

2ª Prova - Matemática Combinatória - 10/06/2021

1. (1.5) Resolva a seguinte relação de recorrência:
$$a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2} - 8n = 0$$
$$a_0 = 3, a_1 = 1$$
2. (1.4) Ache uma relação de recorrência e condições iniciais, para a_n , o número de maneiras de estacionar carros, micro-ônibus e caminhões em uma garagem com n vagas dispostas em uma única fila. Considere que um carro ocupa uma vaga, um micro-ônibus ocupa duas vagas, e um caminhão ocupa duas vagas (Por exemplo: numa garagem com 3 vagas temos 5 maneiras: carro, carro, carro; ou carro, micro-ônibus; ou micro-ônibus, carro, ou carro, caminhão; ou caminhão, carro, logo $a_3 = 5$.) Justifique.
3. (1.5) Seja G um grafo planar conexo com n vértices, $n \geq 6$ e m arestas, cujo menor ciclo tem comprimento 6. Mostre que $m \leq \frac{3}{2}(n - 2)$.
4. (2.4) Verifique se cada uma das afirmações abaixo é falsa ou verdadeira. Se for verdadeira, prove. Se for falsa, dê um contra-exemplo (o contra-exemplo deve ser justificado).
 - (a) Se T é uma árvore com pelo menos três vértices e com exatamente duas folhas então T é um grafo semi-euleriano.
 - (b) Todo grafo conexo com n vértices e n arestas tem um ciclo.
 - (c) Se D é um digrafo unilateralmente conexo, com pelo menos cinco vértices, então G não possui sumidouro.
5. (3.2) Considere o grafo $G = (V, E)$, dado por:
$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\},$$
$$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d), (d, e), (d, f), (e, f), (e, g), (f, g)\}.$$
 - (a) Qual a conectividade de vértices e qual a conectividade de arestas de G ? Justifique.
 - (b) G é euleriano? Justifique.
 - (c) G é hamiltoniano? Justifique.
 - (d) Quais as cliques maximais de G ? Justifique.