Amirkabir University of Technology
(Tehran Polytechnic)

Department of
Computer Engineering

Course : Statistical Pattern Recognition

Homework 1

Najmeh Mohammadbagheri

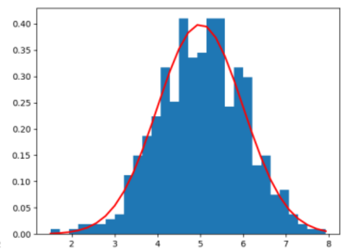
99131009

گزارش تمرین عملی با پایتون

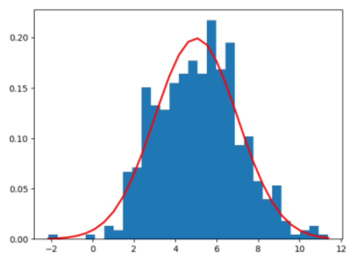
سوال ۵

قسمت اول :

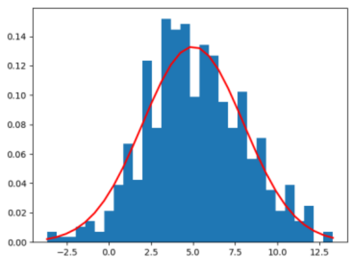
میانگین: ۵ انحراف معیار: ۱



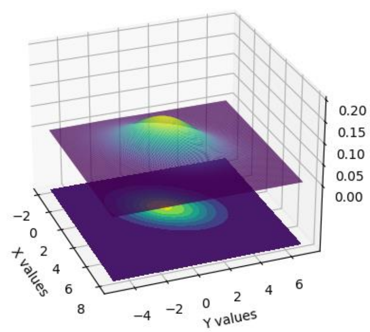
میانگین: ۵ انحراف معیار: ۲

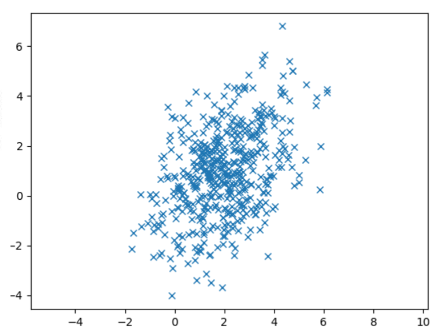


میانگین:۵ انحراف معیار: ۳



قسمت دوم:

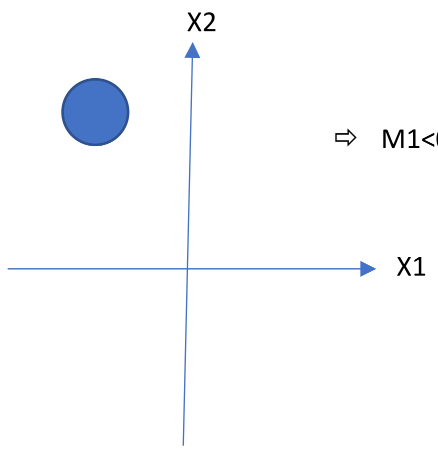




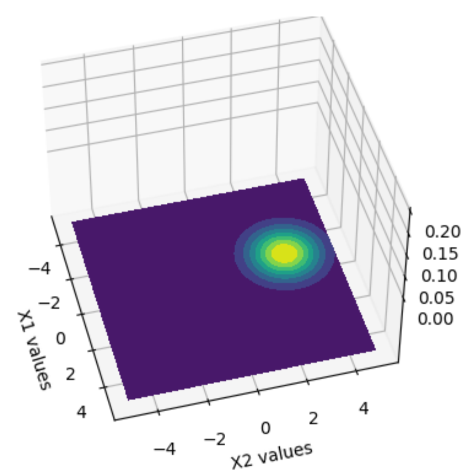
قسمت سوم:

C1.

mu = [-1,3]   Sigma = $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$



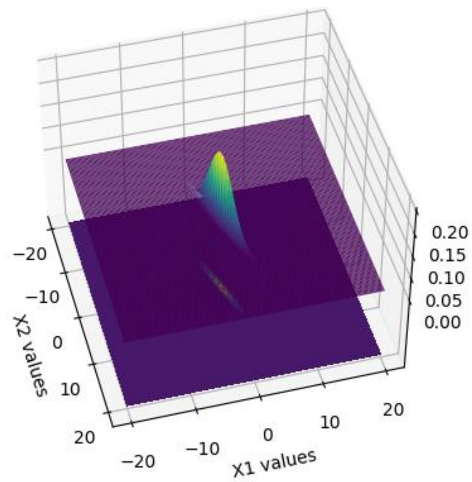
⇨ M1<0 , M2 >0



در این حالت وابستگی داده‌ها در دو بعد صفر است پس درایه‌های غیرقطری صفر هستند و چون دایره است شکل کانتور پس باید انحراف معیار داده‌ها در هر دو بعد یکسان باشد.

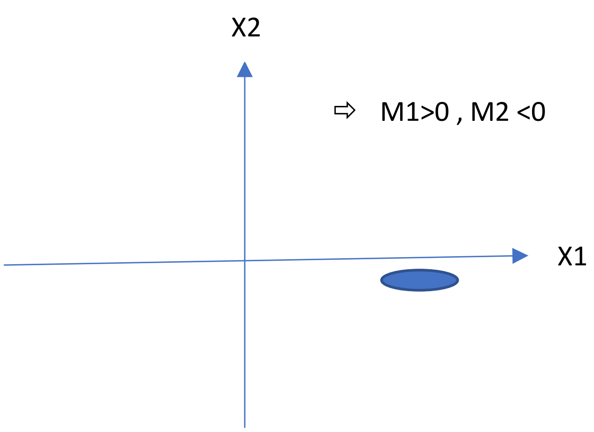
C2.

mu = [0,0]   Sigma = $\begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

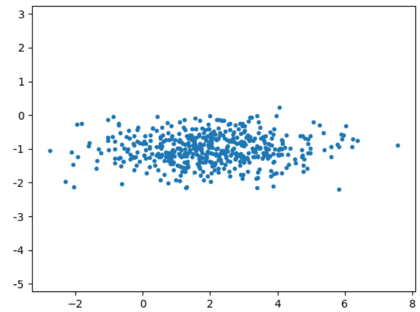


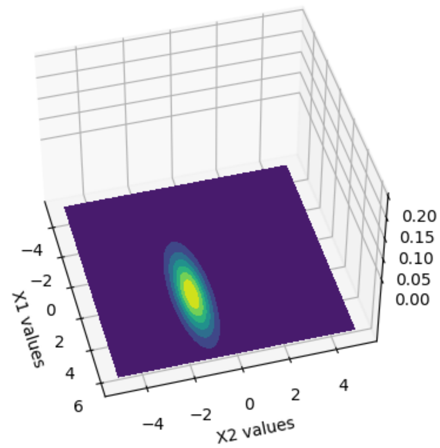
در این حالت وابستگی داده‌ها زیاد است پس درایه‌های غیرقطری غیر صفر هستند و برای مشخص بودن خط انحراف معیار در یک بعد به میزان قابل توجهی بیشتر از بعد دیگر درنظر گرفته شده است.

C3.



mu = [2,-1]   Sigma = $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$





در این حالت چون راستای بیضی افقی است پس وابستگی بین داده‌ها صفر است بنابراین باید درایه‌های غیر قطر اصلی صفر باشد و انحراف معیارها متفاوت و در راستای x2 کمتر باشد تا بیضی در راستای افقی باشد.

قسمت چهارم: در فایل تمرین تشریحی نوشته شده است.

قسمت پنجم:

قسمت ششم:

خروجی مربوط به میانگین نمونه در تصویر زیر قابل مشاهده است:

```
1.9821301739209802 1.0820524427504001
```

همانطور که مشاهده میکنیم مولفه‌ی اول به عدد ۲ نزدیک است و مولفه‌ی دوم به ۱. یعنی همان میانگین اولیه که به عنوان ورودی به تابع داده بودیم.

خروجی مربوط به ماتریس کواریانس نمونه در تصویر امده است:

```
[[1.9552507458560846, 0.9629470419239281], [0.9629470419239281, 3.07189959999337]]
```

$$\begin{bmatrix} 1.9552507458560846 & 0.9629470419239281 \\ 0.9629470419239281 & 3.07189959999337 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

قسمت هفتم:

```
sigma =
[[2, 1], [1, 3]]
D =
[[(1.381966011250105+0j), 0], [0, (3.618033988749895+0j)]]
P =
[array([-0.85065081, -0.52573111]), array([ 0.52573111, -0.85065081])]
PDP_inv =
[[2.+0.j 1.+0.j]
 [1.+0.j 3.+0.j]]
```

خروجی این قسمت در قسمت بعد استفاده می‌شود.

قسمت هشتم:

در قسمت قبل D , P را یافتیم :

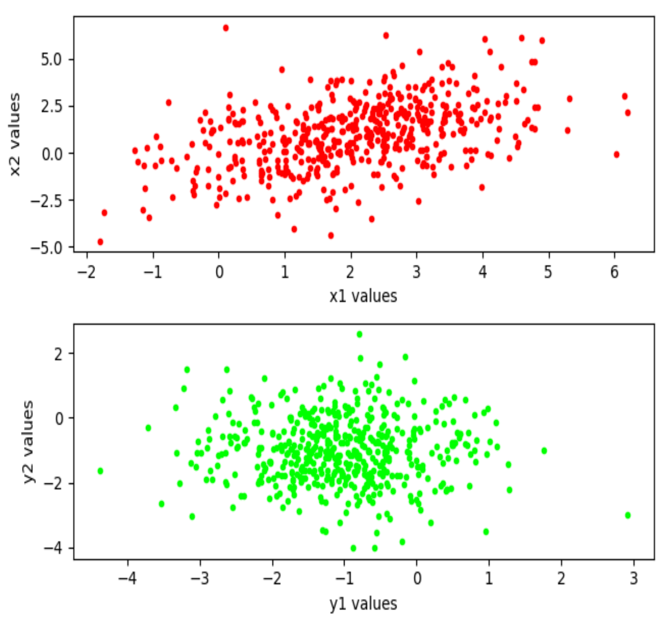
$$Cov = PDP^{-1}$$

خواسته‌ی سوال با یک تبدیل whitening قابل دستیابی است. بدین منظور از ماتریس تبدیل Ww استفاده شد.

$$Y = WwX$$

$$Ww = D^{-1/2}P^{T}$$

در تصویر زیر نمودار قرمز بیانگر داده‌های اصلی است و نمودار سبز داده‌های جدید هستند که کواریانس آنها صفر است. یعنی داده ها بهم وابسته نیستند.



همچنین کواریانس داده‌های جدید به صورت $\begin{bmatrix} 1.0116021399399757 & 0.062578709735090987 \\ 0.06257870973509098 & 1.0117868039357383 \end{bmatrix}$ است که تقریبا برابر با ماتریس همانی است.

قسمت نهم:

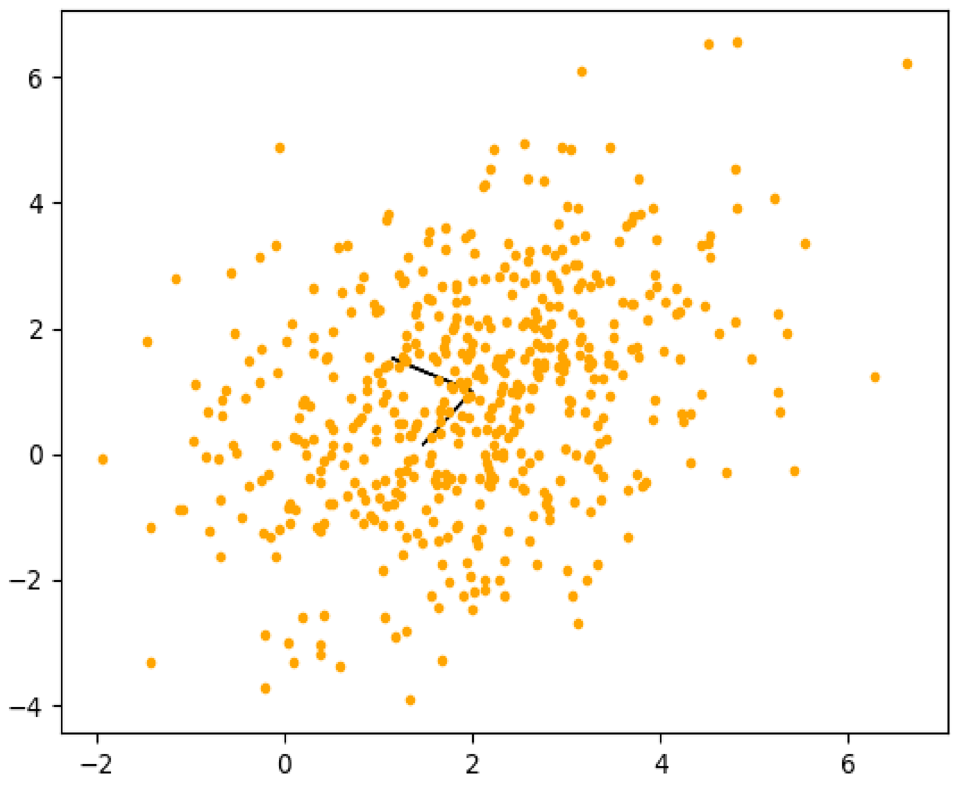
بردارهای ویژه متناظر با ماتریس کواریانس مربوط به توزیع قسمت دوم به صورت زیر هستند:

$$lambda_1: 1.40047447 => eigenVector: \begin{bmatrix} -0.85065081 \\ -0.52573111 \end{bmatrix}$$

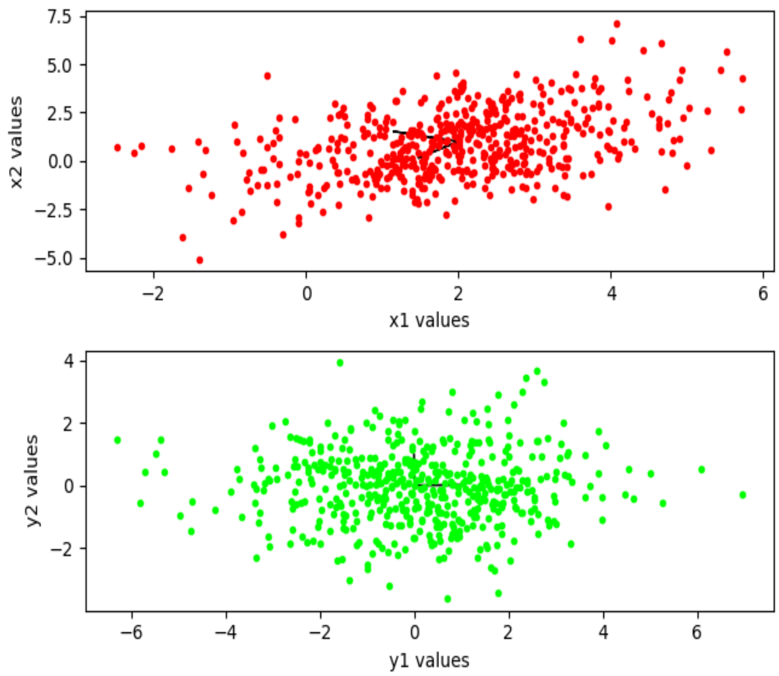
و

$$lambda_2: 3.62667587 => eigenVecotr: \begin{bmatrix} 0.52573111 \\ -0.85065081 \end{bmatrix}$$

برای این قسمت از تابع egi() موجود در کتابخانه‌ی scipy.linalg استفاده شده است. در شکل زیر بردارهای ویژه رسم شده اند. همانطور که مشاهده میکنیم بردار ویژه‌ی بزرگتر در راستای پراکندگی بیشتر داده‌هاست.



قسمت دهم:



همانطور که میبینیم با این انتقال همبستگی داده‌ها از بین می‌رود. در واقع با توجه به این قسمت و قسمت h میتوان نتیجه گرفت هر زمان با بردارهای ویژه‌ی ماتریس کواریانس، داده ها را انتقال دهیم، داده‌های جدید همبستگی ندارند.

ماتریس کواریانس داده های جدید به صورت زیر است:

$$\mathrm{Cov(Y)} = \begin{bmatrix} 3.7 & 0.03 \\ 0.03 & 1.4 \end{bmatrix}$$

قسمت یازدهم:

قسمت اول سوال که ماتریس کواریانس داده‌های ترسیم شده در قسمت h را می‌خواهد در قسمت هشت نشان داده شده است. در این قسمت هم همان را میبینیم.

$$\begin{bmatrix} 1.0116021399399757 & 0.06257870973509098 \\ 0.06257870973509098 & 1.0117868039357383 \end{bmatrix}$$

مقادیر ویژه : $\mathrm{lambda1} = 0.91287467+0 \quad \mathrm{lambda2} = 1.06545371$

بردار های ویژه : $\mathrm{eigvector1} = \begin{bmatrix} -0.91546215 \\ 0.40240409 \end{bmatrix}$, $\mathrm{eigvector2} = \begin{bmatrix} -0.40240409 \\ -0.91546215 \end{bmatrix}$