

Demostra per inducció la següent propietat dels arbres binaris no buits: el nombre de fulles (N_0) d'un arbre binari no buit és exactament igual al nombre de nodes de grau 2 (N_2) més 1.

Hipòtesi d'inducció: $N_0 = N_2 + 1$

Cas trivial: $n = 1$

Si té un sol node (arrel), llavors té 0 nodes de grau 2 $N_2 = 0$ y un node de grau 0 $N_0 = 1$, per tant:

$$1 = 0 + 1 \implies 1 = 1 \quad \checkmark$$

Cas inductiu: En un arbre binari, només podem afegir un node de dues formes: a un node de grau 0 (sense fills) o a un node de grau 1 (amb un fill).

- **Afegir un node a un de grau 0:**

En fer això creem un nou node de grau 0 (incrementem N_0) però a la vegada el seu node pare deixa de ser un node de grau 0 (disminuïm N_0).

$$N_0 + 1 - 1 = N_2 + 1$$

$$N_0 = N_2 + 1 \quad \checkmark$$

- **Afegir un node a un de grau 1:**

En fer això creem un nou node de grau 0 (incrementem N_0) però transformem el node de grau 1 en un de grau 2 (incrementem N_2).

$$N_0 + 1 = N_2 + 1 + 1$$

$$N_0 + 1 = N_2 + 1 + 1$$

$$N_0 = N_2 + 1 \quad \checkmark$$