

2ª Prova - Matemática Combinatória - 19/10/2021

1. (1.5) Resolva a seguinte relação de recorrência:
 $a_n - 2a_{n-1} = n^2$
 $a_1 = 1$.
2. (1.4) Ache uma relação de recorrência e condições iniciais, para a_n , onde a_n representa o número de sequências ternárias de n dígitos que têm um número ímpar de 2's. Explique sua solução.
3. (1.5) Seja G uma representação plana de um grafo planar conexo, com 53 faces, tal que cada face tem grau mínimo 5. Mostre que $|V(G)| \geq 82$.
4. (2.4) Verifique se cada uma das afirmações abaixo é falsa ou verdadeira. Se for verdadeira, prove. Se for falsa, dê um contra-exemplo (o contra-exemplo deve ser justificado).
 - (a) Se F é uma floresta com n vértices e com k componentes conexos então F possui $n - k$ arestas.
 - (b) Se G é um grafo euleriano então G não possui articulações
 - (c) Em qualquer digrafo $D = (V, E)$ temos:
 $\sum_{v \in V} d^-(v) = \sum_{v \in V} d^+(v) = m$, onde $d^-(v)$ representa o grau de entrada de v e $d^+(v)$ representa o grau de saída de v e $|E| = m$
5. (3.2) Considere o grafo $G = (V, E)$, dado por:
 $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$,
 $E(G) = \{(a, b), (a, c), (b, d), (b, c), (c, d), (d, e), (d, g), (d, f), (e, f), (e, g), (f, g), (f, a)\}$.
 - (a) Determine a clique máxima de G e dê uma clique maximal de G que não seja máxima. Justifique.
 - (b) Qual a conectividade de vértices de G . Qual a conectividade de arestas de G ? Justifique.
 - (c) G é bipartido? Justifique.
 - (d) G é hamiltoniano? Justifique.