

# ベクトルの基礎

「ゲームつくるー」より

[http://marupeke296.com/COL\\_Basic\\_No1\\_InnerAndOuterProduct.html](http://marupeke296.com/COL_Basic_No1_InnerAndOuterProduct.html)

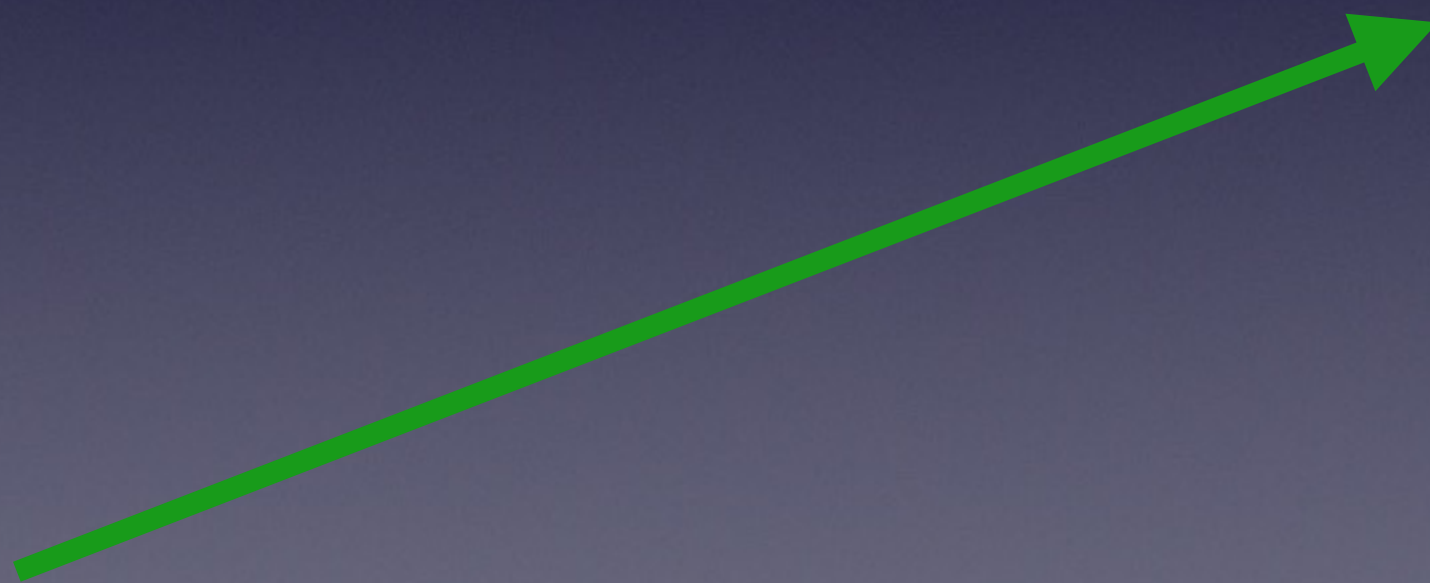
# 目次

1. ベクトル

2. ベクトルの内積

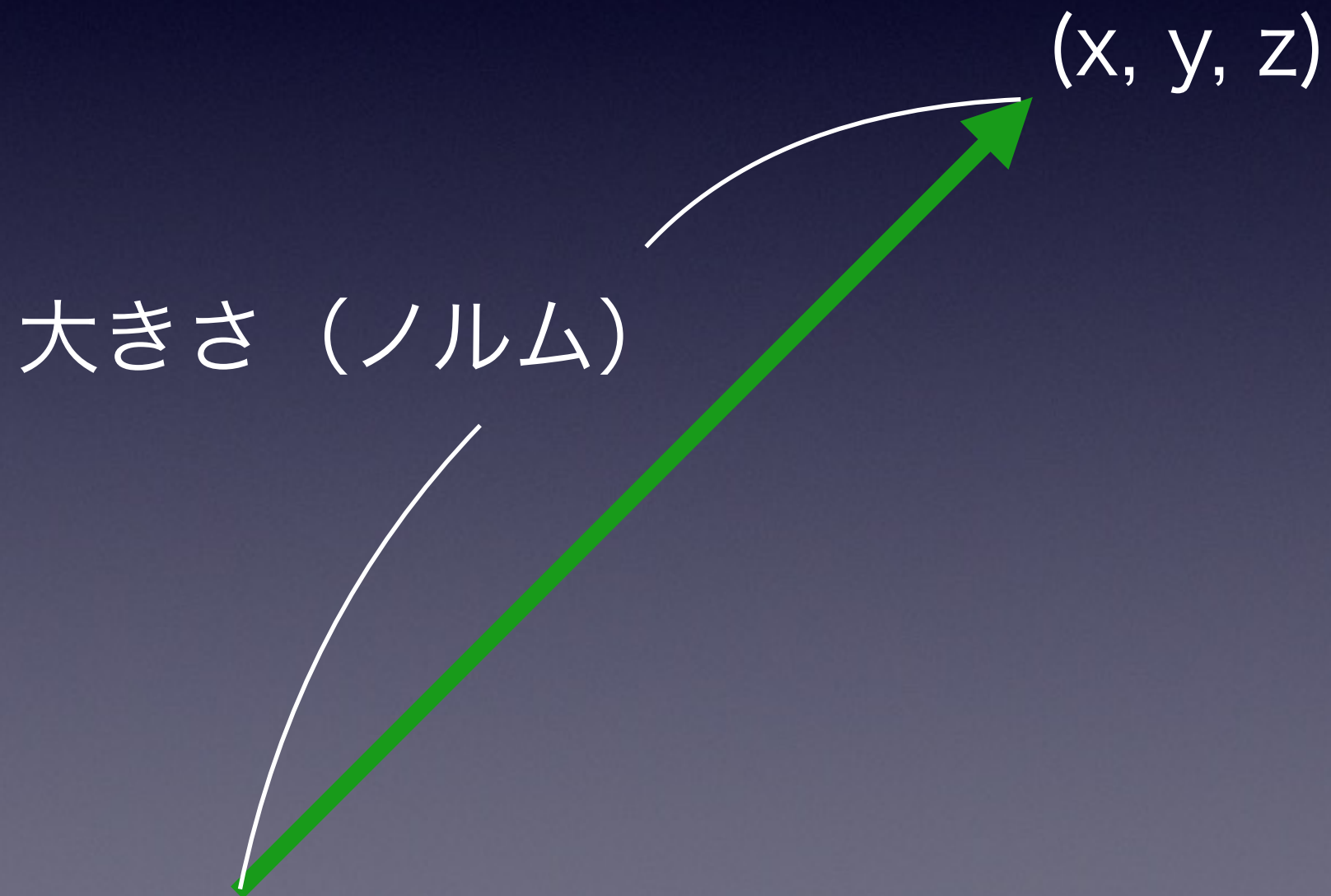
3. ベクトルの外積

# 1. ベクトル



# ベクトル

ベクトルとは「方向と大きさを表す方法」



# ベクトルの大きさ

ベクトルAの大きさ： $|A|$ と表記する

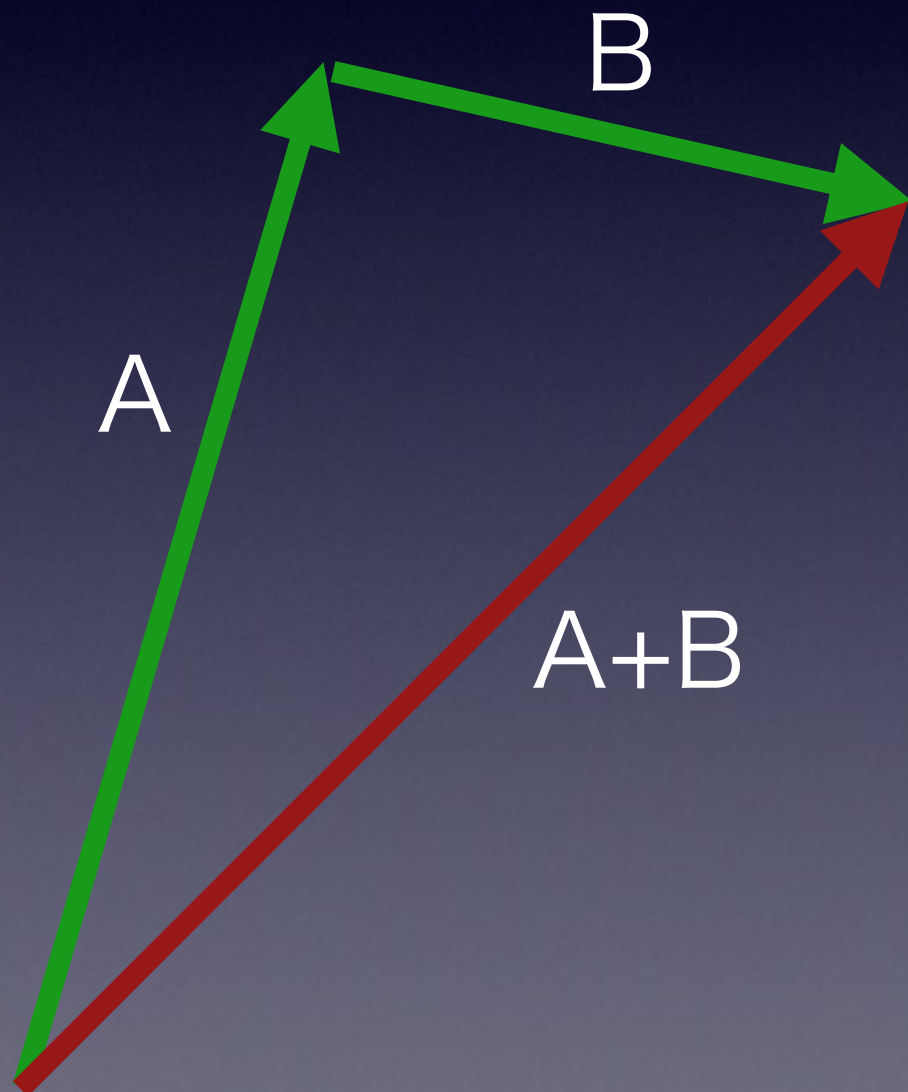
大きさのことを、「ノルム」というとかっこいい  
…というか、ライブラリーの関数名などで  
時々出てくるので、覚えておきましょう。



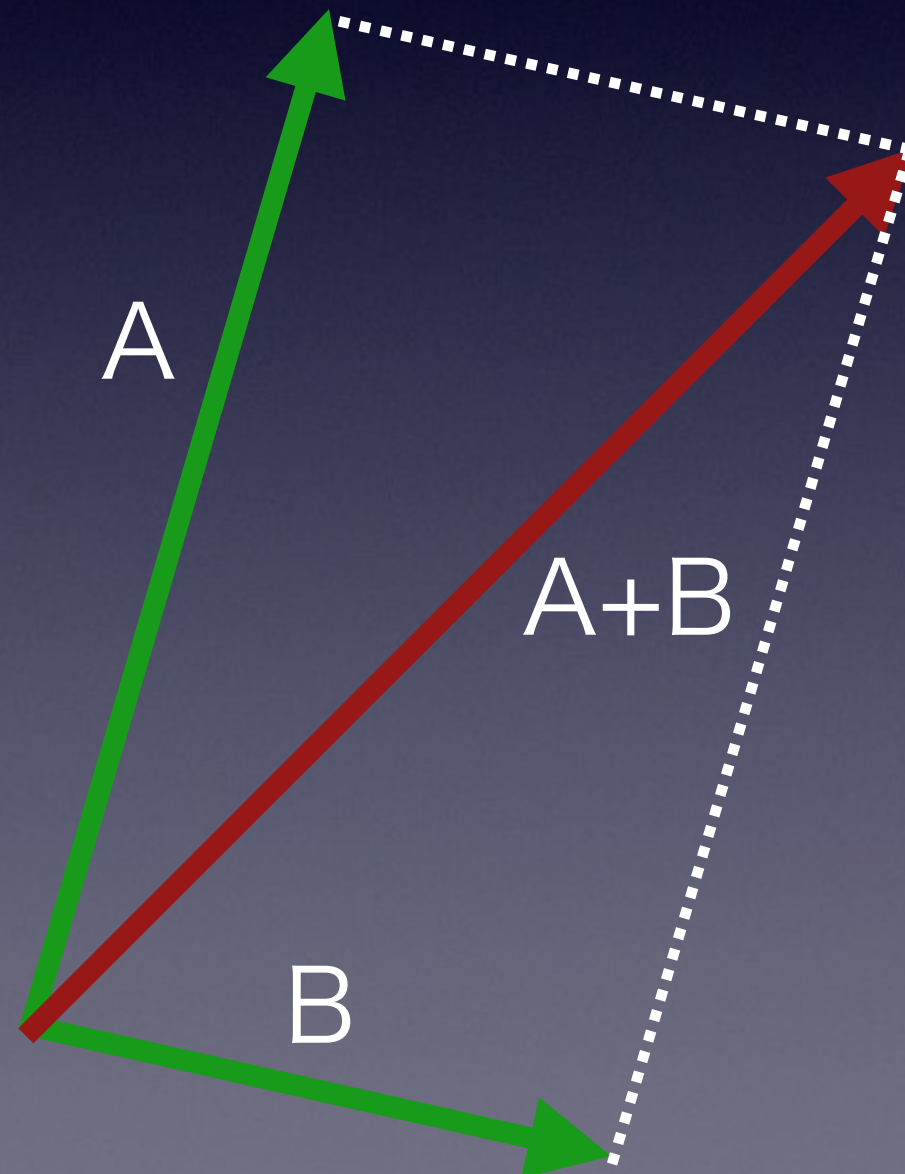
# ベクトルの足し算

幾何学的な考え方

その1



その2



# ベクトルの足し算

代数的な考え方

各成分を足し算する

$$A = (1, 2, 3)$$

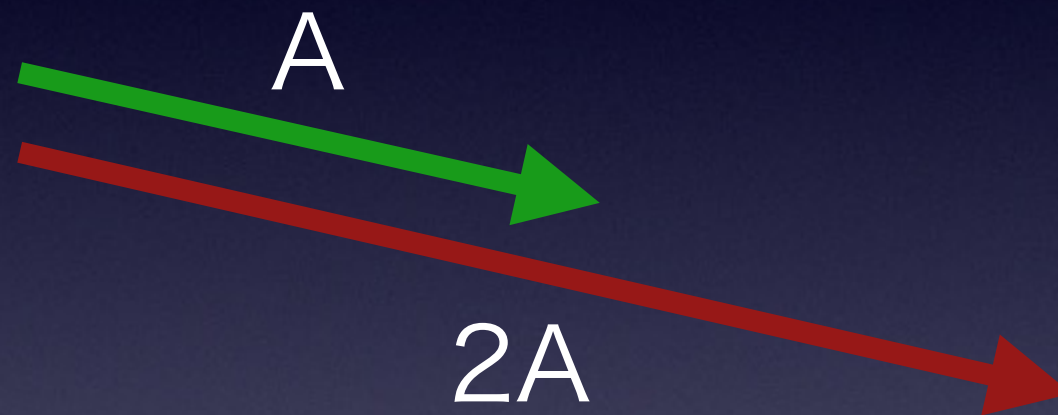
$$B = (4, 5, 6)$$

のとき

$$A + B = (1+4, 2+5, 3+6) = (5, 7, 9)$$

# ベクトルの定数倍

幾何学的な考え方





# ベクトルの定数倍

代数学的な考え方

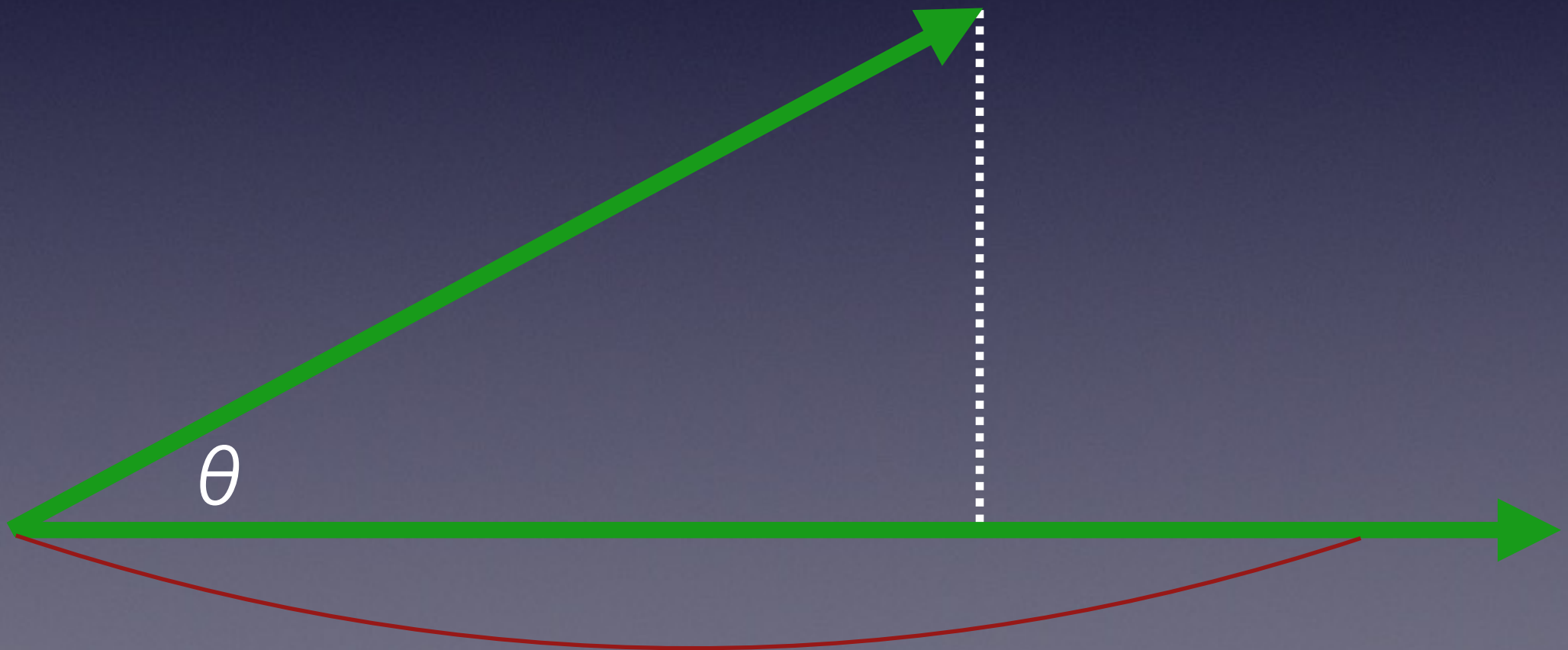
各成分に定数を掛ける

$$A = (1, 2, 3)$$

のとき

$$2A = (2 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 2) = (2, 4, 6)$$

## 2. ベクトルの内積



# ベクトルの内積

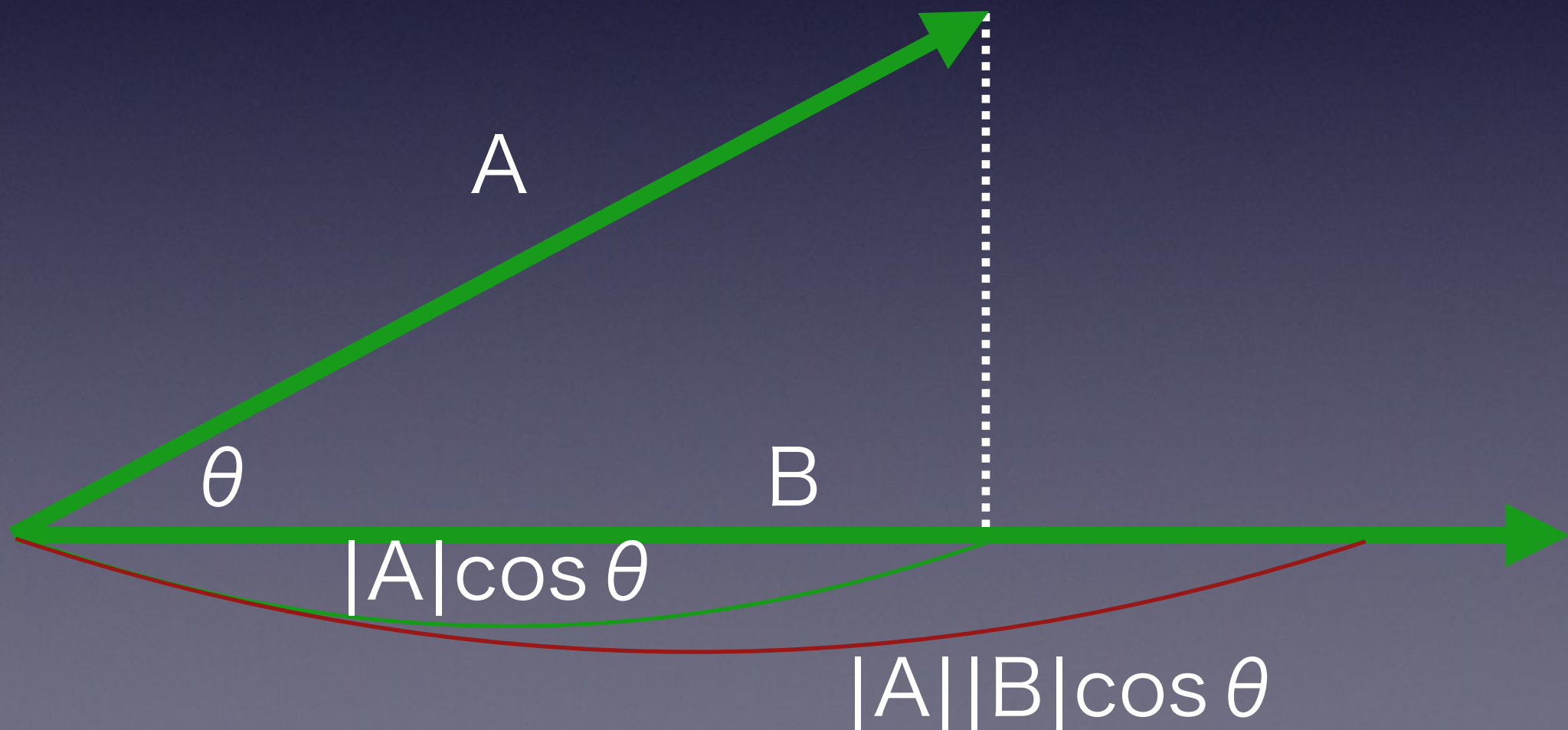
内積の結果は、ベクトルの次元に関係なく  
数字（スカラー）となる

# ベクトルの内積

幾何学的な考え方

$A \cdot B \rightarrow$

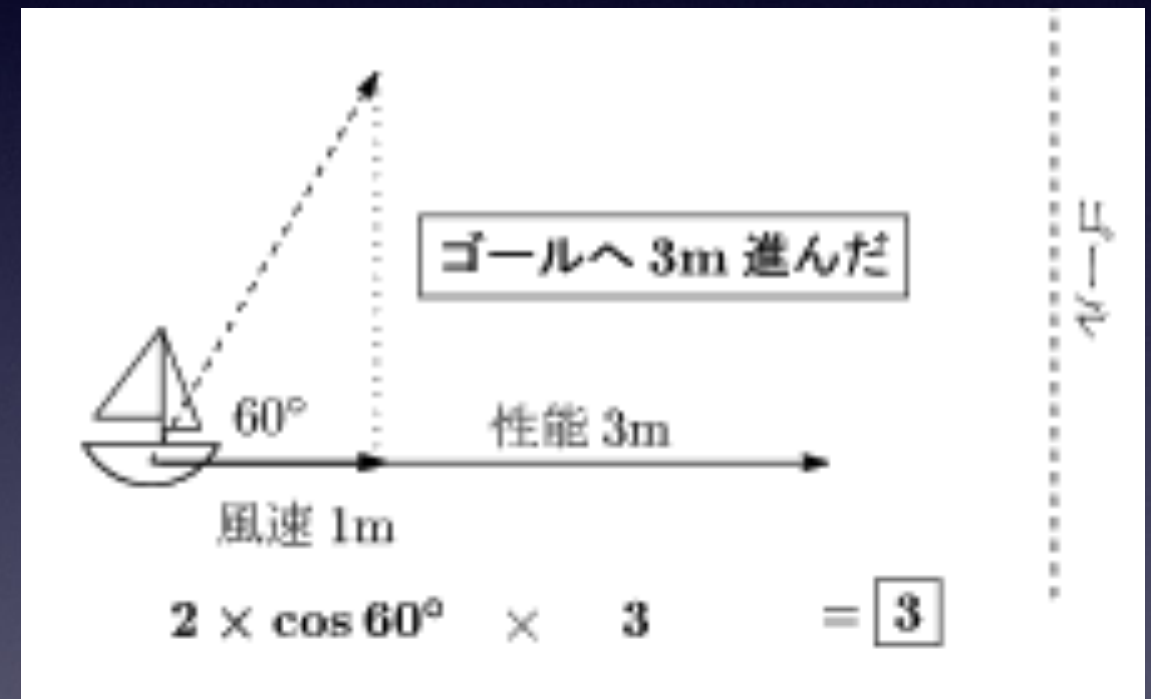
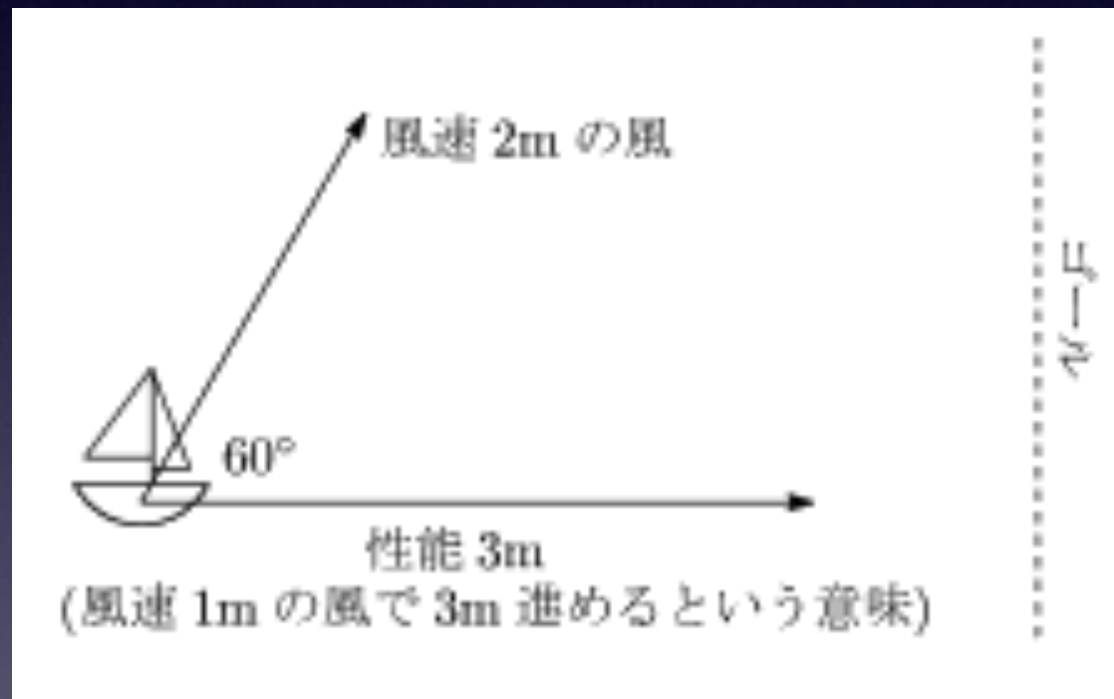
ベクトルAのベクトルB方向の大きさ ( $|A|\cos\theta$ ) に、  
ベクトルBの大きさ ( $|B|$ ) をかけたもの



# ベクトルの内積

幾何学的な考え方

<http://naop.jp/topics/topics14.html>



$2 \times \cos 60$  : ベクトルAのベクトルB成分の大きさ  
3 : ベクトルBの大きさ

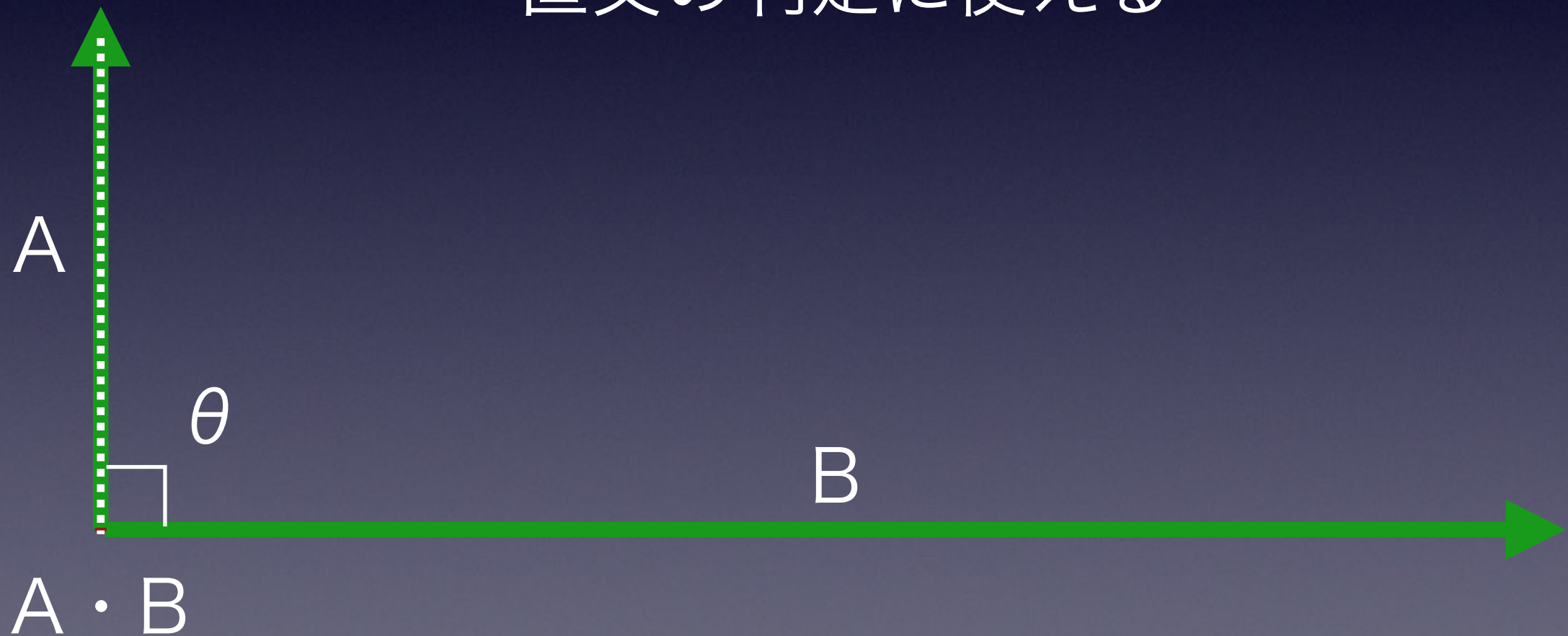


# ベクトルの内積

幾何学的な考え方

ちなみに、 $\theta$  が90度だと内積は0

→ 直交の判定に使える



# ベクトルの内積

代数学的な考え方

各成分を掛けた値を足す

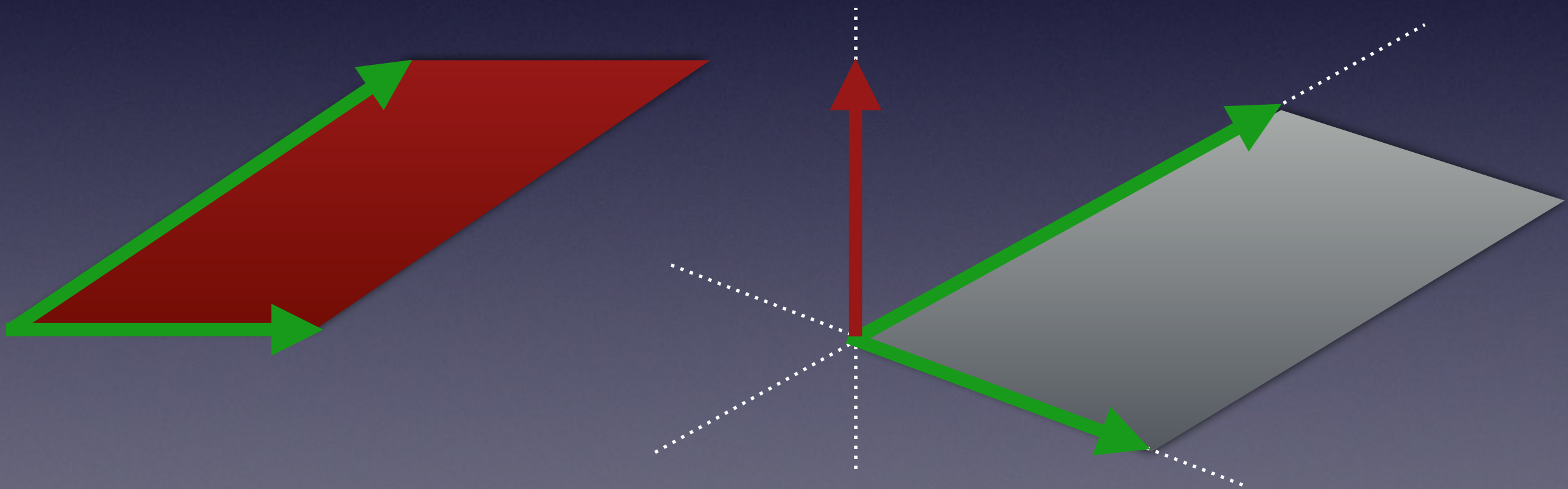
$$A = (1, 2, 3)$$

$$B = (4, 5, 6)$$

のとき

$$A \cdot B = (1 \times 4) + (2 \times 5) + (3 \times 6) = 32$$

### 3. ベクトルの外積



# ベクトルの外積

ベクトルの外積  $A \times B$ について

A,Bが2次元（例：(3,4)）の場合

→ 外積の結果は**数値（スカラー）**

A,Bが3次元（例：(3,4,5)）の場合

→ 外積の結果は**3次元のベクトル**

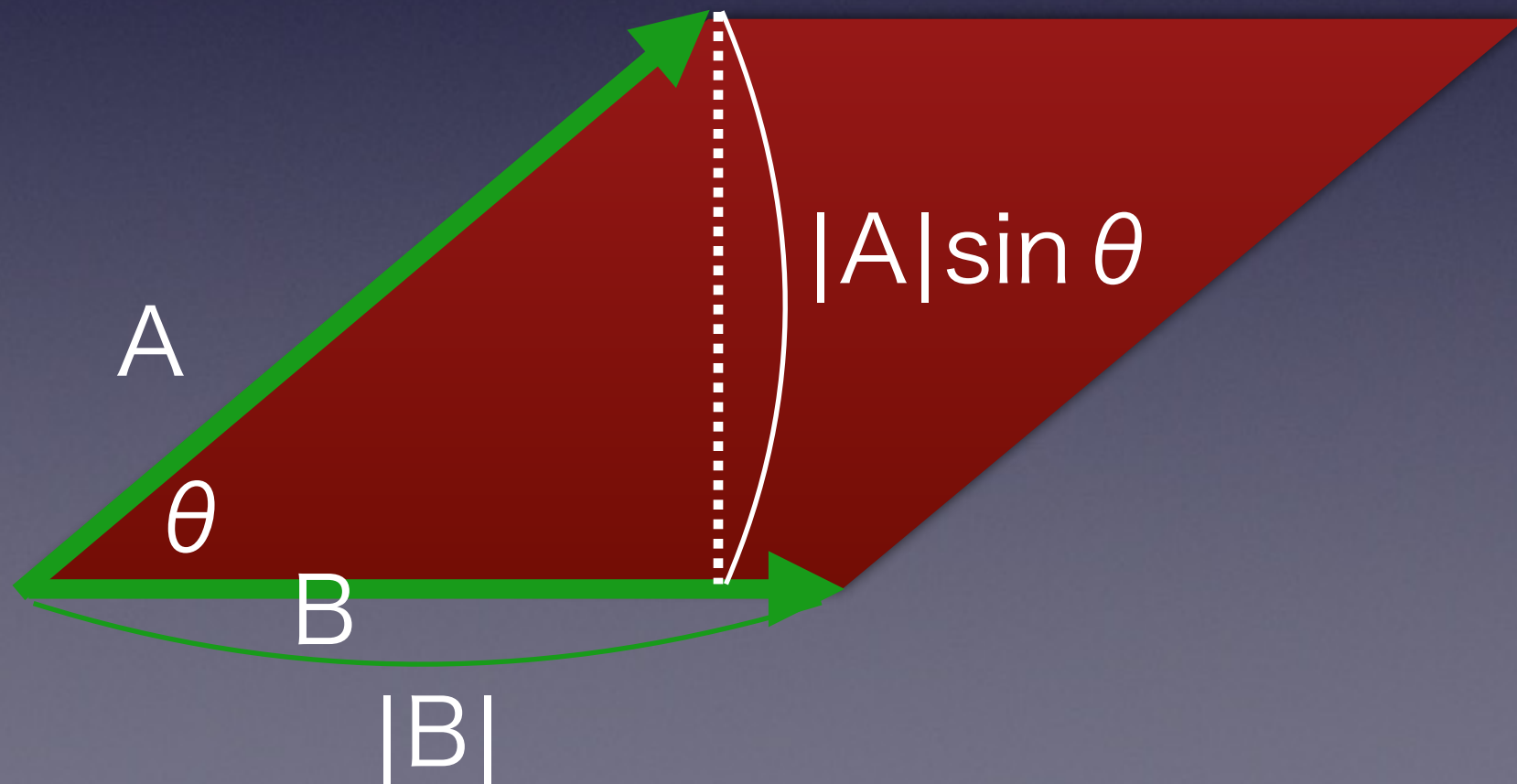


# ベクトルの外積

幾何学的な考え方

$A \times B$  ( $A, B$ は2次元)  $\rightarrow$

ベクトル $A$ のベクトル $B$ と直角な大きさ ( $|A|\sin\theta$ ) と、  
ベクトル $B$ の大きさ ( $|B|$ ) が為す平行四辺形の面積





# ベクトルの外積

代数的な考え方

以下の式を暗記する

$$A \times B = \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} = a_x b_y - a_y b_x$$

$$A = (1, 2)$$

$$B = (3, 4)$$

のとき

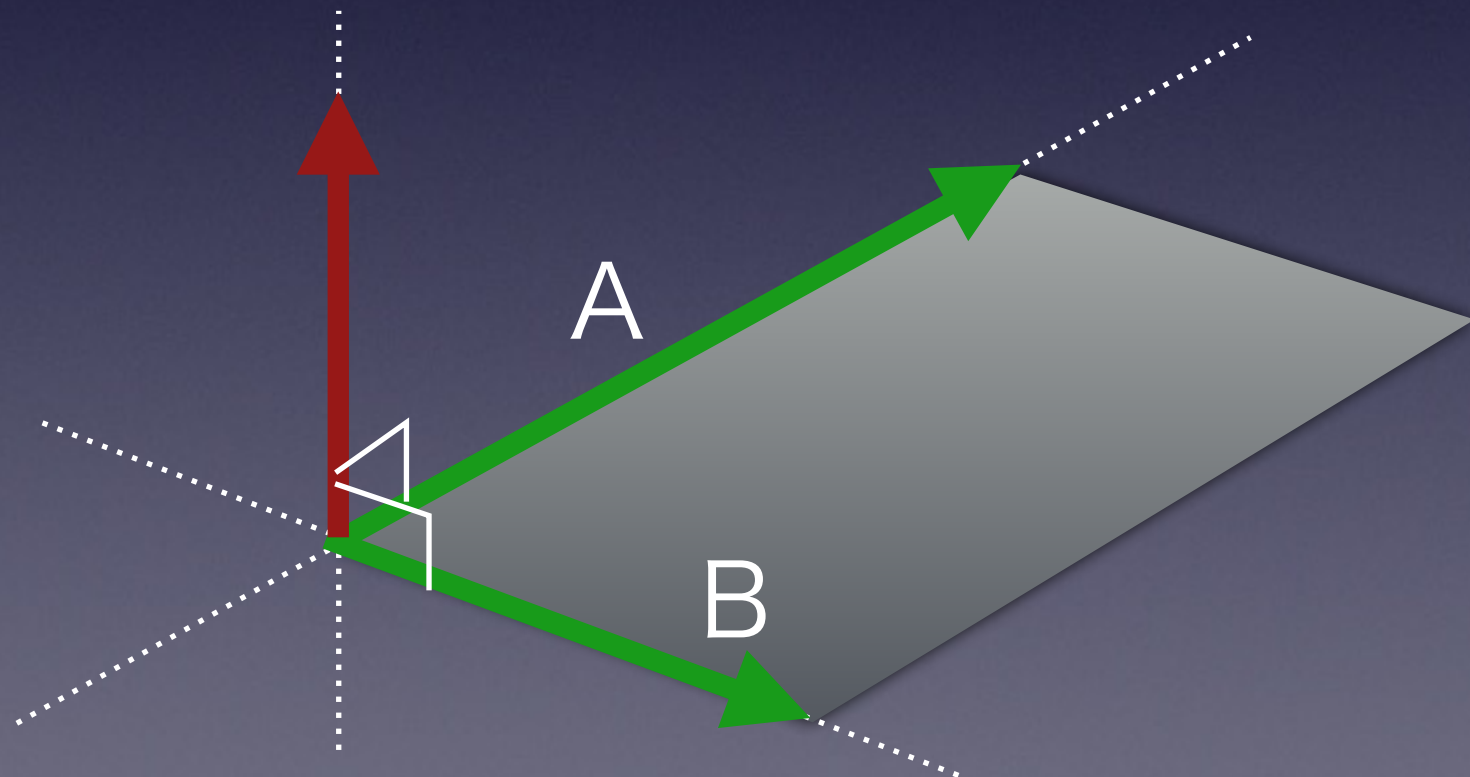
$$A \cdot B = (1 \times 4) - (2 \times 3) = -2$$

# ベクトルの外積

幾何学的な考え方

$A \times B$  ( $A, B$ は3次元)  $\rightarrow$

ベクトルAのベクトルBが為す平面に垂直なベクトル



# ベクトルの外積

代数学的な考え方

以下の式を暗記する

$$A \times B = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

$$A = (1, 2, 3)$$

$$B = (4, 5, 6)$$

のとき

$$A \times B = (2 \times 6 - 3 \times 5, 3 \times 4 - 1 \times 6, 1 \times 5 - 2 \times 4) = (-3, 6, -3)$$

# 最後に

- ・ 内積や外積の本質は結構難しい
- ・ とはいえ3Dグラフィックを描画するに時には、  
公式丸暗記でしばらくは何とかなる
- ・ 何とかならなくなったら、復習しましょう

# 次回予告

内積と外積を駆使して  
ポリゴンの表裏判定を行います

