

元の論文で示された手法の時間を測ってみよう
ループの100万回は参考として何秒？

まず基本として、プログラミングコンテストチャレンジブック(蟻本)には、

制限時間が1秒の場合、
10の6乗 余裕を持って間に合う
10の7乗 おそらく間に合う
10の8乗 非常にシンプルな処理でない限り厳しい

とあります。(C++を基準として書かれています)

計算量のはなし - Hello Wor.log

インナーループは128回 $\approx 10^2$ 回

アウターループ 10^6 (100万回)

合計 10^8 回なので上のグラフの右端は1s~2sぐらいだと考えられる

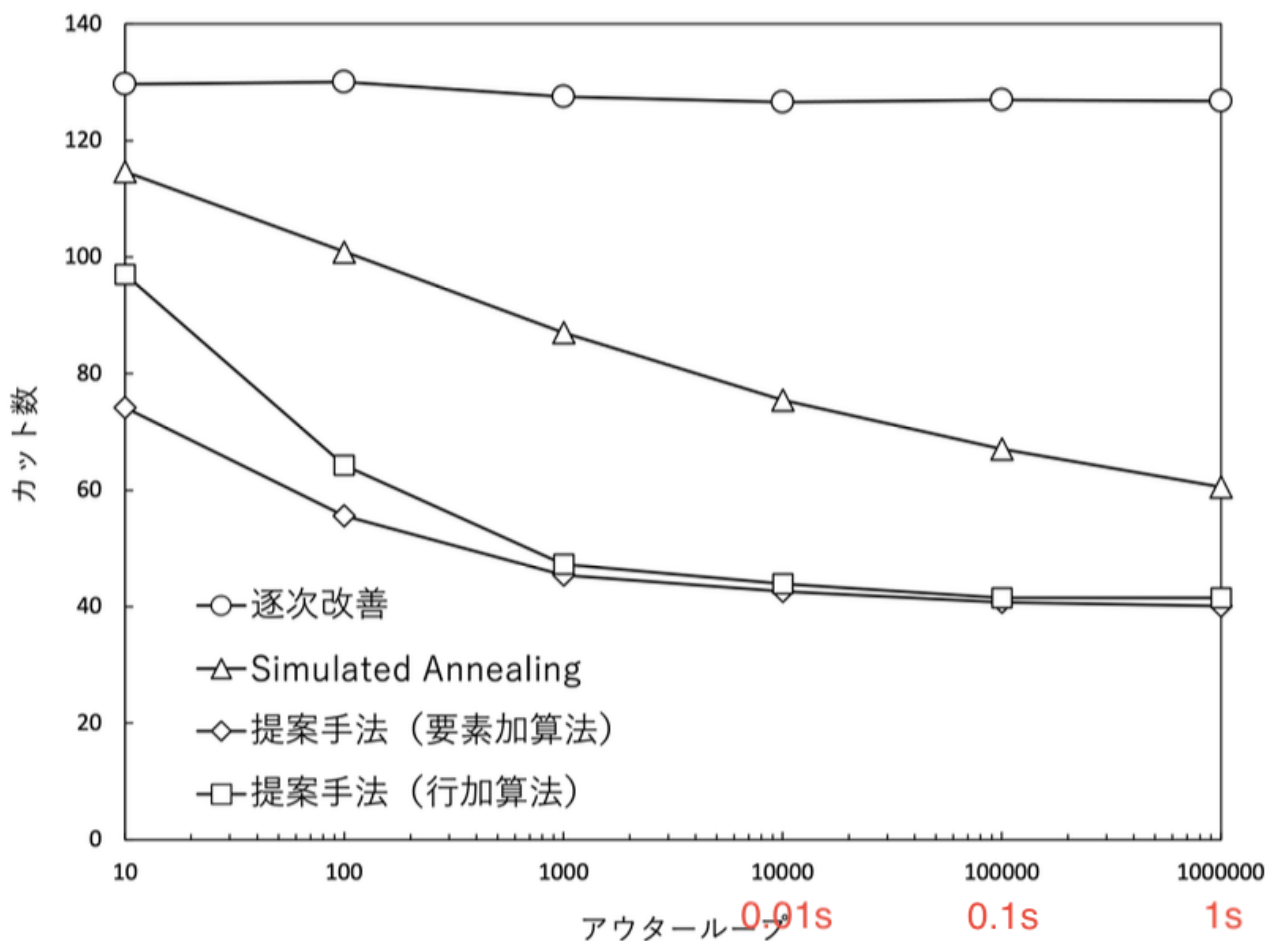


図 8 各手法のアウターループ数に対するカット数.

Fixstars Amplifyで100ms = 0.1 s (Fixstar Amplifyで最も短い時間の設定)でやってみたら1sの時と変わらずカット数39になった。

またより大きな規模の問題 (128bit→1024bit) でも解くことができた。

Fixstars Amplifyでも探索のループ回数を取得できるようだが、やり方がわからないため問い合わせ中。
`num_iterations`

Qalumoについて要調査、組み合わせればさらに短いオーダーでの求解ができるか？マニュアルを読もう。

Qalumoについて、`init_mode`というパラメーターで初期値を設定できるようだが、ランダムまたは何かの定数に固定されるモードのどちらかを選択するという仕様のようだ。何かの定数を指定できるのかはマニュアルからはわからなかった。

タイトル変更？

どうしよう

Joint Admission Control and Resource Allocation for Multi-Carrier Uplink NOMA Networks

M ユーザと K チャネルからなるアップリンクNOMAネットワークを考察する。ユーザとチャネルの集合をそれぞれ $\mathcal{U} = \{1, 2, \dots, M\}$ 、 $\mathcal{K} = \{1, 2, \dots, K\}$ と表記する。 $g_{m,k}$ は、チャネル k におけるユーザ m から基地局(BS)へのチャネル電力利得(CPG)を表すとする。[2]によれば、アップリンクNOMA送信における最適な復号順序は、CPGの降順であるべきである。したがって、CPGの弱いユーザが同じチャネルを占有すると、CPGの強いユーザに対して干渉を引き起こす。実用的なシステムにおけるSICの許容できる復号化複雑度を考慮し、各チャネルは最大2人のユーザーを収容できると仮定する。

[2] L. Dai et al., "Non-orthogonal multiple access for 5G: Solutions, challenges, opportunities, and future research trends," IEEE Commun. Mag., vol. 53, no. 9, pp. 74–81, Sep. 2015.

そして、入場制御 $\mathbf{A} = \{a_m \mid m \in \mathcal{U}\}$ 、電力制御 $\mathbf{P} = \{p_m \mid m \in \mathcal{U}\}$ 、チャネル割り当て $\mathbf{S} = \{s_{m,k} \mid m \in \mathcal{U}, k \in \mathcal{K}\}$ という3群の制御変数を定義します。具体的には、ユーザ m がチャネルへのアクセスを許可されている場合は $a_m = 1$ 、そうでない場合は $a_m = 0$ 、 p_m はユーザ m の送信電力を示す。 $s_{m,k}$ はチャネル割り当て指標を示し、チャネル k がユーザ m に割り当てられる場合は $s_{m,k} = 1$ 、それ以外の場合は $s_{m,k} = 0$ 。 $\{\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{P}\}$ が与えられると、チャネル k におけるユーザ m の信号対干渉プラスノイズ比 (SINR) は次によって与えられることができる。

$$\gamma_{m,k} = \frac{a_m s_{m,k} p_m g_{m,k}}{\sum_{i \in \{ \mathcal{U} \mid g_{i,k} < g_{m,k} \}} s_{i,k} p_i g_{i,k} + \sigma^2}$$

ここで、 σ^2 はノイズパワーを表す。

シャノン容量理論に基づき、達成可能なデータチャネル k におけるユーザ m のレートは、次のように表すことができる。

$$R_m^k = B_0 \log_2 (1 + \gamma_{m,k})$$

ここで、 B_0 はチャネルの帯域幅を表す。このように、ユーザ m の総データレートは

$$R_m = \sum_{k \in \mathcal{K}} B_0 \log_2 (1 + \gamma_{m,k})$$

問題定式化

$$\begin{aligned}
& \max_{\mathcal{A}, \mathbf{P}, \mathbf{S}} |\mathcal{A}| \\
& \text{s.t.} \quad \text{C1: } R_m \geq R_m^{\min}, \quad \forall m \in \mathcal{A} \subseteq \mathcal{U} \\
& \quad \text{C2: } 0 \leq p_m \leq p_m^{\max}, \quad \forall m \in \mathcal{U} \\
& \quad \text{C3: } \sum_{k \in \mathcal{K}} s_{k,m} = 1, \quad \forall m \in \mathcal{A} \\
& \quad \text{C4: } \sum_{m \in \mathcal{U}} s_{k,m} \leq 2, \quad \forall k \in \mathcal{K} \\
& \quad \text{C5: } s_{k,m} \in \{0, 1\}, \quad \forall m \in \mathcal{U}, k \in \mathcal{K} \\
& \quad \text{C6: } a_m \in \{0, 1\}, \quad \forall m \in \mathcal{U}
\end{aligned}$$

この目的関数は、アップリンクNOMAネットワークがサポートするユーザ数を最大化することである。そのほか、C1、C2は、それぞれ各ユーザーの最低レート要求と最大送信電力を指定する。C3は、各ユーザが1つのチャンネルしか占有できないことを示す。

備考1：この問題は、離散的な $(\mathcal{A}, \mathbf{S})$ と連続的な (\mathbf{P}) の変数を持つ混合整数計画問題であり、これは一般にNP困難な問題である[12]。さらに悪いことに、目的関数がこの問題をより難解なものにしており、従来のマッチングや凸近似のアプローチでは対処しきれない。この複雑な問題を効率的に解くには、いくつかの新しい方法を採用する必要がある。

感想

電力周りの整数の扱いがどの程度影響するかでアニーリングで解けるかが決まりそう

論文中の問題の設定は次のようになっていた

Cell radius	500 m
Path loss	$d^{-\alpha}$
Shadowing	Log normal as $\mathcal{N}(0, \sigma_s^2)$
Fading	Rayleigh fading with 1 variance
Noise power spectrum density	-174dBm/Hz
Maximum transmission power, p_m^{\max}	200 mW
Number of channels, K	10
Channel bandwidth, B_0	180KHz
Number of users, M	20
Simulation times	2000

使うqbit数の見積もりをする。電力のところはlogEncoderを使うとすると使うビット数は $\log_2(p_m^{\max} - 1)$ であり、 $p_m^{\max} = 200$ の時は $\log_2(p_m^{\max} - 1) = \text{7.63...}$ で切り上げて8ぐらい。ユーザー数が20の時は 8×20 で160。 $s_{k,m}$ は $K \times M$ で200。 a_m で20。

合計すると $160 + 200 + 20 = 380$ ？この時点では規模的には解けそうに見える。

次の章でこの問題をMISに変換している。

A. The Feasibility Analysis of a Given NOMA Cluster

ここで、 \mathcal{Q} をユーザクラスタとし、すべてのユーザが同じチャンネルを共有するものとする。(4)の制約C4により、 \mathcal{Q} の大きさは2以下である必要がある。に対して、チャンネル k を割り当て、 \mathcal{Q} のユーザがレート要求を満たせるか否かを分析する。 (\mathcal{Q}, k) をNOMAクラスタとすると、 (\mathcal{Q}, k) の実現可能性問題は次のように表される。

$$\text{find } \{\mathbf{P} \mid R_m^k \geq R_m^{\min}, 0 \leq p_m \leq p_m^{\max}, \quad \forall m \in \mathcal{Q}\}.$$

式(5)に関して、まず各ユーザーの最小送信電力を求め、それらがすべてその最大制限 $p_m^{\max}, \forall m \in \mathcal{Q}$ 以下かどうかを確認することができます。式(2)と(4)のC1によると、NOMAクラスタ (\mathcal{Q}, k) のユーザー m の最小送信電力(\bar{p}_m と表示)は、 $R_m^k = R_m^{\min}$ の条件で達成されます。式 $R_m^k = R_m^{\min}$ を整理すると、以下のようになります。

$$\bar{p}_m = \left(2^{\frac{R_m^{\min}}{B_0}} - 1\right) \left(\sum_{i \in \{Q | g_{i,k} < g_{m,k}\}} \frac{\bar{p}_i g_{i,k}}{g_{m,k}} + \frac{\sigma^2}{g_{m,k}} \right)$$

再帰的な方法を採用することで、 Q の各ユーザー m について \bar{p}_m を得ることができる。その後、 \bar{p}_m と p_m^{\max} を比較することにより、(5)の問題の実現可能性を推定することができる。

B. 最大独立集合の再定式化

(4)の問題とMIS問題との間には、いくつかの共通点がある。まず、(4)の目的関数は、サポートされるユーザ数の最大化であり、これはMIS問題の目的、すなわち、頂点数の最大化に似ている。その上、MISでは、2つの頂点は、グラフにおいて非隣接でなければならない。同様に、2つのNOMAクラスタは、同じチャンネルを共有し、同じユーザを含むことはできない。したがって、NOMAクラスタはMISの頂点として扱うことができる。これら2つの問題の共通点から、MISに基づくアプローチに注目する動機となる。以下では、詳細な再定義プロセスについて紹介する。

$G = (V, E)$ を無向グラフとし、 V が頂点の集合、 E が辺の集合を表すとします。 V では、各頂点 v が実現可能なNOMAクラスタ (Q, k) に対応します。さらに、以下の条件を満たす場合、 v_i と v_j の間に辺 (v_i, v_j) が存在します。

$$Q(v_1) \cap Q(v_2) \neq \emptyset \text{ or } k(v_1) = k(v_2).$$

さらに、 $N_G(v)$ を G における v の近傍、 $N_G^+(v) = N_G(v) \cup v$ を v の拡張近傍と定義します。 $d_G(v)$ は、 G における頂点 v の次数を表します。その後、独立集合と最大独立集合の定義を形式的に与えます。

定義1 (独立集合 (IS)) : I が G のISであるとは、 $I \subseteq V(G)$ かつ任意の頂点 $v_i, v_j \in I$ に対して、 $(v_i, v_j) \notin E(G)$ が成立することである。

定義2 (最大独立集合 (MIS)) : I が G のMISであるとは、 I が G のISであり、 I の大きさ (すなわち、 $|I|$) が G のすべてのISの中で最大であることである。

初期グラフ G に基づいて、頂点分割によって分割グラフ H を生成します。特に、 $|Q(v)| = 2$ を満たす各頂点 v について、その頂点を2つに分割し、同じ近傍を持ちながら互いに隣接していない2つの頂点に分割します。グラフ構築および分割プロセスを説明するために、図1に示す4つのユーザーと2つのチャンネルのシナリオを例に使用します。この図では、(a)が初期グラフ G であり、各頂点の実現可能なNOMAクラスタ (Q, k) に対応しています。(b)は分割グラフ H であり、 v_7 が v_1 から分割されています。分割グラフ H について、次の補題が成立します。

補題1 : 式 (4) の問題は、分割グラフ H の最大独立集合 (MIS) 問題と同等である。

証明 : H 内の各頂点は、ユーザーに対応し、分割された頂点は同じISに属するため、 H 内のMISのサイズは式 (4) の目的関数と等しい。さらに、各頂点の実現可能性 (すなわち、実現可能なNOMAクラスタ) により、制約C1-C2が満たされます。また、MIS内の頂点の独立性は、制約C3-C6が満たされていることを確認します。したがって、式 (4) の問題は、分割グラフ H のMIS問題と同等です。

図1(b)に示されているように、 $\{v_1, v_4, v_7\}$ はMISを構成します。このMISに基づき、ネットワークでサポートされるユーザーの最大数が3であり、適切なアドミッションコントロールおよびリソース割り当てスキームが取得されます。

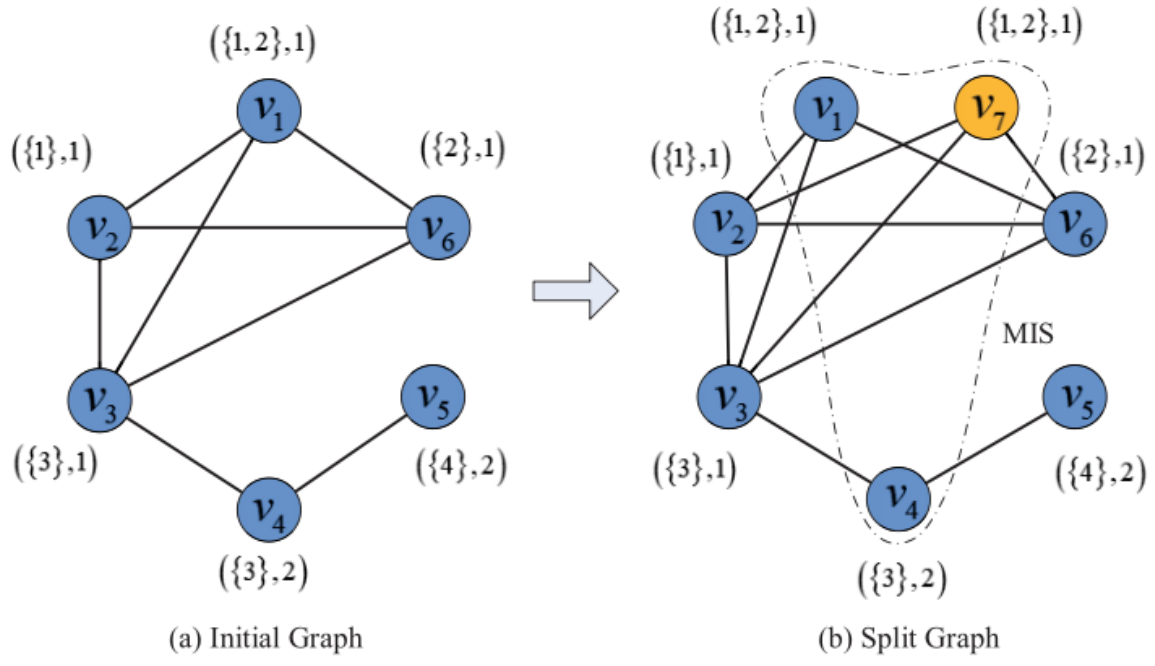


Fig. 1. A sample illustration of an initial and the corresponding split graphs.