



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN LUIS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS Y NATURALES
INGENIERÍA ELECTRÓNICA CON O.S.D.

Asignatura:

Comunicaciones I

Trabajo Practico N° 3

“Modulación Analógica”

Estudiantes:

Marcos Lucero

Nahuel Ramires

Agustín Cappiello

Profesores Responsables:

Alejandro Marwan Geraiges Magrini.

Roberto Kiessling.

Año:

2025

Índice

1. Actividad 1	1
2. Actividad 2	4
3. Actividad 3	6
4. Actividad 4	9
5. Ejercicio 5	11
6. Actividad 6	13
7. Actividad 7	16
8. Actividad 8	17
9. Actividad 9	18
10. Actividad 10	20
11. Actividad 11	20
12. Actividad 12	22
13. Actividad 13	23
14. Actividad 14	25

1. Actividad 1

En la Fig. 1 se puede observar el espectro en frecuencias de la señal de mensaje $m(t)$.

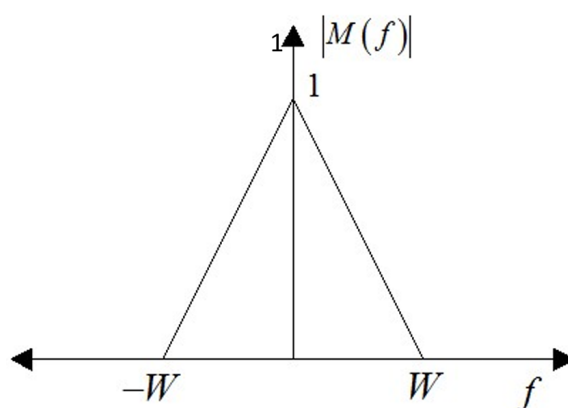


Figura 1: Espectro de la señal de mensaje $m(t)$

El ancho de banda de la señal es de 1000 Hz, y es aplicada a un modulador producto con portadora $A\cos(2\pi f t)$. La señal modulada $s(t)$ es luego aplicada a un Detector Coherente como el indicado en la Fig. 2 del Ejercicio 4.

a) Graficar el espectro obtenido en la salida del detector para $f_c = 500$ Hz. ¿Se recibe la señal enviada? Justifique.

Al aplicar el detector coherente en la señal $m(t)$ se obtiene lo siguiente:

La señal $m(t)$ (el mensaje) se multiplica con la portadora en el tiempo o se convoluciona en frecuencia con la finalidad de obtener $s(t)$.

La señal en el dominio del tiempo es:

$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$$

En el dominio de la frecuencia:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - 500) + M(f + 500)]$$

en la Fig. 2 se muestra el espectro centrado en $\pm 500 [Hz]$

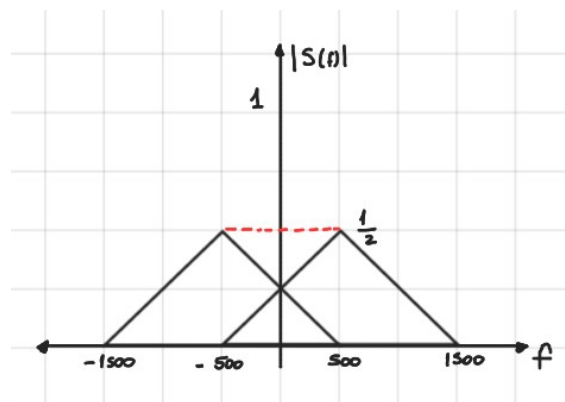


Figura 2: Solapamiento.

Luego, al multiplicar por el oscilador local y aplicando la propiedad trigonométrica del producto de cosenos $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$, se obtiene:

$$\begin{aligned} v(t) &= s(t) \cdot \frac{A'_c}{2} \cos(2\pi f_c t) = \frac{A'_c A_c}{2} m(t) [\cos(2\pi(f_c - f_c)t + \phi) + \cos(2\pi(f_c + f_c)t)] \\ &= \frac{A'_c A_c}{2} m(t) [\cos(\phi) + \cos(2\pi 2(f_c)t)] \end{aligned}$$

En el dominio de la frecuencia:

$$V(f) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) M(f) + \frac{A'_c A_c}{4} [M(f - 2f_c) + M(f + 2f_c)]$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$V(f) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) M(f) + \frac{A'_c A_c}{4} [M(f - 1000) + M(f + 1000)]$$

Por ultimo, la señal pasa por el filtro pasa bajas y se obtiene la siguiente salida:

$$v_o(t) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) m(t)$$

En el dominio de la frecuencia:

$$V_o(f) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) M(f)$$

En la Fig. 3 se observa que el espectro obtenido a la salida del detector para $f_c = 500\text{Hz}$ y con $\phi = 0$ no se recibe la señal enviada, debido a que la frecuencia de la portadora no es como mínimo dos veces mayor que la frecuencia máxima de la señal y con la amplitud a la mitad.

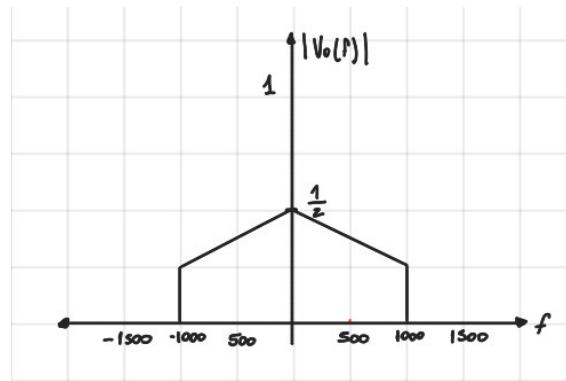


Figura 3: Señal reconstruida.

b) Repetir para $f_c = 10\text{ kHz}$.

Al aplicar el detector coherente en la señal $m(t)$ pero esta vez con una frecuencia de portadora $f_c = 10\text{ kHz}$ y se obtiene lo siguiente:

La señal $m(t)$ (el mensaje) se multiplica con la portadora en el tiempo o se convoluciona en frecuencia con la finalidad de obtener $s(t)$.

La señal en el dominio del tiempo es:

$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$$

En el dominio de la frecuencia:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - 10000) + M(f + 10000)]$$

Luego, al multiplicar por el oscilador local y aplicando la propiedad trigonométrica del producto de cosenos $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$, se obtiene $v(t)$:

$$\begin{aligned} v(t) &= s(t) \cdot \frac{A'_c}{2} \cos(2\pi f_c t) = \frac{A'_c A_c}{2} m(t) [\cos(2\pi(f_c - f_c)t + \phi) + \cos(2\pi(f_c + f_c)t)] \\ &= \frac{A'_c A_c}{2} m(t) [\cos(\phi) + \cos(2\pi 2(f_c)t)] \end{aligned}$$

En el dominio de la frecuencia:

$$V(f) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) M(f) + \frac{A'_c A_c}{4} [M(f - 2f_c) + M(f + 2f_c)]$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$V(f) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) M(f) + \frac{A'_c A_c}{4} [M(f - 20000) + M(f + 20000)]$$

Por ultimo, la señal pasa por el filtro pasa bajas y se obtiene la siguiente salida:

$$v_o(t) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) m(t)$$

En el dominio de la frecuencia:

$$V_o(f) = \frac{A'_c A_c}{2} \cos(\phi) M(f)$$

Al aplicar los pasos anteriores pero con una frecuencia de portadora que es mucho mayor a la frecuencia máxima de la señal y con $\phi = 0$, se observa en la Fig. 4 que no hay solapamiento y a la salida la señal del mensaje es la misma pero con la amplitud a la mitad.

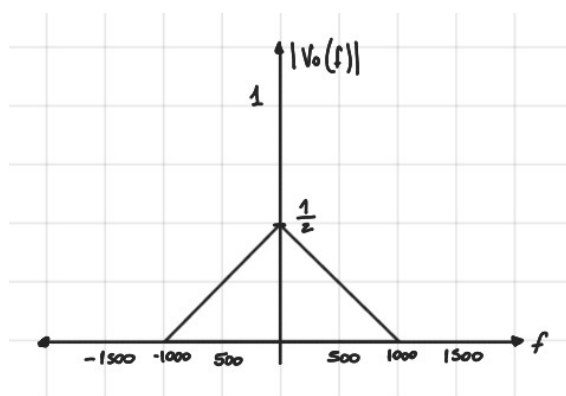


Figura 4: Señal reconstruida.

c) Determinar la mínima frecuencia de portadora necesaria para recuperar $m(t)$ sin distorsión.

Para recuperar $m(t)$ sin distorsión mediante un detector de envolvente (o en general para evitar solapamiento espectral entre bandas), la portadora debe cumplir

$$f_c > f_{\text{máx}},$$

siendo $f_{\text{máx}}$ la máxima componente de frecuencia presente en $m(t)$. En la práctica se recomienda $f_c \gg f_{\text{máx}}$ para asegurar una buena separación entre la portadora y la variación de la envolvente y para facilitar el filtrado.

2. Actividad 2

Un transmisor con modulación de amplitud tiene como entrada una señal $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ con $A_m = 3 \text{ V}$ y $f_m = 600 \text{ Hz}$. Si la portadora posee una amplitud de 10 V y una frecuencia de 1 kHz .

a) Calcular de manera analítica la señal de salida del modulador en tiempo y en frecuencia, graficando además los resultados. Suponer un 90 % de porcentaje de modulación. ¿Es posible realizar una detección de envolvente sobre la señal $s(t)$? o ¿se requiere una detección coherente?

En este caso la modulación es de tipo AM (DSB con portadora). La señal portadora modulada de salida se expresa como:

$$s(t) = A_c [1 + k_a A_m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$$

donde:

A_c es la amplitud de la portadora

A_m es la amplitud del mensaje

f_c es la frecuencia de la portadora

f_m es la frecuencia de la señal moduladora

k_a es la sensibilidad de amplitud del modulador

$\mu = k_a A_m$ es el índice de modulación

Al reemplazar los valores dados por el enunciado se obtiene:

$$s(t) = 10 [1 + 0,9 \cos(2\pi \cdot 600t)] \cos(2\pi \cdot 1000t)$$

Aplicando la propiedad trigonométrica del producto de cosenos:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)],$$

La expresión resultante se desarrolla como:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{A_c \mu}{2} [\cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \cos(2\pi(f_c - f_m)t)]$$

Reemplazando los valores numéricos en la expresión anterior:

$$s(t) = 10 \cos(2\pi \cdot 1000t) + 4,5 \cos(2\pi \cdot 1600t) + 4,5 \cos(2\pi \cdot 400t)$$

El desarrollo en frecuencia es el siguiente:

La Transformada de Fourier de $s(t)$ está formada por tres deltas centradas en las frecuencias indicadas:

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{A_c \mu}{4} [\delta(f - (f_c + f_m)) + \delta(f + (f_c + f_m)) + \delta(f - (f_c - f_m)) + \delta(f + (f_c - f_m))]$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$S(f) = \frac{10}{2} [\delta(f - 1000) + \delta(f + 1000)] + \frac{9}{4} [\delta(f - 1600) + \delta(f + 1600) + \delta(f - 400) + \delta(f + 400)]$$

Para que la envolvente de la señal $s(t)$ pueda ser detectada la frecuencia de la onda portadora debe cumplir que $f_c \gg W$. En este caso no se cumple por lo que es necesario un detector coherente para que sea posible.

En la Fig.5 se muestra tanto la señal en el tiempo como su espectro de la señal modulada $s(t)$.

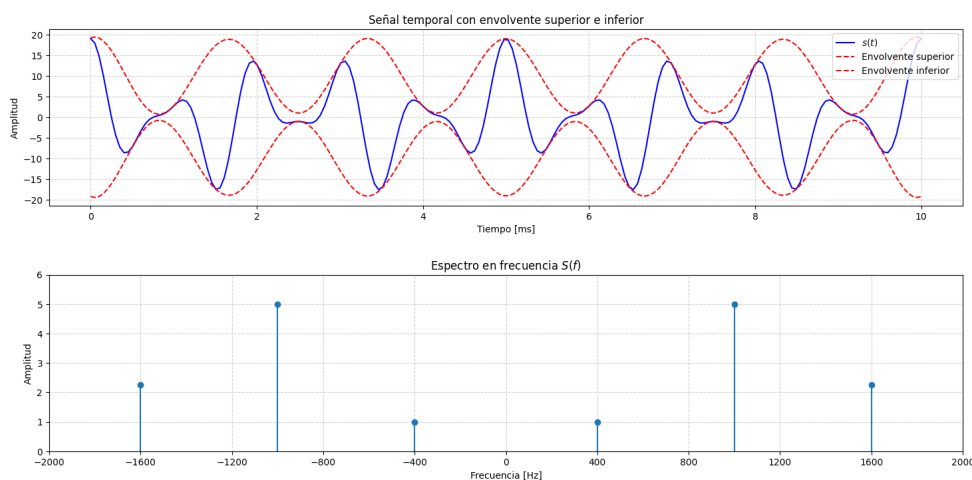


Figura 5: Señal modulada.

b) Modificar la frecuencia de portadora a $f_c = 10f_m$ y graficar $s(t)$ para modulaciones 90 % 60 %, 20 % y 110 %. ¿Es posible detección de envolvente en todos los casos?

Expresión analítica para un 90 % de $s(t)$ y $f_c = 10f_m$:

$$s(t) = 10 [1 + 0,9 \cos(2\pi \cdot 600t)] \cos(2\pi \cdot 6000t)$$

Expresión analítica para un 60 % de $s(t)$ y $f_c = 10f_m$:

$$s(t) = 10 [1 + 0,6 \cos(2\pi \cdot 600t)] \cos(2\pi \cdot 6000t)$$

Expresión analítica para un 20 % de $s(t)$ y $f_c = 10f_m$:

$$s(t) = 10 [1 + 0,2 \cos(2\pi \cdot 600t)] \cos(2\pi \cdot 6000t)$$

Expresión analítica para un 110 % de $s(t)$ y $f_c = 10f_m$:

$$s(t) = 10 [1 + 1,1 \cos(2\pi \cdot 600t)] \cos(2\pi \cdot 6000t)$$

En la Fig.6 se muestra las gráficas en el dominio del tiempo de la señal $s(t)$ para los distintos factores de modulación μ .

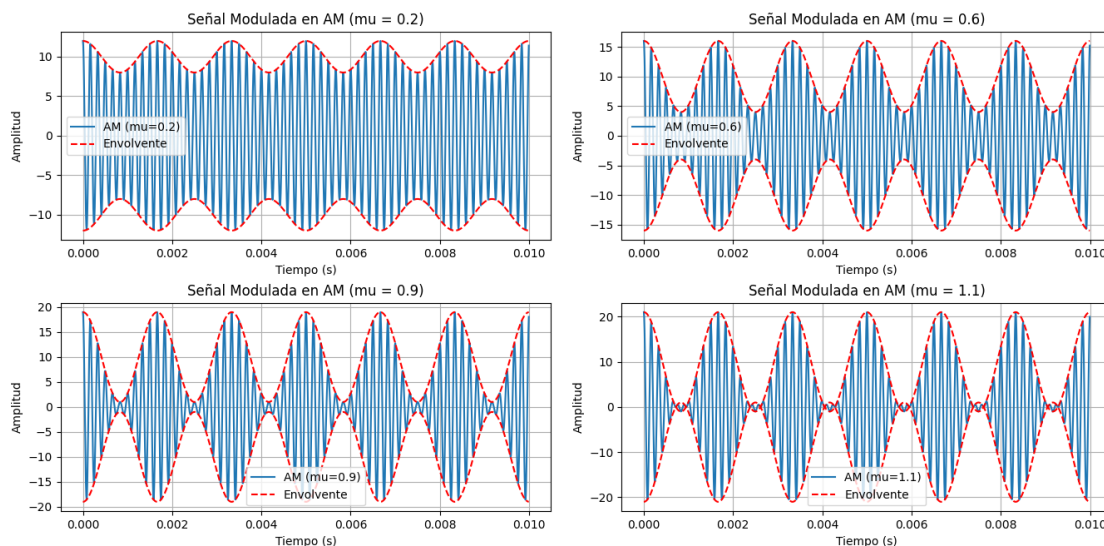


Figura 6: Gráfica de $s(t)$ para distintas μ .

Es posible la detección de envolvente en todos los casos excepto en el porcentaje de 110 % de modulación, ya que cuando la sensibilidad de amplitud k_a del modulador es lo suficientemente grande como para hacer que $|k_a m(t)| > 1$ en algún instante de tiempo t , la onda portadora se convierte en *sobremodulada*, resultando en una inversión de fase de la onda portadora cuando el factor $(1 + k_a m(t))$ cruza por cero. Entonces, la onda modulada exhibe una *distorsión de envolvente*.

Por lo tanto, para evitar la sobremodulación, se debe mantener una relación uno a uno entre la envolvente de la onda AM y la onda modulante, para todos los valores del tiempo.

3. Actividad 3

Con los datos del Ejercicio 2, considerar a $s(t)$ una señal de tensión y conectar a la salida del modulador un resistor de 50 Ω . Cuando sea posible indicar la respuesta también en dB

a) Calcular la potencia media de la portadora para un $\mu = 20\%$.

La potencia media de portadora para una resistencia de $50\ \Omega$ es:

$$P_{\text{portadora}} = \frac{1}{2} A_c^2 = \frac{1}{2} (10\ [V])^2 \frac{1}{50\ [\Omega]} = 1\ [W]$$

En dB:

$$P_{\text{portadora(dB)}} = 10 \log_{10}(1) = 0\ [dBW]$$

b) Calcular la potencia media de la banda lateral inferior y superior para un $\mu = 20\%$.

Para una resistencia de $50\ \Omega$ las potencias medias de las bandas laterales son:

$$P_{BL} = P_{BLS} = \frac{\mu^2 A_c^2}{8R} = \frac{(0,2)^2 (10\ [V])^2}{8(50\ [\Omega])} = 0,01\ [W]$$

En dB:

$$P_{BL(dB)} = 10 \log_{10}(0,01) = -20\ [dBW]$$

c) Calcular la potencia total de las señales moduladas para un $\mu = 20\%$.

La potencia total es la suma de las tres componentes, potencia media de portadora, de banda superior y banda inferior. El resultado es:

$$P_{\text{total}} = P_{\text{portadora}} + P_{BLS} + P_{BLI} = 1,02\ [W]$$

En dB:

$$P_{\text{total(dB)}} = 10 \log_{10}(1,02) = 0,087\ [dBW]$$

d) ¿Cuál es la relación de potencia total de banda lateral respecto la potencia total de señal modulada?

La relación de la potencia total de las bandas laterales con respecto a la potencia total está dada por:

$$RP_{\text{bandas}} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2} = \frac{(0,2)^2}{2 + (0,2)^2} = 0,0196 \times 100\% = 1,96\%$$

En dB:

$$RP_{\text{bandas(dB)}} = 10 \log_{10}(0,0196) = -16,9\ [dB]$$

e) ¿Cuál es la relación de potencia total de portadora respecto la potencia total de señal modulada?

La relación de potencia total de portadora respecto la potencia total de señal modulada se obtiene en base al resultado anterior:

$$RP_{\text{portadora}} = \frac{P_{\text{portadora}}}{P_{\text{total}}} \times 100\% = \frac{1}{1,02} \times 100\% = 98,04\%$$

En dB:

$$RP_{\text{portadora(dB)}} = 10 \log_{10}\left(\frac{1}{1,02}\right) = -0,087\ [dB]$$

f) Repetir nuevamente los cálculos para un $\mu = 100\%$.

Los cálculos para $\mu = 100\%$ son los siguientes:

$$P_{\text{portadora}} = \frac{(10 [V])^2}{2 \cdot 50 [\Omega]} = 1 [W]$$

En dB:

$$P_{\text{portadora(dB)}} = 10 \log_{10}(1) = 0 [dBW]$$

$$P_{BLS} = P_{BLI} = \frac{(10 [V])^2 \cdot 1^2}{8 \cdot 50 [\Omega]} = 0,25 [W]$$

En dB:

$$P_{BL(dB)} = 10 \log_{10}(0,25) = -6,02 [dBW]$$

$$P_{\text{total}} = P_{\text{portadora}} + P_{BLS} + P_{BLI} = 1,5 [W]$$

En dB:

$$P_{\text{total(dB)}} = 10 \log_{10}(1,5) = 1,76 [dBW]$$

$$RP_{\text{bandas}} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2} = \frac{1^2}{2 + 1^2} = \frac{1}{3} \times 100\% = 33,33\%$$

En dB:

$$RP_{\text{bandas(dB)}} = 10 \log_{10}\left(\frac{1}{3}\right) = -4,77 [dB]$$

$$RP_{\text{portadora}} = \frac{P_{\text{portadora}}}{P_{\text{total}}} \times 100\% = \frac{1}{1,5} \times 100\% = 66,66\%$$

En dB:

$$RP_{\text{portadora(dB)}} = 10 \log_{10}\left(\frac{1}{1,5}\right) = -1,76 [dB]$$

g) Repasar la teoría y analizar los resultados obtenidos en los puntos anteriores.

Al analizar los resultados obtenidos se observa que, para valores bajos del índice de modulación μ , gran parte de la potencia total se concentra en la portadora. Esto no es deseable, ya que aproximadamente el 98,04% de la potencia total se gasta en la portadora, la cual no transporta información. A medida que el valor de μ aumenta, la potencia de la portadora permanece constante, pero la proporción de potencia correspondiente a las bandas laterales se incrementa. En consecuencia, una mayor parte de la potencia total se destina a las bandas laterales, que son las que efectivamente contienen la información del mensaje.

Por lo tanto, se busca trabajar con valores de μ lo más altos posible sin superar la unidad, para evitar la sobremodulación y la distorsión de la envolvente.

h) Comentar las ventajas y desventajas de este tipo de modulación.

Las ventajas y desventajas de este tipo de modulación, son las siguientes:

- Ventajas: La simplicidad que supone a la hora de implementar el receptor.
- Desventajas:
 - La transmisión de la onda portadora supone una pérdida de potencia para la señal resultante.
 - La modulación de amplitud malgasta ancho de banda ya que requiere un ancho de banda de transmisión igual al doble del ancho de banda del mensaje.

4. Actividad 4

Considere la misma señal de mensaje y portadora del Ejercicio 2, pero utilice un modulador producto.

a) Expresar analíticamente $s(t)$ y $S(f)$. Graficar resultados y explicar cuál fue el cambio en la señal de salida del modulador.

Se realiza la Modulación de Doble Banda Lateral con Portadora Suprimida (DSB-SC), esta forma de modulación lineal es generada utilizando un modulador de producto, que simplemente multiplica la señal del mensaje $m(t)$ por la onda portadora $c(t)$.

La señal de mensaje y portadora del ejercicio 2 son las siguientes:

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \text{ con } A_m = 3 \text{ V y } f_m = 600 \text{ Hz.}$$

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \text{ con } A_c = 10 \text{ V y } f_c = 1 \text{ kHz.}$$

La señal modulador producto es:

$$s(t) = c(t)m(t) = A_c A_m \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t)$$

Aplicando la propiedad trigonométrica del producto de cosenos, la expresión resultante es:

$$s(t) = \frac{A_c A_m}{2} [\cos(2\pi(f_c - f_m)t) + \cos(2\pi(f_c + f_m)t)]$$

Mediante la transformada de Fourier se obtiene $s(t)$ en el dominio de la frecuencia:

$$S(f) = \frac{A_c A_m}{4} [\delta(f - (f_c + f_m)) + \delta(f + (f_c + f_m)) + \delta(f - (f_c - f_m)) + \delta(f + (f_c - f_m))]$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$S(f) = \frac{30}{4} [\delta(f - 1600) + \delta(f + 1600) + \delta(f - 400) + \delta(f + 400)]$$

En la Fig.7 se observa las gráficas de $s(t)$ tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

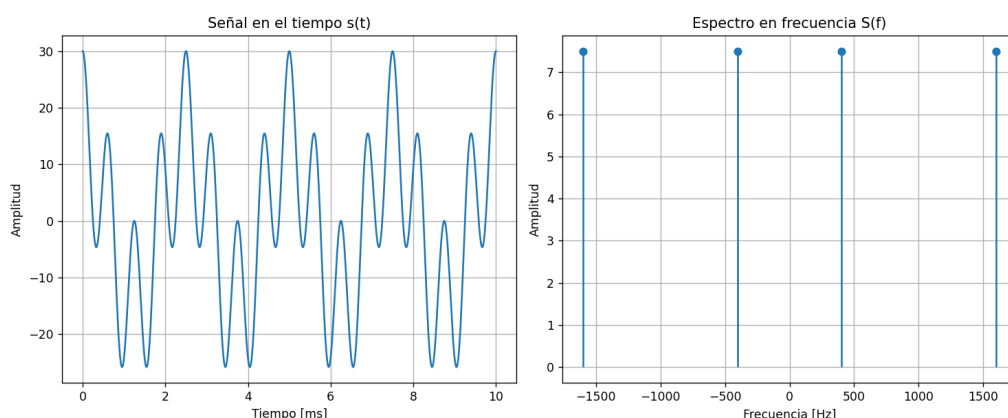


Figura 7: Gráfica de $s(t)$ y $S(f)$.

b) Considerando que la señal de salida del modulador se aplica a un detector coherente (ver Fig. 9), y que las portadoras tanto en el transmisor como en el receptor se encuentran en perfecto sincronismo: obtener $v(t)$ y graficar su espectro.

Para obtener la señal $v(t)$ y su gráfico del espectro se realiza lo siguiente:

$$\begin{aligned} v(t) &= s(t) A'_c \cos(2\pi f_c t + \phi) = \frac{A_c A_m A'_c}{2} [\cos(2\pi(f_c - f_m)t) + \cos(2\pi(f_c + f_m)t)] \cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_c A_m A'_c}{2} [\cos(2\pi(f_c - f_m)t) \cos(2\pi f_c t) + \cos(2\pi(f_c + f_m)t) \cos(2\pi f_c t)] \end{aligned}$$

Al estar en perfecto sincronismo $\phi = 0$, ya que están en fase.

Al aplicar propiedad de producto de cosenos:

$$v(t) = \frac{A_c A_m A'_c}{4} [\cos(2\pi(2f_c - f_m)t) + \cos(2\pi(2f_c + f_m)t) + 2\cos(2\pi f_m t)]$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$v(t) = \frac{30}{4} [\cos(2\pi(1400)t) + \cos(2\pi(2600)t) + 2\cos(2\pi 600t)]$$

Al aplicar la transformada de Fourier se obtiene la expresión en frecuencia de $v(t)$:

$$V(f) = \frac{15}{4} [\delta(f - 1400) + \delta(f + 1400)] + \frac{15}{4} [\delta(f - 2600) + \delta(f + 2600)] + \frac{15}{2} [\delta(f - 600) + \delta(f + 600)]$$

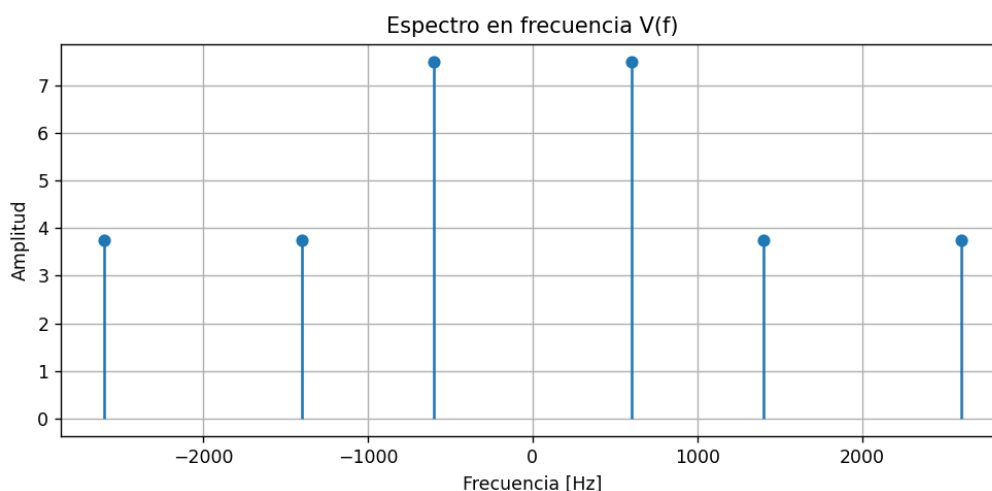


Figura 8: Gráfica de $V(f)$.

c) Ahora suponer que hay una diferencia de fase entre portadoras. Comentar por qué esto es importante y qué sucede en casos extremos.

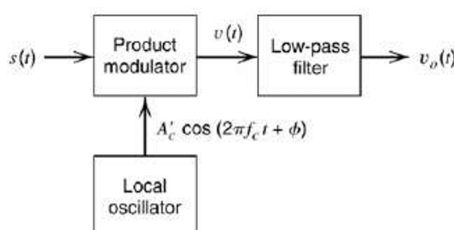


Figura 9: Detector coherente.

Si existe una diferencia de fases entre las portadoras,

$$v(t) = \frac{A_c A'_c}{2} \cos(4\pi f_c t + \phi) m(t) + \frac{A_c A'_c}{2} \cos(\phi) m(t).$$

De dicha expresión se puede observar que utilizando un filtro pasa bajos y siendo $f_c \gg W_m$, con W_m siendo el ancho de banda de $m(t)$, a la salida de dicho filtro se tiene la señal

$$v_o(t) = \frac{A_c A'_c}{2} \cos(\phi) m(t).$$

De este resultado, se pueden analizar los siguientes casos con respecto al error de fase ϕ :

- Si el error de fase ϕ es constante, v_o es proporcional a $m(t)$.
- Si ϕ es igual a cero, entonces v_o alcanza su valor máximo igual a

$$\frac{A_c A'_c}{2} m(t).$$

- Si $\phi = \pm\pi/2$, v_o es cero.
- Si ϕ varía aleatoriamente con el tiempo por variaciones aleatorias en el canal de comunicación, entonces la salida v_o variará aleatoriamente con el tiempo. Para este caso es necesario utilizar un *Receptor Costas*.

De este análisis se puede concluir que el error de fase ϕ en el oscilador local causa que la señal de salida se vea atenuada por un factor $\cos(\phi)$. Mientras el error sea constante, el detector proveerá una señal no distorsionada de la versión original de $m(t)$.

5. Ejercicio 5

Una versión particular de AM estéreo usa multiplexación de portadora en cuadratura. Específicamente, la portadora $A_c \cos(2\pi f_c t)$ es empleada para modular la señal suma:

$$m_1(t) = v_0 + m_l(t) + m_r(t)$$

Donde v_0 es un *offset DC* incluido con el propósito de transmitir la componente de portadora, $m_l(t)$ es la señal de audio del canal izquierdo y $m_r(t)$ es la señal de audio del canal derecho.

La portadora en cuadratura $A_c \sin(2\pi f_c t)$ es empleada para modular la señal diferencia:

$$m_2(t) = m_l(t) - m_r(t)$$

a) Mostrar que un detector de envolvente puede ser utilizado para recuperar la suma $m_l(t) + m_r(t)$ desde la señal multiplexada en cuadratura. ¿Cómo puede minimizar la distorsión de la señal producida por el detector de envolvente?

Un **detector de envolvente** extrae la envolvente de la señal, que es su amplitud instantánea (magnitud). Para una señal AM estándar, esto recupera el mensaje directamente si hay una portadora fuerte.

Para $s(t)$, la envolvente $E(t)$ es la magnitud de la componente vectorial:

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_c t) + Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

donde $I(t) = A_c m_1(t)$ (componente in-fase) y $Q(t) = A_c m_2(t)$ (componente en cuadratura).

La envolvente es:

$$E(t) = \sqrt{[A_c m_1(t)]^2 + [A_c m_2(t)]^2} = A_c \sqrt{m_1(t)^2 + m_2(t)^2}$$

Sustituyendo las definiciones:

$$E(t) = A_c \sqrt{[v_0 + m_l(t) + m_r(t)]^2 + [m_l(t) - m_r(t)]^2}$$

Expandimos el cuadrado:

$$[m_l(t) + m_r(t)]^2 + 2v_0[m_l(t) + m_r(t)] + v_0^2 + [m_l(t) - m_r(t)]^2 = 2[m_l(t)^2 + m_r(t)^2] + 2v_0[m_l(t) + m_r(t)] + v_0^2$$

donde los términos cruzados se cancelan.

Si v_0 es **grande** comparado con las amplitudes de $m_l(t)$ y $m_r(t)$ los términos m_l^2 y m_r^2 son negligibles. Entonces:

$$E(t) \approx A_c \sqrt{v_0^2 + 2v_0[m_l(t) + m_r(t)]} = A_c v_0 \sqrt{1 + \frac{2[m_l(t) + m_r(t)]}{v_0}}$$

Usando la aproximación binomial $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ para x pequeño donde :

$$x = \frac{2[m_l(t) + m_r(t)]}{v_0} \ll 1$$

Por lo tanto, se obtiene que:

$$E(t) \approx A_c v_0 \left(1 + \frac{m_l(t) + m_r(t)}{v_0} \right) = A_c v_0 + A_c [m_l(t) + m_r(t)]$$

Después de filtrar el DC (con un capacitor de acoplamiento), recuperamos $A_c [m_l(t) + m_r(t)]$, que es la suma de los canales (audio mono).

Minimización de distorsión: La distorsión viene de los términos no lineales (como $m_l^2 + m_r^2$) y de la componente en cuadratura $m_d(t)$. Para minimizarla:

- Haz v_0 lo suficientemente grande para que el índice de modulación sea bajo (e.g., <50-70%), asegurando que la aproximación binomial sea válida y que la envolvente no se distorsione.
- Limita la amplitud de $m_d(t)$ (diferencia de canales) para que sea mucho menor que $m_s(t)$.

Esto permite compatibilidad con receptores AM mono, que ignoran la cuadratura y solo oyen la suma.

b) Mostrar que un detector coherente puede recuperar la diferencia $m_l(t) - m_r(t)$.

Un **detector coherente** multiplica la señal recibida por una portadora local sincronizada y filtra pasa-bajos. Para recuperar la componente en cuadratura, usamos la portadora desfasada: $2 \sin(2\pi f_c t)$ (el factor 2 es por convención, para simplificar).

Multiplicamos $s(t)$ por $2 \sin(2\pi f_c t)$:

$$2s(t) \sin(2\pi f_c t) = 2A_c m_1(t) \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) + 2A_c m_2(t) \sin^2(2\pi f_c t)$$

Usando identidades trigonométricas:

- $2 \cos \theta \sin \theta = \sin(2\theta) \rightarrow$ término de alta frecuencia (se filtra).
- $\sin^2(\theta) = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2} \implies 2 \sin^2(\theta) = 1 - \cos(2\theta)$.

Se tiene que:

$$\begin{aligned} Sal(t) &= A_c m_1(t) \sin(4\pi f_c t) + A_c m_2(t) (1 + \cos(4\pi f_c t)) \\ &= A_c m_1(t) \sin(4\pi f_c t) + A_c m_2(t) - A_c m_2(t) \cos(4\pi f_c t) \end{aligned}$$

Después de filtro pasa-bajos, solo queda el término banda-base de la cuadratura:

$$Sal_{PB}(t) = A_c m_d(t) \cdot 1 = A_c [m_l(t) - m_r(t)]$$

(Asumiendo sincronismo perfecto de fase y frecuencia entre la portadora local y la transmitida). Así, recuperamos la diferencia $m_l(t) - m_r(t)$ (multiplicada por A_c , que se puede ajustar con ganancia).

c) ¿Cómo se obtienen finalmente las señales $m_l(t)$ y $m_r(t)$ deseadas?

Para obtener la señal $m_l(t)$, se realiza la suma entre $m_1(t)$ y $m_2(t)$. Por lo tanto, se obtiene que la señal $m_l(t)$ es:

$$m_1(t) + m_2(t) = 2m_l(t) + v_o$$

$$m_l(t) = \frac{m_1(t) + m_2(t) + v_o}{2}$$

Para obtener la señal $m_r(t)$, se realiza la resta entre $m_1(t)$ y $m_2(t)$. Por lo tanto, se obtiene que la señal $m_r(t)$ es:

$$m_1(t) - m_2(t) = 2m_r(t) + v_o$$

$$m_r(t) = \frac{m_1(t) - m_2(t) + v_o}{2}$$

6. Actividad 6

Armar Fig. 10 en GNU Radio.

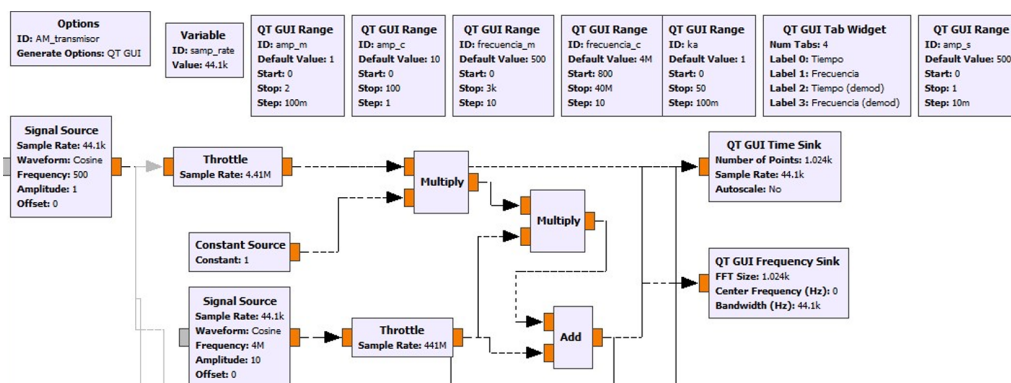


Figura 10: Esquema en GNU Radio

a) ¿Qué es GNU Radio?

GNU Radio es un entorno de desarrollo de software de código abierto y gratuito, el cual mediante bloques se puede realizar un procesamiento de señales para implementar radios de software. Se puede utilizar con hardware de RF externo de bajo costo o sin hardware en un entorno similar a una simulación.

b) ¿Qué es una SDR?

SDR (Software Defined Radio) o radio definido por software, está compuesta por una parte de hardware (radio frecuencia) y otra parte basada en software. Estas se caracterizan en poder programar el tráfico y control de la información, soportando un amplio rango de frecuencias y aplicaciones de software. Además de modificar y obtener un formato de comunicación a otro en cuestión de milisegundos.

c) Expresar matemáticamente la señal modulada $s(t)$ del modulador AM del esquema.

Analizando el esquema de la Figura 10, se obtiene que la señal modulada $s(t)$ posee la siguiente expresión:

$$s(t) = A_c [1 + K_a A_m] \cos(2\pi f_c t)$$

d) Explicar brevemente qué realizan cada uno de los bloques de la Fig. 3.

- **Signal source:** Permite generar distintas señales de onda, cosenoidales, senoidales, constantes, triangulares y diente de sierra, permitiendo modificar los parámetros de amplitud, frecuencia, seleccionar un offset y el tipo de variable que se desee en la salida del bloque, es decir si es compleja, entera, etc.
- **Multiply:** Realiza la multiplicación de señales.
- **Add:** Realiza la adición o suma de señales.
- **Throttle:** Es un acelerador de muestras, de esta forma, la tasa promedio no excede la tasa específica, hablando en muestras por segundo.
- **QT GUI Range:** es un elemento de control gráfico que permite crear un deslizador (slider) en la interfaz QT de GNU Radio Companion. Su función principal es proveer un valor variable (por ejemplo, frecuencia, ganancia, amplitud, etc.) que el usuario puede ajustar en tiempo real durante la ejecución del diagrama de flujo.
- **Constant Source:** es un bloque de fuente de datos, es decir, genera una señal constante en el tiempo (una secuencia de muestras con un valor fijo), que puede usarse para alimentar otros bloques del sistema.
- **QT GUI Tab Widget:** es un bloque gráfico de interfaz que permite organizar múltiples visualizaciones o controles en pestañas (tabs) dentro de la ventana QT. No procesa señales, pero es muy útil para estructurar y ordenar la interfaz gráfica cuando tenés varios elementos (como sliders, gráficas FFT, osciloscopios, etc.).
- **Variable:** es uno de los elementos más fundamentales, no procesa señales ni genera gráficos, sino que define un valor que puede ser usado en todo el diagrama de flujo como si fuera una constante simbólica o un parámetro global.
- **Options:** es especial porque no representa ni un bloque de procesamiento ni un control gráfico, sino que define las configuraciones globales del diagrama de flujo. En otras palabras, es el “bloque principal” que le dice a GNU Radio cómo debe ejecutarse el resto del sistema.
- **QT GUI Time Sink:** es uno de los bloques más usados para visualizar señales en el dominio del tiempo en tiempo real. Funciona como un osciloscopio digital, mostrando la evolución temporal de una o varias señales que recibe como entrada.
- **QT GUI Frequency Sink:** es el equivalente a un analizador de espectro en tiempo real. Su función es mostrar la distribución espectral de una o varias señales, es decir, cómo se reparte la energía de la señal en función de la frecuencia.

e) Obtener las gráficas para un porcentaje de modulación del 10 %, 60 % y 100 %.

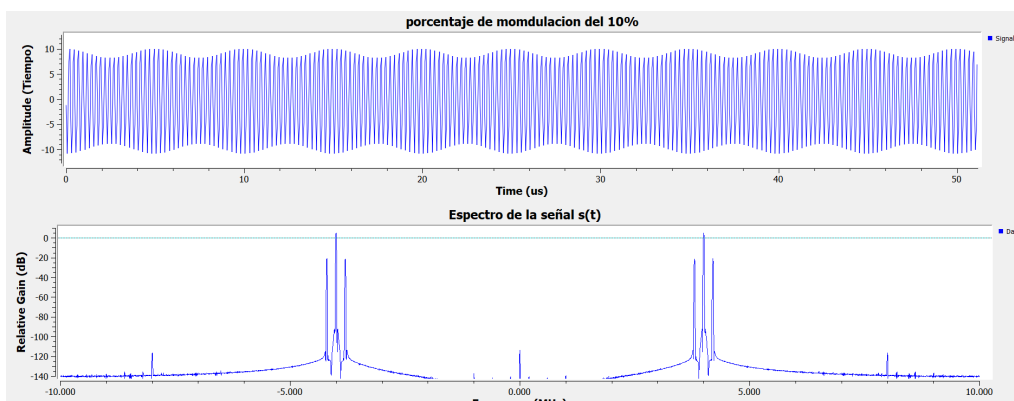


Figura 11: Modulación al 10 %

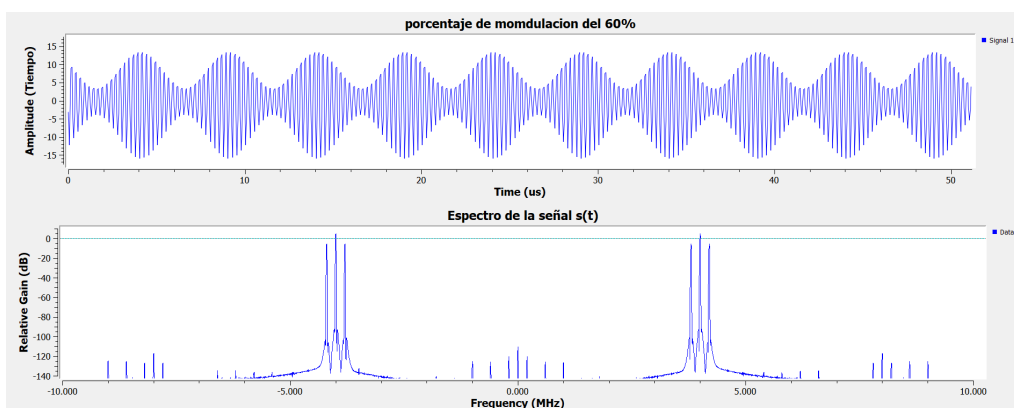


Figura 12: Modulación al 60 %

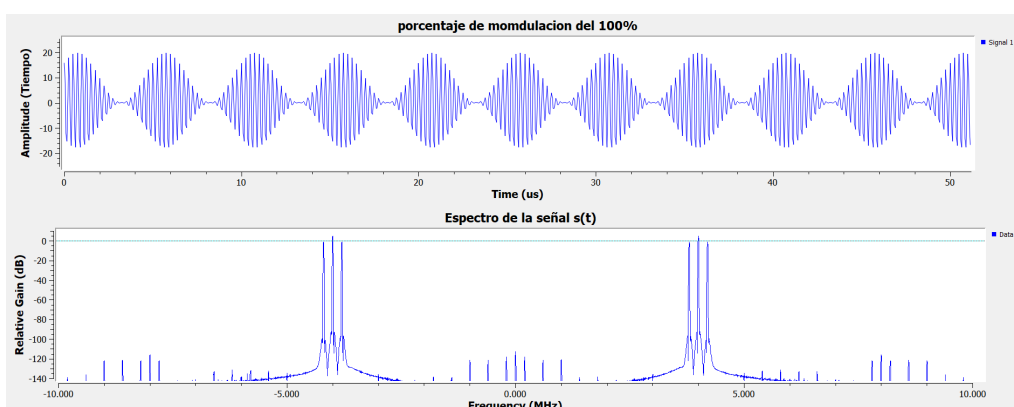


Figura 13: Modulación al 100 %

f) Obtener la gráfica con sobre-modulación en la señal $s(t)$.

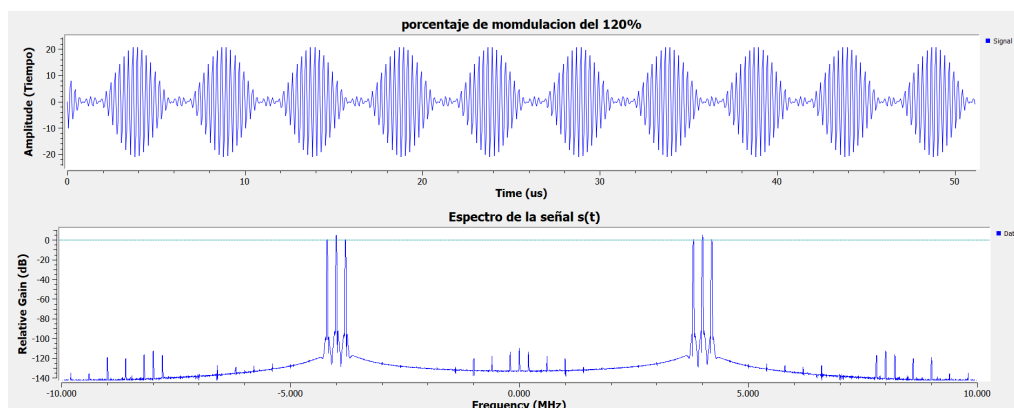


Figura 14: Sobre-modulación

g) Analizar qué sucede con el espectro de la señal en cada uno de los casos planteados en d) y e). Indicar en el informe las gráficas obtenidas.

En las Fig. 11, 12, 13 y 14 se puede apreciar el espectro de la señal para el porcentaje de modulación correspondiente, al observar estos espectros se logra apreciar que a medida que el porcentaje de modulación va aumentando, la amplitud de las bandas laterales también aumenta mientras la amplitud de la portadora permanece constante.

h) Implementar un receptor y obtener la señal original.

En la Fig.15 se muestra el espectro de la señal demodulada.

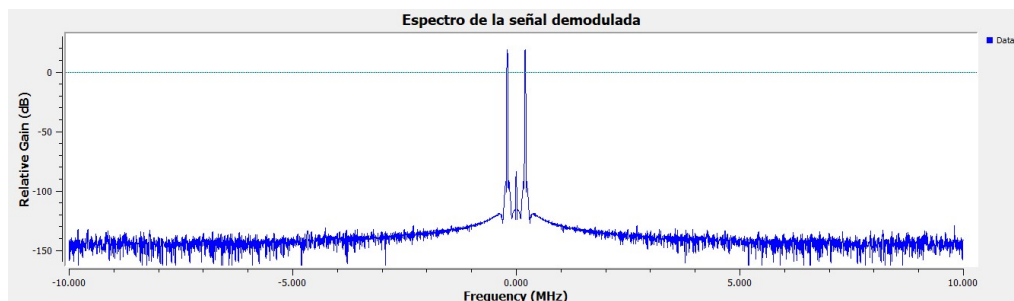


Figura 15: Señal demodulada.

7. Actividad 7

Diseñar en GNU Radio un modulador que genere una señal de Doble Banda Lateral con Portadora Suprimida. Indicar cuál es la diferencia de espectro con la señal del ejercicio anterior.

Se diseña un modulador que permite generar una señal de Doble Banda Lateral con Portadora Suprimida, el mismo se muestra en la Fig. 16. Para generar una señal DSB-SC, sólo es necesario un bloque que multiplique la portadora con la señal del mensaje.

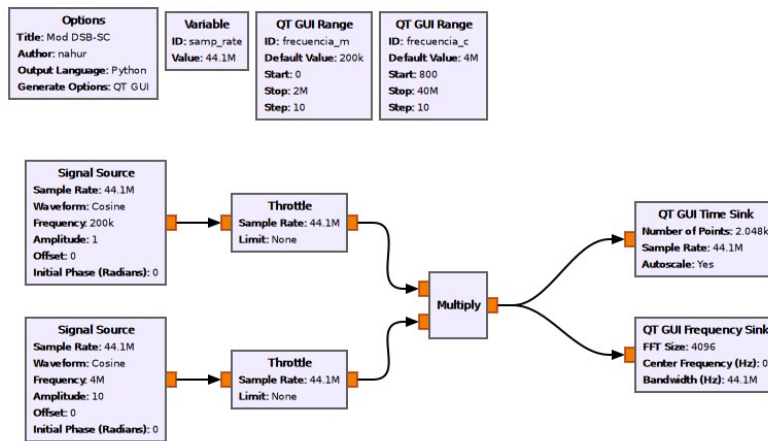


Figura 16: Diseño de una BLS-SC.

En la Fig. 17 se puede apreciar la señal $s(t)$ en el dominio del tiempo así como su espectro en el dominio de la frecuencia, además también se aprecia que la señal portadora ya no aparece y esto se debe al tipo de modulación que se está diseñando para suprimir dicha portadora.

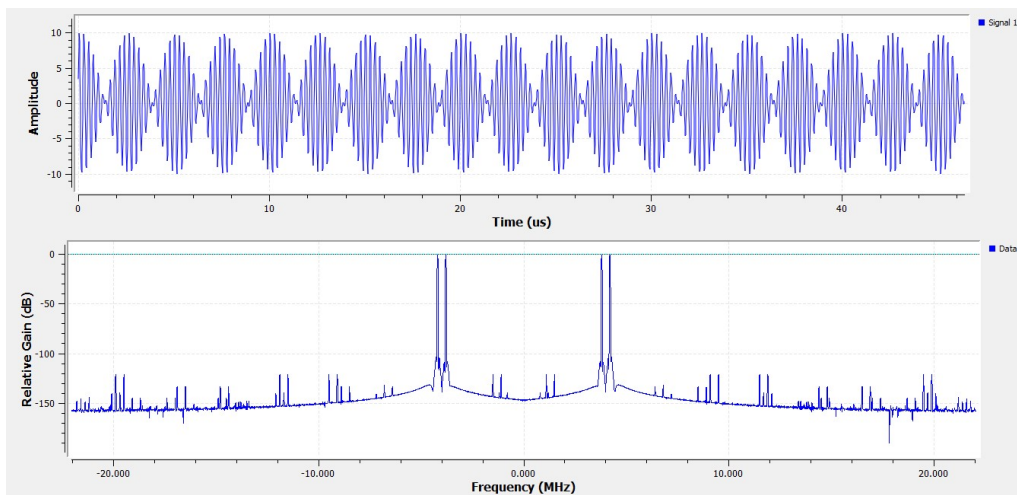


Figura 17: Señal $s(t)$.

8. Actividad 8

Determinar cuál es la frecuencia instantánea para cada una de las siguientes señales:

La frecuencia instantánea se define como:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$$

donde $\phi(t)$ corresponde al ángulo de la señal.

a) $x_1(t) = 2 \cos(20\pi t + \frac{\pi}{6})$

$$x_1(t) = 2 \cos(20\pi t + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \phi_1(t) = 20\pi t + \frac{\pi}{6}$$

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_1(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} (20\pi) = 10 \text{ Hz}$$

$$f_1(t) = 10 \text{ Hz}$$

b) $x_2(t) = 17 \cos(30\pi t + 4 \cos(2\pi t))$

$$x_2(t) = 17 \cos(30\pi t + 4 \cos(2\pi t)) \Rightarrow \phi_2(t) = 30\pi t + 4 \cos(2\pi t)$$

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_2(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} (30\pi - 8\pi \sin(2\pi t)) = 15 - 4 \sin(2\pi t) \text{ [Hz]}$$

$$f_2(t) = 15 - 4 \sin(2\pi t) \text{ [Hz]}$$

c) $x_3(t) = \cos(25\pi t) \cos(2 \cos(7\pi t)) + \sin(25\pi t) \sin(2 \cos(7\pi t))$

Usando la identidad trigonométrica:

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

La señal $x_3(t)$ se puede expresar como:

$$x_3(t) = \cos(25\pi t - 2 \cos(7\pi t)) \Rightarrow \phi_3(t) = 25\pi t - 2 \cos(7\pi t)$$

Por lo tanto, la frecuencia instantánea de dicha señal es:

$$f_3(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_3(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} (25\pi + 14\pi \sin(7\pi t)) = 12,5 + 7 \sin(7\pi t) \text{ [Hz]}$$

$$f_3(t) = 12,5 + 7 \sin(7\pi t) \text{ [Hz]}$$

9. Actividad 9

Si se tiene una señal $s(t) = 15 \cos(\omega_c t + 2 \cos(\omega_m t))$, donde $f_m = 6 \text{ kHz}$ y $f_c = 72 \text{ MHz}$. Obtener:

a) Si $k_p = 20 \text{ rad/V}$, dar la expresión matemática para la tensión $m(t)$ de modulación de fase correspondiente. ¿Cuál es su valor pico de tensión y su frecuencia modulante?

La expresión general de una señal modulada en PM es:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + k_p m(t))$$

Se obtiene que la señal:

$$s(t) = 15 \cos(\omega_c t + 2 \cos(\omega_m t))$$

donde:

$$\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi \times 72 \text{ [MHz]} = 144000000\pi \text{ [rad/s]}$$

$$\omega_m = 2\pi f_m = 2\pi \times 6 \text{ [kHz]} = 12000\pi \text{ [rad/s]}$$

Comparando con la forma general:

$$k_p m(t) = 2 \cos(12000\pi t)$$

Despejando la señal de mensaje $m(t)$ se obtiene que:

$$m(t) = \frac{2}{k_p} \cos(12000\pi t) = 0,1 \cos(12000\pi t) \text{ [V]}$$

$$m(t) = 0,1 \cos(12000\pi t) \text{ [V]}$$

Por lo tanto, el valor pico de tensión es $V_p = 0,1 \text{ [V]}$ y la frecuencia modulante es $f_m = 6 \text{ kHz}$

b) Si $k_f = 5 \times 10^3 \text{ rad/V}$, dar la expresión matemática para la tensión $m(t)$ de modulación de frecuencia correspondiente. ¿Cuál es su valor pico de tensión y su frecuencia modulante?

La forma general de una señal modulada en FM es:

$$s(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right)$$

Se tiene la siguiente señal:

$$s(t) = 15 \cos(\omega_c t + 2 \cos(\omega_m t))$$

Comparando la señal anterior con la forma general de una señal modulada en PM se obtiene que:

$$2 \cos(\omega_m t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

Despejando $m(t)$:

$$\int_0^t m(\tau) d\tau = \frac{2}{2\pi k_f} \cos(\omega_m t)$$

Derivando ambos lados:

$$m(t) = \frac{2}{2\pi k_f} \frac{d}{dt} [\cos(\omega_m t)] = \frac{2}{2\pi k_f} (-\omega_m \sin(\omega_m t))$$

$$m(t) = -\frac{2\omega_m}{2\pi k_f} \sin(\omega_m t)$$

Sustituyendo valores numéricos se obtiene que la señal del mensaje $m(t)$ es:

$$m(t) = -\frac{2(12000\pi)}{2\pi(5 \times 10^3 [\text{rad/V}])} \sin(12000\pi t)$$
$$m(t) = -2,4 \sin(1,2 \times 10^4 t)$$

Convirtiendo el seno a coseno se obtiene finalmente que la señal $m(t)$ es:

$$m(t) = 2,4 \cos(12000\pi t + 90^\circ)$$

Por lo tanto, el valor pico de tensión es $V_p = 2,4 \text{ [V]}$ y la frecuencia modulante es $f_m = 6 \text{ kHz}$

c) Al recibir la señal de tensión $s(t)$ en el receptor, se desarrolla una potencia promedio de 4,5 W en una carga acoplada R . Determinar el valor de R .

En un resistor R , la potencia promedio es:

$$P = \frac{1}{2} \frac{A_c^2}{R}$$

Despejando R :

$$R = \frac{A_c^2}{2P} = \frac{(15 \text{ [V]})^2}{2(4,5 \text{ [W]})} = 25 \text{ [\Omega]}$$

$$R = 25 \text{ [\Omega]}$$

10. Actividad 10

Una portadora de 97.3 MHz es modulada en FM por una senoide de 25 kHz, de modo que la desviación de frecuencia pico es de 200 Hz. Empleando la Regla de Carson, calcular:

a) El ancho de banda aproximado de la señal FM.

$$BW = 2(\Delta f + f_m) = 2(200 + 25000) = 50,4 \text{ kHz}$$

b) El ancho de banda y el valor de β , si la amplitud de la señal modulante se duplica.

Al duplicar la amplitud, la desviación de frecuencia también se duplica:

$$\Delta f = 400 \text{ Hz}$$

$$BW = 2(\Delta f' + f_m) = 2(400 + 25000) = 50800 \text{ Hz} = 50,8 \text{ kHz}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{400}{25000} = 0,016$$

c) El ancho de banda y el valor de β , si la frecuencia de la señal modulante se duplica.

$$f_m = 50 \text{ kHz} \quad \Delta f = 200 \text{ Hz}$$

$$BW = 2(\Delta f + f_m) = 2(200 + 50000) = 100400 \text{ Hz} = 100,4 \text{ kHz}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{200}{50000} = 0,004$$

d) El ancho de banda y el valor de β , si se duplica la amplitud como la frecuencia de la señal moduladora.

$$\Delta f = 400 \text{ Hz} \quad f_m = 50 \text{ kHz}$$

$$BW = 2(\Delta f + f_m) = 2(400 + 50000) = 100800 \text{ Hz} = 100,8 \text{ kHz}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{400}{50000} = 0,008$$

11. Actividad 11

Un transmisor de FM tiene el diagrama de bloques que se observa en la Fig. 1. La respuesta de audiofrecuencia es plana sobre la banda de audio de 40 Hz a 15 kHz. La señal de salida debe tener una frecuencia de portadora de 97,9 MHz y una desviación pico de 75 kHz.

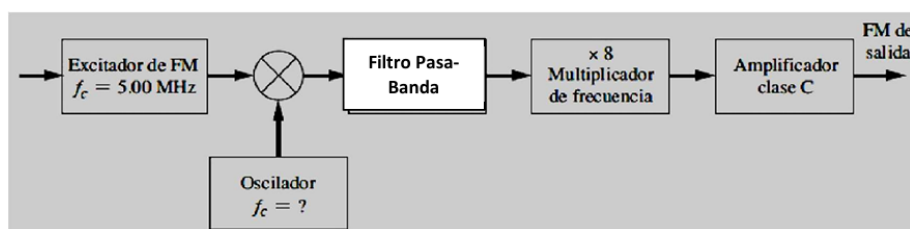


Figura 18: Diagrama de bloques transmisor FM

a) Calcular el ancho de banda y la frecuencia central requerida para el filtro pasabanda.

El bloque multiplicador de frecuencia multiplica la frecuencia por un factor de 8. Por tanto, la frecuencia central del filtro pasabanda se calcula como:

$$f_{central} = \frac{f_{sal}}{8} = \frac{97,9 \text{ [MHz]}}{8} = 12,225 \text{ [MHz]}$$

$$f_{central} = 12,225 \text{ [MHz]}$$

Como la desviación de frecuencia de salida es $\Delta f_{sal} = 75 \text{ kHz}$, entonces a la entrada del multiplicador:

$$\Delta f_{exc} = \frac{\Delta f_{sal}}{8} = \frac{75 \text{ [kHz]}}{8} = 9,375 \text{ [kHz]}$$

$$f_{exc} = 9,375 \text{ [MHz]}$$

El ancho de banda se determina mediante la fórmula aproximada de Carson:

$$B_T = 2(\Delta f + f_m) = 2(9,375 \text{ kHz} + 15 \text{ kHz}) = 48,75 \text{ [kHz]}$$

$$B_T = 48,75 \text{ [kHz]}$$

b) Calcular la frecuencia f_0 del oscilador.

Al realizar el producto en el mezclador, se obtiene que:

$$f_{exc} \pm f_{OL} = f_{central}$$

Reemplazando los valores:

$$5 \text{ [MHz]} \pm f_{OL} = 12,225 \text{ [MHz]}$$

Para obtener la señal deseada a la salida del mezclador (en la frecuencia del filtro), se debe sumar la frecuencia del excitador con la del oscilador. Por lo tanto:

$$f_{OL} = 12,225 \text{ [MHz]} - 5 \text{ [MHz]} = 7,225 \text{ [MHz]}$$

$$f_{OL} = 7,225 \text{ [MHz]}$$

c) Determinar la capacidad de desviación pico requerida por el excitador de FM (que representa la salida ya modulada, desde un modulador de FM previo).

$$\Delta f_{exc} = \frac{\Delta f_{sal}}{8} = \frac{75 \text{ [kHz]}}{8} = 9,375 \text{ [kHz]}$$

$$\Delta f_{exc} = 9,375 \text{ [kHz]}$$

Explicación: Ni el mezclador ni el filtro alteran la desviación, solo el multiplicador de frecuencia modifica la escala.

d) Determinar el índice de modulación de la señal FM que se obtiene a la salida.

$$\beta = \frac{\Delta f_{sal}}{f_m} = \frac{75 \text{ [kHz]}}{15 \text{ [kHz]}} = 5$$

$$\beta = 5$$

e) Indicar cómo es la separación de frecuencia de las frecuencias laterales adyacentes de esta señal FM de salida.

Las frecuencias laterales se encuentran sumando y restando múltiplos de la frecuencia modulante f_m a la portadora f_c :

$$f = f_c \pm n f_m, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Para las dos primeras frecuencias laterales adyacentes:

$$f_1 = 97,9 \text{ [MHz]} + 15 \text{ [kHz]}$$

$$f_2 = 97,9 \text{ [MHz]} - 15 \text{ [kHz]}$$

$$f_1 = 97,885 \text{ [MHz]}$$

$$f_2 = 97,915 \text{ [MHz]}$$

Por lo tanto, la separación entre dos frecuencias laterales consecutivas (por ejemplo, entre la portadora y la primera lateral) siempre es igual a $f_m = 15 \text{ [kHz]}$

12. Actividad 12

Se tiene una señal $m_1(t) = A_{m1} \cos(2\pi f_{m1} t)$ y una señal $m_2(t) = A_{m2} \cos(2\pi f_{m2} t)$ que se aplican a los canales izquierdo y derecho respectivamente, de un generador de señal modulante para FM estéreo. Si $m_1(t)$ es de $2 V_{pp}$ y $f_{m1} = 5,2 \text{ kHz}$, mientras que $m_2(t)$ es de $3 V_{pp}$ y $f_{m2} = 6 \text{ kHz}$, graficar la respuesta en frecuencia de la señal $m(t)$ que modulará a una portadora de $101,7 \text{ MHz}$ de un transmisor de FM estéreo.

Se tienen las siguientes señales:

- $m_1(t) = \cos(2\pi 5200 t)$
- $m_2(t) = 1,5 \cos(2\pi 6000 t)$

La señal multiplexada esta dada por:

$$m(t) = [m_1(t) + m_2(t)] + [m_1(t) - m_2(t)] \cos(4\pi f_c t) + k \cos(2\pi f_c t)$$

donde $f_c = 19 \text{ [kHz]}$ y K es la amplitud del tono piloto.

Reemplazando los datos en la señal multiplexada se obtiene:

$$m(t) = [\cos(2\pi 5200 t) + 1,5 \cos(2\pi 6000 t)] + [\cos(2\pi 5200 t) - 1,5 \cos(2\pi 6000 t)] \cos(4\pi 19000 t) + k \cos(2\pi 19000 t)$$

Distribuyendo el $\cos(4\pi 19000 t)$ se tiene que:

$$m(t) = \cos(2\pi 5200 t) + 1,5 \cos(2\pi 6000 t) + \cos(2\pi 5200 t) \cos(4\pi 19000 t) - 1,5 \cos(2\pi 6000 t) \cos(4\pi 19000 t) + k \cos(2\pi 19000 t)$$

Utilizando la identidad trigonométrica $\cos(\omega_1) \cos(\omega_2) = \frac{1}{2} [\cos(\omega_1 + \omega_2) + \cos(\omega_1 - \omega_2)]$ y que $\cos(4\pi 19000 t) = \cos(2\pi 38000 t)$, se obtiene que $m(t)$ es:

$$m(t) = \cos(2\pi 5200 t) + 1,5 \cos(2\pi 6000 t) + \frac{1}{2} \cos[2\pi (5200 + 38000) t] + \frac{1}{2} \cos[2\pi (5200 - 38000) t] - \frac{1,5}{2} \cos[2\pi (6000 + 38000) t] + \frac{1,5}{2} \cos[2\pi (6000 - 38000) t] + k \cos(2\pi 19000 t)$$

$$= \cos(2\pi 5200t) + \frac{3}{2} \cos(2\pi 6000t) + \frac{1}{2} \cos(2\pi 43200t) + \frac{1}{2} \cos(2\pi (-32800)t) \\ - \frac{3}{4} \cos(2\pi 44000t) - \frac{3}{4} \cos(2\pi (-32000)t) + k \cos(2\pi 19000t)$$

Aplicando la transformada de Fourier a la señal $m(t)$ se obtiene que:

$$M(f) = \frac{1}{2} [\delta(f - 5200) + \delta(f + 5200)] + \frac{3}{4} [\delta(f - 6000) + \delta(f + 6000)] \\ + \frac{1}{4} [\delta(f - 43200) + \delta(f + 43200)] + \frac{1}{4} [\delta(f - (-32800)) \\ + \delta(f + (-32800))] - \frac{3}{8} [\delta(f - 44000) + \delta(f + 44000)] \\ - \frac{3}{8} [\delta(f - (-32000)) + \delta(f + (-32000))] \\ + \frac{k}{2} [\delta(f - 19000) + \delta(f + 19000)]$$

En la Figura 19 se muestra el espectro de la señal $m(t)$.

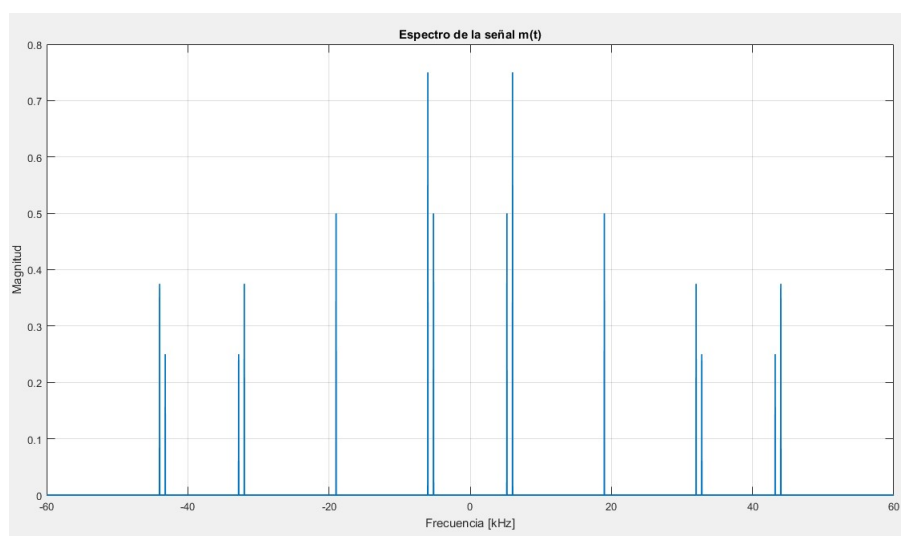


Figura 19: Espectro de la señal $m(t)$.

13. Actividad 13

Una radio comercial se sintoniza en la banda de FM 97,9 MHz. La radio es del tipo superheterodino, en donde la frecuencia del oscilador local (f_{OL}) está por encima de la frecuencia sintonizada y donde se emplean un amplificador de FI, centrado en 12,5 MHz.

1. Determinar la frecuencia del oscilador local (f_{OL}).

$$f_{OL} = f_s + f_{FI}$$

Reemplazando por valores numéricos:

$$f_{OL} = 97,9 \text{ MHz} + 12,5 \text{ MHz} = 110,4 \text{ MHz}$$

$$f_{OL} = 110,4 \text{ MHz}$$

2. Determinar la frecuencia imagen (f_{im}).

La frecuencia imagen es aquella que, al mezclarse con el oscilador local, también produce la misma frecuencia intermedia:

$$f_{im} = f_{OL} + f_{FI} = f_s + 2f_{FI}$$

Reemplazando los valores:

$$f_{im} = 97,9 \text{ MHz} + 2(12,5 \text{ MHz}) = 122,9 \text{ MHz}$$

$$f_{im} = 122,9 \text{ MHz}$$

3. Si la señal FM tiene un ancho de banda de 200 kHz, indique los requisitos mínimos para los filtros de RF y de FI, considerando que el rechazo de frecuencia imagen debe alcanzar al menos 55 dB.

Los requisitos mínimos para los filtros son:

Filtro de RF debe estar centrado en 97,9 MHz, ancho de banda de 200 kHz y rechazo ≥ 55 dB a 122,9 MHz; y el filtro de FI debe estar centrado en 12,5 MHz, ancho de banda de 200 kHz y alta atenuación fuera de banda para el rechazo de la frecuencia imagen.

4. Si el oscilador local posee contenido apreciable de una segunda armónica, ¿cuáles son las otras dos frecuencias adicionales que se reciben?

Si el oscilador local posee contenido apreciable de una segunda armónica ($2f_{OL}$), esta armónica también puede mezclarse con las señales de RF.

Las nuevas frecuencias intermedias generadas serían:

$$f_{fi1} = 2f_{OL} + f_{FI}$$

$$f_{fi2} = 2f_{OL} - f_{FI}$$

Reemplazando:

$$f_{fi1} = 2(110,4) - 12,5 = 233,3 \text{ MHz}$$

$$f_{fi2} = 2(110,4) - 12,5 = 208,3 \text{ MHz}$$

Por lo tanto, las frecuencias adicionales coinciden con la frecuencia imagen y la frecuencia sintonizada.

$$\text{Frecuencias adicionales: } 208,3 \text{ MHz y } 233,3 \text{ MHz}$$

14. Actividad 14

a) Iniciar GNU Radio, abrir y analizar el archivo `Modulador_FM.grc`, ¿qué función implementa? Ejecutar y verificar visualmente el número de frecuencias laterales significativas para al menos 5 valores distintos de β . Probar distintas configuraciones en cuanto a la señal de mensaje y la desviación máxima. Verificar los resultados observados en la simulación y contrastarlos con lo visto en las clases teóricas. Informar sobre lo observado.

Modulation Index β	Number of Significant Side Frequencies $2n_{max}$
0.1	2
0.3	4
0.5	4
1.0	6
2.0	8
5.0	16
10.0	28
20.0	50
30.0	70

1 - Número de frecuencias laterales significativas

El `Modulador_FM.grc` implementa la función de modulación en frecuencia donde:

$$s(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + \Delta f \int m(t) dt\right)$$

- $m(t)$: señal modulante senoidal de 10 kHz.
- f_c : frecuencia portadora (100 kHz).
- Δf : desviación de frecuencia (controlada por el bloque *Multiply Const* y el parámetro `deltaF`).

En el **QT Time Sink** se observó que la señal modulada (en rojo) presentaba una frecuencia instantánea variable en función de la amplitud de la señal modulante (en azul). Esto demuestra que la frecuencia de la portadora varía de manera proporcional al valor instantáneo del mensaje, lo que confirma el principio de la modulación en frecuencia.

En el **QT Frequency Sink** se visualizó el espectro de la señal modulada, donde fue posible identificar la portadora en f_c y las componentes laterales ubicadas simétricamente a ambos lados de ella, separadas por múltiplos de la frecuencia de la señal modulante f_m .

Para el caso de $\beta = 0,3$, las principales componentes observadas fueron:

$$f_c \pm f_m \quad \text{y} \quad f_c \pm 2f_m$$

lo cual coincide con la **tabla teórica de número de frecuencias laterales significativas**, que establece que para un índice de modulación de 0.3 existen **cuatro frecuencias laterales significativas** (dos a cada lado de la portadora).

Por lo tanto, el espectro presenta **cinco líneas principales**: la portadora y dos pares de frecuencias laterales.

Se realizaron simulaciones adicionales variando los parámetros de **desviación de frecuencia** (Δf) y de **frecuencia del mensaje** (f_m) con el fin de generar distintos valores del índice de modulación β .

Los resultados mostraron los siguientes comportamientos característicos:

- **Al aumentar Δf (manteniendo f_m constante)**, el índice β aumenta, lo que provoca un mayor número de bandas laterales y un **ensanchamiento del espectro**. La portadora pierde potencia relativa y la energía se distribuye entre más componentes.
- **Al aumentar f_m (manteniendo Δf constante)**, el índice β disminuye, reduciéndose la profundidad de modulación y, por tanto, el número de laterales y el ancho de banda total.

Estos resultados se corresponden con la teoría de la modulación en frecuencia, donde el número de frecuencias laterales significativas y el ancho de banda total dependen directamente del índice β .

b) Abrir y ejecutar en GNU Radio el archivo FM_Comercial.grc. Verificar e informa lo observado sobre el espectro de Radio FM comercial (distribución de canales, ancho de banda de los mismos, ancho de banda de guarda, etc.).

Al analizar el espectro de radio FM comercial mostrado en las Fig. 20 y 21, se observan los siguientes puntos:

- **Distribución de canales:** El espectro abarca un rango de frecuencias entre aproximadamente 94 MHz y 101 MHz. Los picos más prominentes, como los encontrados en 94.797 MHz (-5.43 dB) y 97.936 MHz (-20.48 dB), indican la presencia de canales de FM comerciales. Estos picos sugieren que las estaciones de radio están distribuidas a lo largo de este rango, con una separación típica entre canales.
- **Ancho de banda de los canales:** En FM comercial, el ancho de banda de cada canal suele ser de aproximadamente 200 kHz, según el estándar de radiodifusión. Esto incluye la señal modulada y los componentes laterales. En el espectro, los picos tienen una base ancha que apoya esta estimación, aunque la resolución exacta depende del ajuste del equipo.
- **Ancho de banda de guarda:** El espacio entre los picos de las señales sugiere un ancho de banda de guarda de alrededor de 200 kHz, que es típico para evitar interferencias entre canales adyacentes en la banda FM comercial (88-108 MHz).
- **Niveles de potencia:** Los niveles relativos (dB) varían significativamente, con algunos picos alcanzando valores cercanos a -20 dB y otros más débiles, lo que indica diferencias en la potencia de transmisión o distancia desde la fuente.
- **Ruido y señales débiles:** Se observa una actividad de ruido constante a lo largo del espectro, con fluctuaciones menores entre -80 dB y -100 dB, lo que es normal en un entorno de radiofrecuencia.

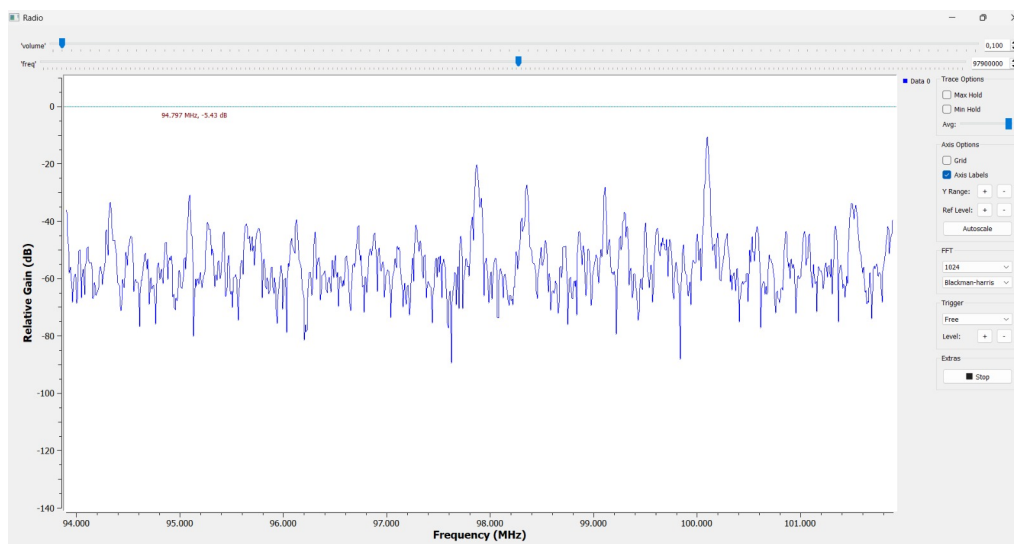


Figura 20: Primera experimento.

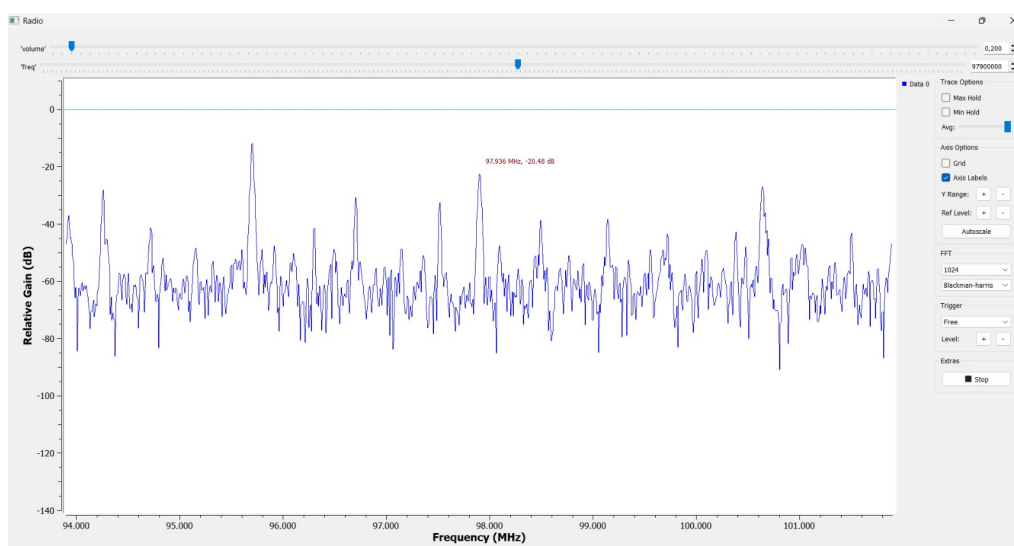


Figura 21: Segundo experimento.

d) Para desarrollar esta parte deberán trabajar entre dos grupos.

1- Abrir y ejecutar en una de las SDR el archivo FM_Receptor.grc. Realizar lo mismo con el archivo FM_Transmisor.grc en la otra SDR.

2- Analizar y describir que realiza cada diagrama.

El diagrama mostrado en el archivo FM_Transmisor.grc representa un sistema transmisor de FM digital implementado en GNU Radio, donde la señal de audio modulante se convierte en una señal de radiofrecuencia modulada en frecuencia y transmitida mediante un dispositivo SDR (Osmocom Sink).

El bloque Signal Source (Audio) genera la señal modulante, una onda senoidal de baja frecuencia, que simula una señal de audio. Esta señal se combina con una portadora de RF generada por un bloque Signal Source (Coseno) y una frecuencia central ajustable (300 MHz) mediante el bloque Multiply Const. La modulación en frecuencia se logra aplicando la variación instantánea de la fase de la portadora en función de la amplitud de la señal del mensaje.

Los bloques Transcendental (cos y sin) generan las componentes en cuadratura (I y Q) necesarias para construir la señal compleja modulada en FM. Estas componentes son luego

combinadas mediante los bloques Multiply y Subtract, y convertidas al formato complejo a través del bloque Float to Complex, produciendo así la señal modulada final.

Finalmente, la señal modulada es enviada al bloque Osmocom Sink, el cual transmite la señal de RF modulada en frecuencia a través del hardware SDR. Los bloques QT GUI Time Sink y QT GUI Frequency Sink permiten visualizar tanto el comportamiento temporal como espectral de la señal transmitida, verificando la correcta generación de la portadora y su desviación en frecuencia.

El diagrama mostrado en el archivo `FM_Receptor.grc` implementa un sistema básico de recepción de radio FM utilizando GNU Radio y un dispositivo SDR (Osmocom Source). El objetivo del esquema es capturar una señal de RF, realizar la conversión de frecuencia hacia una frecuencia intermedia o baseband mediante mezclador digital, filtrar la banda de interés y visualizar la señal resultante en el dominio del tiempo y la frecuencia.

La señal de RF es recibida por el bloque Osmocom Source, configurado con una frecuencia central de 300 MHz y una tasa de muestreo de 8 Msps. Esta salida se multiplica por una señal cosenoidal generada localmente (100 kHz) mediante el bloque Multiply, lo que produce una traslación espectral similar al proceso de heterodinación en un receptor superheterodino. Posteriormente, el filtro pasa bajos con una frecuencia de corte de 90 kHz elimina las componentes de alta frecuencia, dejando solo la banda útil correspondiente al canal FM seleccionado.

Los bloques QT GUI Time Sink y QT GUI Frequency Sink permiten visualizar la señal en los dominios temporal y frecuencial, verificando la correcta recepción y filtrado. Al variar los parámetros de frecuencia del SDR y del oscilador local, se puede sintonizar diferentes emisoras o desplazar la frecuencia intermedia.

3- Sintonizar en el receptor la misma frecuencia usada en el transmisor (verificar que la frecuencia utilizada se encuentre fuera del espectro comercial FM). Observar qué sucede con el espectro. Probar distintas distancias entre las SDR. Informar lo observado.

Al sintonizar al receptor con la misma frecuencia usada en el transmisor se puede apreciar un pico en el espectro en dicha frecuencia, esto se logra apreciar en la Fig. 22, a medida que la distancia entre el transmisor y receptor aumenta dicho pico en dicha frecuencia disminuye y esto se logra apreciar en la Fig. 23, mientras mas grande es la distancia entre ambos, el tono simple se va perdiendo.

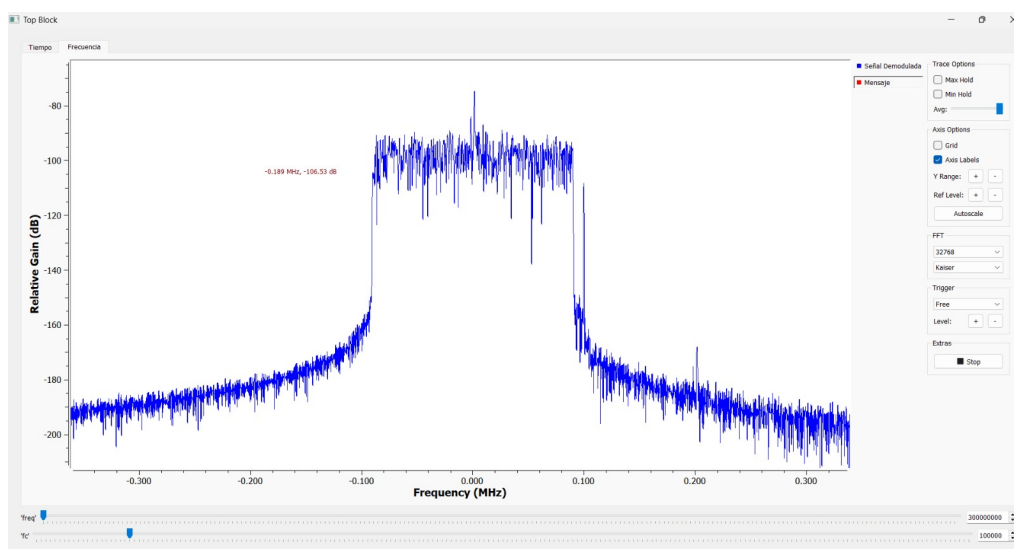


Figura 22: Tono simple detectado.

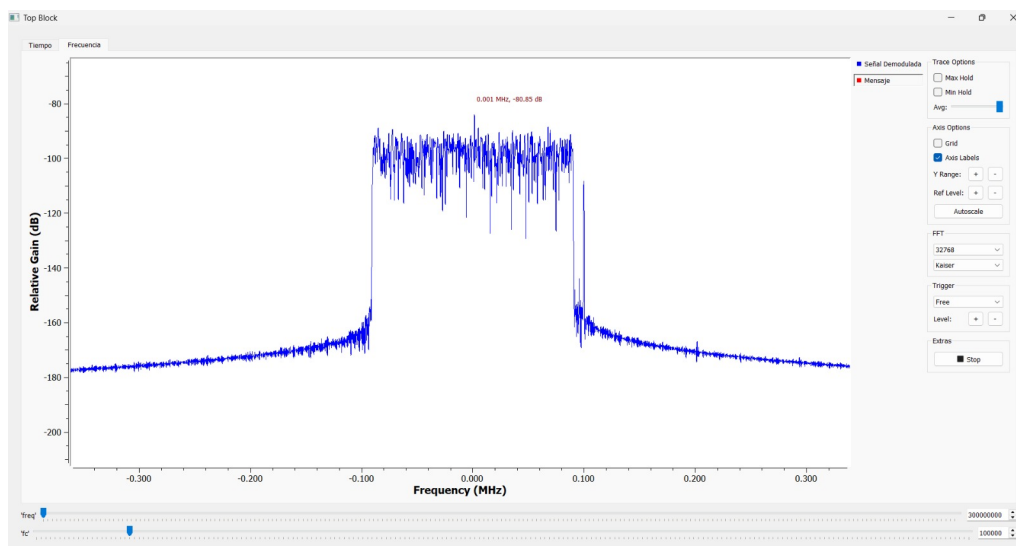


Figura 23: Aumenta distancia.