

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Axiomas y Teoremas Básicos del Cálculo Proposicional

Equivalencia y negación

A1 Asociatividad equivalencia:

$$((p \equiv q) \equiv r) \equiv (p \equiv (q \equiv r))$$

A2 Conmutatividad equivalencia:

$$p \equiv q \equiv q \equiv p$$

A3 Neutro equivalencia:

$$p \equiv \text{True} \equiv p$$

T1 Reflexividad equivalencia:

$$p \equiv p$$

T2 Doble negación:

$$\neg\neg p \equiv p$$

T3 Equivalencia y negación:

$$\neg p \equiv p \equiv \text{False}$$

A4 Definición de Negación:

$$\neg(p \equiv q) \equiv \neg p \equiv q$$

Conjunción y Disyunción

A5 Distributividad disyunción con equivalencia:

$$p \vee (q \equiv r) \equiv (p \vee q) \equiv (p \vee r)$$

A6 Regla dorada:

$$p \wedge q \equiv p \equiv q \equiv p \vee q$$

A7 Asociatividad disyunción:

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

T4 Asociatividad de la conjunción:

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

A8 Conmutatividad disyunción:

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

T5 Conmutatividad de la conjunción:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

A9 Idempotencia disyunción:

$$p \vee p \equiv p$$

T6 Idempotencia de la conjunción:

$$p \wedge p \equiv p$$

T7 Elemento absorbente de la disyunción:

$$p \vee \text{True} \equiv \text{True}$$

T8 Elemento absorbente de la conjunción:

$$p \wedge \text{False} \equiv \text{False}$$

T9 Elemento neutro de la disyunción:

$$p \vee \text{False} \equiv p$$

T10 Neutro de la conjunción:

$$p \wedge \text{True} \equiv p$$

A10 Tercero excluido:

$$p \vee \neg p$$

T11 Contradicción:

$$p \wedge \neg p \equiv \text{False}$$

T12 De Morgan:

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

T13 De Morgan (bis):

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

T14 Distributividad de la disyunción con la conjunción:

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

T15 Distributividad de la conjunción con la disyunción:

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

T16 Ley de absorción:

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

T17 Ley de absorción (bis):

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

Implicación

A11 Definición de implicación:

$$p \Rightarrow q \equiv p \vee q \equiv q$$

T18 Definición dual de implicación:

$$p \Rightarrow q \equiv p \wedge q \equiv p$$

T19 Caracterización de implicación:

$$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

T20 Contrarecíproca:

$$p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$$

T21 Debilitamiento para \vee :

$$p \Rightarrow p \vee q$$

T22 Debilitamiento para \wedge :

$$p \wedge q \Rightarrow p$$

T23 Modus ponens:

$$p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$$

T24 Modus ponens (version con equivalente):

$$p \wedge (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge q$$

T25 Modus tollens:

$$(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$$

T26 Modus tollens (version con equivalente):

$$(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \equiv \neg p \wedge \neg q$$

T27 Currificación:

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q \Rightarrow r)$$

T28 Transitividad de implicación:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

T29 Distributividad a derecha de la implicación con la conjunción:

$$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

T30 Distributividad a izquierda de la implicación con la disyunción:

$$p \vee q \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

Otras definiciones

A12 Definición de *False*:

$$False \equiv \neg True$$

A13 Definición de discrepancia:

$$p \neq q \equiv \neg(p \equiv q)$$

A14 Definición de consecuencia:

$$p \Leftarrow q \equiv p \vee q \equiv p$$

T31 Teorema (*):

$$p \vee q \equiv p \vee \neg q \equiv p$$

Niveles de Precedencia

Los que están más arriba tienen mayor precedencia —“pegan más”, se ponen entre paréntesis primero, se aplican primero.

$E(x := a), \cdot$	sustitución y evaluación
$\sqrt{}, (\cdot)^2$	raíces y potencias
$*, /$	producto y división
\max, \min	máximo y mínimo
$+, -$	suma y resta
$=, \leq, \geq$	conectivos aritméticos
\neg	negación
$\vee \wedge$	disyunción y conjunción
$\Rightarrow \Leftarrow$	implicación y consecuencia
$\equiv \neq$	equivalencia y discrepancia

Los operadores que están en un mismo nivel tienen exactamente la misma prioridad, así que deben ponerse siempre con paréntesis, a menos que asocien entre sí (\vee y \vee , \neq y \equiv , \max y \max).

Regla de Leibniz

R1 Leibniz:

$$e = f \Rightarrow E(z := e) = E(z := f)$$

R2 Leibniz 2 (reemplazo de iguales por iguales):

$$e = f \wedge E(z := e) \equiv e = f \wedge E(z := f)$$