

ブレンデイングの アルゴリズム

「3次元CGの基礎と応用」より

前回のアルゴリズムの課題

1. 実数演算を行っている (y座標の計算)
2. 割り算を使っている (傾き m の算出)



ブレゼンハムのアルゴリズム

写真はブレゼンハムさん

実数演算の除去

1.最初に誤差 e を0に初期化し、画素 (x_s, y_s) を塗りつぶす

2. $x_s + 1$ から x_e まで、 x を1ずつ増加させて以下の処理を繰り返す。

(a)もし、 $e + (dy/dx) \geq 0.5$ ならば

$$y = y + 1, e = e + \frac{dy}{dx} - 1$$

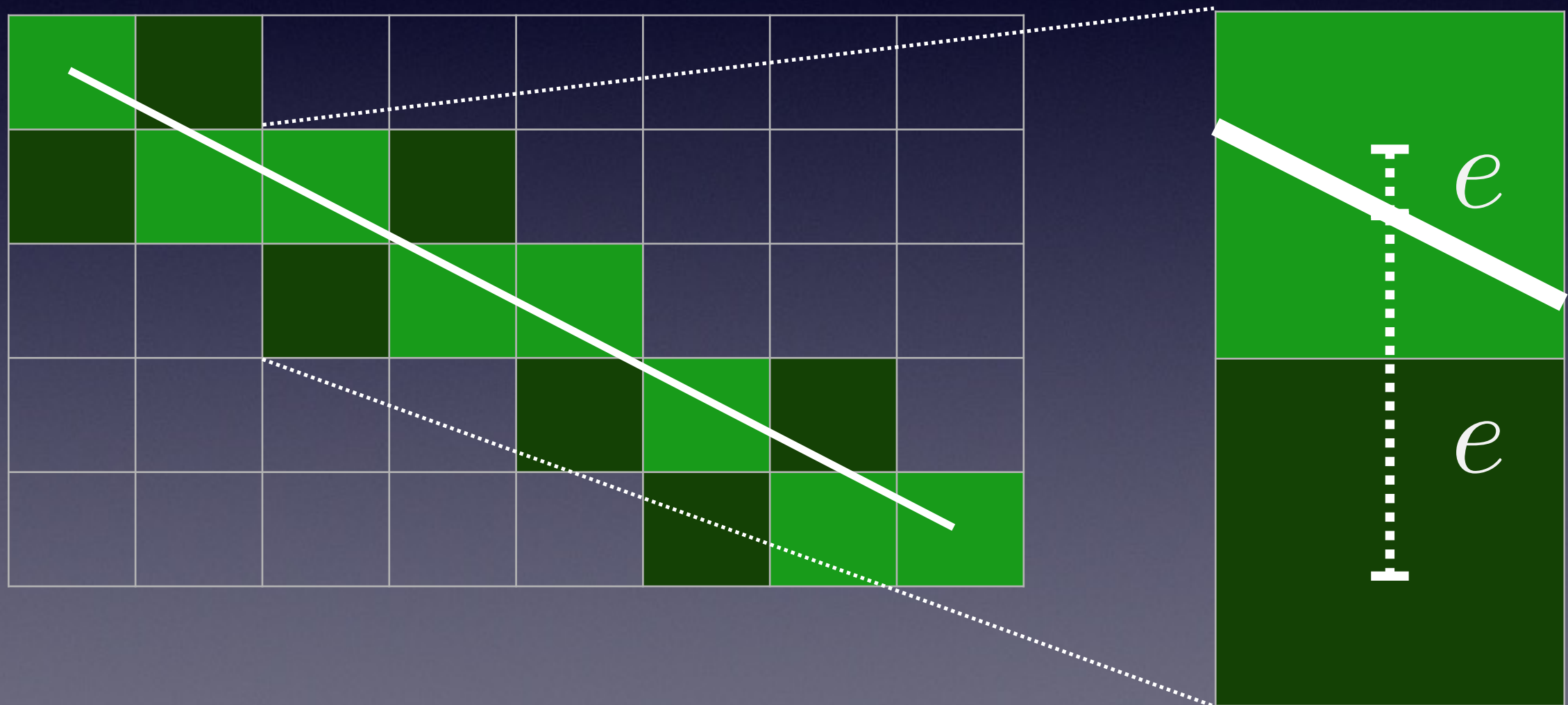
そうでなければ

$$e = e + \frac{dy}{dx}$$

(b)画素 (x, y) を光らせる

誤差eの使われかた

$$-1 \leq e < 1$$



ポイント

- ・ x も y も”+1”という整数演算しか行われない。
- ・ 代わりに e や (dx/dy) などといった実数が登場している。これは次の説明で最終的に消える。

割り算の除去(1/4)

$$e = \begin{cases} e + \frac{dy}{dx} - 1 & e + \frac{dy}{dx} \geq 0.5 \\ e + \frac{dy}{dx} & e + \frac{dy}{dx} < 0.5 \end{cases}$$

両辺から0.5を減じると…

$$e - 0.5 = \begin{cases} e + \frac{dy}{dx} - 1 - 0.5 & e + \frac{dy}{dx} - 0.5 \geq 0 \\ e + \frac{dy}{dx} - 0.5 & e + \frac{dy}{dx} - 0.5 < 0 \end{cases}$$

割り算の除去(2/4)

$$e - 0.5 = \begin{cases} e + \frac{dy}{dx} - 1 - 0.5 & e + \frac{dy}{dx} - 0.5 \geq 0 \\ e + \frac{dy}{dx} - 0.5 & e + \frac{dy}{dx} - 0.5 < 0 \end{cases}$$

両辺に $2dx$ を乗じると...

$$2dx(e - 0.5) = \begin{cases} 2dx(e - 0.5) + 2(dy - dx) & 2dx(e - 0.5) + 2dy \geq 0 \\ 2dx(e - 0.5) + 2dy & 2dx(e - 0.5) + 2dy < 0 \end{cases}$$

割り算の除去(3/4)

$$2dx(e - 0.5) = \begin{cases} 2dx(e - 0.5) + 2(dy - dx) & 2dx(e - 0.5) + 2dy \geq 0 \\ 2dx(e - 0.5) + 2dy & 2dx(e - 0.5) + 2dy < 0 \end{cases}$$

$2dx(e-0.5)+2dy$ を新たに誤差 d とすると…

$$d - 2dy = \begin{cases} d - 2dx & d \geq 0 \\ d & d < 0 \end{cases}$$

割り算の除去(4/4)

$$d - 2dy = \begin{cases} d - 2dx & d \geq 0 \\ d & d < 0 \end{cases}$$

dで整理すると...

$$d = \begin{cases} d + 2(dy - dx) & d \geq 0 \\ d + 2dy & d < 0 \end{cases}$$

ポイント

- ・ dx や dy はいずれも整数。
- ・ 2倍は掛け算だが、二進数を使っているので最速で計算できる。

ソースコード

- <https://github.com/nakaken0629/3dstudy2>