



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**ESCMB**

Escuela Superior de Comercio  
Manuel Belgrano

**Analista Universitario de Sistemas Informáticos**

**APLICACIONES CUÁNTICAS  
para la GESTIÓN de las ORGANIZACIONES II**

**2021**



Cra. Carola Garbino



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Vectores

Sean  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ,  $n$  números reales, tal que:

$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]$  vector fila o renglón conjunto **ordenado** de dichos números

Análogamente, un vector columna

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}$$



**Dimensión de un vector:** su número de componentes



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Vectores

- ✓ **Vector unidad** ➔  $[0 \ 0 \ 1 \ 0]$
- ✓ **Vector nulo** ➔  $\emptyset = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$
- ✓ **Igualdad de vectores** ➔  $V = P \Rightarrow v_i = p_i \quad \forall i$

- *Dos vectores no pueden ser iguales a menos que tengan el mismo número de componentes*
- *Si  $V = P \Rightarrow P = V$*



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Vectores

##### ✓ Producto interno de vectores

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{Y} = \sum_{i=1}^n x_i y_i = \text{escalar}$$

Ejemplo:

$$\mathbf{X} = [1 \ -2 \ 0 \ 2] \quad \mathbf{Y} = [-1 \ 3 \ 2 \ 6]$$

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{Y} = 1(-1) + (-2)3 + 0(2) + 2(6) = 5$$

En el producto interno de vectores se verifican las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.

##### ✓ Suma o adición de vectores

$$\begin{aligned} \text{Sean } \mathbf{P} &= [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n] \\ \text{y } \mathbf{Q} &= [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n] \end{aligned}$$

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q} = [(p_1 + q_1) \ (p_2 + q_2) \ \dots \ (p_n + q_n)]$$

Ejemplo:

$$\mathbf{X} = [1 \ -2 \ 0 \ 2] \quad \mathbf{Y} = [-1 \ 3 \ 2 \ 6]$$

$$\mathbf{X} + \mathbf{Y} = [(1+(-1)) \ ((-2)+3) \ (0+2) \ (2+6)]$$

$$\mathbf{X} + \mathbf{Y} = [0 \ 1 \ 2 \ 8]$$

En la suma de vectores se verifican las propiedades conmutativa y asociativa.



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Vectores

##### Producto de un vector por un número real (escalar)

Dados un vector  $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]$  y un escalar  $c$

$$Q = cP = [cp_1 \ cp_2 \ \dots \ cp_n]$$

Ejemplo:

$$X = [1 \ -2 \ 0 \ 2] \quad c = 5$$

$$Q = cX = [(1 \cdot 5) \ (-2 \cdot 5) \ (0 \cdot 5) \ (2 \cdot 5)]$$

$$Q = cX = [5 \ -10 \ 0 \ 10]$$

*En el producto de un vector por un escalar se verifican las propiedades distributiva del producto respecto de la suma y asociativa.*



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática Combinación lineal de vectores

Sean  $V_1, V_2, \dots, V_n$  un conjunto de vectores y  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  un conjunto de escalares

se dice que  $V = \alpha_1V_1 + \alpha_2V_2 + \dots + \alpha_nV_n = \sum_{i=1}^n \alpha_iV_i$

es una combinación lineal de los vectores  $V_1, V_2, \dots, V_n$   
siendo los  $\alpha_i$  los coeficientes de esa combinación lineal

Ejemplo:  $V_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$      $V_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$      $\alpha_1 = 2$  y  $\alpha_2 = -1$

$$V = 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Combinación lineal convexa de vectores

Sean  $V_1, V_2, \dots, V_n$  un conjunto de vectores y  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  un conjunto de escalares que cumplen con las siguientes condiciones:

$$\alpha_i \geq 0 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$$

Se dice que el **vector W**, que resulta de la suma de los productos de los escalares con los vectores, es una **combinación lineal convexa** de los vectores  $V_1, V_2, \dots, V_n$

$$W = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \dots + \alpha_n V_n = \sum_{i=1}^n \alpha_i V_i$$



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Independencia lineal de vectores

Los vectores de un conjunto, todos de la misma dimensión, son linealmente independientes si ninguno de ellos puede ser expresado como combinación lineal de los restantes

condición necesaria y suficiente:  $\alpha_1V_1 + \alpha_2V_2 + \dots + \alpha_nV_n = \emptyset$

se cumpla únicamente para todos los  $\alpha_i = 0$ , o sea,

tiene que cumplirse:  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_n = \emptyset$

#### Dependencia lineal de vectores

Los vectores de un conjunto, todos de la misma dimensión, son linealmente dependientes, cuando por lo menos uno de los vectores que lo componen puede expresarse como combinación lineal de los restantes

condición necesaria y suficiente:  $\alpha_1V_1 + \alpha_2V_2 + \dots + \alpha_nV_n = \emptyset$

se verifique para al menos un escalar  $\alpha_i$  no nulo



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Matrices

Una **matriz A** es un conjunto de números reales dispuestos en forma rectangular.

Si el arreglo tiene **m renglones** y **n columnas** entonces se llama **matriz mxn**.  
Se dice que el **tamaño o dimensión es m por n**.

**a<sub>ij</sub>** ➔ elemento que aparece en el **renglón i-ésimo** y la **columna j-ésima**

Ejemplo de matriz de 2x3:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

**Matriz cuadrada:** matriz que tiene **m filas** y **m columnas**



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Matrices

- ✓ Diagonal principal

$$\begin{bmatrix} x & & \\ & x & \\ & & x_{\bullet} \end{bmatrix}$$

- ✓ Matriz identidad o forma canónica

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ✓ Matriz triangular superior

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- ✓ Matriz diagonal

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- ✓ Matriz nula

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- ✓ Matriz triangular inferior

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática

#### Matrices

##### ✓ Suma de matrices

Sean  $A=(a_{ij})$  y  $B=(b_{ij})$  dos matrices  $mxn$ .

La suma  $A+B$  de las dos matrices es la matriz  $mxn$ :

$$A+B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$$

La suma de dos matrices del mismo tamaño se obtiene sumando los componentes correspondientes de las matrices.

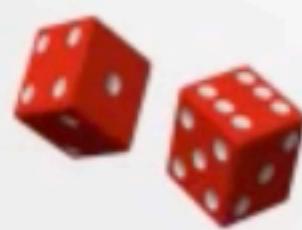


*En la suma de matrices se verifican las propiedades conmutativa y asociativa*

##### ✓ Multiplicación de una matriz por un escalar

Sea  $\alpha$  un escalar y  $A$  una matriz  $mxn$ , el producto  $\alpha A$  se obtiene a partir de  $A$  multiplicando cada una de las componentes de  $A$  por el escalar  $\alpha$ .

*En la multiplicación de una matriz por un escalar se verifican las propiedades distributiva del producto respecto de la suma y asociativa*



## UNIDAD I – CONCEPTOS BÁSICOS de MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

### Conocimientos básicos de matemática Matrices

#### ✓ Multiplicación de matrices

Sean A una matriz de orden  $m \times r$  y B una matriz de orden  $r \times n$ .

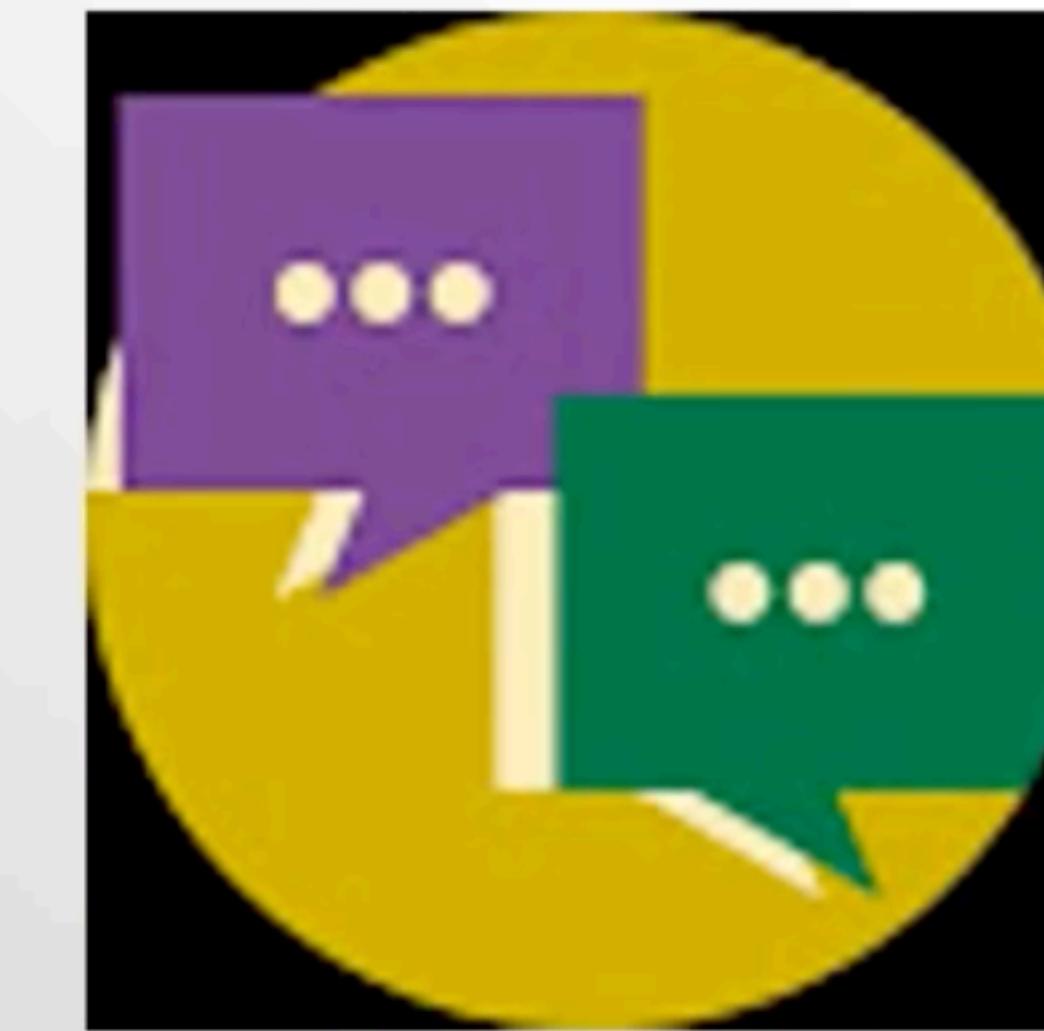
**El producto  $AB$  es la matriz  $m \times n$  cuya componente  $ij$ -ésima es el producto interno del renglón  $i$ -ésimo de A y la columna  $j$ -ésima de B.**

**Compatibilidad:** para que puedan multiplicarse el número de columnas en la primera matriz debe ser igual al número de renglones en la segunda matriz.

*En la multiplicación de matrices se verifican las propiedades distributiva con respecto a la suma y asociativa.  
NO ES CONMUTATIVA.*



**RECORDÁ:**  
PODES HACER  
CONSULTAS A TRAVÉS  
DEL AULA VIRTUAL



**Consultas**



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**ESCMB**

Escuela Superior de Comercio  
Manuel Belgrano

**¡MUCHAS GRACIAS  
POR LA ATENCIÓN!**

Los espero en nuestra próxima clase

