

MECATRONICA – Apuntes 2016 – Parte 2

Licenciatura en Artes Electrónicas UNTREF

Repaso de Física

Estática, Cinemática y Dinámica

Como ya hemos dicho, el propósito de este trabajo es brindar a artistas y creadores aquellos elementos fundamentales para poder dar forma práctica y realizable a sus ideas.

Simultáneamente se pretende dotarles de ciertos elementos básicos del lenguaje técnico para facilitar la comunicación de ideas con equipos técnicos, ingenieros, talleristas y manufactureros de modo que puedan transmitir a éstos sus pedidos y especificaciones en la forma más exacta y confiable posible.

Sabemos que la falta de formación en matemáticas suele ser una de las carencias habituales en el perfil de estos creadores, de modo que limitaremos en todo lo posible el uso de ésta a aquellos cálculos fundamentales para la comprensión del concepto que se trate de explicar o para obtener una buena aproximación de las características generales del dispositivo que se pretenda construir.

Los dispositivos mecatrónicos pertenecen en su totalidad al mundo físico y es necesario conocer el conjunto de leyes que gobiernan este mundo para concebirlos eficazmente. Si bien dejaremos para los ingenieros el aumentar su eficiencia, hacerlos económicamente óptimos o mejorar sus condiciones de producción masiva, aunque sea para poder imaginarlos debemos contar con ciertos elementos fundamentales de física y esto es lo que intentaremos brindar a continuación. Previamente repasaremos algunos conceptos útiles y necesarios para su desarrollo.

Magnitudes escalares y vectoriales.

Las magnitudes escalares son aquellas que pueden expresarse completamente mediante el uso de un número y su correspondiente unidad. Ejemplos: La altura de una persona determinada (1,80 m), su edad (24 años), un volumen (2 litros), etc.

Las magnitudes vectoriales, o simplemente vectores, en cambio, requieren de cuatro elementos para ser definidas:

Dirección, Sentido, Módulo con su unidad y **Origen** o punto de aplicación.

Si trabajamos sin tener en cuenta el origen hablamos de vectores libres.

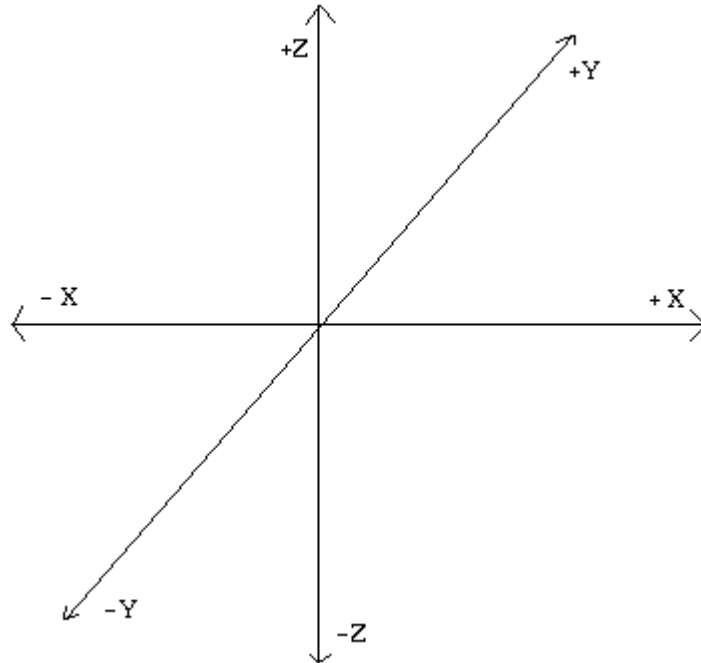
Los vectores se representan como un segmento de recta orientado en el espacio. La dirección está representada por la recta sobre la que actúa el vector, el origen por un punto A sobre esa misma recta, el sentido por la punta de la flecha con extremo en B y el módulo por la distancia AB



Son ejemplos de magnitudes vectoriales las fuerzas, la velocidad, la aceleración, etc.

Sistema de Coordenadas Cartesianas Ortogonales

Es un sistema de tres ejes en el espacio (o dos en el plano) perpendiculares entre sí que se cortan en un punto que se denomina origen del sistema de coordenadas. Es posible representar en él cualquier punto del espacio definiendo tres valores (sus coordenadas). Estas coordenadas son los valores que resultan de proyectar sobre cada eje el segmento que va desde el origen al punto que se quiere representar



Estática.

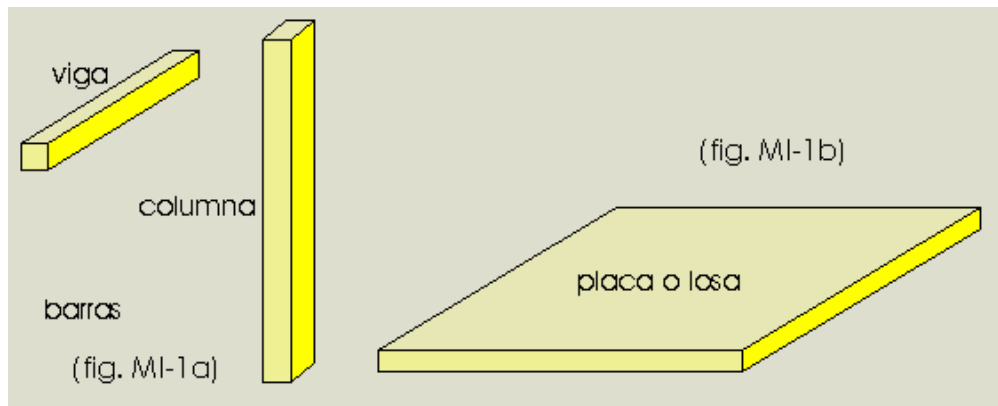
Es la parte de la física que plantea y resuelve las condiciones de **equilibrio en reposo** de sistemas de cuerpos en base a las fuerzas y momentos que obran sobre ellos. Los cuerpos que integran los sistemas en estudio no están libres en general, sino **vinculados** entre sí y con la tierra a través de diversos órganos de unión llamados **vínculos**.

En este curso nos centraremos particularmente en el Análisis Estructural, que es la parte de la Mecánica que estudia las **ESTRUCTURAS**. Consiste en la determinación de los esfuerzos y deformaciones a que quedan sometidas los cuerpos, por la acción de agentes externos (cargas gravitatorias, fuerzas sísmicas, de vientos, variaciones térmicas, etc.)

Las estructuras se componen de una o más piezas ligadas entre sí y al medio exterior, de modo de formar un conjunto estable. Esto es un conjunto capaz de recibir cargas externas, resistirlas internamente y transmitirlas a sus apoyos, donde esas fuerzas externas encontrarán su sistema estático equilibrante.

Las piezas que componen una estructura poseen evidentemente tres dimensiones. En general pueden ocurrir dos casos:

a) Dos dimensiones son pequeñas con relación a la tercera: se la conoce como **barra** y según su eje (lugar geométrico del centro de gravedad de su sección transversal) se ubique en posición horizontal o vertical, se designan como vigas o columnas (Fig. 1a).



b) Una dimensión es pequeña con relación a las otras dos. Es el caso de las losas o placas, cuyo espesor es pequeño respecto a su superficie (Fig. 1b)

Cinemática

Introducción

Cinemática es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos, aunque sin interesarse por las causas que originan dicho movimiento. Las magnitudes que define la cinemática son principalmente tres, la posición, la velocidad y la aceleración.

Posición

Es el lugar en que se encuentra el móvil en un cierto instante de tiempo t . Suele representarse con el vector de posición \vec{r} . Dada la dependencia de este vector con el tiempo, es decir, si nos dan $\vec{r}(t)$ tenemos toda la información necesaria para los cálculos cinemáticos.

Velocidad

Es la variación de la posición con el tiempo. Nos indica si el móvil se mueve, es decir, si varía su posición a medida que varía el tiempo. La velocidad en física se corresponde al concepto intuitivo y cotidiano de velocidad.

Aceleración

Indica cuánto varía la velocidad al ir pasando el tiempo. El concepto de aceleración no es tan claro como el de velocidad, ya que la intervención de un criterio de signos puede hacer que interpretemos erróneamente cuándo un cuerpo se acelera ($a > 0$) o cuándo se "decelera" ($a < 0$).

Por ejemplo, cuando lanzamos una piedra al aire y ésta cae es fácil ver que, según sube la piedra, su aceleración es negativa, pero no es tan sencillo constatar que cuando cae *su aceleración sigue siendo negativa* porque realmente su velocidad está disminuyendo, ya que hemos de considerar también el signo de esta velocidad.

Velocidad media

Se define velocidad media como

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Tomando los incrementos entre los instantes inicial y final que se precisen.

No obstante, aunque la velocidad media es una magnitud útil, hay que destacar que en su cálculo se deja mucha información sin precisar. Así, aunque sepamos que la velocidad media de un móvil desde un instante 1 a otro 2 ha sido "tantos" metros por segundo, no sabremos si los ha hecho de forma constante, o si ha ido muy lento al principio y rápido al final o si...por eso se define una magnitud que exprese la velocidad instantánea, es decir, la velocidad en cierto y determinado instante y que pueda calcularse como una velocidad media donde los intervalos sean tan pequeños que pueda decirse exactamente a qué velocidad se desplazaba el móvil en cada instante. Es fácil darse cuenta de que esta definición se logra tomando como velocidad instantánea:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

y por tanto, coincide con la definición de derivada respecto al tiempo. Así pues se define finalmente

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} \vec{r}.$$

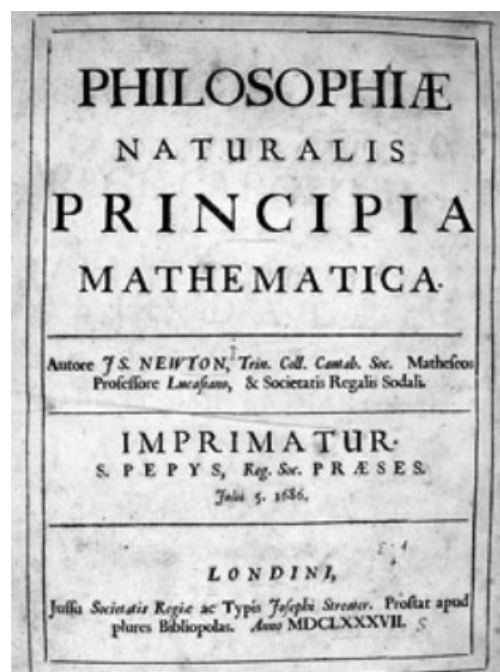
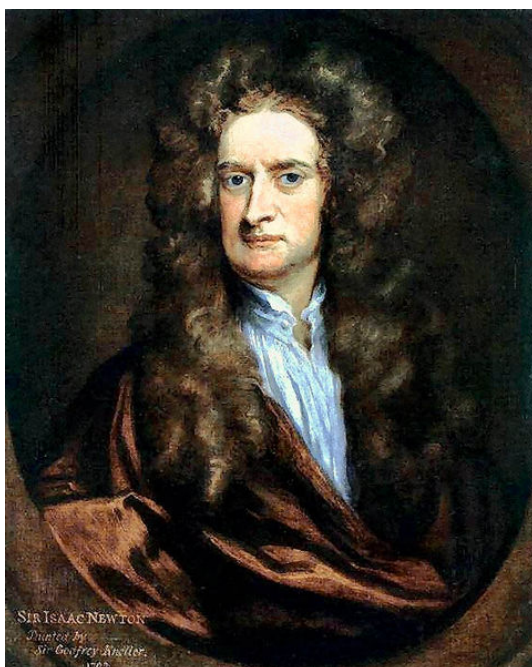
Dinámica

Introducción

Así como la cinemática se encarga de la descripción del movimiento de los cuerpos, aunque sin entrar en detalles de la causa que hace mover a éstos, la dinámica estudia precisamente *por qué se mueven* los cuerpos, es decir, cuáles son las causas que crean la variación de su estado de movimiento.

Leyes de Newton

Las leyes del Movimiento de Isaac Newton describen los movimientos de los cuerpos y las causas que lo provocan. Son las bases más elementales sobre las que se construye toda la mecánica clásica, denominada también por ello Mecánica Newtoniana. Fueron publicadas por el famoso matemático en 1687 en un trabajo de tres volúmenes titulado *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* y son las herramientas fundamentales para la construcción de la Ley de gravitación Universal.



Primera Ley de Newton. Ley (o Principio) de Inercia

La ley de la inercia se podría enunciar como

Todo cuerpo permanece en su estado actual de movimiento con velocidad uniforme o de reposo, a menos que sobre él actúe una fuerza externa neta o no equilibrada.

Donde la fuerza neta de la que hablamos antes sería la suma vectorial de todas las fuerzas que puedan actuar separadamente sobre el cuerpo.

Ésta es la razón por la cual es tan peligroso para los astronautas en el espacio separarse de la nave sin un cordón que los una a ella, ya que si chocan con algo y salen impulsados, como no actúa ninguna fuerza sobre ellos, seguirán desplazándose uniformemente y separándose de la nave sin posibilidad de volver a ella (a no ser que tengan un pequeño impulsor).

Segunda ley de Newton. Ley fundamental de la dinámica

Esta ley es la más importante en cuanto nos permite establecer una relación numérica entre las magnitudes “fuerza” y “aceleración”. Se podría enunciar como

La aceleración que toma un cuerpo es proporcional a la fuerza neta externa que se le aplica.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

De aquí que también se suele denominar a la masa del cuerpo como la constante de proporcionalidad.

En la ecuación, la fuerza \vec{F} representa la *resultante* de todas las fuerzas externas al cuerpo, es decir, la suma de dichas fuerzas. Obviamente, se debe tener en cuenta que se trata de una **suma vectorial**, es decir, considerando que cada una de las fuerzas es un vector que puede tener distinta dirección y/o sentido

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_j, j = 1, \dots$$

Esta expresión nos relaciona \vec{F} , m y \vec{a} de una forma unívoca. Básicamente nos dice que el resultado que producen una serie de fuerzas sobre un cuerpo es que dicho cuerpo se acelere en la misma dirección y sentido que la suma de las fuerzas que le son aplicadas y con una intensidad o módulo que será la misma que la resultante de las fuerzas dividida por la masa del cuerpo.

Así pues un cuerpo experimenta una aceleración *mientras* está siendo sometido a una fuerza resultante no nula. Si dicha fuerza cesa el cuerpo adquiriría un movimiento rectilíneo uniforme o se quedaría quieto, según el caso.

Un pequeño “ayuda memoria”:

MAY THE
mass x acceleration
BE WITH YOU

Tercera ley de Newton

La tercera ley de Newton expresa una interesante propiedad de las fuerzas: éstas siempre se van a presentar en parejas. Se puede enunciar como

Si un cuerpo A ejerce, por la causa que sea, una fuerza F sobre otro B, este otro cuerpo B ejercerá sobre A una fuerza igual en módulo y dirección, pero de sentido contrario.

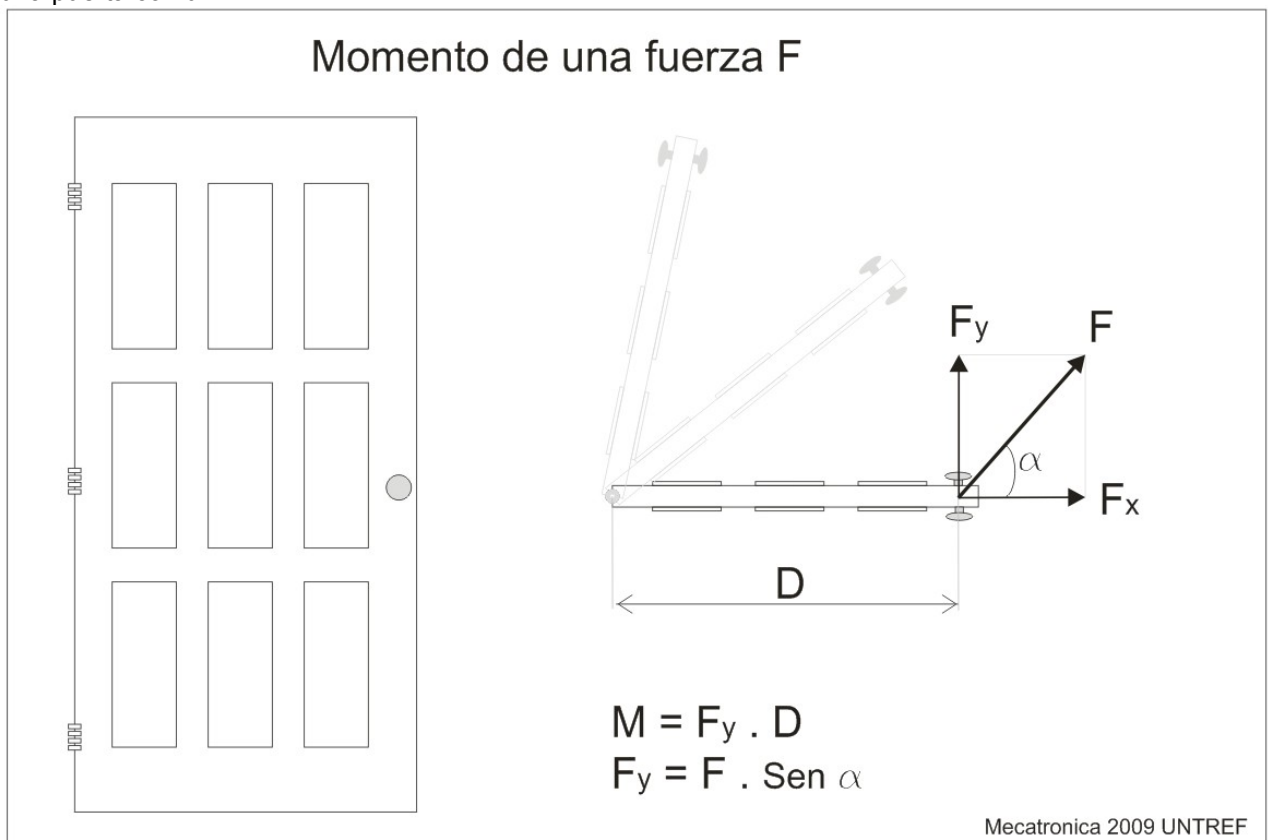
Gracias a esta ley se pueden entender fenómenos como que, para saltar hacia arriba ¡empujamos la Tierra con todas nuestras fuerzas hacia abajo! Al hacer esto la Tierra también ejerce esta misma fuerza con nosotros, pero con sentido contrario (es decir, hacia arriba) y como la masa de la Tierra es enorme en comparación con la nuestra, el resultado es que nosotros salimos despedidos hacia arriba pero la Tierra no se mueve apreciablemente. Así también si empujamos una superficie puntiaguda con mucha fuerza, podemos clavárnosla, porque dicha superficie también estará empujando nuestro dedo con la misma fuerza que nosotros a ella, y como la superficie de la aguja es muchísimo menor la presión que esta hace sobre nuestro dedo es muy grande.

Entonces, si a toda fuerza que se ejerce se opone otra de sentido contrario ¿no deberían anularse las fuerzas y nada se podría mover?. No, porque las fuerzas se ejercen *en cuerpos diferentes*. Así en el ejemplo del salto, nosotros empujamos a la Tierra y la Tierra a nosotros, pero estas fuerzas no se anulan porque, como es evidente, nosotros y la Tierra somos cuerpos distintos.

Momento de una fuerza

En un cuerpo sometido a un movimiento giratorio, llamamos **Momento** de la fuerza que produce el giro, al **producto** de dicha **Fuerza** por la **Distancia** al eje de giro, medida perpendicularmente a la fuerza.

Consideremos el caso más típico, ilustrado en la figura siguiente, de una fuerza aplicada sobre una puerta común.



Si la fuerza F fuera aplicada con un cierto ángulo α (alfa), podemos descomponerla en dos componentes ortogonales, de manera que una de ellas (F_x) es anulada por las bisagras, quedando sólo la otra componente (F_y) actuando perpendicularmente a la puerta y provocando su giro.

El Momento M será entonces:

$$M = F_y \cdot D \quad \text{donde} \quad F_y = F \cdot \sin \alpha$$

Como es evidente, a medida que el ángulo α se acerca a 90° , F_y se acerca a la fuerza máxima F , puesto que $\sin \alpha$ se acerca a 1. Por el contrario, cuando el ángulo α disminuye, $\sin \alpha$ también, de modo que el Momento va disminuyendo. Finalmente, si la fuerza se aplicara a la puerta "de canto", es decir paralela a la hoja, α mediría 0° , y como $\sin 0^\circ = 0$ entonces el momento sería nulo.

En resumen, cuando se aplica una fuerza a una puerta pesada para abrirla, la fuerza se ejerce perpendicularmente a la puerta y a la máxima distancia de las bisagras. Así se logra un momento máximo. Si se empujara la puerta con la misma fuerza en un punto situado a medio camino entre el tirador y las bisagras, la magnitud del momento sería la mitad. Si la fuerza se aplicara de forma paralela a la puerta (es decir, de canto), el momento sería nulo.

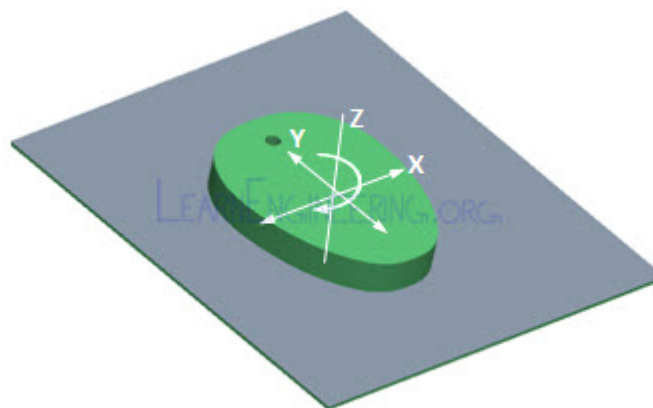
Como las fuerzas se miden en Kgf (Kg fuerza) o N (Newtons) y las distancias en metros (m), las unidades para dimensionar los Momentos serán entonces **Kilogrametros** (Kgm) o **Newton metro** (Nm). Como $1 \text{ Kgf} = 9,8 \text{ N}$ (se suele aproximar a 10), entonces:

$$1 \text{ Kgm} = 9,8 \text{ Nm} \approx 10 \text{ Nm}$$

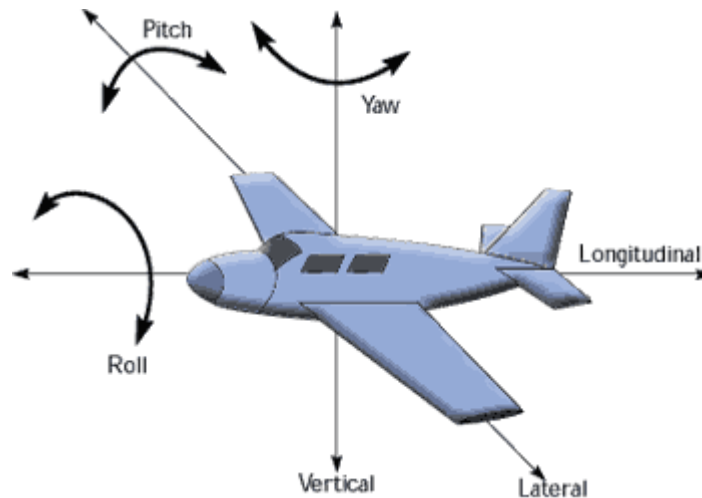
Grados de libertad

Son los parámetros independientes necesarios para definir unívocamente la posición del sólido en el espacio.

Un cuerpo rígido (una placa indeformable) en el plano presenta tres grados de libertad. Para caracterizarlo los alcanzan las dos coordenadas (X, Y) de un punto cualquiera (usualmente el centro) y el ángulo que forma una determinada recta del cuerpo con alguno de los ejes del plano, es decir, el ángulo de rotación del cuerpo alrededor del punto dado.



En el espacio, un cuerpo rígido tiene seis grados de libertad: tres coordenadas que definen la posición de uno de sus puntos, dos ángulos que definen la orientación de un eje de referencia en el espacio y un tercer ángulo para definir la posible rotación alrededor de ese eje.



Es decir, el cuerpo tendrá la posibilidad de desplazarse según los tres ejes X, Y, Z, a la vez que rotar alrededor de cada uno de ellos. En un avión o barco estas rotaciones se conocen como Pitch o Cabeceo (alrededor del eje transversal), Roll o Alabeo (alrededor del eje longitudinal) y Yaw o Giro (alrededor del eje vertical)

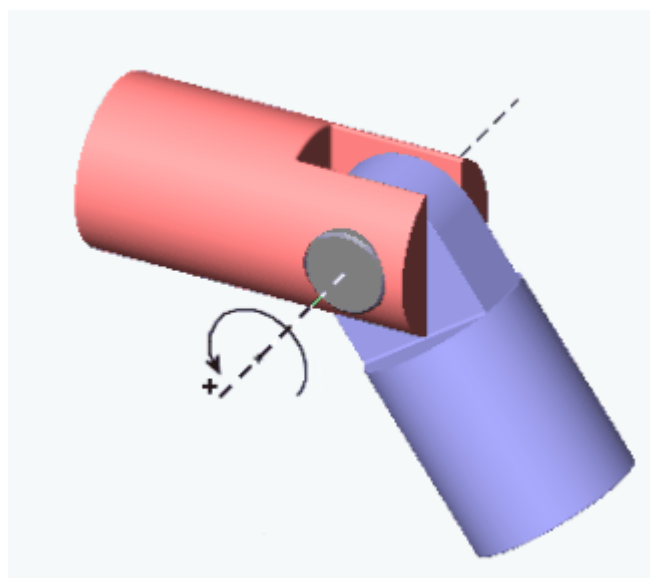
Al aplicar un vínculo, por ejemplo una articulación en un punto del cuerpo, fijamos su posición y restamos –en ese caso- dos grados de libertad al sistema en el plano o tres en el espacio.

Vínculos

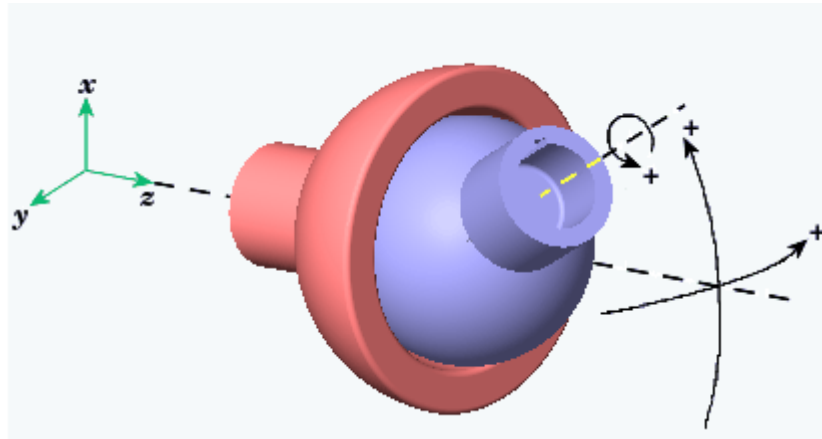
Un vínculo es un órgano de unión entre cuerpos de un sistema, que impone una limitación característica a la posibilidad de movimiento relativo entre los cuerpos a los que se aplica.

Al restringir los movimientos de los puntos del cuerpo donde están aplicados, los vínculos limitan los "grados de libertad" del sistema y reciben diferentes nombres según la cantidad de restricciones que provocan. Por ejemplo:

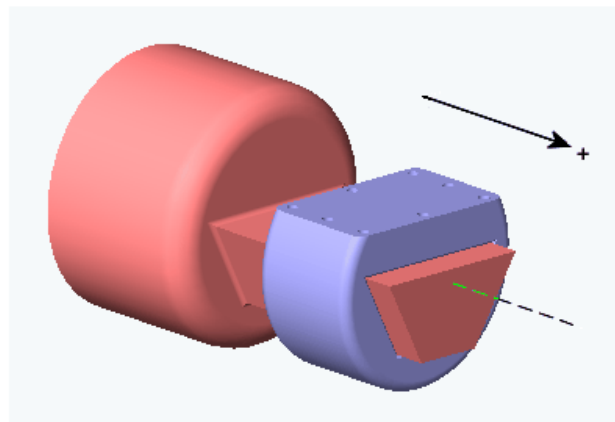
Articulación: Dos planchuelas con un agujero pasante y un perno. Los cuerpos vinculados con articulaciones pueden girar uno con respecto al otro pero no pueden alterar la posición relativa del eje de giro. En el cuerpo humano, los codos, las rodillas y los tobillos son articulaciones.



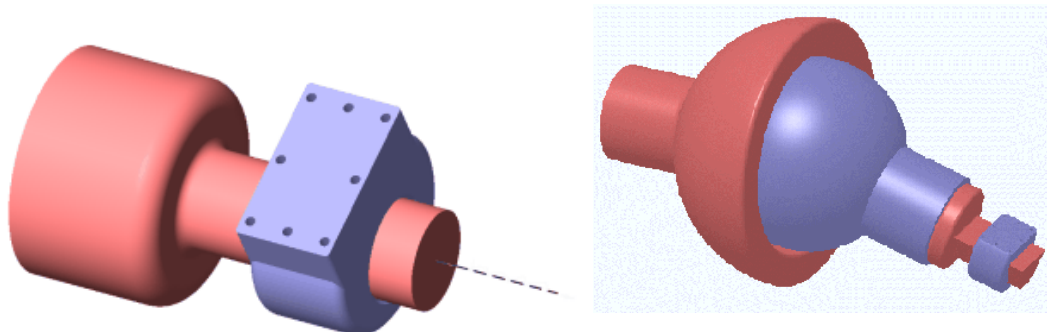
Rótula. Cuando la articulación permite giros fuera del plano, es decir en tres dimensiones, se llama rótula. Por ejemplo, el fémur está articulado a la cadera por una rótula. Una rótula está materializada por una terminación esférica alojada en una cavidad también esférica



Apoyo móvil o deslizante, que puede ser un patín fijo a un cuerpo, que se desliza por una pista prismática, solidaria a otro cuerpo o a la base. Este tipo de vínculo no permite giro ni desplazamiento fuera de la dirección especificada.



Apoyos articulados: Son combinaciones de los anteriores, por ejemplo el tobillo sobre un pie con un patín.



Empotramiento: cualquier vínculo que impida la rotación y el desplazamiento. Por ejemplo, un poste hundido en la tierra está empotrado en ella. Igualmente ocurre con el Jaguar de la imagen.



Un empotramiento puede considerarse como una fusión dos cuerpos. Frecuentemente en mecánica se dice que los cuerpos están **solidariamente unidos** o simplemente que son **solidarios**.

En resumen:

Los vínculos producen reacciones que equilibran la acciones aplicadas al sistema de fuerzas, de tal manera que la resultante entre acciones exteriores y reacciones de vínculo es nula cuando el sistema está en equilibrio. Las reacciones tienen características impuestas por el tipo de vínculo: por ejemplo, un apoyo móvil sólo puede generar una reacción perpendicular al plano de apoyo, y un empotramiento en cambio puede producir fuerzas en cualquier dirección y además absorber momentos.

Como ya se dijo, al restringir los movimientos de los cuerpos donde están aplicados, los vínculos limitan los "grados de libertad" del sistema.