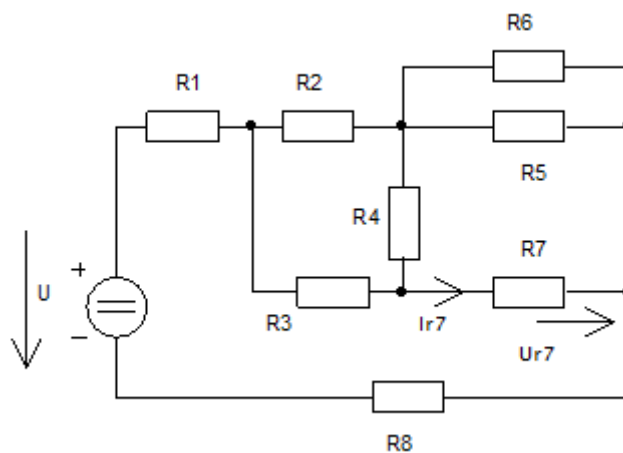
Semestrální projekt

Příklad 1 – varianta F

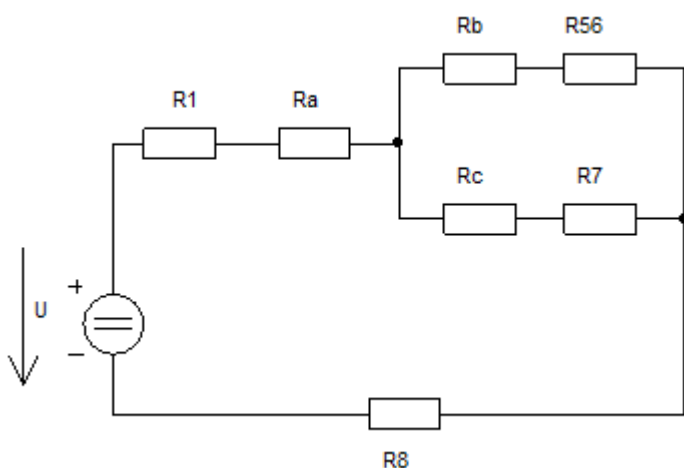
Stanovte napětí U_{R7} a proud I_{R7} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

Zadané hodnoty

U [V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
125	510	500	550	250	300	800	330	250



1. Použijeme transfiguraci „trojúhelník – hvězda“



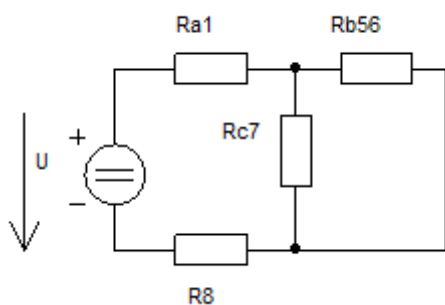
$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_5 + R_6} = \frac{300 * 800}{300 + 800} = 218,1818 \Omega$$

$$R_a = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{500 * 550}{500 + 550 + 250} = 211,5385 \Omega$$

$$R_b = \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{500 * 250}{1300} = 96,1538 \Omega$$

$$R_c = \frac{R_3 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{550 * 250}{1300} = 105,7692 \Omega$$

2. Sériově spojíme rezistory Ra a R1, Rb a R56, Rc a R7

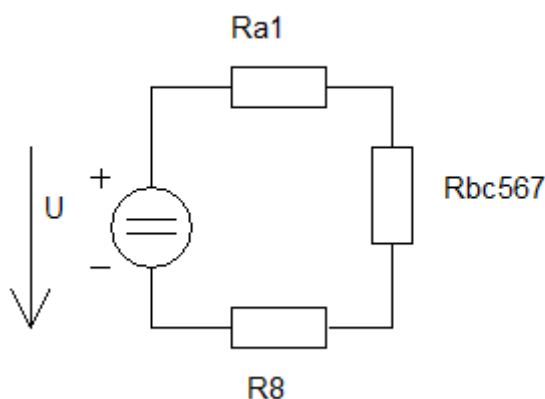


$$Rb56 = Rb + R56 = 96,1538 + 218,1818 = 314,3356 \Omega$$

$$Rc7 = Rc + R7 = 105,7692 + 330 = 435,7692 \Omega$$

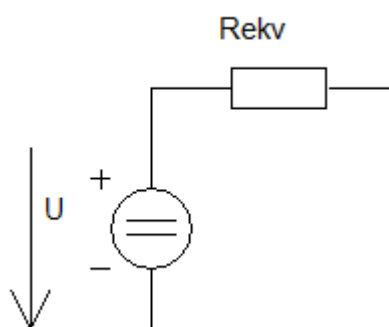
$$Ra1 = Ra + R1 = 211,5385 + 50 = 721,5385 \Omega$$

3. Paralelně spojíme rezistory Rc7 a Rb56



$$Rbc567 = \frac{Rc7 * Rb56}{Rc7 + Rb56} = \frac{435,7692 * 314,3356}{435,7692 + 314,3356} = 182,6065 \Omega$$

4. Sériově spojíme zbývající rezistory



$$Rekv = Rbc567 + Ra1 + R8 = 182,6065 + 721,5385 + 250 = 1154,19 \Omega$$

5. Vypočítáme proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{R} = \frac{125}{1154,19} = 0,1083 A$$

6. Zpětným postupem dopočítáme hledané veličiny

$$U_{Rbc567} = I * Rbc567 = 0,1083 * 182,6065 = 19,7763 V$$

$$I_{R7} = I_{Rc7} = \frac{U_{Rbc567}}{Rc7} = \frac{19,7763}{435,7692} = 0,0454 A$$

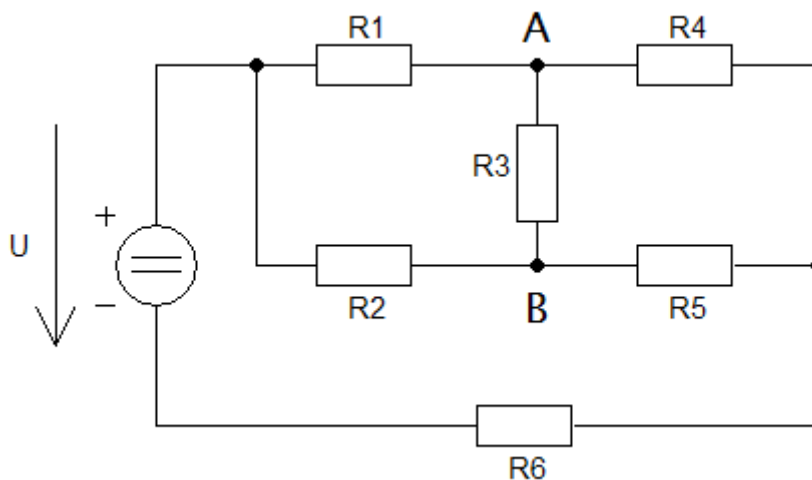
$$U_{R7} = I_{R7} * R7 = 0,0454 * 330 = 14,982 V$$

Příklad 2 – varianta F

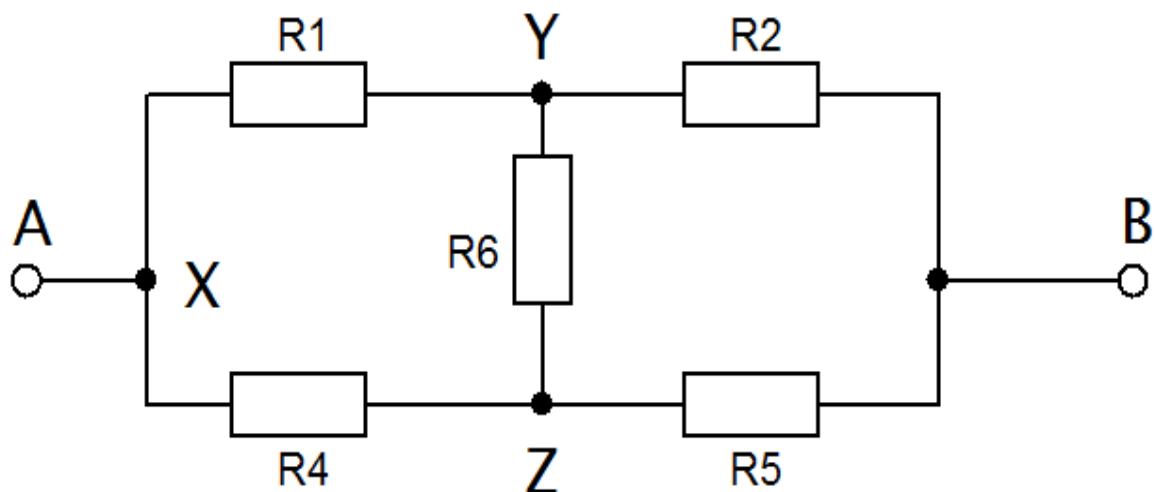
Stanovte napětí U_{R_3} a proud I_{R_3} . Použijte metodu Theveninovy věty.

Zadané hodnoty

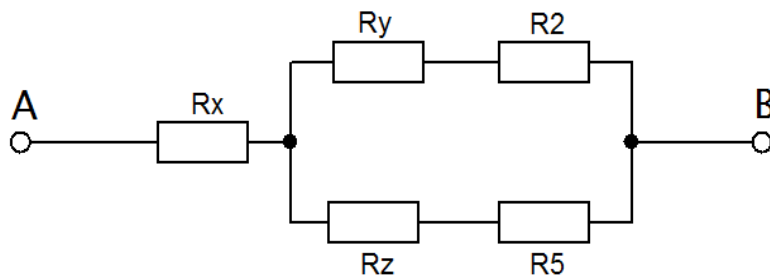
$U[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
130	350	600	195	650	280	250



1. Vypočítáme náhradní odpor zdroje R_i



Tento obod zjednodušíme pomocí transfigurace „trojúhelník-hvězda“ a vypočítáme odpor mezi svorkami A a B, který je hledaný odpor R_i .



$$R_x = \frac{R_1 * R_4}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{350 * 650}{350 + 650 + 250} = 182 \, \Omega$$

$$R_y = \frac{R_1 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{350 * 250}{1250} = 70 \, \Omega$$

$$R_z = \frac{R_4 * R_6}{1250} = \frac{650 * 250}{1250} = 130 \, \Omega$$

$$R_i = R_x + \frac{(R_y + R_2) * (R_z + R_5)}{R_y + R_2 + R_z + R_5} = 182 + \frac{(70 + 600) * (130 + 280)}{70 + 600 + 130 + 280} = 436,3519 \, \Omega$$

2. Vypočítáme odpor R_{12456}

$$R_{12456} = \frac{(R_1 + R_4) * (R_2 + R_5)}{R_1 + R_2 + R_4 + R_5} + R_6 = \frac{(350 + 650) * (600 + 280)}{350 + 650 + 600 + 280} + 250 = 718,08511 \, \Omega$$

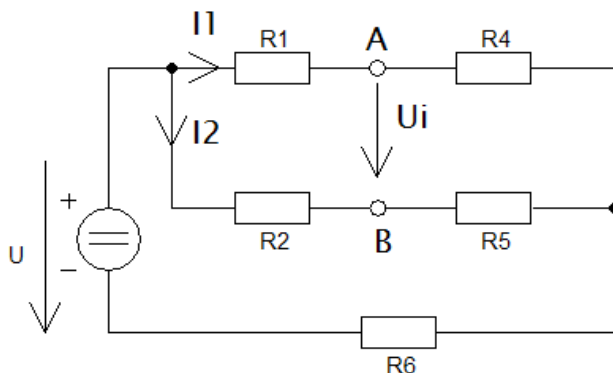
3. Vypočítáme náhradní proud I_x

$$I_x = \frac{U}{R_{12456}} = \frac{130}{718,08511} = 0,18104 \, A$$

4. Vypočítáme napětí U_{R1245}

$$U_{R1245} = I_x * R_{1245} = I_x * (R_{12456} - R_6) = 0,18104 * (718,08511 - 250) = 84,7421 \, V$$

5. Vypočítáme proudy I_1 a I_2



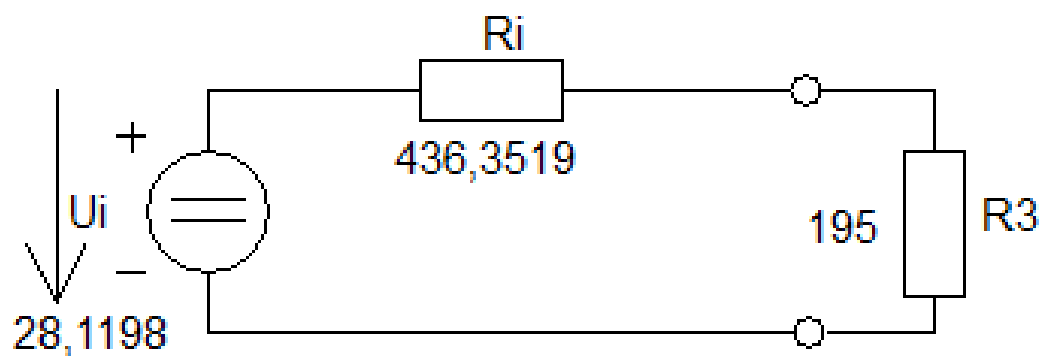
$$I_1 = \frac{U_{R1245}}{R_1 + R_4} = \frac{84,7421}{350 + 650} = 0,08474 \, A$$

$$I_2 = \frac{U_{R1245}}{R_2 + R_5} = \frac{84,7421}{600 + 280} = 0,096298 \, A$$

6. Vypočítáme napětí U_i

$$U_i = I_2 * R_2 - I_1 * R_1 = 0,096298 * 600 - 0,08474 * 350 = 28,1198 \text{ V}$$

7. Sestavíme náhradní obvod dle Théveninovy věty



8. Z obrázku vypočítáme I_{R_3} a U_{R_3}

$$I_{R_3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{28,1198}{436,3519 + 195} = 0,04454 \text{ A}$$

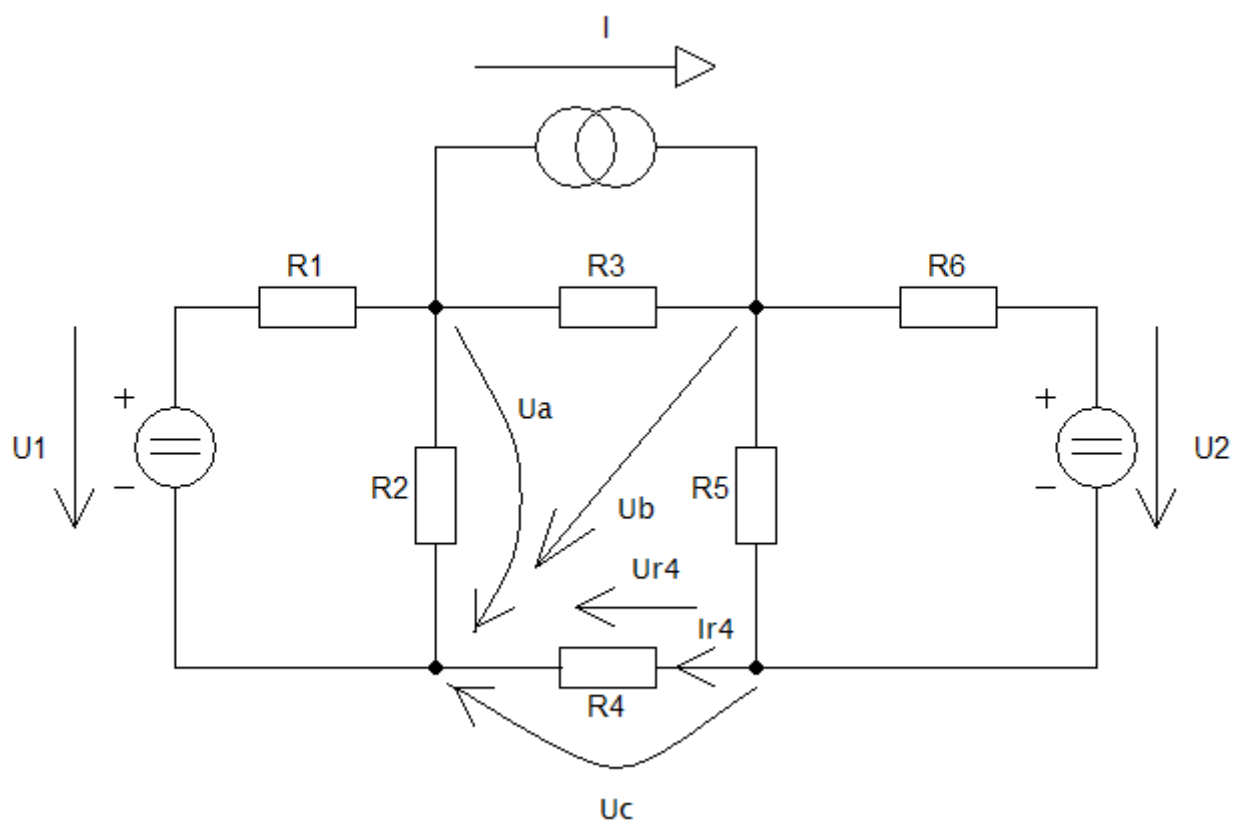
$$U_{R_3} = I_{R_3} * R_3 = 0,044454 * 195 = 8,6851 \text{ V}$$

Příklad 3 – varianta G

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

Zadané hodnoty

$U_1[V]$	$U_2[V]$	$I[A]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
160	105	0,45	460	410	535	330	290	210



1. Stanovíme rovnice pro jednotlivé uzly

$$A: I_{R1} - I - I_{R3} - I_{R2} = 0$$

$$B: I + I_{R3} + I_{R6} - I_{R5} = 0$$

$$C: I_{R5} - I_{R4} - I_{R6} = 0$$

2. Vyjádříme si jednotlivé proudy

$$I_{R1} = \frac{U1 - Ua}{R1}$$

$$I_{R2} = \frac{Ua}{R2}$$

$$I_{R3} = \frac{Ua - Ub}{R3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_c}{R4}$$

$$I_{R5} = \frac{U_b - U_c}{R5}$$

$$I_{R6} = \frac{U_c - U_b + U2}{R6}$$

3. Dosadíme proudy do rovnic pro uzly

$$\text{A: } \frac{U1 - U_a}{R1} - I - \frac{U_a - U_b}{R3} - \frac{U_a}{R2} = 0$$

$$\text{B: } I + \frac{U_a - U_b}{R3} + \frac{U_c - U_b + U2}{R6} - \frac{U_b - U_c}{R5} = 0$$

$$\text{C: } \frac{U_b - U_c}{R5} - \frac{U_c}{R4} - \frac{U_c - U_b + U2}{R6} = 0$$

4. Dosadíme do rovnic známé hodnoty

$$\text{A: } \frac{160 - U_a}{460} - 0,45 - \frac{U_a - U_b}{535} - \frac{U_a}{410} = 0$$

$$\text{B: } 0,45 + \frac{U_a - U_b}{535} + \frac{U_c - U_b + 105}{210} - \frac{U_b - U_c}{290} = 0$$

$$\text{C: } \frac{U_b - U_c}{290} - \frac{U_c}{330} - \frac{U_c - U_b + 105}{210} = 0$$

5. Vyřešíme rovnice o 3 neznámých

$$U_A = 29,4278V$$

$$U_B = 156,7165V$$

$$U_C = 69,9855V$$

6. Vypočítáme hledané veličiny I_{R5} a U_{R5}

$$IR5 = \frac{U_b - U_c}{R5} = \frac{156,7165 - 69,9855}{290} = 0,2991 A$$

$$UR5 = IR5 * R5 = 0,2991 * 290 = 86,731 V$$

Příklad 4 – Varianta F

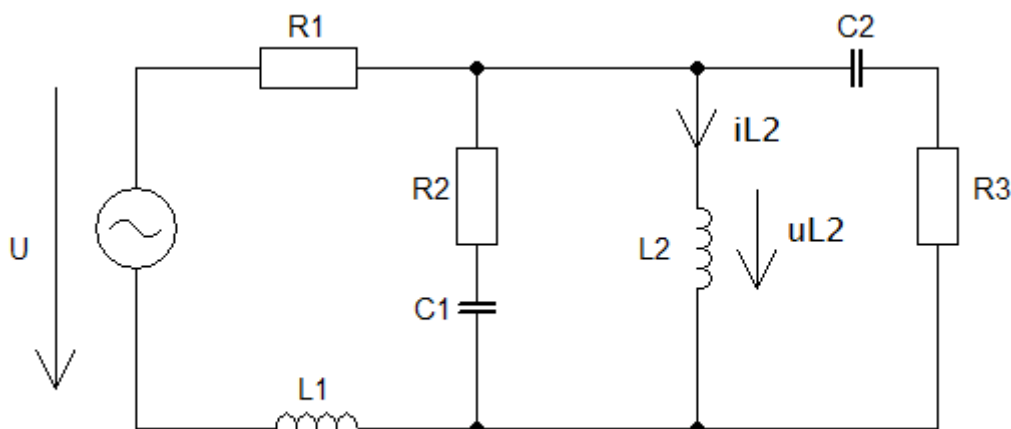
Pro napájecí napětí platí: $u = U \cdot \sin(2\pi f t)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_{L2})$ určete $|U_{L2}|$ a φ_{L2} . Použijte metodu zjednodušování obvodu.

Pozn: Pomocný “směr šipky napájecího zdroje platí pro speciální časový okamžik ($t = \pi/2\omega$).”

Zadané hodnoty

$U[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$L_1[mH]$	$L_2[mH]$	$C_1[\mu F]$	$C_2[\mu F]$	$f[Hz]$
75	165	150	380	430	320	310	235	95



1. Výpočet úhlové rychlosti

$$\omega = 2\pi * f = 2\pi * 95 = 596,9026 \frac{rad}{s}$$

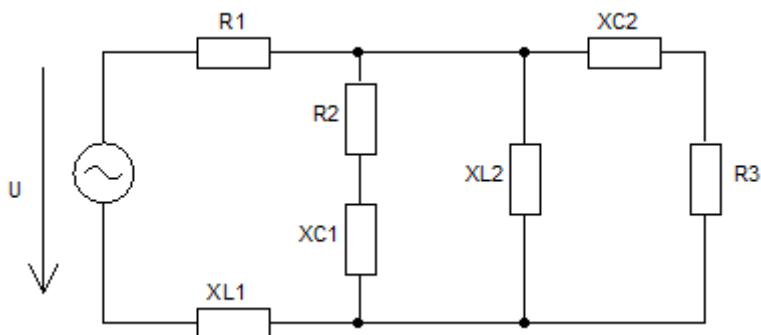
2. Výpočet ideálních odporů cívek a kondenzátorů

$$X_{C1} = \frac{-1}{\omega * C1} i = \frac{-1}{596,9026 * 310 * 10^{-6}} i = -5,4042 i \Omega$$

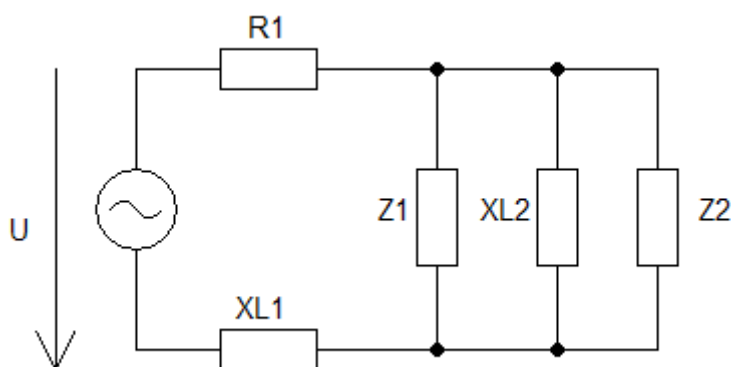
$$X_{C2} = \frac{-1}{\omega * C2} i = \frac{-1}{596,9026 * 235 * 10^{-6}} i = -7,129 i \Omega$$

$$X_{L1} = \omega * L1 * i = 596,9026 * 0,43 * i = 256,6681 i \Omega$$

$$X_{L2} = \omega * L2 * i = 596,9026 * 0,32 * i = 191,00832 i \Omega$$



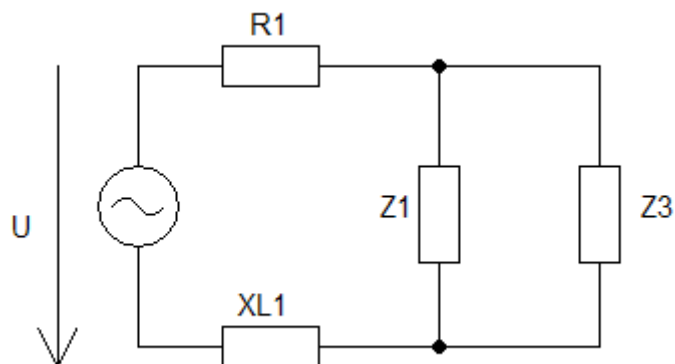
3. Sériově spojíme R_2 a X_{C1} , R_3 a X_{C2}



$$Z1 = R2 + XC1 = 150 - 5,4042i \, \Omega$$

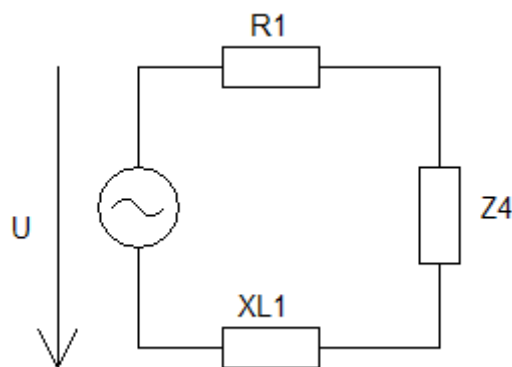
$$Z2 = R3 + XC2 = 380 - 7,129i \, \Omega$$

4. Paralelně spojíme Z_2 a X_{L2}



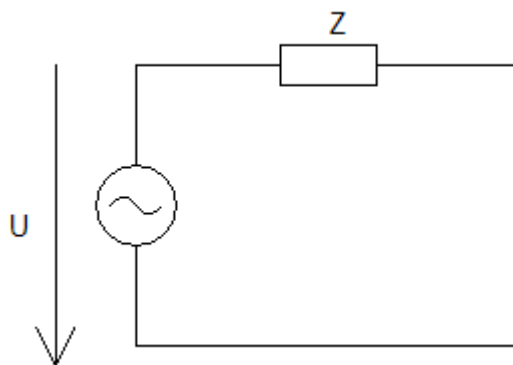
$$Z3 = \frac{Z2 * XL2}{Z2 + XL2} = \frac{(380 - 7,129i) * (191,008322i)}{(380 - 7,129i) + 191,008322i} = 77,7951 + 153,3638i \, \Omega$$

5. Paralelně spojíme Z_1 a Z_3



$$Z4 = \frac{Z3 * Z1}{Z3 + Z1} = \frac{(77,7951 + 153,3638i) * (150 - 5,4042i)}{(77,7951 + 153,3638i) + (150 - 5,4042i)} = 83,8753 + 44,6629i \Omega$$

6. Sériově spojíme R_1 , Z_4 a XL_1



$$Z = Z4 + R1 + XL1 = (83,8753 + 44,6629i) + 165 + (256,6681i) = 248,8753 + 301,331i \Omega$$

7. Vypočítáme proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{75}{248,8753 + 301,331i} = 0,1222 - 0,1479i A$$

8. Vypočítáme napětí U_{Z4} , proud I_{L2} a napětí U_{L2}

$$UZ4 = I * Z4 = (0,1222 - 0,1479i) * (83,8753 + 44,6629i) = 16,8552 - 6,9473i V$$

Díky vypočítanému proudu U_{Z4} snadno vypočítáme proud procházející cívkou L_2

$$IL2 = \frac{UZ4}{XL2} = \frac{(16,8552 - 6,9473i)}{(191,008832i)} = -0,03637 - 0,08824i A$$

$$UL2 = UZ4 = 16,8552 - 6,9473i V$$

9. Vypočítámě $|UL_2|$ a φ_{L_2} (Im je imaginární část, Rm je reálná část)

$$|UL_2| = \sqrt{Rm^2 + I^2} = \sqrt{16,8552^2 + 6,9473^2} = 18,2308 \text{ V}$$

$$\varphi_{L_2} = \arctan \frac{I(UL_2)}{Rm(UL_2)} = \arctan \frac{-6,9473}{16,8552} = -0,3909 \text{ rad} = -22,4003$$

Příklad 5 – Varianta F

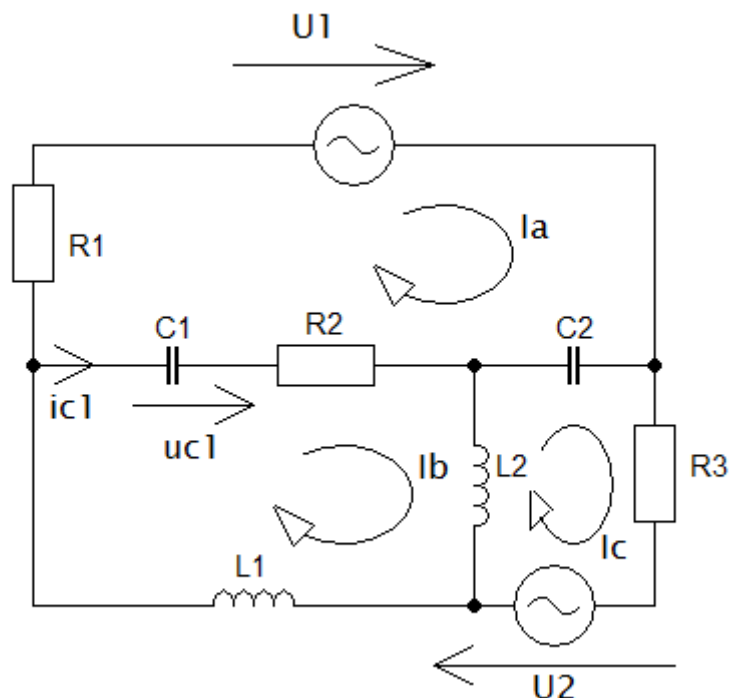
Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C1} = U_{C1} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_{C1})$ určete $|U_{C1}|$ a φ_{C1} . Použijte metodu zjednodušování obvodu.

Pozn: Pomocný “směr šipky napájecího zdroje platí pro speciální časový okamžik ($t = \pi/2\omega$).”

Zadané hodnoty

U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
20	35	120	100	170	170	80	150	90	65



1. Vypočítáme úhlovou rychlost

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 65 = 408,407045 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

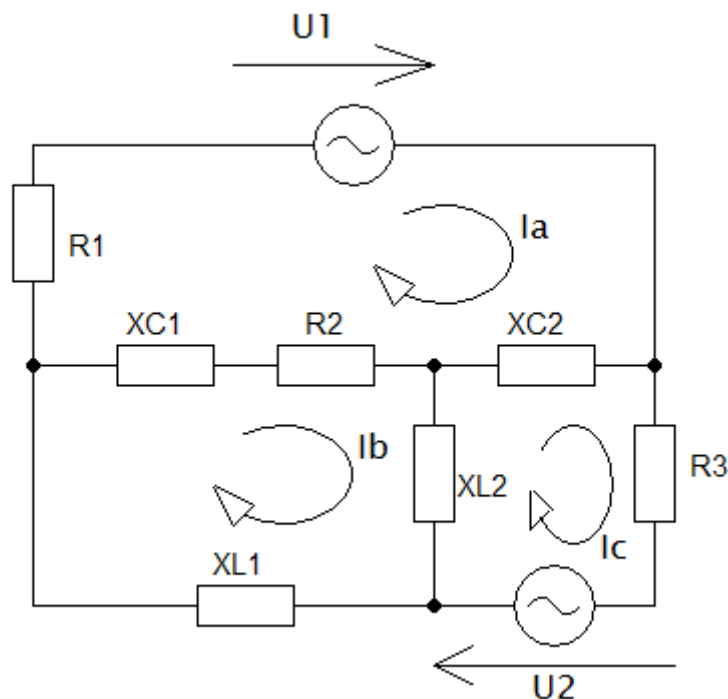
2. Výpočet ideálních odporů cívek a kondenzátorů

$$X_{L1} = \omega \cdot L_1 \cdot i = 408,407045 \cdot 170 \cdot 10^{-3} = 69,4292 i \Omega$$

$$X_{L2} = \omega \cdot L_2 \cdot i = 408,407045 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 32,6726 i \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{-1}{\omega \cdot C_1} i = \frac{-1}{408,407045 \cdot 150 \cdot 10^{-6}} i = -16,3236 i \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{-1}{\omega \cdot C_2} i = \frac{-1}{408,407045 \cdot 90 \cdot 10^{-6}} i = -27,20597 i \Omega$$



3. Sestavíme rovnice pro jednotlivé smyčkové proudy

$$I_A: \quad I_A R_1 + X_{C1} * (I_A - I_B) + R_2 * (I_A - I_B) + X_{C2} * (I_A - I_C) + U_1 = 0$$

$$I_B: \quad I_B X_{L1} + X_{C1} * (I_B - I_A) + R_2 * (I_B - I_A) + X_{L2} * (I_B - I_C) = 0$$

$$I_C: \quad I_C R_3 + X_{C2} * (I_C - I_A) + X_{L2} * (I_C - I_B) + U_2 = 0$$

4. Do sestavených rovnic dosadíme známé hodnoty

$$120I_A + (I_A - I_B) * (-16,3236i) + 100 * (I_A - I_B) + (I_A - I_C) * (-27,20597i) + 20 = 0$$

$$69,4292i * I_B + (I_B - I_A) * (-16,3236i) + 100 * (I_B - I_A) + (I_B - I_C) * 32,6726i = 0$$

$$170I_C + (I_C - I_A) * (-27,20597i) + (I_C - I_B) * 32,6726i + 35 = 0$$

5. Zjednodušíme rovnice

$$(220 - 43,52897i)I_A + (-100 + 16,3236i)I_B + 27,20597i * I_C = -20$$

$$(-100 + 16,3236i)I_A + (100 + 85,7782i)I_B - 32,6726i * I_C = 0$$

$$27,20597i * I_A - 32,6726i * I_B + (170 + 5,4666i)I_C = -35$$

6. Vypočítáme soustavu rovnic

$$I_A = -0,1289 + 0,03088i \text{ A}$$

$$I_B = -0,08191 + 0,05329i \text{ A}$$

$$I_C = -0,2108 + 0,01166i \text{ A}$$

7. Vypočítáme napětí U_{C1} a φ_{C1}

$$U_{C1} = (I_B - I_A) * X_{C1} = ((-0,08191 + 0,05329i) - (-0,1289 + 0,03088i)) * (-16,3236i) = 0,3658 - 0,76705i$$

$$|UCI| = \sqrt{0,3658^2 + 0,76705^2} = 0,8498 \text{ V}$$

$$\varphi_{C1} = \arctan \frac{I(UCI)}{Rm(UCI)} = \arctan \frac{-0,76705}{0,3658} = -1,1258 \text{ rad} = -64,5039$$

$$\text{Převod do kvadrantu: } 180 - 64,5039 = 115,4961$$

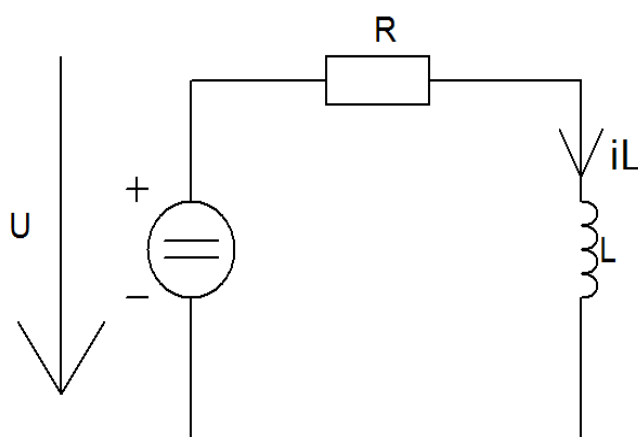
Příklad 6 – Varianta G

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$.

Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Zadané hodnoty

$U[\text{V}]$	$L[\text{H}]$	$R[\Omega]$	$I_L(0) [\text{A}]$
7	45	25	3



Závěr – výsledky

<u>Číslo příkladu</u>	<u>Zadání</u>	<u>Výsledek</u>
1	F	$I_{R7} = 0,0454 \text{ A}, U_{R7} = 14,982 \text{ V}$
2	F	$I_{R3} = 0,04454 \text{ A}, U_{R3} = 8,6851$
3	G	$I_{R5} = 0,2991 \text{ A}, U_{R5} = 86,731 \text{ V}$
4	F	$ U_{L2} = 18,2308 \text{ V}, \varphi_{L2} = -0,3909 \text{ rad} = -22,4003 \text{ deg}$
5	F	$ U_{C1} = 0,8498 \text{ V}, \varphi_{C1} = 115,4961 \text{ deg}$
6	G	