



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN LUIS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS Y NATURALES
INGENIERÍA ELECTRÓNICA CON O.S.D.

Asignatura:

Comunicaciones I

Trabajo Practico N° 2

**“Multipath, interferencias, ruido - Señales y Procesos
Aleatorios”**

Estudiantes:

Marcos Lucero

Nahuel Ramires

Agustín Cappiello

Profesores Responsables:

Alejandro Marwan Geraiges Magrini.

Roberto Kiessling.

Año:

2025

Índice

1. Actividad 1	2
2. Actividad 2	4
3. Actividad 3	5
4. Actividad 4	8
5. Actividad 5	9
6. Actividad 6	11
7. Actividad 7	15
8. Actividad 8	16

1. Actividad 1

a) Si las señales recibidas se suman en la antena receptora. ¿Cuál es el resultado de esto? Graficar.

Las señales recibidas se expresan de la siguiente manera:

$$y_1(t) = 0,9 \cdot 17 \cos(2\pi f_1(t - \tau_1))$$

$$y_2(t) = 0,75 \cdot 17 \cos(2\pi f_1(t - \tau_2))$$

donde los retardos temporales son calculados como:

$$\tau_1 = \frac{D_1}{c} = \frac{11000}{3 \times 10^8} = 36,67 \mu s$$

$$\tau_2 = \frac{D_2}{c} = \frac{14500}{3 \times 10^8} = 48,33 \mu s$$

La señal resultante es la suma de la señal transmitida por un camino directo y de la señal reflejada $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$

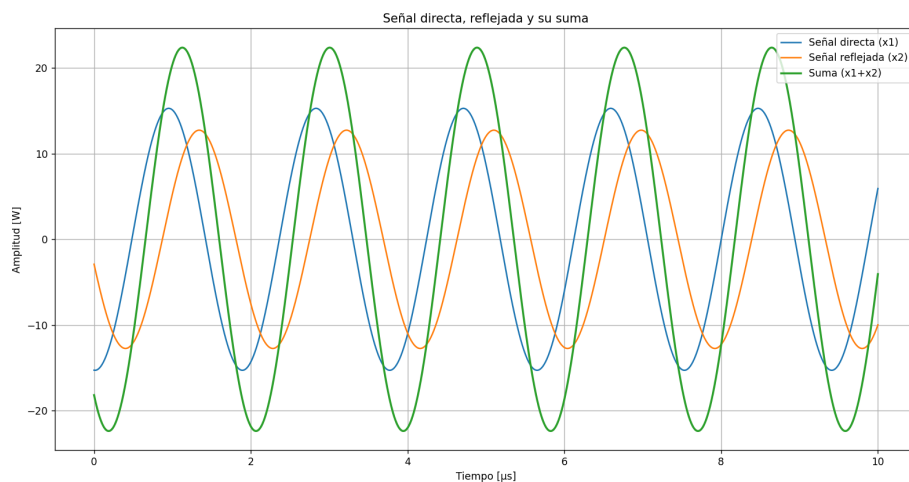


Figura 1: Señal resultante a 532 kHz.

En la Fig. 1 se observa la señal cosenoidal transmitida en su camino directo y reflejado, la suma de las dos es la que llega a la antena receptora. Como se observa, tienen diferente amplitud y fase debido a las atenuaciones y un retardo temporal por las diferentes distancias.

b) Suponer ahora que la frecuencia aumenta a 600 kHz. ¿Qué sucede? Graficar.

Hay dos trayectorias:

$$D_1 = 11 \text{ km} \quad D_2 = 14,5 \text{ km.}$$

La diferencia es:

$$\Delta D = D_2 - D_1 = 3,5 \text{ km} = 3500 \text{ m.}$$

El retardo entre ambas:

$$\Delta \tau = \frac{\Delta D}{c} = \frac{3500}{3 \cdot 10^8} \approx 1,1667 \times 10^{-5} \text{ s.}$$

La diferencia de fase entre ellas es:

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta\tau.$$

Las dos señales quedan en fase cuando su diferencia de fase es un múltiplo entero de 2π :

$$\Delta\varphi = 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$2\pi f \Delta\tau = 2\pi n \implies f = \frac{n}{\Delta\tau}.$$

Para $\Delta\tau = 1,1667 \times 10^{-5}$ s:

$$f_n = \frac{n}{1,1667 \times 10^{-5}}.$$

Para $n = 7$:

$$f_7 = \frac{7}{1,1667 \times 10^{-5}} = 600 \text{ kHz}.$$

A $f = 600 \text{ kHz}$ la diferencia de fase es:

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta\tau = 2\pi \cdot 600000 \cdot 1,1667 \times 10^{-5} = 2\pi \cdot 7 = 14\pi,$$

que es exactamente 7 ciclos completos de diferencia. Por lo tanto, las señales quedan en fase. Por lo tanto, la señal resultante se observa en la Fig. 2.

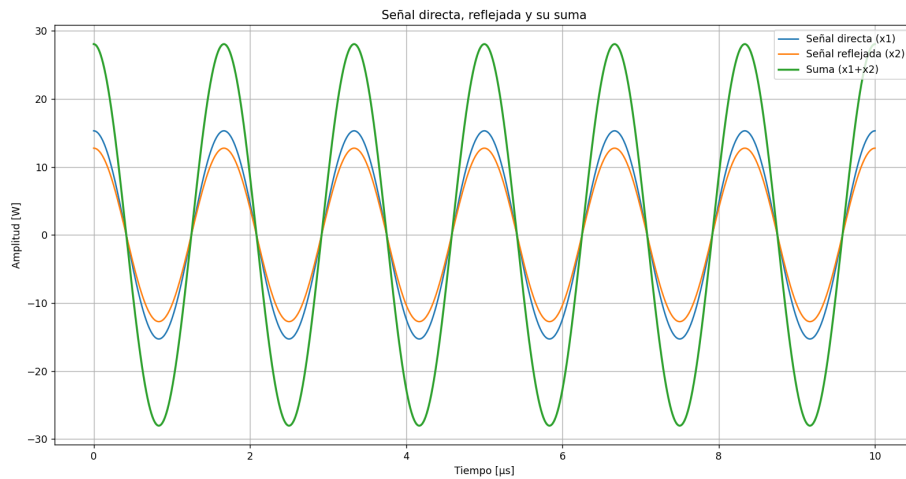


Figura 2: Señal resultante a 600 kHz.

2. Actividad 2

En un sistema determinado de comunicaciones, en el que una señal sinusoidal $x(t) = A \sin(2\pi f t)$ pasa a través de un filtro lineal de fase no constante. La respuesta en frecuencia del filtro es $H(f) = |H(f)| e^{j\beta(f)}$, donde $\beta(f) = -\alpha f$ es la fase dependiente de la frecuencia.

$$\tau_p = \frac{\beta(f)}{2\pi f} \quad \tau_g = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\beta(f)}{df}$$

a) Calcular el retardo de fase y retardo de grupo.

$$\tau_p = \frac{\beta(f)}{2\pi f} = \frac{-\alpha f}{2\pi f} = -\frac{\alpha}{2\pi}$$
$$\tau_g = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\beta}{df} = -\frac{1}{2\pi} (-\alpha) = \frac{\alpha}{2\pi}$$

b) ¿El retardo de fase y el retardo de grupo es constante o depende de la frecuencia?

Ambos son constantes ya que son independientes de la frecuencia.

c) ¿Qué significa un retardo de grupo constante para la propagación de un paquete de ondas?

Un retardo de grupo constante significa que todas las componentes espectrales del paquete son retrasadas por la misma cantidad de tiempo.

d) ¿Cuál es la diferencia práctica entre el retardo de fase y el retardo de grupo en la transmisión de una señal modulada?

El retardo de fase se refiere al retraso o adelanto que sufre la fase de una componente sinusoidal de frecuencia.

El retardo de grupo determina el retraso de la envolvente o del paquete de señales, por lo tanto es el que importa para la transmisión de información modulada (la moduladora se transporta por la envolvente).

e) Si a la salida del sistema de comunicaciones se obtiene una señal compuesta por múltiples frecuencias, ¿por qué es importante el retardo de grupo para mantener la forma de la señal en la salida del sistema?

Es importante el retardo de grupo cuando una señal está compuesta por múltiples frecuencias porque garantiza que la forma de la señal compuesta (su envolvente) se conserve al pasar por el sistema. Si no es constante, se produce dispersión y distorsión temporal.

3. Actividad 3

Se tiene la función de densidad de la Fig. 3

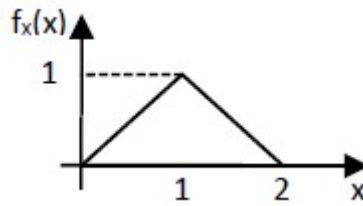


Figura 3: Función de densidad triangular.

La función de densidad se describe analíticamente como:

$$f_X(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2, \\ 0, & \text{otro caso.} \end{cases}$$

a) Cálculo analítico de la media, varianza y desviación estándar

La media se obtiene como:

$$\mu = E[X] = \int_0^1 x \cdot x \, dx + \int_1^2 x(2 - x) \, dx = 1.$$

La varianza se obtiene mediante:

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \frac{1}{6} \approx 0,1667,$$

y por lo tanto,

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \approx 0,4082.$$

b) Función de distribución acumulada

Integrando por tramos la densidad, se obtiene:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{2}, & 0 < x \leq 1, \\ -\frac{x^2}{2} + 2x - 1, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

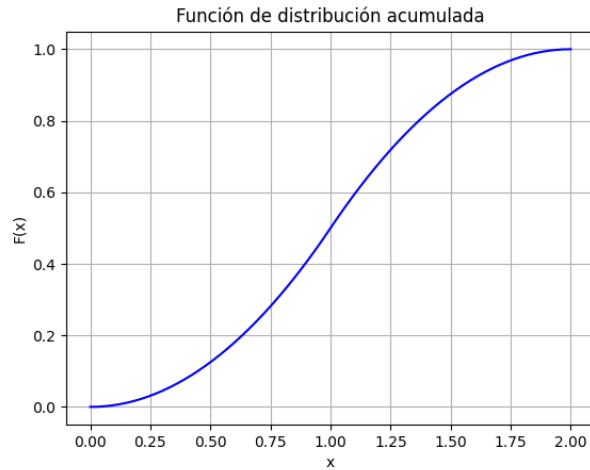


Figura 4: Función de distribución acumulada $F_X(x)$.

c) Cálculo de la probabilidad $P(0,75 \leq X \leq 1,75)$

$$P(0,75 \leq X \leq 1,75) = F_X(1,75) - F_X(0,75).$$

Evaluando:

$$F_X(0,75) = \frac{0,75^2}{2} = 0,28125, \quad F_X(1,75) = -\frac{1,75^2}{2} + 2(1,75) - 1 = 0,96875.$$

Por lo tanto:

$$P(0,75 \leq X \leq 1,75) = 0,96875 - 0,28125 = 0,6875.$$

d) Generación de muestras y graficación

Se generaron 500 muestras aleatorias a partir de la distribución, usando el método de la transformada inversa. En la Fig. 5 se muestra el histograma obtenido, donde se aprecia la forma triangular característica de la densidad.

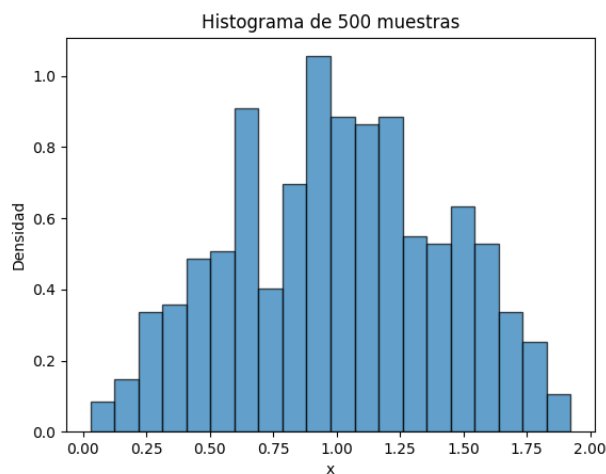


Figura 5: Histograma de 500 muestras generadas a partir de la densidad.

La media empírica se calcula a partir de las muestras como:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

y la varianza empírica mediante:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2.$$

Al evaluar estas expresiones con las 500 muestras generadas, se obtienen valores numéricos que se aproximan a los resultados teóricos:

$$\mu = 1, \quad \sigma^2 = \frac{1}{6}.$$

4. Actividad 4

Graficar las señales senoidales correspondientes que cumplan las siguientes condiciones:

a) Señal de amplitud A aleatoria uniforme, distribuida entre $[8, 40]$.

$$x(t) = A \cos(2\pi 10t)$$

b) Señal de fase Θ aleatoria uniforme, distribuida entre $[-\pi, \pi]$.

$$x(t) = 5 \cos(2\pi 10t + \theta)$$

c) Señal de frecuencia f aleatoria uniforme, distribuida entre $[0, 20]$.

$$x(t) = 5 \cos(2\pi f t)$$

d) Señal de amplitud, fase y frecuencia aleatoria, distribuidas de igual forma que los puntos anteriores.

Además, graficar la auto-correlación para todos los puntos anteriores. ¿Qué información se obtienen al observar la gráfica de auto-correlación?

5. Actividad 5

En el trabajo práctico anterior se analizó espectralmente una señal compuesta por tres sinusoides de frecuencias 50 Hz, 120 Hz y 200 Hz, con diferentes amplitudes y fases (constantes).

a) Graficar la señal total en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia (mediante la Transformada Rápida de Fourier, FFT).

La señal total del práctico anterior es la siguiente:

$$x(t) = 1,0 \cos(2\pi 50 t) + 0,5 \cos(2\pi 120 t) + 0,3 \cos(2\pi 200 t)$$

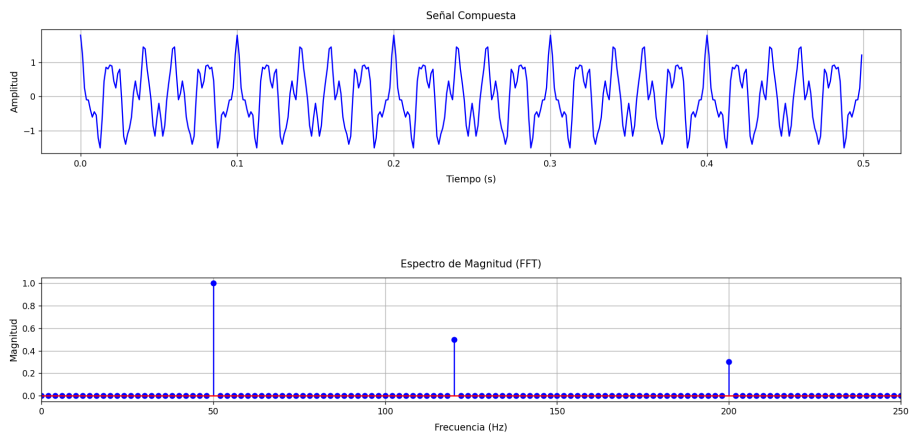


Figura 6: Señal total.

b) Incorporar a la señal ruido blanco gaussiano en dos escenarios:

- Ruido bajo: el nivel de ruido no es suficiente para ocultar las componentes sinusoidales.
- Ruido alto: el nivel de ruido es suficiente para enmascarar las componentes de la señal.

Para cada caso, representar nuevamente la señal tanto en el tiempo como en el espectro de frecuencias y analizar cómo varían la visibilidad de las componentes espectrales.

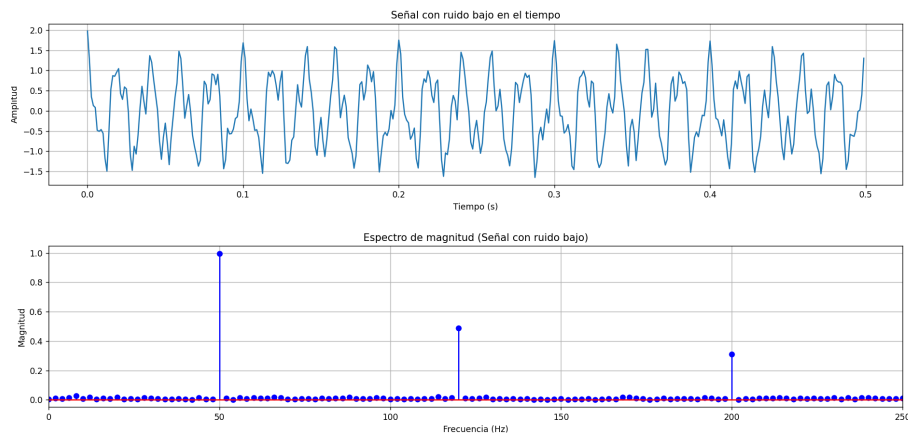


Figura 7: Señal con ruido blanco gaussiano bajo.

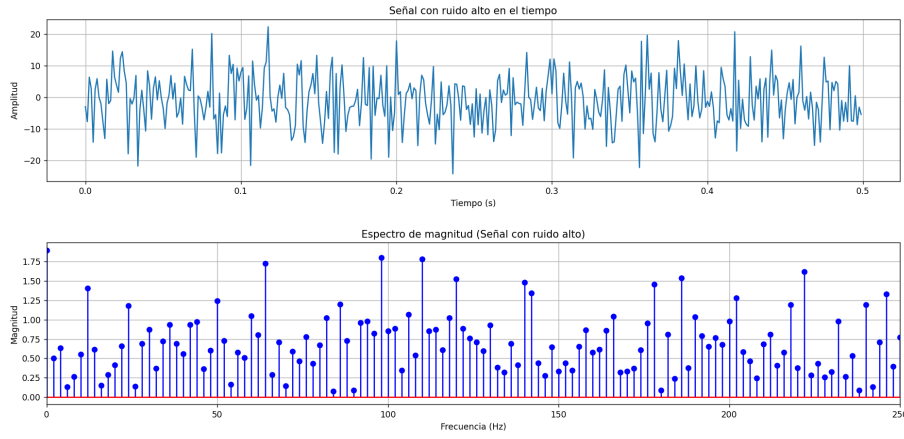


Figura 8: Señal con ruido blanco gaussiano alto.

En las Figuras 5 se observan la gráfica de la señal total con ruido bajo agregado.

Al comparar la señal total con las versiones con ruido, se logra verificar que en el dominio del tiempo la misma no posee ruido, presenta una forma suave y definida, mientras que con ruido bajo aparecen pequeñas variaciones sin perder la forma general. Mientras que con ruido alto la forma original se pierde debido a las variaciones aleatorias. En el dominio de la frecuencia, la señal total sin ruido, muestra tres picos en 50 Hz, 120 Hz y 200 Hz, con las frecuencias fuera de las mencionadas en casi cero. Al añadir ruido bajo los picos siguen visibles aunque surge un nivel de ruido en todo el espectro (piso de ruido). En cambio, con ruido alto ese piso aumenta y los picos se atenúan o se confunden con el ruido. Esto quiere decir que un ruido creciente degrada la forma temporal y espectral, dificultando identificar las componentes de la señal original.

Por último, se calcula la relación señal-ruido (SNR) para la señal compuesta con amplitudes $A_1 = 1,0$, $A_2 = 0,5$ y $A_3 = 0,3$. La potencia media de la señal compuesta se calcula como $A_i^2/2$.

El ruido añadido es blanco y gaussiano con media cero y desviación estándar σ , por lo que su potencia es σ^2 . La relación señal-ruido en decibelios se calcula mediante $\text{SNR}_{\text{dB}} = 10\log_{10}(P_{\text{señal}}/P_{\text{ruido}})$. Para el caso de ruido bajo se obtiene un SNR elevado, lo que implica que las componentes espectrales son claramente visibles, mientras que para el caso de ruido alto la potencia de ruido domina a la de la señal y se dificulta identificar las componentes de la señal total.

$$P_{\text{señal}} = \frac{A_1^2}{2} + \frac{A_2^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} = \frac{1^2 + 0,5^2 + 0,3^2}{2} = \frac{1 + 0,25 + 0,09}{2} = 0,67$$

$$P_{\text{ruidobajo}} = \sigma_{\text{bajo}}^2 = 0,1^2 = 0,01 \quad \text{y} \quad P_{\text{ruidoalto}} = \sigma_{\text{alto}}^2 = 8^2 = 64$$

$$\text{SNR}_{\text{bajo}} = 10\log_{10}\left(\frac{0,67}{0,01}\right) = 10\log_{10}(67) = 18,3 \text{ dB}$$

$$\text{SNR}_{\text{alto}} = 10\log_{10}\left(\frac{0,67}{64}\right) = 10\log_{10}(0,01047) = -19,8 \text{ dB}$$

6. Actividad 6

Considerar el diagrama ilustrado en la Fig. 9. Se tiene la primera etapa con un filtro pasa banda, al cual ingresa ruido blanco Gaussiano, de media cero y densidad espectral de potencia $N_0/2$. Seguido a ello se tiene un modulador producto y finalmente un filtro pasa bajo. Las respuestas en frecuencia de ambos filtros pueden observarse en las Fig. 10 y Fig. 11.

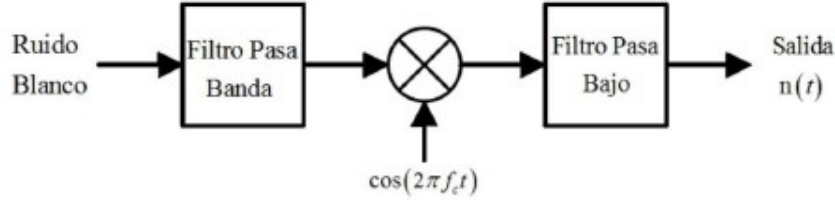


Figura 9: Esquema de la actividad 6.

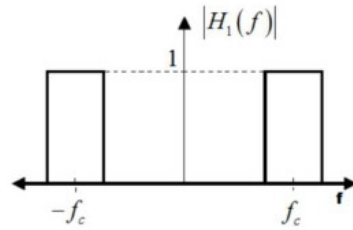


Figura 10: Respuestas en frecuencia del filtro pasa banda.

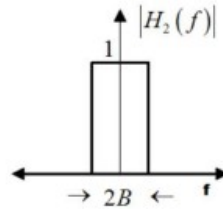


Figura 11: Respuestas en frecuencia del filtro pasa bajo.

a) Calcular la densidad espectral de potencia y la función autocorrelación de $n(t)$. Graficar que se obtiene a la salida de cada filtro y del modulador producto *nodebeusarelprograma*.

La densidad espectral de potencia del ruido $n(t)$ en la salida del filtro pasabanda es:

$$S_{NP_{Banda}}(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & -f_c - B < f < -f_c + B \\ \frac{N_0}{2} & f_c - B < f < f_c + B \\ 0 & \text{o.c.} \end{cases}$$

El gráfico de la densidad espectral de potencia a la salida del filtro pasabanda se observa en la Fig. 12.

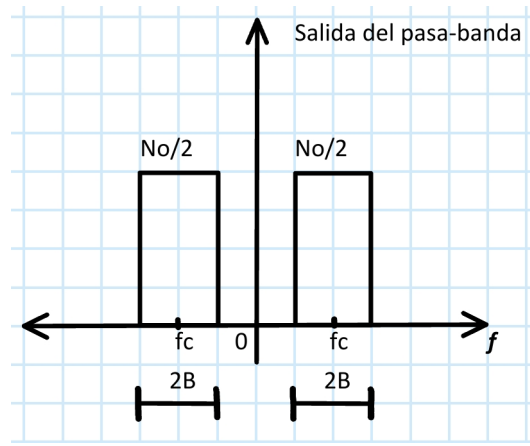


Figura 12: Densidad espectral de potencia del filtro pasabanda.

Luego, la salida del filtro pasabanda se multiplica por la señal portadora $\cos(2\pi f_c t)$, donde la transformada de Fourier de dicha portadora es:

$$\cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$$

Al multiplicar en el dominio del tiempo, se realiza una convolución en el dominio de la frecuencia, por lo que la densidad espectral de potencia en la salida del modulador producto es:

$$S_{N_{Modulador}}(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{4} & -2f_c - B < f < -2f_c + B \\ \frac{N_0}{2} & -B < f < B \\ \frac{N_0}{4} & 2f_c - B < f < 2f_c + B \\ 0 & \text{o.c.} \end{cases}$$

El gráfico de la densidad espectral de potencia a la salida del modulador producto se observa en la Fig. 13.

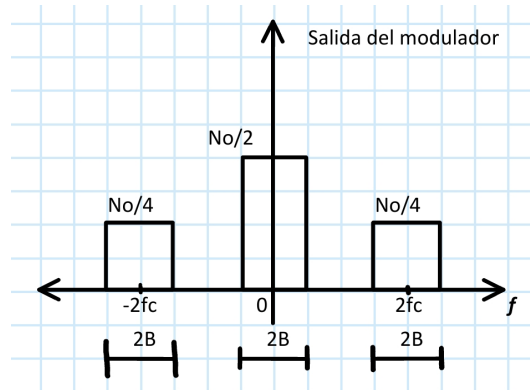


Figura 13: Densidad espectral salida modulador.

Finalmente, la salida del modulador producto ingresa al filtro pasabajo, por lo que la densidad espectral de potencia en la salida del filtro pasabajo es:

$$S_{N_{PasaBajo}}(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & -B < f < B \\ 0 & \text{o.c.} \end{cases}$$

El gráfico de la densidad espectral de potencia a la salida del filtro pasabajo se observa en la Fig. 14.

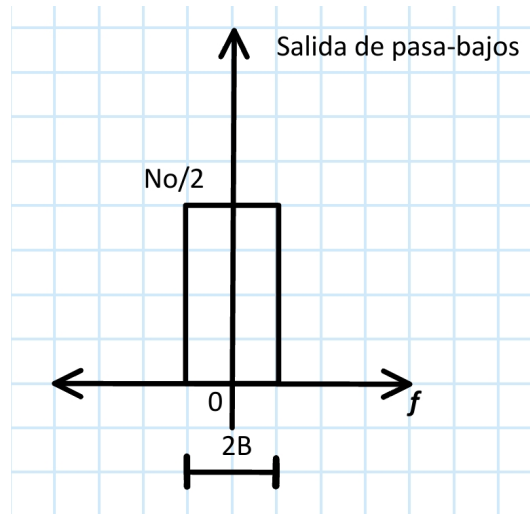


Figura 14: Densidad espectral salida filtro pasa bajo.

La función de autocorrelación se obtiene a partir de la transformada inversa de la densidad espectral de potencia, es decir:

$$R_{n(t)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{N_{pasaBajo}}(f) e^{j2\pi f\tau} df$$

Reemplazando la densidad espectral de potencia obtenida en la salida del filtro pasabajo, se tiene:

$$R_{n(t)}(\tau) = \int_{-B}^B \frac{N_0}{2} e^{j2\pi f\tau} df$$

Resolviendo la integral se obtiene:

$$R_{n(t)}(\tau) = N_0 B \text{sinc}(2B\tau)$$

b) Calcular la media y la varianza de $n(t)$.

El ruido blanco gaussiano de entrada tiene media cero, y los filtros lineales e invariantes en el tiempo (filtro pasa banda y filtro pasa bajo) no alteran la media si la entrada tiene media cero. Esto se deduce de la siguiente ecuación:

$$\mu_Y = \mu_X \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) d\tau_1 = \mu_X H(0)$$

Por lo tanto, como la media μ_x del ruido en la entrada es cero, entonces la media de $n(t)$ es:

$$\mu_{n(t)} = \mu_x H(0) = 0 \cdot 1 = 0$$

Para calcular la varianza se utiliza la siguiente ecuación:

$$\sigma_x^2 = E[x^2] - \mu_x^2$$

Por propiedad de autocorrelación se tiene que $R_x(0) = E[x^2]$, reemplazando se obtiene lo siguiente:

$$\sigma_x^2 = R_x(0) - 0 = N_0 B \text{sinc}(0)$$

$$\sigma_x^2 = N_0 B$$

c) ¿Cuál es la tasa a la cual $n(t)$ puede ser muestreada, de manera tal de que las muestras resultantes sean no correlacionadas?

Para que las muestras resultantes sean no correlacionadas se busca que la función de autocorrelación sea igual a 0. Entonces, teniendo en cuenta la Ecuación 8, esta función da 0 cuando el valor dentro del seno cardinal es un entero

$$2B\tau = k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Entonces

$$\tau = \frac{k}{2B}$$

$$f_{\text{muestreo}} = \frac{2B}{k}$$

Por lo tanto, la tasa de $n(t)$ debe ser al menos $2B$ muestras por segundo para que las muestras resultantes sean no correlacionadas.

7. Actividad 7

En la Fig. 15 podrá observar el diagrama en bloques simplificado de un receptor de televisión satelital (similar a los que se encuentran en centros de distribución CATV Community Antenna Television). La temperatura de ruido antena-línea de alimentación es 50 K. Calcular la temperatura equivalente de ruido del sistema.

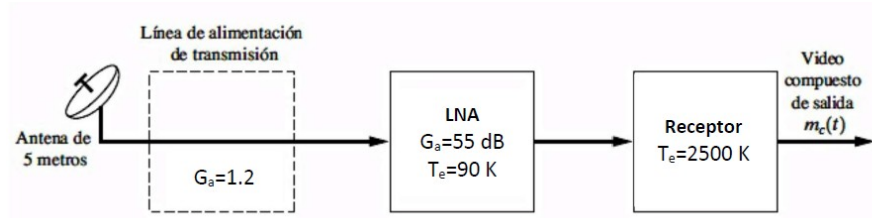


Figura 15: Diagrama en bloques.

Utilizando la fórmula de Friis, la cual permite expresar la temperatura de ruido equivalente de un sistema compuesto por varias etapas en función de las temperaturas de ruido y ganancias de cada etapa, se tiene que:

$$T_{eq} = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots$$

Para proceder con los calculos se necesita convertir las ganancias de dB a unidades lineales utilizando la fórmula:

$$G_{linear} = 10^{\frac{G_{dB}}{10}}$$

Al realizar las conversiones requeridas se obtienen los siguientes valores:

- $G_1 = 1,2$
- $G_2 = 316227,766$

Ahora, se sustituyen los valores conocidos en la fórmula de Friis:

$$T_{eq} = 50k + \frac{900k}{1,2} + \frac{2500k}{1,2 \times 316227,766} = 125,0088k$$

Por lo tanto, la temperatura equivalente de ruido del sistema es igual a 125,0088K.

8. Actividad 8

En un determinado circuito se tienen tres amplificadores conectados en cascada, tal como se puede observar en la Fig.

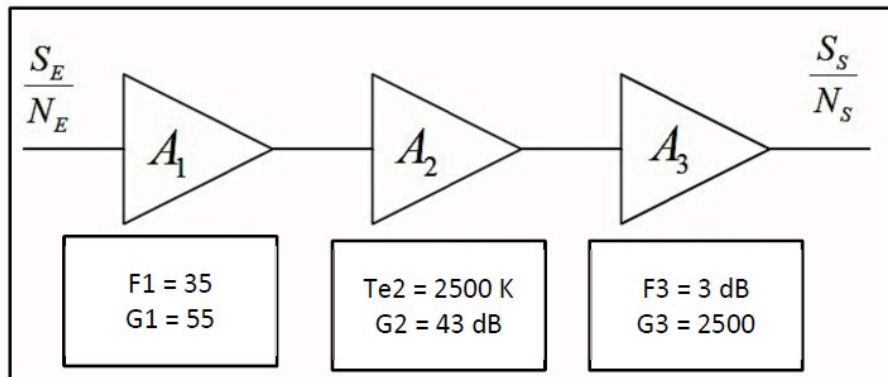


Figura 16: Circuito en cascada.

Calcular:

- La figura de ruido total, suponiendo la temperatura ambiente $T = 290 \text{ K}$.
- La temperatura equivalente de ruido total.
- Intercambiar los amplificadores A_1 y A_3 . Calcular nuevamente la figura de ruido total, y explicar que sucede.
- Suponer que ingresa a la cascada de amplificadores una señal con una potencia de $20 \times 10^{-9} \text{ W}$. Calcular la relación señal ruido tanto en la entrada, como en la salida de dicha cascada, considerando $\Delta f = 150 \text{ kHz}$.