

Instituto de Computação - Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Matemática Discreta (2023/1), Prova 2  
14 de julho de 2023

Não é permitido o uso de nenhum aparelho eletrônico ou material de consulta durante a prova.

Definições: Consideramos apenas grafos simples  $G$ . Denote por  $n$  e  $m$  os números de vértices e arestas do grafo  $G$ , respectivamente. Um vértice  $v \in V(G)$  é uma *articulação de  $G$*  se  $G - v$  é desconexo. Um aresta  $uv \in E(G)$  é uma *ponte de  $G$*  se  $G - uv$  é desconexo.

Questão 1: Resolva a relação de recorrência  $a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2}$  para  $n \geq 3$ , com  $a_1 = 2$  e  $a_2 = 5$ .

Para cada questão abaixo, responda verdadeiro ou falso. Justifique cada resposta através de prova ou de contra-exemplo.

Questão 2: Para todo  $n \geq 20$ , existe grafo euleriano tal que a sequência de graus possui exatamente três números diferentes.

Questão 3: Se  $G$  é conexo e  $m = n \geq 20$ , então o centro de  $G$  tem pelo menos 3 vértices.

Questão 4: Existe um único grafo planar 4-regular.

Questão 5: Seja  $G$  um grafo conexo sem articulações com  $n \geq 10$ . Se  $P$  é um caminho entre  $u$  e  $v$  em  $G$ , então existe outro caminho entre  $u$  e  $v$  em  $G$  que não possui nenhuma aresta de  $P$ .

Questão 6: Considere os grafos  $G = (V, E)$  e  $G' = (V, E')$  tais que  $n \geq 20$ ,  $E \cap E' = \emptyset$ ,  $G$  é euleriano e  $G'$  não tem articulação. Para  $E'' = E \cup E'$ , temos que  $G'' = (V, E'')$  é hamiltoniano.