



**ESCUELA SUPERIOR DE COMERCIO MANUEL BELGRANO**  
**NIVEL PREGRADO**

**ANALISTA UNIVERSITARIO**  
**DE SISTEMAS INFORMÁTICOS**

**APLICACIONES CUÁNTICAS PARA LA**  
**GESTIÓN DE LAS ORGANIZACIONES II**

**UNIDAD III:**  
**PROCESO de DECISIÓN y**  
**APOYO CUANTITATIVO**





## Índice

1. Investigación de operaciones .....	3
1.1. Introducción .....	3
1.2. Definición .....	3
1.3. Modelos e investigación operativa .....	4
1.4. Elementos básicos del modelo matemático .....	5
1.5. Clasificación de los modelos .....	6
1.5.1. Según el objetivo del problema.....	6
1.5.2. Según la naturaleza de los datos .....	7
1.6. Limitaciones del modelo matemático .....	7
1.7. Metodología científica.....	8
2. El proceso de decisión .....	9
2.1. Proceso de toma de decisiones.....	9
2.2. Decisión y universo .....	10
2.3. Matriz de compensaciones .....	10
2.4. Decisión en situación de certeza o universo cierto.....	11
2.5. Decisiones bajo riesgo o de universo aleatorio .....	11
2.5.1. Críticas al Criterio de la Esperanza Matemática.....	12
2.5.2. Aplicación práctica para un caso de beneficios .....	13
2.5.3. Árboles de decisión .....	14
2.6. Decisiones bajo incertidumbre o de universo incierto.....	15
2.6.1. Criterio de Wald o Pesimismo.....	15
2.6.2. Criterio de Hurwicz o de Pesimismo Relativo .....	16
2.6.3. Criterio de Savage o Mínimo Arrepentimiento .....	17
2.6.4 Criterio de Laplace o Lagrange.....	19
3. Ejercicios prácticos .....	20
Bibliografía .....	25



## 1. Investigación de Operaciones

### 1.1. Introducción

En la toma de decisiones siempre se ha recurrido a la **experiencia** y la **intuición**, sin embargo, también nos hemos ocupado de buscar herramientas o métodos que nos permitan tomar las mejores decisiones de acuerdo con los recursos disponibles. Principalmente porque cuando el problema a resolver es de naturaleza compleja es conveniente recurrir a un **proceso** más racional.

Cuando el problema es complejo, se requiere que las decisiones sean eficientes, eficaces o que se tomen rápidamente, pues posponer una acción puede dar una desventaja decisiva en el mundo de la competencia. Inclusive en muchas ocasiones se hace necesaria la participación de varios especialistas, cuya **visión multidisciplinaria** facilitará el proceso de toma de decisiones. En este contexto surge la **Investigación de Operaciones**.

### 1.2. Definición

Se trata de una metodología desarrollada para estudiar problemas de decisión de naturaleza compleja. **Su función es apoyar al tomador de decisiones (gerente, administrador, decisor), proporcionándole información calificada para la formulación de políticas y estrategias necesarias para la gestión.**

#### INVESTIGACIÓN OPERATIVA O INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

**Es la aplicación del método científico a problemas relacionados con las organizaciones o sistemas a fin de que se produzcan soluciones racionales que sirvan a los objetivos de toda la organización.**

La investigación operativa se desarrolló a partir de los grandes éxitos obtenidos mediante su aplicación a la resolución de problemas de organización militar durante la Segunda Guerra Mundial. Posteriormente estas técnicas fueron introduciéndose en el mundo de los negocios como ayuda a la toma de decisiones.

Podríamos caracterizarla como una metodología de naturaleza multidisciplinaria que para su aplicación requiere de:

- objetividad
- racionalidad
- creatividad
- actitud de cuestionamiento crítico permanente



### 1.3. Modelos e Investigación Operativa

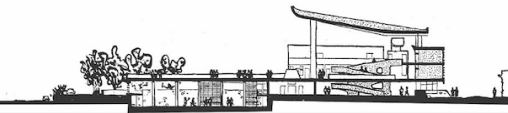
Una característica especial del enfoque de la Investigación Operativa es que se basa en el supuesto de la racionalidad, es decir, las personas y organizaciones actúan de manera reflexiva, poseen información, calculan los riesgos y los beneficios de sus decisiones y tratan de maximizar su utilidad o de minimizar sus costos, es decir, **optimizan** en función de sus expectativas y tienen recursos limitados.

En este **enfoque cuantitativo** resulta esencial la formulación del **modelo matemático**, el cual es **una representación abstracta de situaciones o problemas reales, a través de símbolos, relaciones o expresiones matemáticas**.

La función principal del modelo es **deducir conclusiones formalmente válidas del problema real a través del estudio del modelo abstracto**.

***Un modelo matemático no tiene que ser exacto, solo tiene que ser lo bastante aproximado como para proporcionar mejores resultados que los logrados mediante el sentido común.***

- ✓ La construcción de modelos constituye una herramienta útil para lograr una visión estructurada de la realidad.
- ✓ La ventaja que tiene el construir un modelo que represente una situación real es que permite analizar tal situación sin interferir en la operación que se realiza.
- ✓ También facilita el manejo del problema en su totalidad y el estudio de todas sus interrelaciones simultáneamente.
- ✓ Se constituye como un enlace para emplear técnicas matemáticas poderosas mediante computadoras en el análisis del problema.



## 1.4. Elementos básicos del modelo matemático

### Variables y Parámetros

Existen dos tipos de variables:

- ✓ exógenas o externas: son variables no controlables por el decisor, sobre las que no puede influir. Ejemplos: inflación, tasa de cambio;
- ✓ endógenas o internas: son las llamadas **variables de decisión**, aquellas cuyos valores queremos determinar usando el modelo. Ejemplos: tiempos y materiales necesarios para la fabricación de un producto.

Parámetros: son valores conocidos que relacionan las variables de decisión con las restricciones y función objetivo. Los parámetros del modelo pueden ser determinísticos o probabilísticos y su valor puede variar dependiendo del ámbito de aplicación del modelo.

### Restricciones

Consideran las limitaciones tecnológicas, económicas y otras del sistema, el modelo debe incluir restricciones (implícitas o explícitas) que restrinjan las variables de decisión a un rango de valores factibles.

### Función Objetivo

Define la medida de efectividad del sistema como una función matemática de las variables de decis

La **solución óptima** será aquella que produzca el mejor valor de la función objetivo, sujeta a las restricciones.

**Optimizar** es la acción de llevar una cierta magnitud a su óptimo, o sea, a su máximo o mínimo, según se trate de algo que se considera beneficioso o perjudicial (maximizar o minimizar, respectivamente).



## 1.5. Clasificación de los modelos

Existen diversas clasificaciones de los modelos de Investigación Operativa. Nosotros atenderemos a los siguientes:

### 1.5.1. Según el objetivo del problema

**Modelos de Optimización:** en ellos el objetivo es maximizar o minimizar cierta magnitud o medida, generalmente teniendo en cuenta una serie de limitaciones o requisitos que restringen la decisión (disponibilidad de capital, personal, material, requisitos para cumplir fechas límite, etc.). Ejemplos de modelos de optimización son:

- 1) **Problemas de Localización:** implica realizar una asignación de recursos a actividades de manera que se optimice cierta medida de efectividad. *Por ejemplo, si hay que decidir la ubicación de varias fábricas atendiendo a las distancias de las mismas entre los centros de demanda y los proveedores.*
- 2) **Problemas de Mezcla:** se ocupan de encontrar la combinación óptima de un conjunto de ingredientes a incluir en una mezcla, respetando ciertas condiciones de cantidades mínimas o máximas que la misma debe contener y tratando de lograr el mínimo costo.
- 3) **Problemas de Secuenciación:** se ocupan de colocar objetos en cierto orden. *Por ejemplo, supongamos que tenemos  $N$  trabajos que deben ser procesados en el mismo orden en  $M$  máquinas distintas, las que requieren tiempos de procesamiento diferentes. ¿De qué forma se deben ordenar los trabajos para que el tiempo total de procesamiento de éstos en cada una de las máquinas sea mínimo?*
- 4) **Problemas de Rutas:** tratan de encontrar la ruta óptima desde un origen a un destino cuando existen varias alternativas posibles. *Ejemplo: un viajante de comercio tiene que visitar  $N$  ciudades una y sólo una vez antes de volver a su origen. ¿En qué orden debe visitarlas para minimizar la distancia total viajada?*
- 5) **Problemas de Inventario:** consiste en determinar la cantidad óptima de productos que se deben tener disponibles en un almacén o depósito (stock). Si un cliente quiere comprar una cierta cantidad de productos pero no están disponibles, implica una venta perdida. por otra parte, si hay un exceso de productos, el costo de almacenamiento puede ser demasiado grande. El objetivo de este problema es encontrar un punto de equilibrio.



**Modelos descriptivos:** su objetivo es describir o prevenir sucesos (nivel de ventas, fechas de terminación de proyectos, número de clientes, etc.) dadas ciertas condiciones. Ejemplos de estos modelos son:

- 1) Problemas de Espera en Fila: cualquier problema en el que haya que esperar para obtener un servicio. El objetivo del problema es encontrar una forma de mejorar el rendimiento global del sistema, que se mide normalmente atendiendo al tamaño de la fila, o bien al tiempo que transcurre desde que un cliente llega al sistema hasta que lo abandona (tiempo de respuesta).
- 2) Problemas de Reemplazo: que se ocupan de decidir el tiempo adecuado para reemplazar los equipos que fallan o se deterioran.
- 3) Problemas de Planificación y Control de Proyectos: el objetivo es determinar la fecha de finalización de un proyecto complejo, *por ejemplo, planificaciones de campañas publicitarias, lanzamiento de un nuevo producto, etc.*

### 1.5.2. Según la naturaleza de los datos

**Modelo Determinístico:** todos los datos importantes se suponen conocidos.

**Modelo Estocástico:** algunos datos se consideran inciertos, pudiendo conocerse su probabilidad de ocurrencia.

**Modelo Mixto:** combinación de los dos anteriores.

## 1.6. Limitaciones del modelo matemático

Si bien es cierto que el modelo racional para la toma de decisiones considera que las personas eligen optimizando y tomando en cuenta todas las variantes y con la información perfecta, la realidad dista mucho de ese deseable escenario. En realidad, las personas en las organizaciones no tienen la información completa y tienen percepciones subjetivas, o simplemente falta de tiempo y de recursos (incluso conocimientos del análisis cuantitativo).

De este modo, los tomadores de decisiones elegirán las decisiones que sean mínimamente aceptables, que no choquen con su sentido común, que sean compatibles con su buen juicio, con su experiencia, su estilo gerencial, entre otros.

Cabe aclarar, que las decisiones importantes en las organizaciones generalmente involucran la acción coordinada de varias áreas funcionales o grupos de interés, los cuales tienen sus propios decisores, presentándose conflicto de intereses. Las decisiones organizacionales son el resultado de procesos de negociación, de relaciones sociales complejas y de factores políticos cuya relevancia trasciende los argumentos cuantitativos.



## 1.7. Metodología Científica

El enfoque de la Investigación Operativa sigue las pautas del método científico. El proceso comienza por la observación cuidadosa y la formulación del problema y sigue con la construcción de un modelo científico que intenta abstraer la esencia del problema real. En este punto se propone la hipótesis de que el modelo es una representación lo suficientemente precisa de las características esenciales de la situación como para que la solución obtenida sea válida también para el problema real. Esta hipótesis se verifica y modifica mediante las pruebas adecuadas. Finalmente, debe proporcionar conclusiones positivas y claras que pueda usar el tomador de decisiones cuando las necesite.

### Etapas del método científico aplicado a la Investigación Operativa

- 1) Identificación del problema y relevamiento de la información.
- 2) Formulación del modelo.
- 3) Enunciación de la hipótesis.
- 4) Validación del modelo.
- 5) Toma de decisión e implementación.
- 6) Seguimiento y control.







## 2. El proceso de decisión

### 2.1. Proceso de toma de decisiones

Un proceso de toma de decisión se presenta cuando, frente a un problema, existen más de una alternativa o curso de acción posible.

En todo proceso de decisión intervienen dos actores, aunque en algunos casos la misma persona asume los dos roles:

- ✓ Decisor: es quien tiene el poder y la responsabilidad de ratificar una decisión y asumir sus consecuencias.
- ✓ Analista: es el encargado de estructurar el problema y ayudar al decisor a visualizarlo.

Frente a un problema de decisión, consideramos conocido el conjunto de las alternativas posibles, al que denominaremos  $X$ . Este conjunto supondremos que está formado por un número finito de elementos, a los cuales genéricamente llamaremos  $x_i$ , es decir,

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \text{ siendo } n \text{ el número de alternativas de decisión.}$$

Conocido este conjunto  $X$ , intentaremos establecer una relación entre los elementos del conjunto, de forma tal que para cualquier par de elementos podremos decir si uno es preferible o indiferente al otro.

Así para,  $x_1 \in X \wedge x_2 \in X$ , podemos establecer que  $x_1$  es preferible a  $x_2$ :

$$x_1 > x_2$$

o bien que  $x_2$  es preferible a  $x_1$ :

$$x_2 > x_1$$

o si ambos elementos son indiferentes entre sí:

$$x_1 = x_2$$

Esta relación, que llamaremos relación de preferencia, es de orden completo y se determina a través de una aplicación o función  $d: x \rightarrow \mathfrak{R}$ , conocida como "función de decisión" y a la cual simbolizaremos como  $d(x)$ .



Si esta función de decisión mide algo deseable, como un beneficio o un ingreso, a los fines de seleccionar la mejor alternativa, calcularemos:

$$\text{Máx } d(x)$$

y llamaremos a la alternativa que verifique ese valor "decisión óptima o racional".

Por el contrario, si la función mide algo no deseable, como un costo o pérdida, con el fin

de seleccionar la decisión óptima, calcularemos:

$$\text{Mín } d(x)$$

## 2.2. Decisión y universo

En un problema de decisión, a menudo los resultados que se obtienen al seleccionar una alternativa se ven condicionados por la presentación de ciertos sucesos que no dependen del tomador de decisiones. Llamaremos a este conjunto de sucesos "estados de la naturaleza".

Los estados naturales representan variables exógenas cuya presentación modifica los resultados de la acción seleccionada.

Representaremos los estados de la naturaleza mediante un conjunto  $Y$ , siendo:

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$$

Supondremos que, cada vez que el decisor elige un elemento  $x_i$  del conjunto  $X$ , se presenta, un elemento particular  $y_j$  del conjunto  $Y$ , tal que el par ordenado  $(x_i, y_j)$  determina un resultado o compensación  $c(x_i, y_j)$  que mide el grado de satisfacción que le produce al tomador de decisiones, el hecho de seleccionar una alternativa  $x_i$  cuando se presenta un estado natural  $y_j$ .

## 2.3. Matriz de compensaciones

A los fines prácticos, cuando el número de elementos de los conjuntos  $X$  e  $Y$  es finito y relativamente pequeño, los resultados se pueden resumir en forma matricial. A esta matriz se la conoce con el nombre de matriz de las compensaciones o matriz de resultados y, representando las  $c(x_i, y_j)$  por  $c_{ij}$ , tiene la siguiente estructura:

	$y_1$	$y_2$	...	$y_m$
$x_1$	$c_{11}$	$c_{12}$	...	$c_{1m}$
$x_2$	$c_{21}$	$c_{22}$	...	$c_{2m}$
$x_3$	$c_{31}$	$c_{32}$	...	$c_{3m}$
...	...	...	...	...
$x_n$	$c_{n1}$	$c_{n2}$	...	$c_{nm}$



Como el decisor no controla el valor que asumirá  $y_j$ , no podrá seleccionar una decisión teniendo en cuenta solamente los valores de la función las  $c(x,y)$ . Deberá contar con algunos elementos adicionales que informen sobre el comportamiento de los estados de la naturaleza y le permitan construir una función de decisión  $d(x)$ .

Para solucionar tales cuestiones, dependiendo de la disponibilidad de la información, se organizan los problemas de decisión en tres escenarios posibles: universo cierto, universo aleatorio y universo incierto.

## 2.4. Decisiones en situación de certeza o universo cierto

Se da cuando quienes toman las decisiones tienen la información completa y precisa. Tales situaciones pueden ser estudiadas por medio de *modelos deterministas*, que son excelentes para situaciones en las que existen muchas variables endógenas y restricciones (se conoce con exactitud cuál es el estado de la naturaleza que se presentará ante determinada circunstancia). Ideales para la toma de decisiones internas de la organización: producción, logística, etc.

## 2.5. Decisiones bajo riesgo o de universo aleatorio

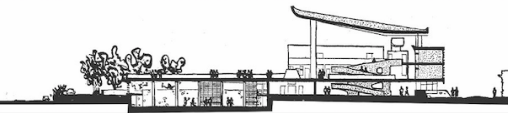
Supone que la información disponible no es suficiente o puede obtenerse con cierto margen de incertezas, debiendo ser reflejada esta situación mediante una distribución de probabilidad. *Por ejemplo, cuando debemos elegir cuántas unidades producir pero no sabemos con exactitud cuál será el nivel de demanda, aunque con los registros históricos disponibles es posible construir una distribución de probabilidad.*

Formalmente, decimos que en estos casos se conocen los estados de la naturaleza que se pueden presentar, y la probabilidad de presentación que corresponde a cada uno de ellos. En consecuencia, *como función de decisión se usa el valor esperado de las compensaciones ante cada decisión posible. La función de decisión  $d(x)$  es la esperanza matemática de las compensaciones:*

$$d(x) = \sum c(x_i, y_j) p_j$$

siendo  $p_j$  la probabilidad del  $j$ -ésimo estado de la naturaleza

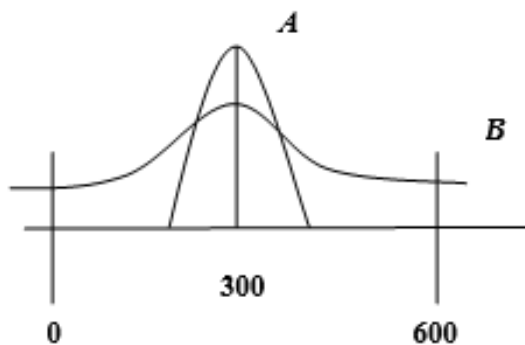
Se aplica para una gran variedad de situaciones que involucran decisiones estratégicas de la organización con su medio ambiente externo, ya que las variables generalmente no están totalmente bajo el control de los tomadores de decisiones. *Por ejemplo, decisiones acerca de la localización de una planta, elegir entre diferentes proyectos, etc.*



### 2.5.1. Críticas al Criterio de la Esperanza Matemática

Al criterio de tomar como función de decisión la Esperanza Matemática de las compensaciones se le realizan principalmente dos críticas:

- ✓ La necesidad de considerar alguna medida de dispersión de las compensaciones, como podría ser la desviación estándar, para solucionar el problema que se presenta cuando aparecen valores semejantes de la esperanza matemática para más de una alternativa. *Por ejemplo, en el caso de dos proyectos que presentan igual rentabilidad esperada (\$300), no obstante el proyecto B tiene mayor dispersión respecto de ese valor, pudiendo obtener rentas muy superiores e incluso entrar en pérdidas.*



- ✓ El valor de la esperanza matemática se vuelve significativo solamente cuando la decisión se repite un número grande de veces. Por el contrario, si la decisión debe tomarse por única vez, el criterio debe aplicarse con cautela, ya que podría conducir a una elección equivocada.



## 2.5.2. Aplicación práctica para un caso de beneficios

Supongamos un problema de seleccionar entre tres alternativas posibles ( $x_1, x_2, x_3$ ) cuyos resultados se ven influenciados por tres sucesos ( $y_1, y_2, y_3$ ) con probabilidades conocidas de presentación. En la siguiente tabla se resumen los resultados (beneficios) de cada alternativa frente a cada estado natural y las probabilidades de presentación de estos últimos.

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	150	110	100
$x_2$	125	95	300
$x_3$	120	130	250
$P_j$	0.3	0.5	0.2

Para seleccionar la mejor alternativa aplicamos el criterio de la esperanza matemática, es decir:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$\sum c(x_i, y_j) P_j$
$x_1$	150	110	100	$150 (0.3) + 110 (0.5) + 100 (0.2) = 120$
$x_2$	125	95	300	$125 (0.3) + 95 (0.5) + 300 (0.2) = 145$
$x_3$	120	130	250	$120 (0.3) + 130 (0.5) + 250 (0.2) = \mathbf{151}$
$P_j$	0.3	0.5	0.2	

La decisión óptima es la alternativa  $x_3$  porque es la que ofrece el mayor beneficio esperado, en este caso \$



### 2.5.3. Árboles de decisión

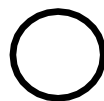
- Esta técnica es útil para resolver determinados **problemas de decisión bajo condiciones de riesgo**.
- Un árbol de decisión es una forma gráfica y analítica de representar todos los eventos (sucesos) que pueden surgir a partir de una decisión asumida en cierto momento.
- Permite desplegar visualmente un problema y organizar el trabajo de cálculos que deben realizarse y ayuda a tomar la mejor decisión desde un punto de vista probabilístico, ante un abanico de posibles decisiones.
- Parte de un plan de acciones sucesivas a lo largo del tiempo, en el que en cada una de las etapas o puntos de decisión se tienen diferentes alternativas y cada una de estas tiene eventos asociados con probabilidades concretas.
- Sin embargo, visualizar eventos futuros asociados a decisiones presentes es una cuestión sumamente compleja, más aún cuando una decisión involucra muchas alternativas de decisión en el tiempo.

#### Pasos para el análisis del Árbol de Decisión:

- 1) Definir el problema.
- 2) Dibujar el árbol de decisión.
  - Nodo de decisión: indica la necesidad de tomar una decisión en ese momento del proceso. Se representa por un cuadrado.



- Nodo de probabilidad: indica que en ese punto del proceso ocurre un evento aleatorio. Está representado por un círculo.



- Rama: nos muestra los distintos caminos que se pueden emprender cuando tomamos una decisión o bien ocurre algún evento aleatorio.



- 3) Asignar probabilidades a los eventos aleatorios
- 4) Estimar los resultados para cada combinación posible de alternativas
- 5) Resolver el problema obteniendo como solución la ruta que proporcione la política óptima.



## 2.6. Decisiones bajo incertidumbre o de universo incierto

Se presenta cuando **no conocemos la distribución de probabilidad de los estados de la naturaleza**. Para estas situaciones existen varios métodos de selección basados en **criterios racionales**.

Una característica distintiva de estos métodos radica en la subjetividad del criterio de decisión. A un mismo problema, a la luz de los diferentes enfoques del análisis de decisiones puede tener varias soluciones, lo cual es un reflejo del estilo gerencial de los decisores. No es posible decir que uno de los criterios sea mejor que el otro. Lo importante es que el decisor utilice el que considere adecuado, según los datos del problema y a partir de un conocimiento amplio de cómo opera cada criterio y las críticas o desventajas de cada uno

### 2.6.1. Criterio de Wald o Pesimismo

Se basa en evitar pérdidas elevadas o inaceptables. Debemos entonces colocarnos en la situación más desfavorable ante cada alternativa de decisión y luego elegir entre ellas la más favorable. En caso de beneficios a este modelo se lo conoce como criterio *maxmin* y en casos de costos como el criterio *minimax*.

#### APLICACIÓN PARA UN CASO DE BENEFICIOS

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	Mín $c_{ij}$
$x_1$	150	110	100	100
$x_2$	125	95	300	95
$x_3$	120	130	250	<b>120</b>

La decisión óptima es la que verifica  
el *maxmin*, es decir  $x_3$

#### APLICACIÓN PARA UN CASO DE COSTOS

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	Max $c_{ij}$
$x_1$	10	18	25	12	<b>25</b>
$x_2$	15	5	30	8	30
$x_3$	10	13	20	35	35

La decisión óptima es la que verifica el *minimax*, es decir  $x_1$



## 2.6.2. Criterio de Hurwicz o de Pesimismo Relativo

Supone que el tomador de decisiones no es completamente pesimista u optimista y que el grado de optimismo se puede medir a través de un coeficiente  $\alpha$ , comprendido entre 0 y 1, y el nivel de pesimismo queda definido a través de su complemento  $(1 - \alpha)$ .

Usando este coeficiente se define la función  $d(x)$  como un promedio ponderado entre el mejor y el peor resultado que corresponde a cada alternativa de decisión:

Beneficios  $d(x) = \alpha \max c(x_i, y_j) + (1 - \alpha) \min c(x_i, y_j)$

decisión óptima:  $\max d(x) = \max [\alpha \max c(x_i, y_j) + (1 - \alpha) \min c(x_i, y_j)]$

Costos  $d(x) = \alpha \min c(x_i, y_j) + (1 - \alpha) \max c(x_i, y_j)$

decisión óptima:  $\min d(x) = \min [\alpha \min c(x_i, y_j) + (1 - \alpha) \max c(x_i, y_j)]$

### APLICACIÓN PARA UN CASO DE BENEFICIOS ( $\alpha = 0.50$ )

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$\alpha \text{ Máx } c(x, y) + (1 - \alpha) \text{ Mín } c(x, y)$
$x_1$	150	110	100	$(0.50) 150 + (1 - 0.50) 100 = 125$
$x_2$	125	95	300	$(0.50) 300 + (1 - 0.50) 95 = \mathbf{197.5}$
$x_3$	120	130	250	$(0.50) 250 + (1 - 0.50) 120 = 185$

Según este criterio la decisión óptima es  $x_2$

### APLICACIÓN PARA UN CASO DE COSTOS

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$\alpha \text{ Mín } c(x, y) + (1 - \alpha) \text{ Máx } c(x, y)$
$x_1$	10	18	25	12	$(0.50) 10 + (1 - 0.50) 25 = \mathbf{17.5}$
$x_2$	15	10	30	8	$(0.50) 8 + (1 - 0.50) 30 = 19$
$x_3$	10	13	20	35	$(0.50) 10 + (1 - 0.50) 35 = 22.5$

Según este criterio la decisión óptima es  $x_1$





### 2.6.3. Criterio de Savage o Mínimo Arrepentimiento

Pone en duda si realmente las compensaciones  $c(x,y)$  miden la satisfacción que le produce a un individuo tomar una decisión y que se presente determinado suceso. Postula entonces, una nueva forma de medir el grado de satisfacción a través de lo que "deja de ganar por no haber elegido la alternativa correcta frente a ese estado natural". Se construye así una nueva matriz - a partir de la matriz de las compensaciones - denominada  $R$  (*de los lamentos o arrepentimientos*), que muestra los costos de oportunidad de no haber seleccionado la mejor decisión de cada posible estado de la naturaleza.

Para elegir la mejor alternativa, Savage aconseja aplicar el criterio de Wald para costos a la matriz  $R$ .

Cada elemento  $r_{ij}$  de la matriz de los lamentos, se calcula:

Beneficios  $\Rightarrow r_{ij} = \text{máximo beneficio de la columna} - \text{beneficio considerado}$

Costos  $\Rightarrow r_{ij} = \text{costo considerado} - \text{mínimo costo de la columna}$

Es decir:

$$\text{Beneficios} \Rightarrow r(x_i, y_j) = \max c(x_i, y_j) - c(x_i, y_j)$$

$$\text{Costos} \Rightarrow r(x_i, y_j) = c(x_i, y_j) - \min c(x_i, y_j)$$

En este modelo, quien toma las decisiones busca evitar pérdidas elevada de oportunidad a través de un análisis *minimax* de la matriz de arrepentimiento, asegurando minimizar el arrepentimiento máximo o costo de oportunidad.

La decisión óptima será:

$$\text{Beneficios o pérdidas} \Rightarrow \text{Mín } d(x) = \min \max r(x_i, y_j)$$



## APLICACIÓN PARA UN CASO DE BENEFICIOS

Matriz de compensaciones:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	150	110	100
$x_2$	125	95	300
$x_3$	120	130	250

Matriz R:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	Máx $r(x_i, y_j)$
$x_1$	0	20	200	200
$x_2$	25	35	0	<b>35</b>
$x_3$	30	0	50	50

Así, aplicando Wald para pérdidas, la decisión óptima es  $x_2$ .

## APLICACIÓN PARA UN CASO DE COSTOS

Matriz de compensaciones:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	10	18	25
$x_2$	15	10	30
$x_3$	10	13	20

Matriz R:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	Máx $r(x_i, y_j)$
$x_1$	0	8	5	8
$x_2$	5	0	10	10
$x_3$	0	3	0	<b>3</b>

Nuevamente se aplica Wald para pérdidas y obtenemos en este caso que  $x_3$  es la decisión óptima.



## 2.6.4. Criterio de Laplace o Lagrange

Basándose en el principio de la razón insuficiente, este criterio le asigna igual probabilidad de presentación a cada estado de la naturaleza. Si  $m$  es el número de estados naturales, la probabilidad de presentación de cada uno de ellos será  $1/m$ . Y utilizando estas probabilidades se procede de igual manera que en un universo aleatorio.

### APLICACIÓN PARA UN CASO DE BENEFICIOS

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$(1/m) \sum c_{ij}$
$x_1$	150	110	100	$(1/3) 360 = 120$
$x_2$	125	95	300	$(1/3) 520 = 173.33$
$x_3$	120	130	250	$(1/3) 500 = 166.66$

La decisión óptima es  $x_2$

### APLICACIÓN PARA UN CASO DE COSTOS

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$(1/m) \sum c_{ij}$
$x_1$	10	18	25	12	$(1/4) 65 = 16.25$
$x_2$	15	5	30	8	$(1/4) 58 = \mathbf{14.5}$
$x_3$	10	13	20	35	$(1/4) 78 = 19.5$

La decisión óptima es seleccionar la alternativa  $x_2$



### 3. Ejercicios Prácticos

- 1) Una pizzería está planificando su actividad para el próximo sábado. En función de los datos que se reflejan en la siguiente tabla de beneficios obtenidos, ¿qué cantidad de pizzas aconsejaría usted hornear?

	Demanda 150	Demanda 160	Demanda 170	Demanda 180
Hornear 150	300	300	300	300
Hornear 160	290	320	320	320
Hornear 170	280	310	340	340
Hornear 180	270	300	330	360
Probabilidad	0.2	0.4	0.25	0.15

- 2) Una florería debe decidir cuántas rosas ordenar para el día de la primavera. La demanda de este tipo de flores en los días especiales, como el de la secretaria o el de la madre, es una variable aleatoria (D). El costo de cada flor es de \$10 si las compra con anterioridad al día de la primavera. Si la demanda excede el número de flores disponibles, el faltante se satisface colocando una orden urgente. En este caso, el costo de cada flor será \$5 más caro que el costo normal. Si la demanda es menor que el inventario que se tiene, las flores que sobran se pueden vender con posterioridad. El precio de venta de las flores que sobren será de \$3 menos, ya que no se encontrarán igualmente frescas.
- Se realizó un estudio sobre 100 días festivos y se han registrado las siguientes observaciones:

Demanda	10	15	20	25	30
N° de días en que se produjo	10	25	30	20	15

¿Qué cantidad de rosas aconsejaría usted ordenar para minimizar el costo esperado?

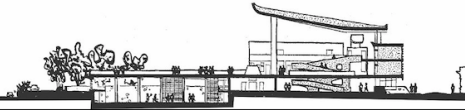


- 3) Un supermercado pide semanalmente yogures fortificados de cierta marca. El responsable de compras ha observado que las posibles demandas son 100, 200 o 300 unidades. El producto cuesta \$ 8,00 por unidad y se vende a \$ 12,50 cada uno. Los que sobran al final de la semana se pueden devolver, obteniéndose un reintegro de \$ 6,00 por unidad. Si durante la semana le faltan productos, puede solicitarlos al proveedor en carácter de pedido urgente con un recargo del 10%. Determine la decisión óptima sabiendo que la demanda sigue la siguiente distribución.

Demanda	100	200	300
Probabilidad	0,35	0,45	0,20

- 4) Una fábrica de dulces y conservas está considerando ampliar sus instalaciones para hacer frente a la demanda de sus productos. Las alternativas de que dispone son: construir una nueva planta, ampliar la planta actual o no hacer nada. Existe un 30% de probabilidades de que la demanda prevista para los próximos años aumente, un 60% de probabilidad de que se mantenga igual y un 10% de probabilidad de que entre en recesión. Determine, a través de un árbol de decisión, la opción más rentable para la empresa en base a los siguientes beneficios estimados:

	Demanda		
	Aumento	Estabilidad	Disminución
Construir nueva planta	8.000.000	5.000.000	-5.000.000
Ampliar planta actual	6.500.000	2.000.000	-3.000.000
No hacer nada	2.000.000	1.000.000	-2.000.000



- 5) Una fábrica está valuada en \$ 150 millones. La fábrica desea incorporar un nuevo producto al mercado. Existen tres estrategias para incorporar el nuevo producto:

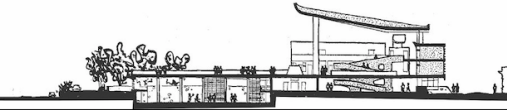
**Alternativa 1: hacer un estudio de mercado del producto de forma de determinar si se introduce o no al mercado.**

**Alternativa 2: introducir inmediatamente el producto al mercado (sin estudio previo).**

**Alternativa 3: no lanzar inmediatamente el producto al mercado (ni hacer estudio previo).**

- ✓ En ausencia de estudio de mercado, la fábrica estima que el producto tiene un 55% de probabilidad de ser exitoso y de 45% de ser un fracaso.
- ✓ Si el producto es exitoso, la fábrica aumentaría en \$ 300 millones su valor, si el producto fracasa se devaluaría en \$ 100 millones.
- ✓ El estudio de mercado vale \$ 30 millones.
- ✓ El estudio predice que existe un 60% de probabilidad que el producto sea exitoso.
- ✓ Si el estudio de mercado determina que el producto sería exitoso, existe un 85% de posibilidades de que efectivamente lo sea.
- ✓ Si el estudio de mercado determina que el producto sería un fracaso, existe solo un 10% de posibilidades de que el producto sea exitoso.

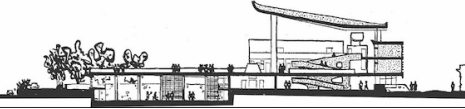
Si la empresa no desea correr riesgos (desea maximizar el valor esperado de la empresa), ¿qué estrategia debería seguir?



6) Una fábrica de artículos eléctricos y de iluminación necesita diseñar una nueva serie de interruptores. **Debe decidirse por una de tres estrategias de diseño.** El pronóstico del mercado es para 200.000 unidades. Cuanto mejor y más sofisticada sea la estrategia de diseño y mayor el tiempo invertido en ingeniería de valor, menor será el costo variable. El responsable de ingeniería de diseño proyecta los siguientes costos relacionados con cada una de las tres estrategias:

- Baja tecnología: proceso con poca tecnología y bajo costo que consiste en contratar a nuevos ingenieros con poca experiencia. Esta posibilidad tiene un costo fijo de \$45.000 y probabilidades de costo variable de 30% para \$0.55 por unidad, 40% para \$0.50 por unidad, y 30% para \$0,45 por unidad.
- Subcontrato: enfoque de mediano costo que emplea un buen equipo de diseño externo. Esta alternativa tendría un costo fijo de \$65.000 y probabilidades de costo variable de 70% para \$0,45 por unidad, 20% para \$0,40 por unidad, y 10% para \$0,35 por unidad.
- Alta tecnología: enfoque en el que se usa lo mejor del personal interno y la más moderna tecnología de diseño asistido por computadora. Esta alternativa tiene un costo fijo de \$75.000 y probabilidades de costo variable de 90% para \$0,40 por unidad y 10% para \$0,35 por unidad.

Si la empresa desea minimizar pérdidas (minimizar los costos del proyecto), ¿qué estrategia debería seguir?



7) Un supermercado pide semanalmente yogures fortificados de cierta marca. El responsable de compras ha observado que las posibles demandas son 100, 200 o 300 unidades. El producto cuesta \$ 8,00 por unidad y se vende a \$ 12,50 cada uno. Los que sobran al final de la semana se pueden devolver, obteniéndose un reintegro de \$ 6,00 por unidad. Si durante la semana le faltan productos, puede solicitarlos al proveedor en carácter de pedido urgente con un recargo del 10%.

- a) ¿Cuál será la decisión óptima según el criterio de Hurwicz? Considere un coeficiente de optimismo de 0,70.
- b) ¿Cuál será la decisión óptima según el criterio de Wald?
- c) ¿Cuál será la decisión óptima según el criterio de Laplace?
- d) ¿Cuál será la decisión óptima según el criterio de Savage?

8) Un inversionista que posee un capital que asciende a \$400.000 tiene tres alternativas de inversión: A, B y C. La alternativa "A" implica invertir el 100% del capital y otorga un rendimiento del 10%, la alternativa "B" significa invertir el 40% del capital y asegura un rendimiento del 11%, la alternativa "C" conlleva invertir el 30% del capital para recibir un 17% de rendimiento.

En caso que exista un saldo del capital sin invertir el dinero se mantiene en el banco, el que proporciona un interés que se fija al finalizar el período de inmovilización según la situación económica que se presente: hiperinflación, recesión o prosperidad económica. Las tasas a abonar en cada caso serán 10%, 7% y 5% respectivamente.

¿Qué alternativa deberá elegir el inversionista? Considere que utiliza:

- a) El criterio de Wald
- b) El criterio de Laplace
- c) El criterio de optimismo relativo, fijando un coeficiente de optimismo de 0,65
- d) El criterio de mínimo arrepentimiento
- e) Una probabilidad del 20% de que haya hiperinflación y del 50% de que haya prosperidad económica.





## Bibliografía

- Alberto, Catalina y Carignano, Claudia. Apoyo cuantitativo a las decisiones. Córdoba: Asociación Cooperadora de la Facultad de Ciencias Económicas UNC, 2013.
- Garriga Garzón, Federico. Problemas resueltos de teoría de la decisión. OmniaScience (Omnia Publisher SL), 2013.
- Sauré, Denis. IN44A Investigación Operativa. Árboles de decisión. Santiago de Chile: Departamento de Ingeniería Industrial de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Nacional de Chile, 2003.