## $2^{\rm a}$ Prova - Matemática Combinatória - 12/7/2013

- 1. (1.5) Ache uma relação de recorrência, e condições iniciais, para  $a_n$ , onde  $a_n$  representa o número de sequências ternárias (sequências que contêm 0,1,2) de n dígitos que têm um número ímpar de 1's. Explique sua solução.
- 2. (1.5) Resolva a seguinte relação de recorrência:  $a_n + 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 4$ .

$$a_0 = \frac{1}{4}$$

$$a_1 = -\frac{3}{4}$$
.

- 3. (2.0) Seja G um grafo que tem exatamente três componentes conexos  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$ . Sabendo que  $G_1$  é um grafo planar com 15 vértices e 7 faces,  $G_2$  é uma árvore com 11 vértices, e  $G_3$  tem sequência de graus de vértices (2, 2, 2, 2, 3, 4, 5), calcule o número de arestas de G. Justifique.
- 4. (1.0) Seja G um grafo conexo. Mostre que se toda aresta de G é ponte então G é uma árvore.
- 5. (4.0) Responda as seguintes perguntas considerando os grafos  $G_1$  e  $G_2$  dados abaixo: Respostas sem justificativas não serão consideradas.
  - (a) Os grafos  $G_1$  e  $G_2$  são isomorfos?
  - (b) O grafo  $G_1$  é bipartido? Caso seja, determine sua bipartição.
  - (c) Dê um conjunto independente maximal de  $G_1$  que não seja máximo.
  - (d)  $G_1$  é hamiltoniano?  $G_2$  é euleriano?
  - (e) Qual a conectividade de vértices de  $G_1$ ? Qual a conectividade de arestas de  $G_1$ ?



