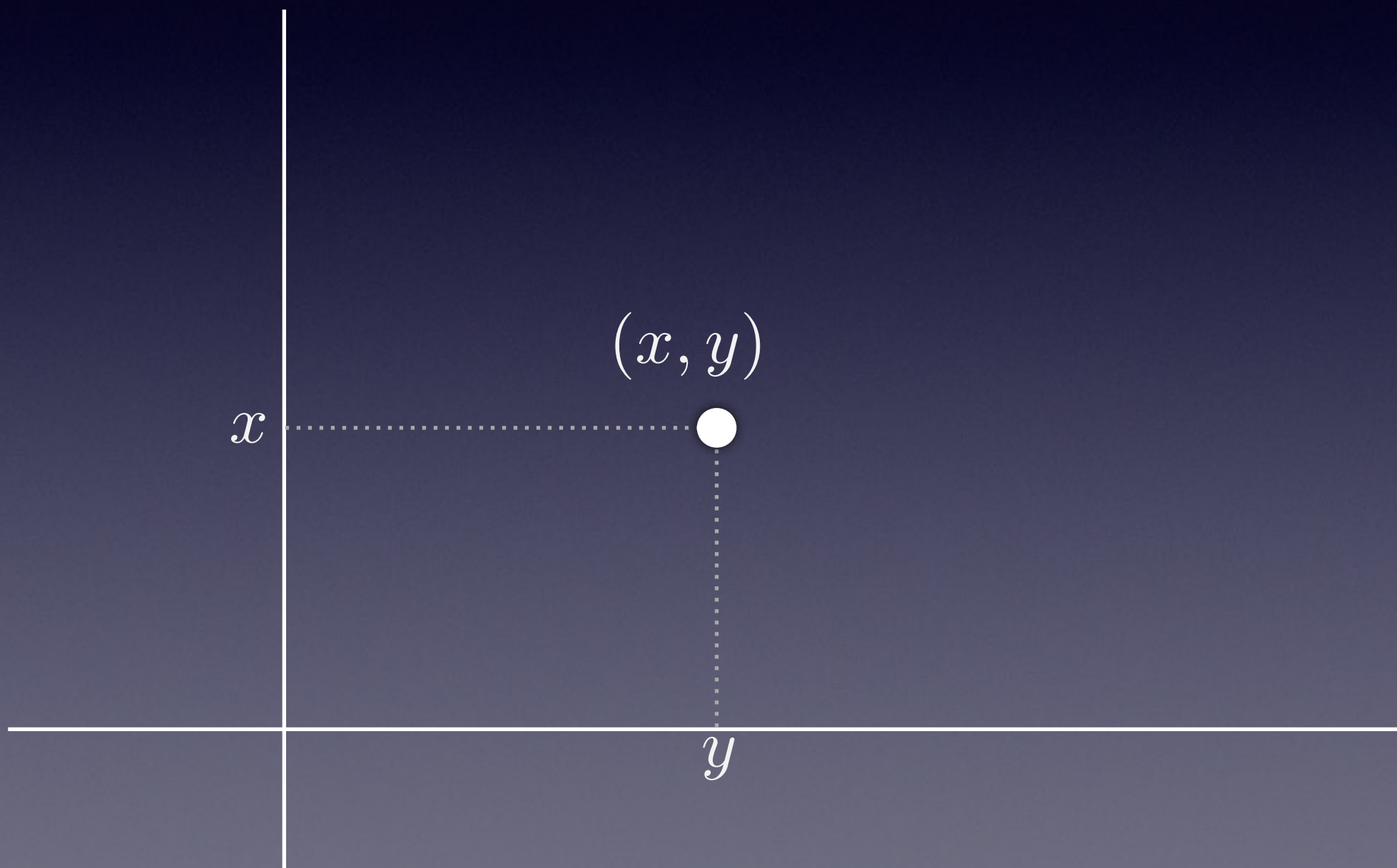


# 2次元空間での図形の 移動、拡大、回転

# 座標



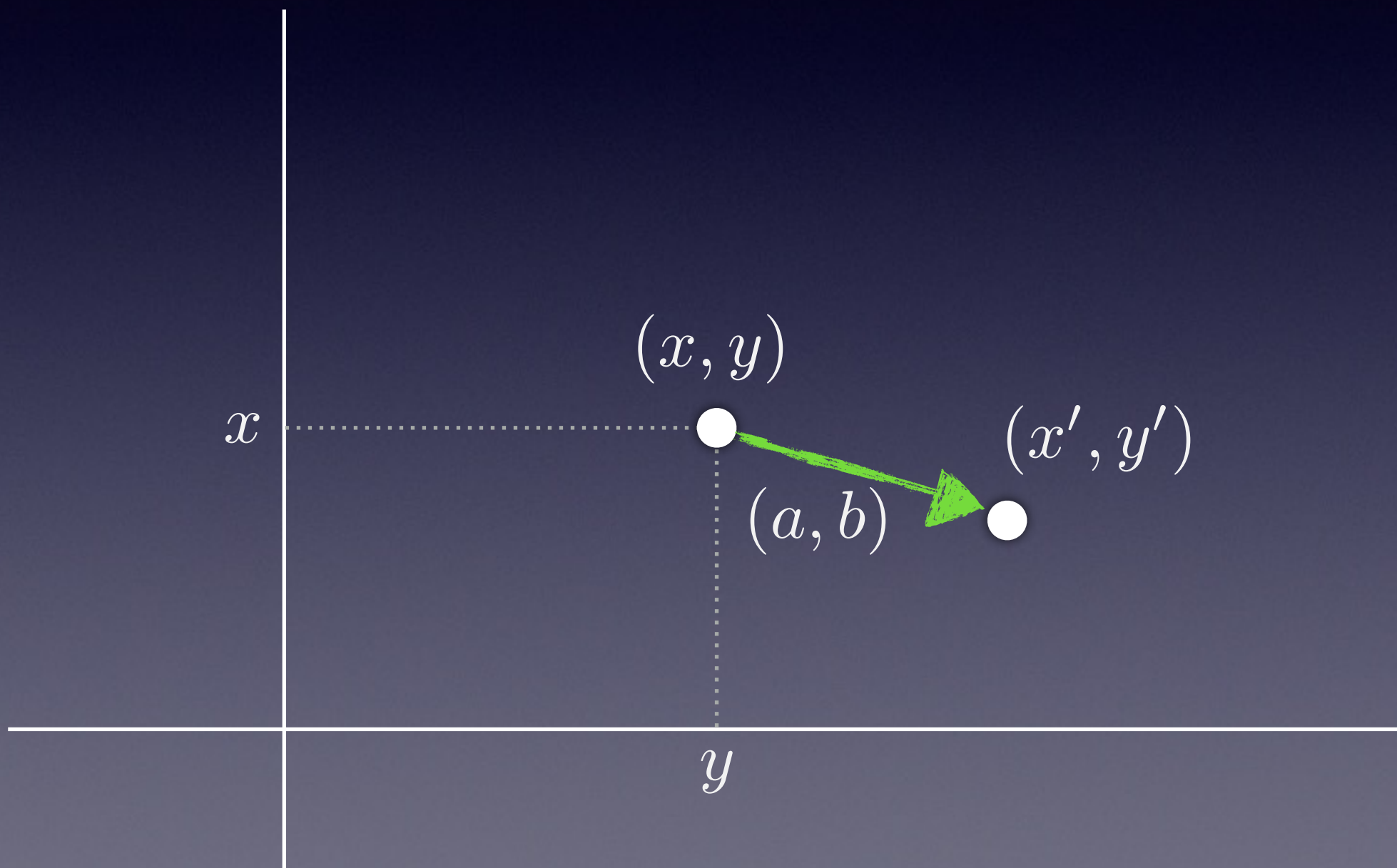
# 座標

今回は便宜上

座標をベクトルではなく行列で表現します

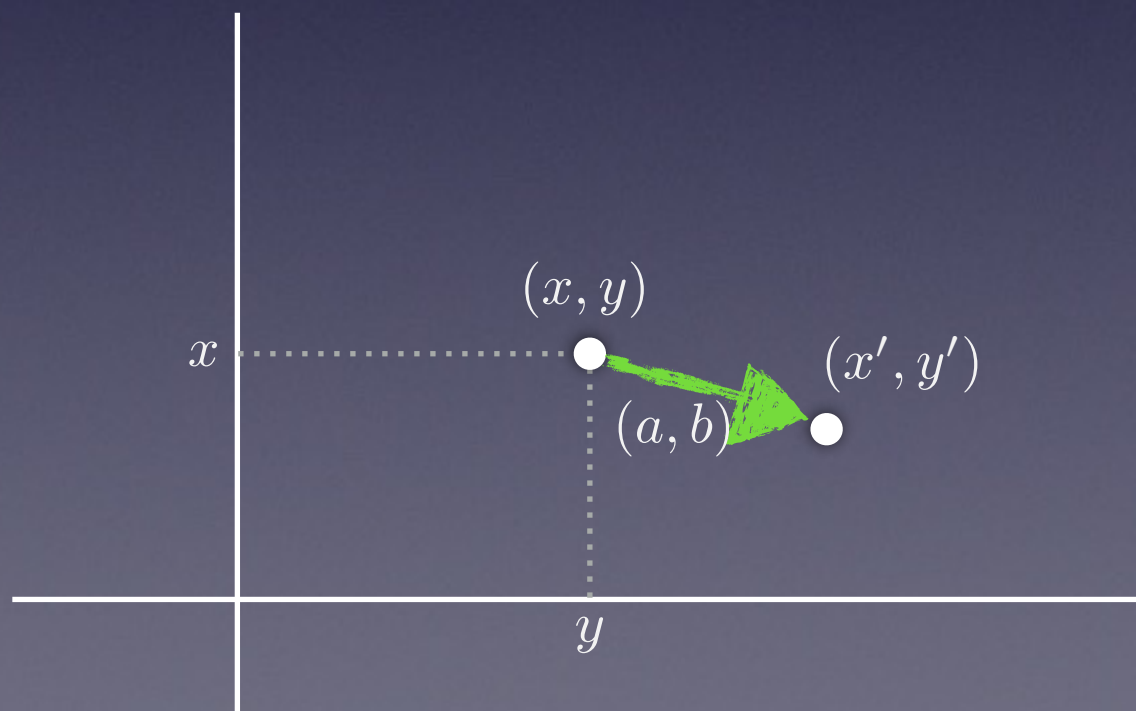
$$(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

# 移動



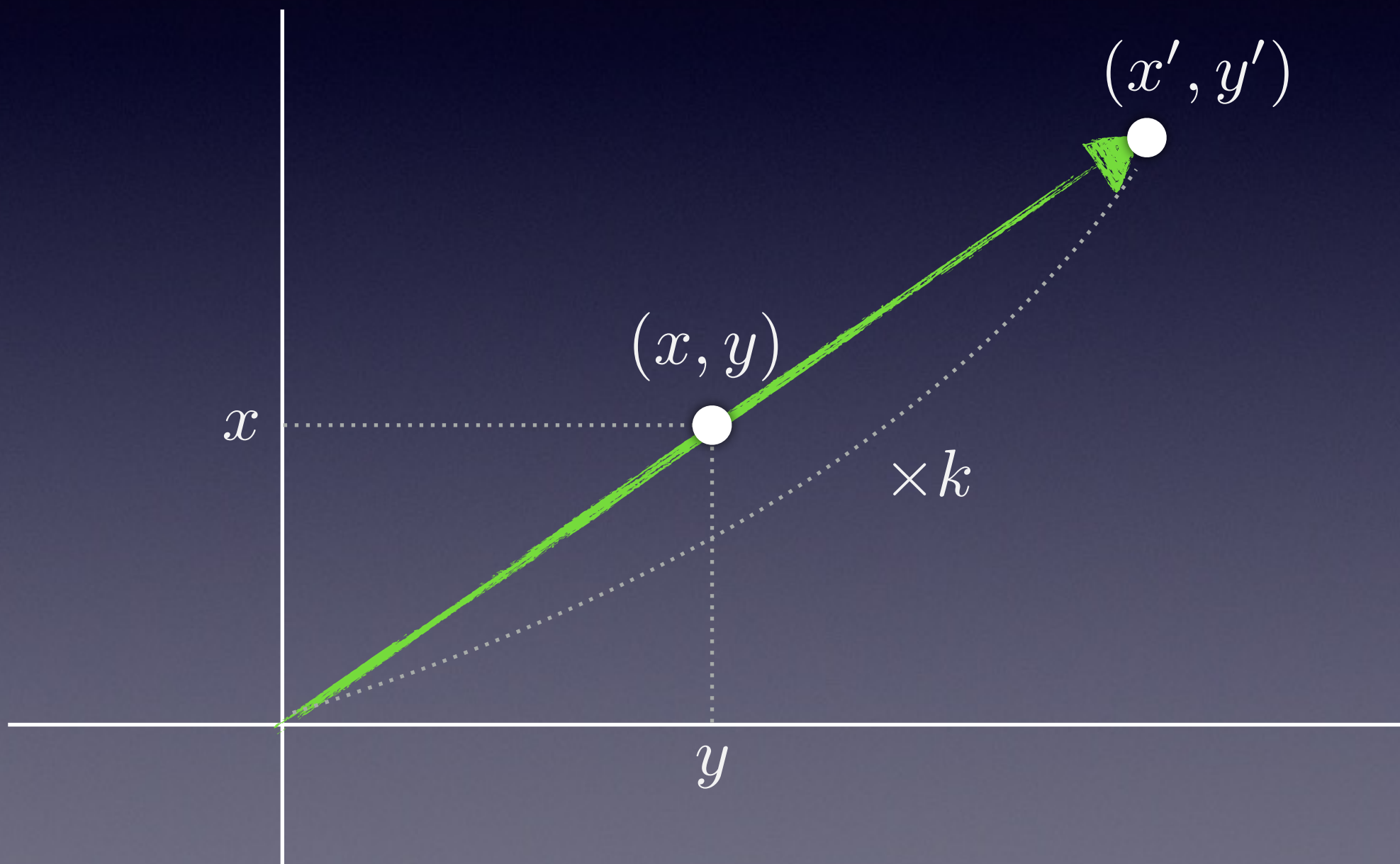
# 移動

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



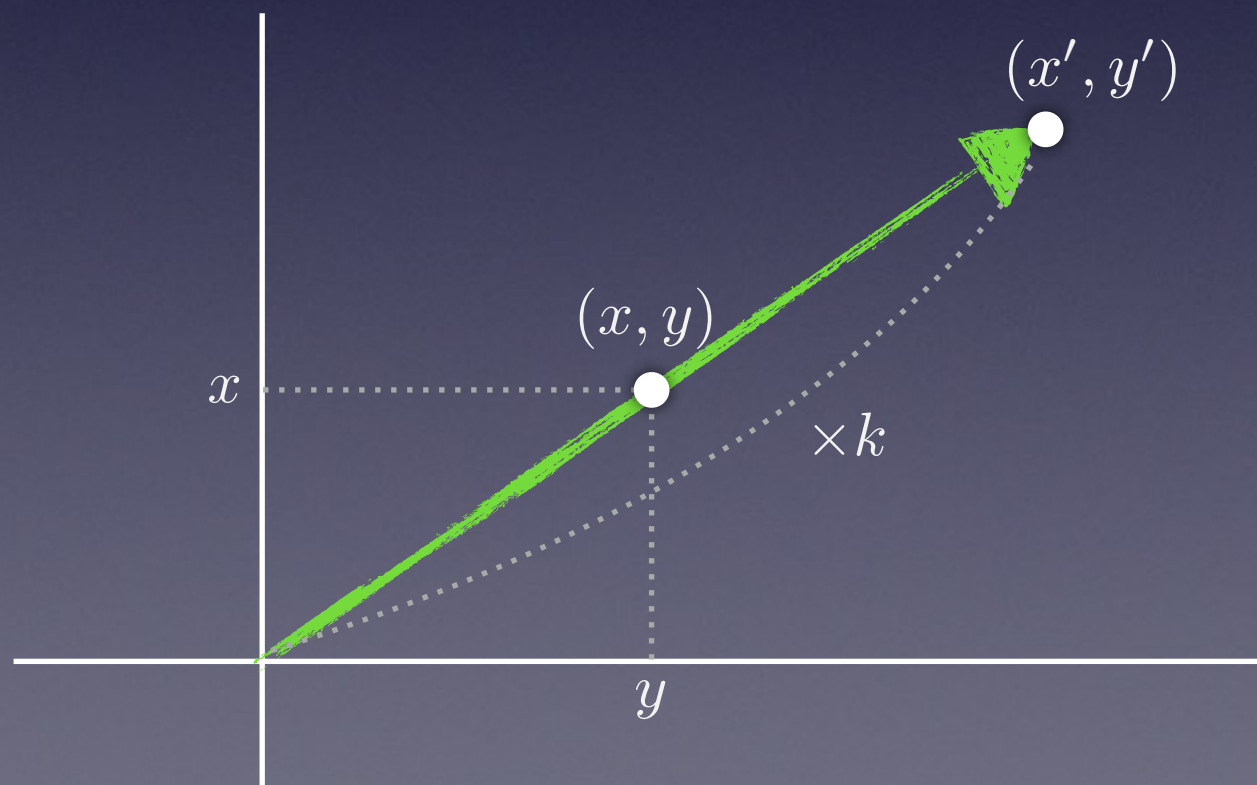


# 拡大

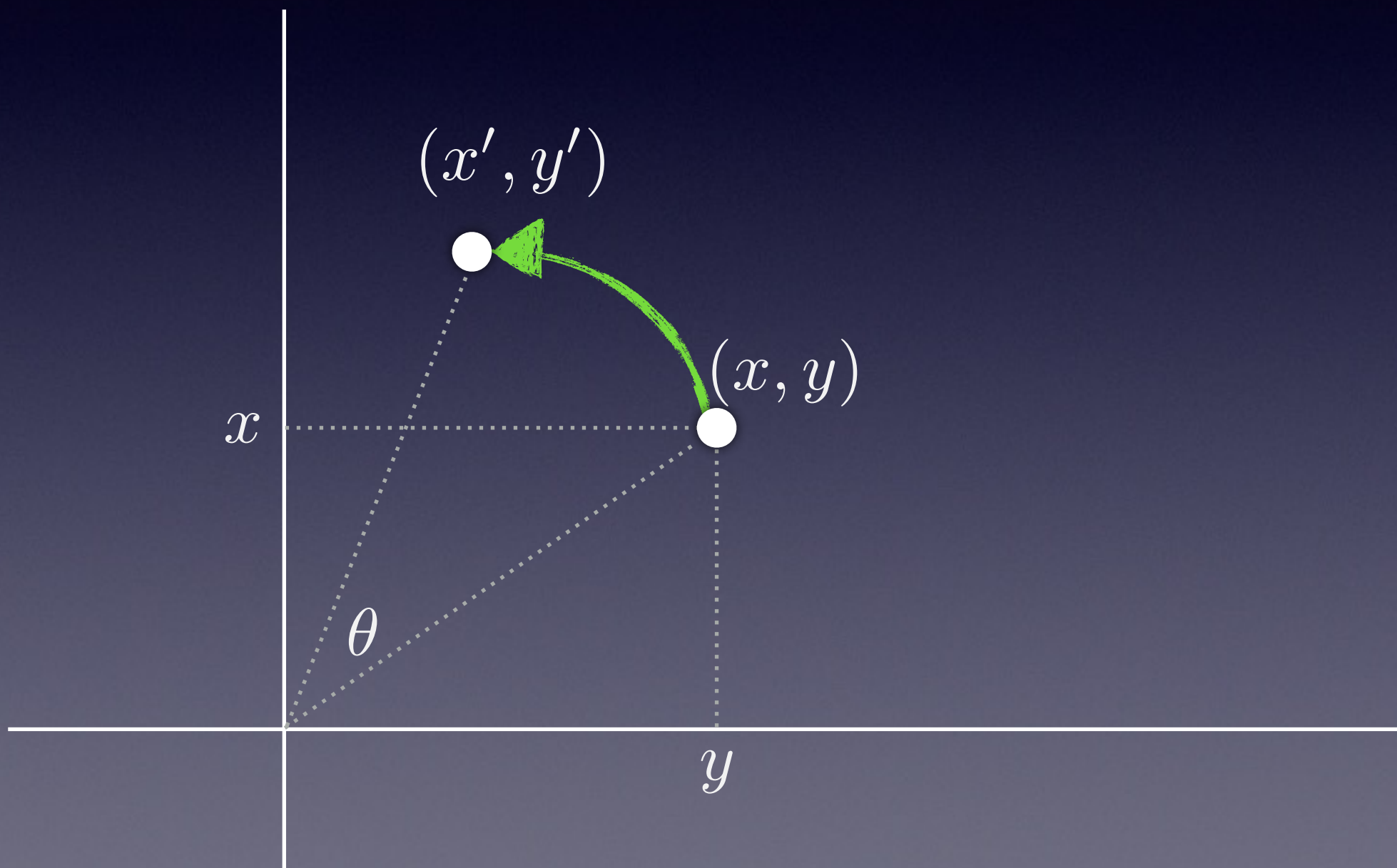


# 拡大

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



# 回転

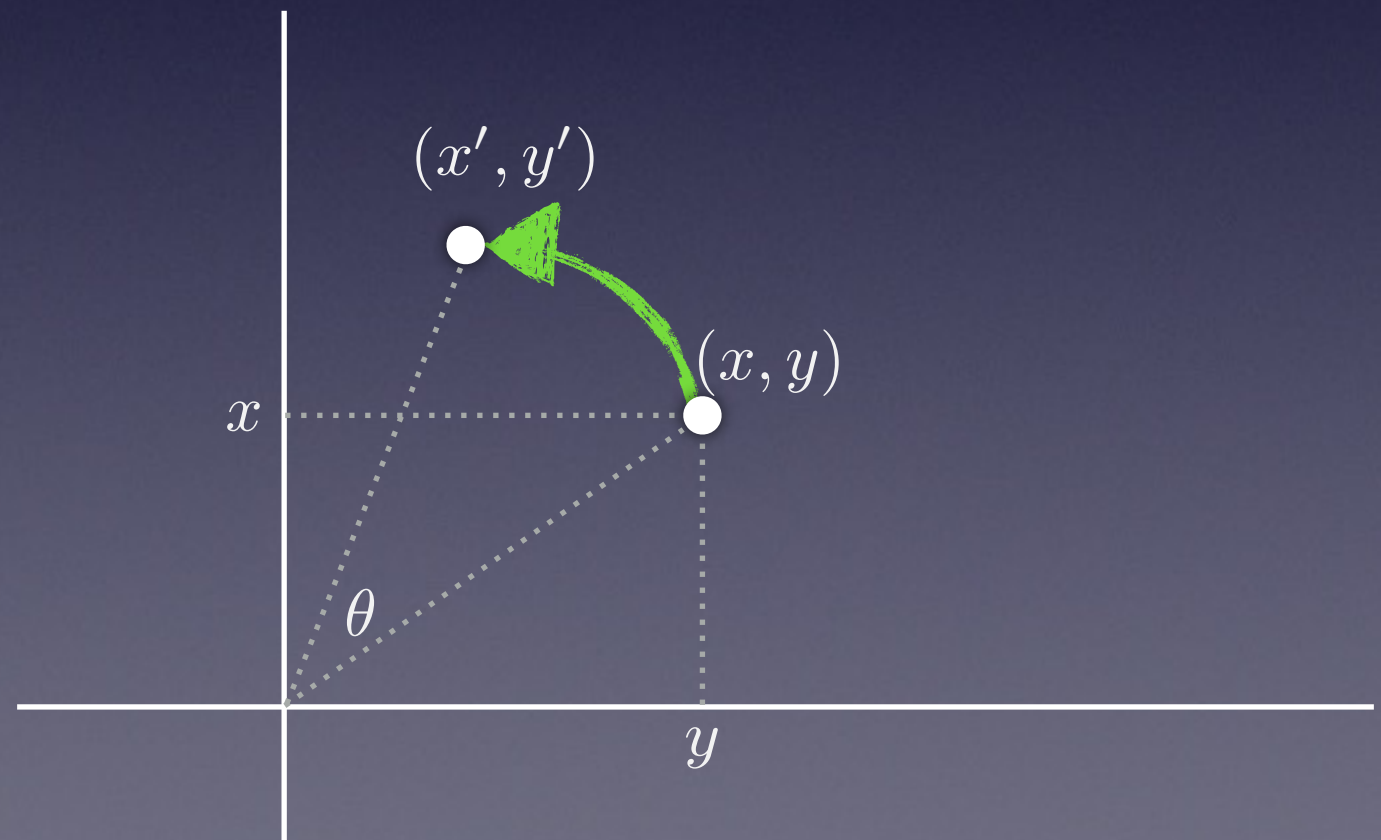




# 回転

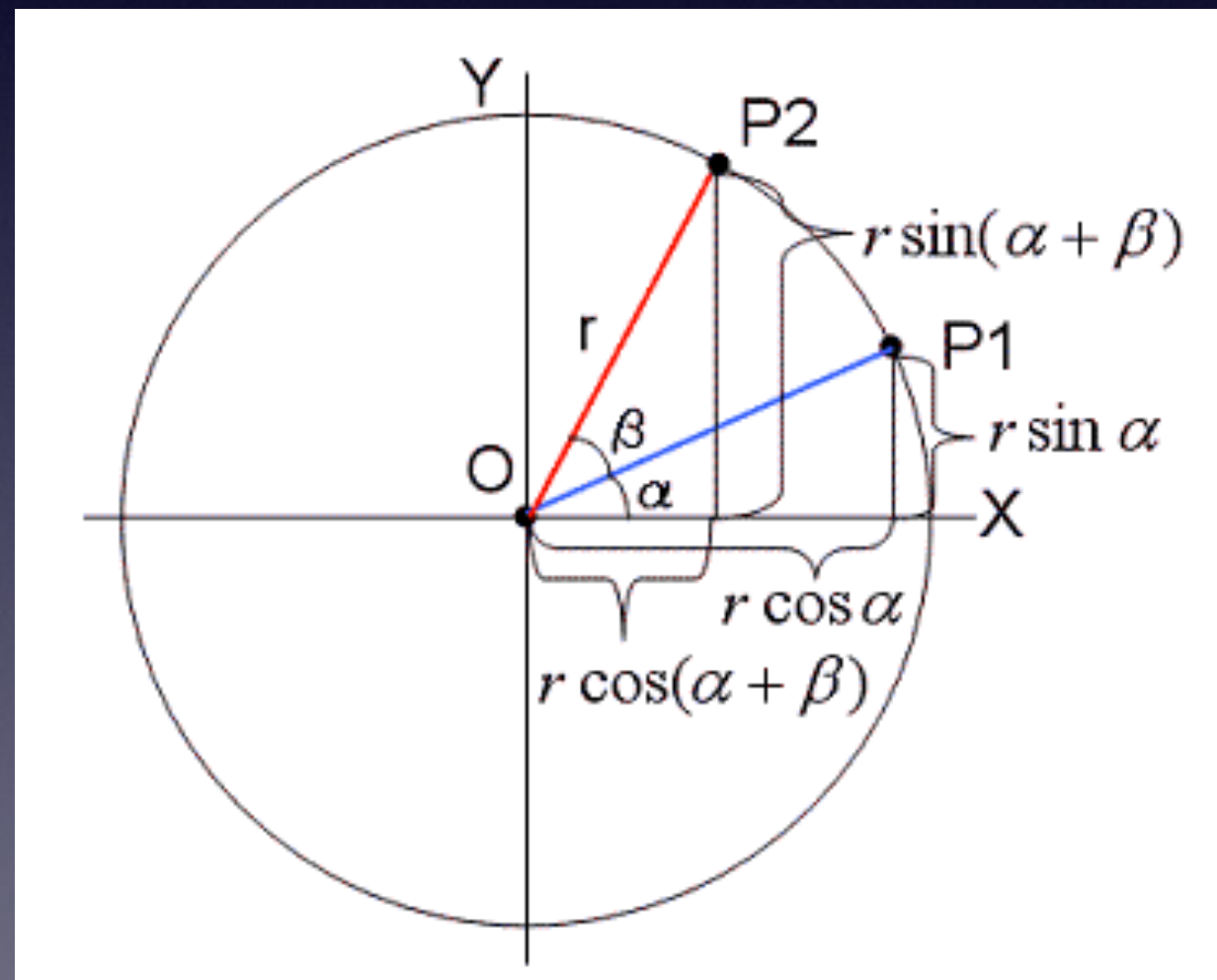
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

これを特に**回転行列**  
と呼びます



# (参考)回転行列の導出方法

[http://www.sist.ac.jp/~kanakubo/research/hosoku/kaiten\\_gyoretu.html](http://www.sist.ac.jp/~kanakubo/research/hosoku/kaiten_gyoretu.html)



# ここまでの課題

- ・ 移動、拡大、回転で、計算方法がバラバラ

移動 
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

拡大 
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

回転 
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

# 同次変換

- 移動、拡大、回転で、計算方法を合わせる技法

移動 
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

拡大 
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

回転 
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$



# 同次変換

- ・ 本来の座標ベクトルの次数を一つ増やし、「1」を追加する。
- ・ 回転変換の行列の行と列を一つ増やし、増えた列に平行移動のベクトルと「1」を追加し、のこりは0をうめる。

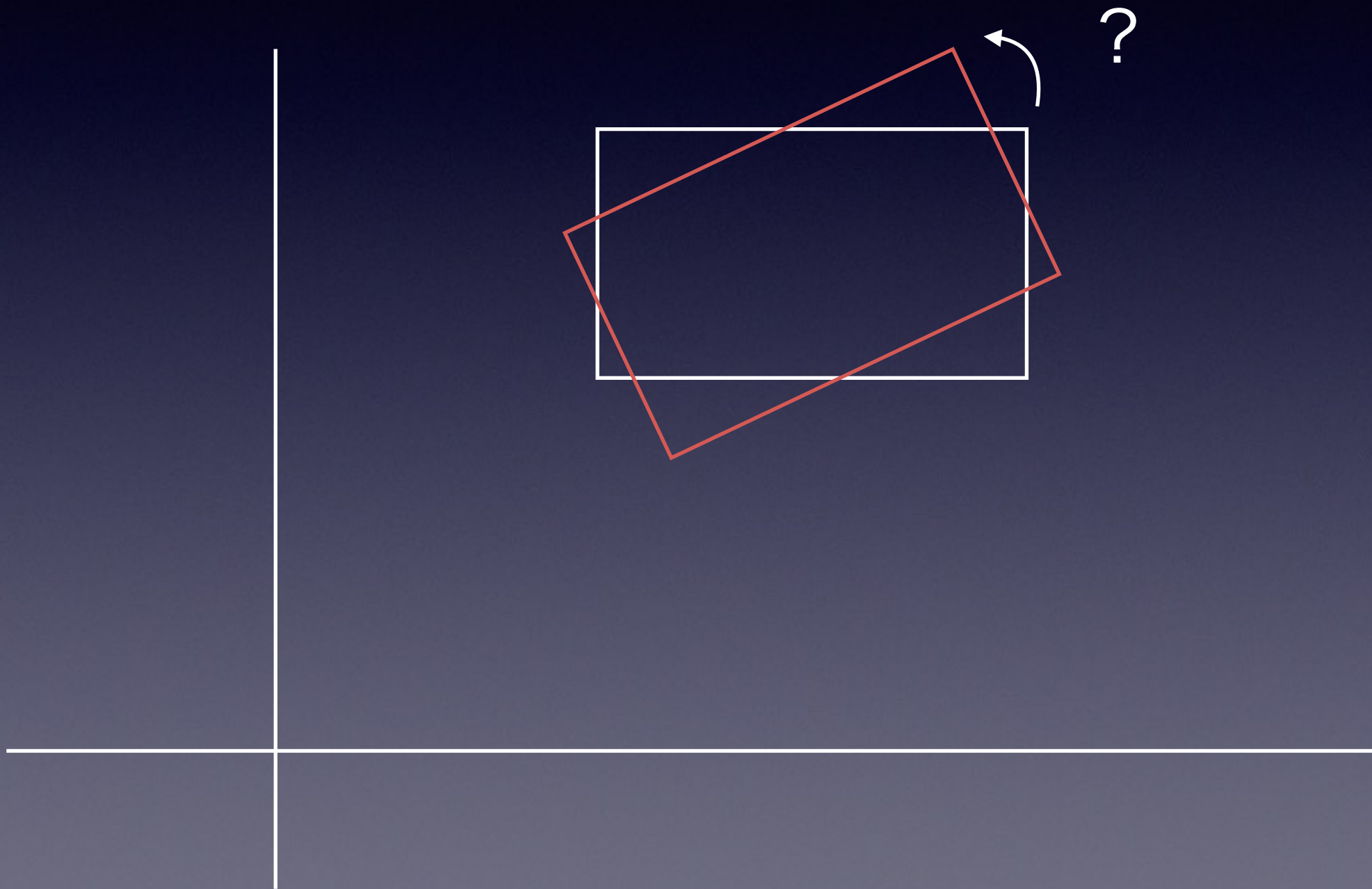


# 同次変換のメリット

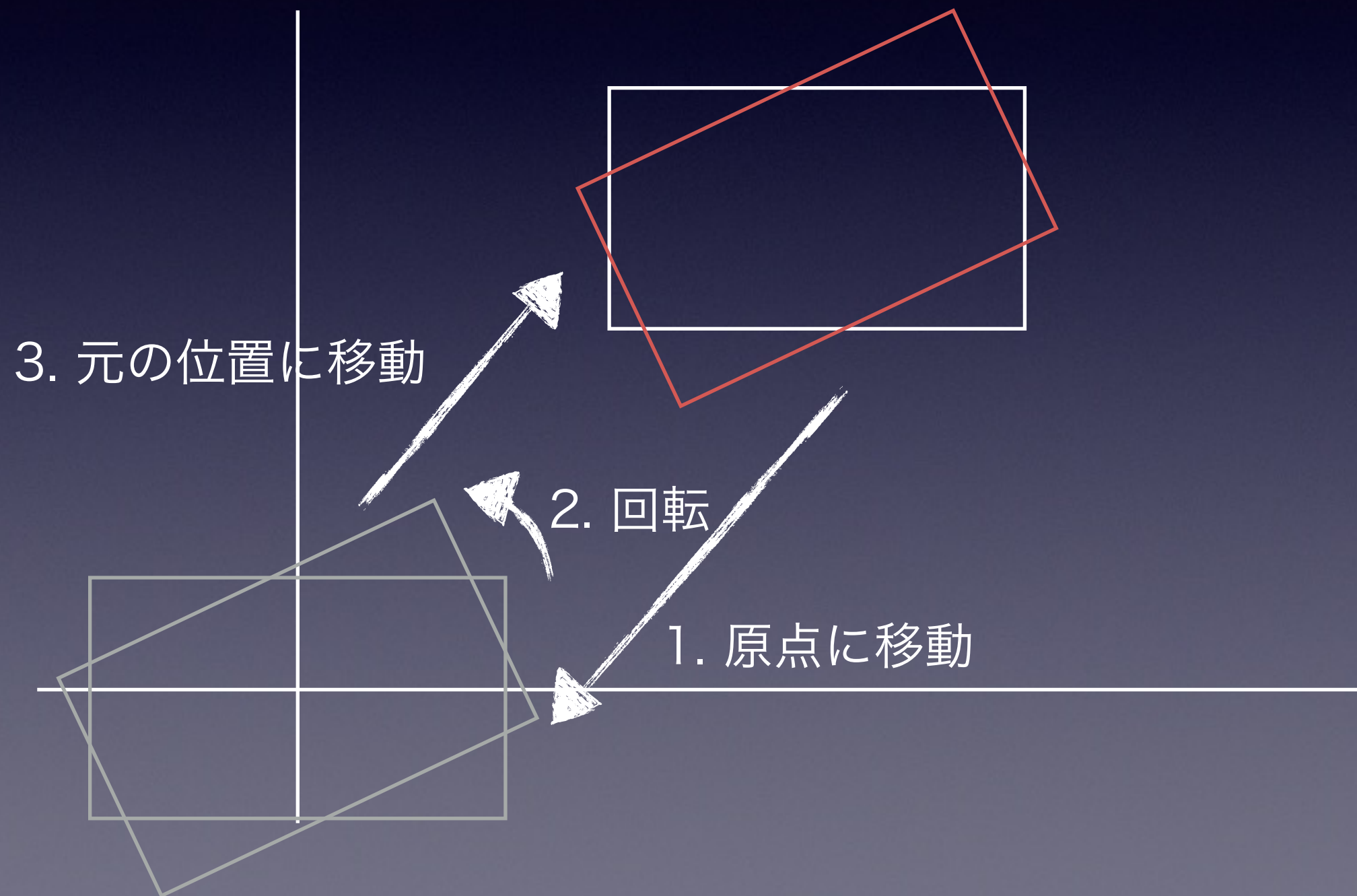
- ・ 移動、拡大、回転がすべて行列の積になるため、積を計算する順序を入れ替えることができる
- ・ 一部の計算を前もって行っておいたり、あるいは計算を並列にしたりできるようになる

$$P' = S_1 R_1 R_2 T_1 R_3 P$$

# 原点ではない変換



# 原点ではない変換



サンプルソースは  
ありません