

## Амсилаи SEIFRD

Дар асоси модели дар боло оварда шуда мо модели математикии паҳншавии эпидемияи Эболаро сохта метавонем, ва омилҳои таъсиррасони ба ин моделро дида ва баҳодиҳи карда метавонем. Барои ин, дар аввал дар бораи эпидемиологияи беморию муфасссалтар дида мебароем.

Аниқ гуфтан душвор аст, ки шахсоне беморию аз сар гузарониданд оё имунитети ба ин бемории сироятӣ, якумра пайдо карданд ё дар натиҷаи хуручи дигари беморию бо метавонанд ин шахсон ба беморию дучор шаванд.

Дар одамоне, ки аз ин бемории сирояти наҷот ёфтаанд баъд 10 солаҳо низ антителаҳо мушоҳида карданд мумкин аст. Ҳамин тавр мо ҳангоми сохтани амсилаи математики тахмин мезанем, ки шахсоне аз ин бемории сироятӣ наҷот ёфта дубора ба ин беморию бистарӣ намешаванд.

Ҳангоми хуручи Эбола дар соли 2010 як гурӯҳ олимони хуни одамони деҳаҳои тасодуфӣ интихобшудаи Габонро санҷиданд ва муайян кард, ки антителаҳои эбола дар зиёда аз 15% аҳолии ин деҳаҳо мавҷуданд, ва ин нишондод дар минтақаҳои ҷангалзор тақрибан 20% аҳолии он ҷо антителаҳо дар худ доштанд. Иштирокчиёни санҷиш бо сироятёфтагон робитае надоштанд, аз ин сабаб олимони пешниҳод карданд, ки ин бемории сирояти бо тавассути истеъмоли меваҳои ё обҳои аз минтақаҳои сироятшудагон гузашта ба миқдори кам ба ин ҷойҳо омаданд ва одамони ин деҳаҳо антитела ба ин вирусҳо пайдо намуданд. Аз ин ру дар вақти сохтани амсилаи математикӣ мо ба назар мегирем ки як қисми аҳоли аз ин бемории сироятӣ имунитети табиӣ доранд.

Аҳолиро ба ҳафт гуруҳ тақсим мекунем: шахсони солим  $S$ , одамони давраи инкубатсионӣ  $E$ , сироятшуда  $I$ , дар беморхона бистарӣ шудагон  $H$ , фавт шуда аммо дафннашудагон  $F$ , фавт шуда дафн шудагон  $D$ , шахсони ба ин бемориҳои сироятӣ имунитетдор  $R$ .

Мо гуруҳҳои  $S(t)$ ,  $E(t)$ ,  $I(t)$ ,  $H(t)$ ,  $F(t)$  ба монанди модели дар боло овардашуда муайян мекунем, ва гуруҳҳои  $D(t)$ ,  $R(t)$  чунин муайян мекунем:

$D(t)$  барои ифодаи шумораи Ҷавтидагон ва дафн шудагон дар вақти  $t$  истифода мебарем

$R(t)$  барои нишон додани шумораи шахсоне, ки дар вақти  $t$  ба ин беморӣ гирифташуда ва имунитет пайдо карданд, инчунин шахсони дорои имунитети табиӣро низ дар ин гуруҳ илова мекунем.

Муносибати байни ин гуруҳҳо чунин ифода кардан мумкин аст: шахси солим ( $S$ ) метавонад баъд аз робита бо шахси сироятёфта ба гуруҳи давраи инкубатсионӣ ( $E$ ) гузарад. Барои онҳо 3 намуд роҳ ҳаст:

1) гузаштан ба гуруҳи Ҷавтида дафн нашудагон ( $F$ ) баъд ба гуруҳи Ҷавтида дафн шудагон ( $D$ ) гузарад.

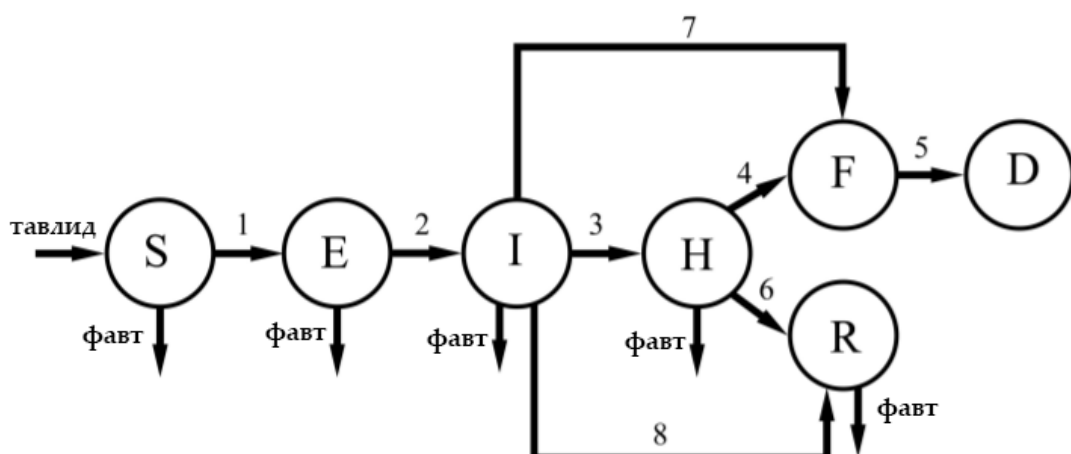
2) гузаштан ба гуруҳи дар беморхона бистаришудагон ва ҳангоми шифо ёфтани, ба гуруҳи имунитетдор ( $R$ ) гузаранд ё дар ҳолати Ҷавт ба гуруҳи Ҷавтида дафн нашудагон ( $F$ ) баъд ба гуруҳи Ҷавтида дафн шудагон ( $D$ ) гузарад.

3) гузаштан ба гуруҳи имунитетдор ( $R$ )

Амсиларо бо назардошти тавлид ва Ҷавт тартиб медиҳем.  $1/\mu$  – ро давомнокии миёнаи зиндагӣ мегирем. Коэффитсиентҳои  $\mu_1 = k\mu$ ,  $\mu_2 = (1 - k)\mu$ , ки  $k$  ҳиссаи шахсони дорои имунитети табиӣ мебошад.

Дар ин ҳолат гуруҳҳои шахсони солим ( $S$ ) ва имунитетдор ( $R$ ) аз ҳисоби тавлид зиёд мешаванд (қайд кардан лозим аст ки гуруҳҳои Ҷавтида дафн нашудагон ( $F$ ) Ҷавтида дафншудагон ( $D$ ) ба ин таъсир карда наметавонанд). Ҷавт гуруҳҳои шахсони солим ( $S$ ), давраи инкубатсионӣ ( $E$ ), сироятёфтагон ( $I$ ), дар беморхона бистаришудагон ( $H$ ), ва имунитетдор ( $R$ ) таъсир карда метавонад. Дар лаҳзаи аввали вақти  $t = 0$  як қисми аҳоли ба  $kN$  баробар дар гуруҳи имунитетдор ( $R$ ) хоҳанд буд, яъне онҳо дар вақти хуруҷ, шахсони

иммунитети табиӣ доранд ва наметавонанд дар вақти робита бо сироятёфтагон ба ин бемори сироят ёбанд.



Расми 2. Сохтори умумии амсилаи SEIHFDRD бо назардошти тавлид ва фавт.

№	Гузариш	Суръати гузариш
1	$(S, E) \rightarrow (S - 1, E + 1)$	$(\beta_I SI + \beta_H SH + \beta_F SF)/N$
2	$(E, I) \rightarrow (E - 1, I + 1)$	$\alpha E$
3	$(I, H) \rightarrow (I - 1, H + 1)$	$\gamma_H \theta_1 I$
4	$(H, F) \rightarrow (H - 1, F + 1)$	$\gamma_{DH} \delta_2 H$
5	$(F, D) \rightarrow (F - 1, D + 1)$	$\gamma_F F$
6	$(H, R) \rightarrow (H - 1, R + 1)$	$\gamma_{IH} (1 - \delta_2) H$
7	$(I, F) \rightarrow (I - 1, F + 1)$	$\gamma_D (1 - \theta_1) \delta_1 I$
8	$(H, R) \rightarrow (H - 1, R + 1)$	$\gamma_I (1 - \theta_1) (1 - \delta_1) I$

Ҷадвали 2. Гузаришҳо дар амсилаи SEIHFDRD.

Сохтани гузаришҳо да амсила:

1.  $(\beta_I S(t) I(t)) / N$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти сироятёбии шахсони солим пас аз робита бо шахсони сироятёфта дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.  $(\beta_H S(t) H(t)) / N$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти сироятёбии шахсони солим пас аз робита бо

шахсони дар беморхона бистарӣ шуда, дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.  $(\beta_F S(t) F(t)) / N$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти сироятёбии шахсони солим дар вақти маросимҳои дафн, дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

2.  $\alpha E(t)$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти ба охиращаии давраи инкубатсионӣ ва гузариши шахс ба ғуруҳи сироятёфта, дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

3.  $\gamma_H \theta_1 I(t)$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти ба беморхона бистарӣ шудани шахсони сироятёфта дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

4.  $\gamma_{DH} \delta_2 H(t)$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти ғавтидани шахсони сироятёфта дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

5.  $\gamma_F F(t)$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти дафн кардани ғавтидагон дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

6.  $\gamma_{IH}(1 - \delta_2)H(t)$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти шифоёбии шахсони дар беморхона бистарӣ шударо дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

7.  $\gamma_D(1 - \theta_1)\delta_1 I(t)$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти ғавтидани шахсони сироятёфтара дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

8.  $\gamma_I(1 - \theta_1)(1 - \delta_1)I(t)$  раванди тағирёбии шумораи умумии аҳолиро бо назардошти шифоёбии шахсони сироятёфтара дар вақти  $t$  тавсиф мекунад.

Тавлид дар ғуруҳҳои  $S$  ва  $R$  чунин ифода кардан мумкин аст:  $\mu_2(N - F(t) - D(t))$  ва  $\mu_1(N - F(t) - D(t))$

Инчунин ғавт дар ғуруҳҳои  $E, I, H, R$   $\mu E(t), \mu I(t), \mu H(t), \mu R(t)$  баробар аст.

Як хосияти муҳими SIR амсилаҳо дар он аст ки дар онҳо аҳоли аниқ мауҷиян аст. Ҳангоми сохтани муодилаҳои дифференсиалӣ мо ин хосияти SIR амсилаҳоро ба назар мегирем. Ин амсиларо мо метавонем бо муодилаҳои дифференсиалии зерин ифода кунем:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{1}{N} (\beta_I S(t)I(t) + \beta_H S(t)H(t) + \beta_F S(t)F(t)) + \mu_2(N - F(t) - D(t)) - \mu S(t)$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{N} (\beta_I S(t)I(t) + \beta_H S(t)H(t) + \beta_F S(t)F(t)) - \alpha E(t) - \mu E(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \alpha E(t) - (\gamma_H \theta_1 + \gamma_I(1 - \theta_1)(1 - \delta_1) + \gamma_D(1 - \theta_1)\delta_1)I(t) - \mu I(t)$$

$$\frac{dH(t)}{dt} = \gamma_H \theta_1 I(t) - (\gamma_{DH} \delta_2 + \gamma_{IH}(1 - \delta_2))H(t) - \mu H(t)$$

$$\frac{dF(t)}{dt} = \gamma_D(1 - \theta_1)\delta_1 I(t) + \gamma_{DH} \delta_2 H(t) - \gamma_F F(t)$$

$$\frac{dD(t)}{dt} = \gamma_F F(t)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma_I(1 - \theta_1)(1 - \delta_1)I(t) + \gamma_{IH}(1 - \delta_2)H(t) + \mu_1(N(t) - F(t) - D(t)) - \mu R(t)$$

Дар ин ҷо

$\beta_I$  - коэффисенти робитаи одамон дар ҷомеа

$\beta_H$  - коэффисенти робитаи одамон дар беморхонаҳо

$\beta_F$  - коэффисенти робитаи одамон дар маросимҳои дафн

$1/\alpha$  - давомнокии миёнаи инкубатсионӣ

$1/\gamma_H$  - давомнокии миёнаи давраи аз пайдоиши нишонаҳои аввал то бистарӣ шудан

$1/\gamma_{DH}$  - давомнокии миёнаи давраи аз бистарӣ шудан то фавт

$1/\gamma_I$  - давомнокии миёнаи давраи инкубатсионии барои шахсони солимшуда

$1/\gamma_D$  - давомнокии миёнаи давраи инкубатсионии барои шахсони фавтидагон

$1/\gamma_{IH}$  - давомнокии миёнаи давраи аз бистарӣ шудан то саломатшавӣ

$1/\gamma_F$  - давомнокии миёнаи давраи аз фавт то дафн

$\theta$  - ҳиссаи бистарӣ шудан ба беморхонаҳо

$\delta$  – коэффисенти ғавт

Коэффисентҳои  $\theta_1, \delta_1, \delta_2$  бо чунин формула ёфт мешаванд:

$$\theta_1 = \frac{\theta(\gamma_I (1 - \delta_1) + \gamma_D \delta_1)}{\theta(\gamma_I (1 - \delta_1) + \gamma_D \delta_1) + (1 - \theta)\gamma_H}$$

$$\delta_1 = \frac{\delta\gamma_I}{\delta\gamma_I + (1 - \delta)\gamma_D}, \delta_2 = \frac{\delta\gamma_{IH}}{\delta\gamma_{IH} + (1 - \delta)\gamma_{DH}}$$

Шартҳои аввала дар аввали вақти  $t=0$ :

$$S(0) = S_0 > 0, E(0) = E_0 > 0, I(0) = I_0 > 0, H(0) = H_0 > 0,$$

$$F(0) = F_0 > 0, R(0) = kN + R_0 > 0, D(0) = D_0 > 0$$

Санҷиш мегузаронем, ки шумораи аҳоли тағйир наёфтааст.  $S(t) + E(t) +$

$$I(t) + H(t) + F(t) + D(t) + R(t) = N = const \text{ яъне}$$

$$\frac{dS(t)}{dt} + \frac{dE(t)}{dt} + \frac{dI(t)}{dt} + \frac{dH(t)}{dt} + \frac{dF(t)}{dt} + \frac{dD(t)}{dt} + \frac{dR(t)}{dt} = 0 \text{ мебошад.}$$

Ҷадвали параметрҳо барои моделҳо:

Номи параметр	Минтақаи А	Минтақаи Б
коэффисенти робитаи одамон дар ҷомеа	0.128	0.160
коэффисенти робитаи одамон дар беморхонаҳо	0.080	0.062
коэффисенти робитаи одамон дар маросимҳои дағн	0.111	0.489
давомнокии миёнаи инкубатсионӣ	10 рӯз	12 рӯз
давомнокии миёнаи давраи аз пайдоиши нишонаҳои аввал то бистарӣ шудан	4.12 рӯз	3.24 рӯз
давомнокии миёнаи давраи аз бистарӣ шудан то ғавт	6.26 рӯз	10.07 рӯз

давомнокии маросимҳои дафн	4.5 руз	2.01 руз
давомнокии миёнаи давраи инкубатсионии барои шахсони солимишуда	20 руз	15 руз
давомнокии миёнаи давраи инкубатсионии барои шахсони фавтидагон	10.38 руз	13.31 руз
давомнокии миёнаи давраи аз бистарӣ шудан то саломатшавӣ	15.88 руз	15.88 руз
коэффисенти фавт	87%	57%
$\delta_1$	0.777	0.54
$\delta_2$	0.725	0.457
ҳиссаи бистарӣ шудан ба беморхонаҳо	41.2%	51.6%
$\theta_1$	0.197	0.197
давомнокии миёнаи ҳаёт	45.6 сол	60 сол
Аҳоли	6.38 млн	4.45 млн