Resúmen de las propiedades

Cota Superior O

1. $\forall f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ \Rightarrow f \in O(f)$
2. $f \in O(g) \Rightarrow O(f) \subseteq O(g)$
3. $O(f) = O(g) \Leftrightarrow f \in O(g) \land g \in O(f)$
4. $f \in O(g) \land g \in O(h) \Rightarrow f \in O(h)$
5. $f \in O(g) \land f \in O(h) \Rightarrow f \in O(\min\{g, h\})$
6. $O(f + g) = O(\max\{f, g\})$
7. $f_1 \in O(g) \land f_2 \in O(h) \Rightarrow f_1 \cdot f_2 \in O(g \cdot h)$
8. Regla del Límite
   1. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow f(n) \in O(g(n)) \land g(n) \in O(f(n))$
   2. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f(n) \in O(g(n)) \land g(n) \notin O(f(n))$
   3. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = +\infty \Rightarrow f(n) \notin O(g(n)) \land g(n) \in O(f(n))$
9. Otra formulación (¿son distintas?)

   $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = k$
   1. $k \neq 0 \land k < \infty \Rightarrow O(f) = O(g)$
   2. $k = 0 \Rightarrow f \in O(g) \land g \notin O(f)$

Observación 7.1 $\equiv$ 8.1 y 7.2 $\equiv$ 8.2, PERO no hay una equivalencia para 7.3

Cota Inferior Ω

1. $\forall f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ \Rightarrow f \in \Omega(f)$
2. $f \in \Omega(g) \Rightarrow \Omega(f) \subset \Omega(g)$
3. $\Omega(f) = \Omega(g) \Leftrightarrow f \in \Omega(g) \land g \in \Omega(f)$
4. $f \in \Omega(g) \land g \in \Omega(h) \Rightarrow f \in \Omega(h)$
5. $f \in \Omega(g) \land f \in \Omega(h) \Rightarrow f \in O(\max\{g, h\})$
6. $f_1 \in \Omega(g) \land f_2 \in \Omega(h) \Rightarrow f_1 + f_2 = \Omega(f + g)$
7. $f_1 \in \Omega(g) \land f_2 \in \Omega(h) \Rightarrow f_1 \cdot f_2 \in \Omega(g \cdot h)$
8. Regla del Límite
9. Otra formulación (¿son distintas?) $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = k$
   1. $k \neq 0 \land k < \infty \Rightarrow \Omega(f) = \Omega(g)$
   2. $k = 0 \Rightarrow g \in \Omega(f) \land g \notin O(f) \leftarrow$ Siento que esto último está roto

Orden exacto Θ

1. $\forall f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ \Rightarrow f \in \Theta(f)$
2. $f \in \Theta(g) \Rightarrow \Theta(f) \subset \Theta(g)$
3. $\Theta(f) = \Theta(g) \Leftrightarrow f \in \Theta(g) \land g \in \Theta(f)$
4. $f \in \Theta(g) \land g \in \Theta(h) \Rightarrow f \in \Theta(h)$
5. $f \in \Theta(g) \land f \in \Theta(h) \Rightarrow f \in \Theta(\max\{g, h\})$
6. $f_1 \in \Theta(g) \land f_2 \in \Theta(h) \Rightarrow f_1 + f_2 \in \Theta(\max\{g, h\})$
7. $f_1 \in \Theta(g) \land f_2 \in \Theta(h) \Rightarrow f_1 \cdot f_2 \in \Theta(g \cdot h)$
8. Regla del límite
   1. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow f(n) \in \Theta(f(n))$
   2. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f(n) \in O(g(n)) \land g(n) \notin \Theta(f(n))$
   3. $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = +\infty \Rightarrow f(n) \in \Omega(g(n)) \land g(n) \notin \Theta(f(n))$

9. Otra formulación
   $\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = k$
   1. $k \neq 0 \wedge k < \infty \Rightarrow \Theta(f) = \Theta(g)$
   2. $k = 0 \Rightarrow \Theta(f) \neq \Theta(g) \leftarrow$ Siento que esto es poco útil

OTRA F#CKING PROP DE LIMITE

Sean $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{f}{g} = l \in \mathbb{R}^+ \cup \{+\infty\}$$

1. $f \in \Theta(g) \Leftrightarrow 0 < l < +\infty$
2. $f \in O(g) \wedge f \notin \Omega(g) \Leftrightarrow l = 0$
3. $f \in \Omega(g) \wedge f \notin O(g) \Leftrightarrow l = +\infty$

TAREA

Identificar Reflexión, Transición y Simetría.