

Restauração e Reconstrução de Imagens

BCC36F - Processamento de Imagens

Prof^a. Dr^a. Aretha Barbosa Alencar
arethaalencar@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Departamento Acadêmico de Computação (DACOM)

Campo Mourão - PR

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

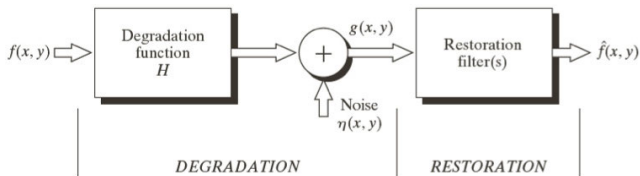
Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Introdução

- O principal objetivo das técnicas de restauração é melhorar uma imagem em algum sentido predefinido.
 - Idem ao processo de realce de imagens
- **Diferença:**
 - Realce: processo subjetivo
 - Restauração: processo objetivo
- **Restauração de Imagens:**
 - Procura recuperar uma imagem corrompida com base em um conhecimento *a priori* do fenômeno de degradação.
 - Definir a degradação e aplicar o processo inverso para recuperar a imagem original.

Processo de Degradação/Restauração de Imagens



Onde:

- $f(x, y)$ é a imagem original;
- H é a função de degradação;
- $\eta(x, y)$ é o ruído aditivo;
- $g(x, y)$ é a imagem degradada;
- O objetivo da restauração é obter $\hat{f}(x, y)$, uma estimativa da imagem original.

Processo de Degradação/Restauração de Imagens

- Se H for um processo linear e invariante no espaço, a **imagem degradada no domínio espacial** é dada por:

$$g(x, y) = h(x, y) \star f(x, y) + \eta(x, y) \quad (1)$$

onde $h(x, y)$ é a representação espacial da função de degradação e o símbolo \star representa a convolução.

- Já a **imagem degradada no domínio da frequência** é dada por:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (2)$$

onde os termos em letras maiúsculas representam as transformadas de Fourier dos termos correspondentes na Equação 1.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Modelos de Ruído

- As principais fontes de ruído em imagens digitais surgem no processo de aquisição e/ou transmissão:
 - Desempenho dos dispositivos pode ser afetado por condições ambientais, qualidade, etc.
 - Ex.: Câmera CCD - iluminação e temperatura determinam a quantidade de ruído.

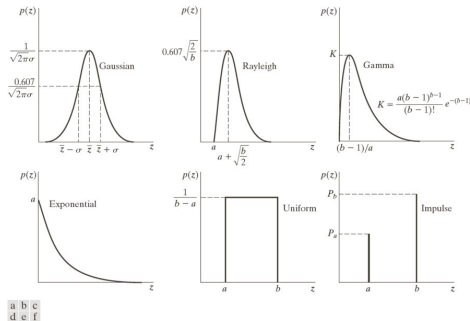


Figura: Algumas funções importantes de densidade de probabilidade.

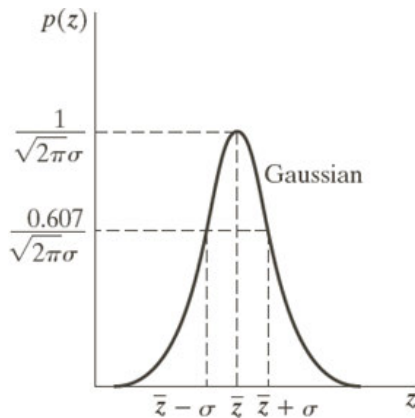
Ruído Gaussiano

- O modelo do **ruído Gaussiano** é bastante utilizado devido a possibilidade de manipulação matemática tanto no domínio espacial quanto da frequência.
- Simplicidade matemática faz com que sejam utilizados em situações que seriam marginalmente aplicáveis.
- A FDP de uma variável aleatória gaussiana, z , é dada por:

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\bar{z})^2/2\sigma^2} \quad (3)$$

onde z é a intensidade, \bar{z} o valor médio e σ o desvio padrão.

Ruído Gaussiano



Ruído de Rayleigh

- A FDP do **ruído de Rayleigh** é dada por:

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z - a)e^{-(z-a)^2/b} & \text{para } z \geq a \\ 0 & \text{para } z < a \end{cases} \quad (4)$$

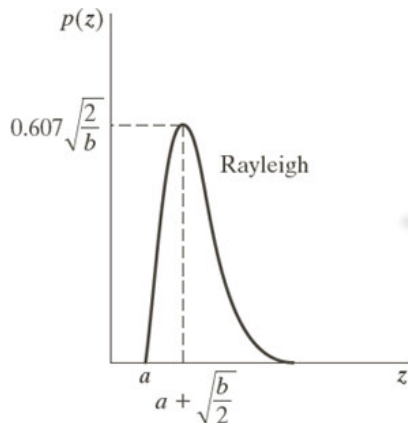
- A média, \bar{z} , e a variância, σ^2 , dessa densidade são dadas por:

$$\bar{z} = a + \sqrt{\pi b/4} \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \frac{b(4 - \pi)}{4} \quad (6)$$

- O formato gráfico dessa intensidade é basicamente inclinado para a direita.
- Pode ser bastante útil para a aproximação de histogramas inclinados.

Ruído de Rayleigh



Ruído de Erlang (gama)

- A FDP do **ruído de Erlang** é dada por:

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & \text{para } z \geq 0 \\ 0 & \text{para } z < 0 \end{cases} \quad (7)$$

onde $a > 0$ e b é um inteiro positivo.

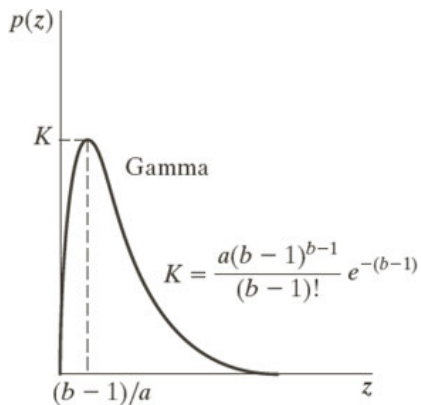
- A média e a variância dessa densidade são dadas por:

$$\bar{z} = \frac{b}{a} \quad (8)$$

$$\sigma^2 = \frac{b}{a^2} \quad (9)$$

- É correto chamá-la de densidade gama quando o denominador for a função gama, $\Gamma(b) = (b-1)!$.

Ruído de Erlang (gama)



Ruído Exponencial

- A FDP do **ruído exponencial** é dada por:

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & \text{para } z \geq 0 \\ 0 & \text{para } z < 0 \end{cases} \quad (10)$$

onde $a > 0$.

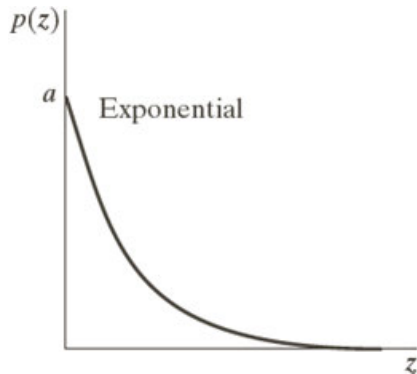
- A média e a variância dessa densidade são dadas por:

$$\bar{z} = \frac{1}{a} \quad (11)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{a^2} \quad (12)$$

- A FDP Exponencial é um caso especial da FDP de Erlang, com $b = 1$.

Ruído Exponencial



Ruído Uniforme

- A FDP do **ruído uniforme** é dada por:

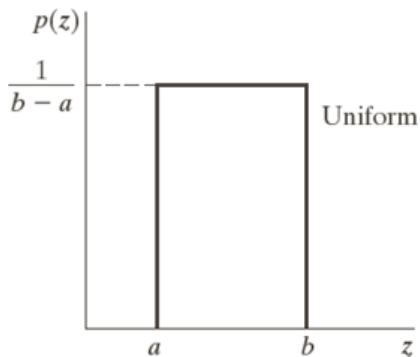
$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (13)$$

- A média e a variância dessa densidade são dadas por:

$$\bar{z} = \frac{a+b}{2} \quad (14)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (15)$$

Ruído Uniforme



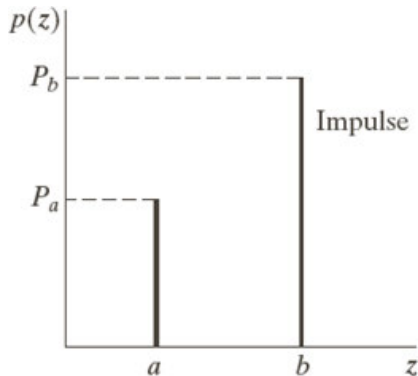
Ruído Impulsivo (sal e pimenta)

- A FDP do **ruído impulsivo** é dada por:

$$p(z) = \begin{cases} P_a & \text{para } z = a \\ P_b & \text{para } z = b \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (16)$$

- Se $b > a$, a intensidade b aparecerá como um ponto claro na imagem, e o nível a como um ponto escuro.
- Para imagens de 8-bits, tipicamente $a = 0$ (preto) e $b = 255$ (branco).

Ruído Impulsivo (sal e pimenta)



Modelos de Ruídos – Exemplos

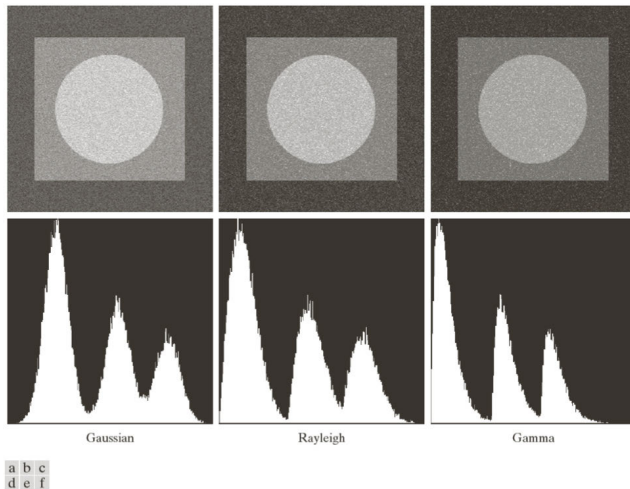


Figura: Imagens e histogramas resultantes da adição de ruído Gaussiano, Rayleigh e gama as imagens, respectivamente.

Modelos de Ruídos – Exemplos

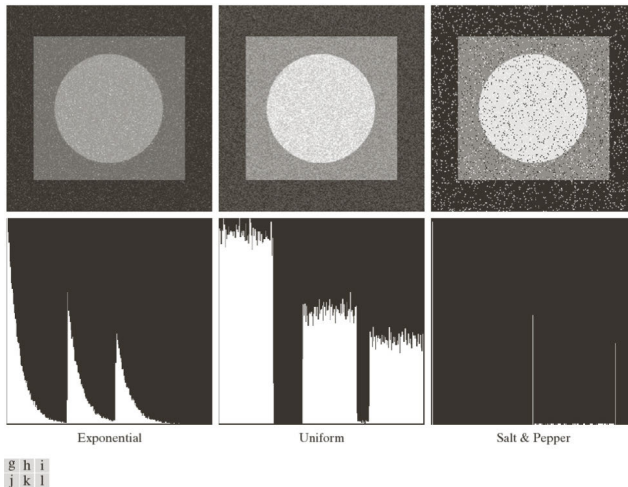
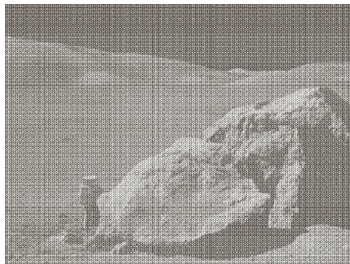


Figura: Imagens e histogramas resultantes da adição de ruído exponencial, uniforme e “sal e pimenta”, respectivamente.

Ruído Periódico

- Ruído espacialmente dependente.
- Geralmente resulta de interferência elétrica ou eletromecânica durante a aquisição.
- Pode ser reduzido por meio de filtragem no domínio da frequência.
- **Ruído periódico** tende a produzir picos de frequências no espectro de Fourier da imagem corrompida, que frequentemente podem ser detectados por inspeção visual.

Ruído Periódico – Exemplo



a
b

- a Imagem corrompida por ruído senoidal de várias frequências.
- b Espectro de Fourier da imagem corrompida. Cada par de impulsos conjugados corresponde a uma onda de seno.



Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial

- Quando a única degradação na imagem se dá pela presença de ruído, temos que:

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y) \quad (17)$$

e

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v) \quad (18)$$

- No entanto, os termos de ruído são desconhecidos, e subtraí-los de $g(x, y)$ ou $G(u, v)$ não é uma opção realística.
- **Filtragem espacial** é o método indicado em situações quando somente ruído aleatório aditivo está presente.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Filtro de Média Aritmética

- É o mais simples dos filtros de média.
- Matematicamente:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \quad (19)$$

onde S_{xy} é o conjunto de coordenadas de uma janela de subimagem retangular (vizinhança) de tamanho $m \times n$, centrado no ponto (x, y) .

- Pode ser implementado usando um filtro espacial de tamanho $m \times n$ onde os coeficientes apresentam valor $1/mn$.
- Atenua variações locais, reduzindo o ruído em consequência do borramento.

Filtro de Média Geométrica

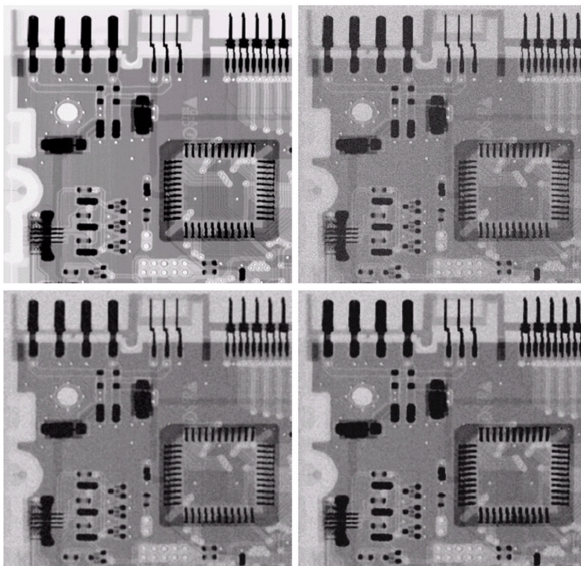
- É dado pela expressão:

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}} \quad (20)$$

onde S_{xy} é o conjunto de coordenadas de uma janela de subimagem retangular (vizinhança) de tamanho $m \times n$, centrado no ponto (x, y) .

- Obtém uma suavização comparável ao filtro de média, mas tende a perder menos detalhes da imagem.

Filtros de Média – Exemplos



a	b
c	d

- a Imagem original de placa de circuito.
- b Imagem corrompida com ruído aditivo Gaussiano ($\bar{z} = 0$ e $\sigma^2 = 400$).
- c Resultado de filtragem com filtro de média aritmética de tamanho 3×3 .
- d Resultado de filtragem com um filtro de média geométrica de mesmo tamanho.

Filtro de Média Harmônica

- Determinado pela expressão:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}} \quad (21)$$

onde S_{xy} é o conjunto de coordenadas de uma janela de subimagem retangular (vizinhança) de tamanho $m \times n$, centrado no ponto (x, y) .

- Indicado para tratar ruído do tipo “sal”, mas falha frente ao ruído “pimenta”.
- Apresenta bom desempenho com outros tipos de ruído, como o gaussiano.

Filtro de Média Contra-Harmônica

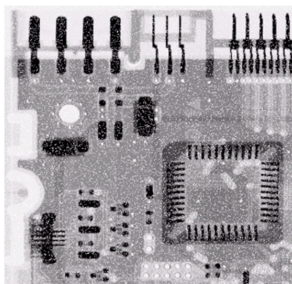
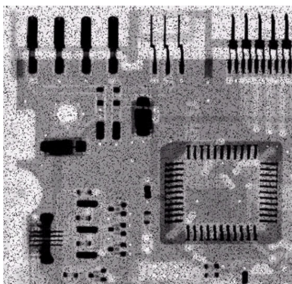
- Determinado pela expressão:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q} \quad (22)$$

onde Q é chamado de ordem do filtro.

- Adequado para reduzir (e praticamente eliminar) ruído do tipo “sal e pimenta”.
- Não elimina os dois ruídos simultaneamente:
 - $Q < 0$: elimina ruídos “sal”
 - $Q > 0$: elimina ruídos “pimenta”
- Observar que:
 - $Q = 0$: filtro de média aritmética
 - $Q = -1$: filtro de média harmônica

Filtros de Média – Exemplos



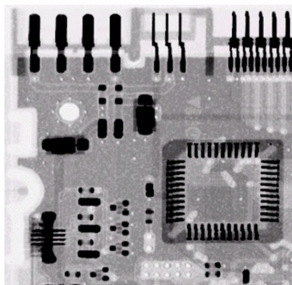
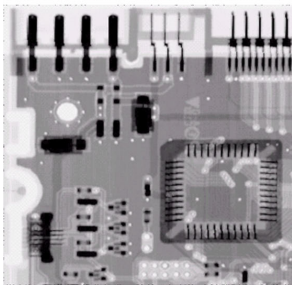
a	b
c	d

a Imagem corrompida com ruído “pimenta” com probabilidade de 0.1.

b Imagem corrompida com ruído “sal” com mesma probabilidade.

c Resultado de filtragem de (a) com filtro de média contra-harmônica de tamanho 3×3 com $Q = 1.5$.

d Resultado de filtragem de (b) com filtro de média contra-harmônica de tamanho 3×3 com $Q = -1.5$.



Filtros de Média – Exemplos

- Geralmente, filtros de média aritmética e geométrica são bons para redução de ruído aleatório Gaussiano ou uniforme.
- O filtro de média contra-harmônica é indicada para ruído impulsivo, mas possui a desvantagem de que é necessário saber se o ruído é escuro ou claro para selecionar o sinal correto de Q .

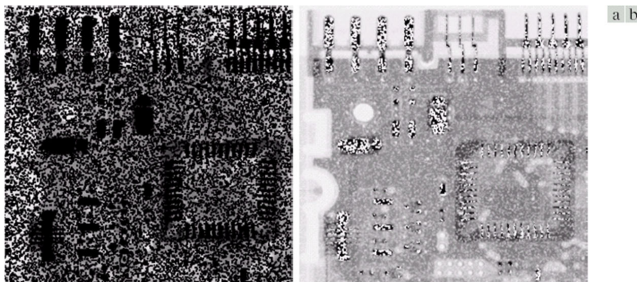


Figura: **(Esquerda)** Filtragem da imagem (a) do slide anterior com filtro de média contra-harmônica de tamanho 3×3 e $Q = -1.5$; **(Direita)** Filtragem da imagem (b) do slide anterior com filtro de média contra-harmônica de tamanho 3×3 e $Q = 1.5$.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Filtros de Estatística de Ordem

- **Filtros de estatística de ordem** são filtros espaciais cuja resposta é baseada na ordenamento dos valores dos pixels contidos na área da imagem englobados pelo filtro.
- Anteriormente, já havíamos estudado o filtro da mediana que se enquadra nessa categoria.

Filtros de Mediana

- Filtro de estatística de ordem mais conhecido.
- Dado por:

$$\hat{f}(x, y) = \underset{(s, t) \in S_{xy}}{\text{mediana}} \{g(s, t)\} \quad (23)$$

- São filtros bastante populares por proporcionarem excelente redução de ruído com pouco borramento.
- Apresenta bons resultados na presença dos ruídos impulsivo bipolar e unipolar.

Filtros de Máximo e de Mínimo

- Filtro de Máximo é dado por:

$$\hat{f}(x, y) = \max_{(s, t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \quad (24)$$

- Útil na localização de pontos mais claros de uma imagem.
- Reduz ruído do tipo “pimenta”.

- Filtro de Mínimo é dado por:

$$\hat{f}(x, y) = \min_{(s, t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \quad (25)$$

- Útil na localização de pontos mais escuros de uma imagem.
- Reduz ruído do tipo “sal”.

Filtro de Média com Corte Alpha

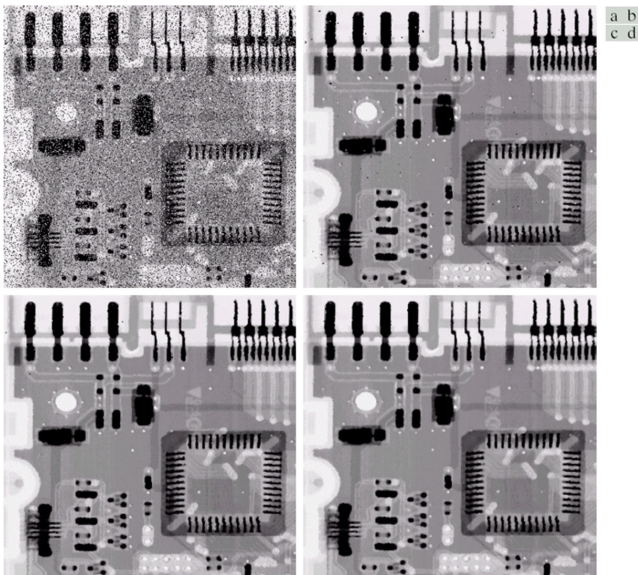
- Suponha que deletemos os $d/2$ menores e os $d/2$ maiores valores de intensidade de $g(s, t)$ na vizinhança S_{xy} .
- Seja $g_r(s, t)$ os $mn - d$ pixels remanescentes. O filtro de média com corte alpha é dado por:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g_r(s, t) \quad (26)$$

onde d deve estar no intervalo $[0, mn - 1]$.

- Tende a ter um resultado que é uma mistura dos filtros mediana e média aritmética
- Observar que:
 - $d = 0$: filtro de média aritmética.
 - $d = mn - 1$: filtro de mediana.

Filtros de Estatística de Ordem – Exemplos



- a Imagem corrompida com ruído “sal e pimenta” com probabilidades $P_a = P_b = 0.1$.
- b Resultado de uma aplicação do filtro de mediana com tamanho 3×3 .
- c Resultado do processamento de (b) com o mesmo filtro.
- d Resultado do processamento de (c) com o mesmo filtro.

Filtros de Estatística de Ordem – Exemplos

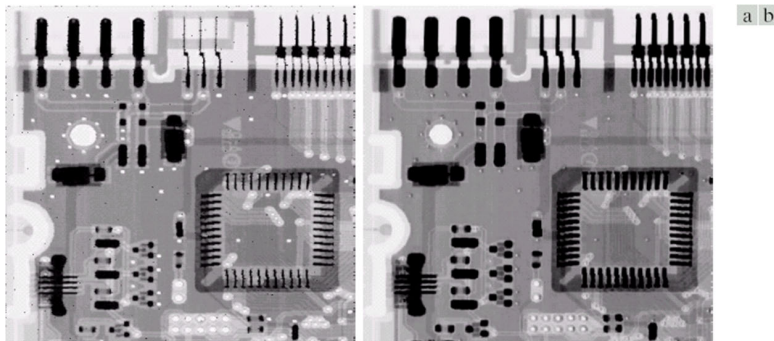
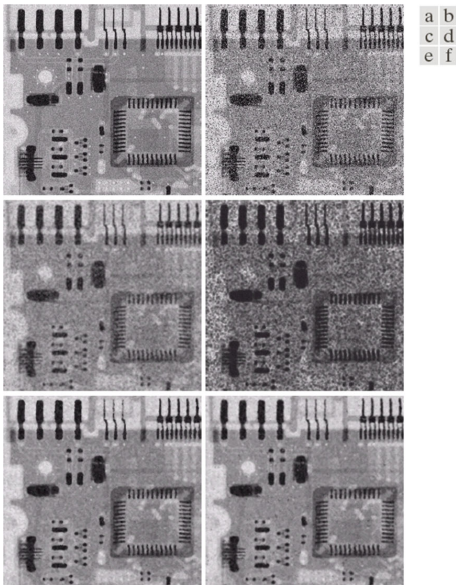


Figura: **(Esquerda)** Resultado da filtragem da imagem (a) do slide 33, corrompida com pimenta, com filtro de Máximo com tamanho 3×3 ; **(Direita)** Resultado da filtragem da imagem (b) do slide 33, corrompida com sal, com filtro de de Mínimo com tamanho 3×3 .

- O filtro de mínimo fez um trabalho melhor do que o filtro de máximo na remoção de ruído, mas removeu alguns pontos brancos ao redor da borda de objetos claros.

Filtros de Estatística de Ordem – Exemplos



a Imagem corrompida com ruído uniforme aditivo de variância 800 e média zero.

b Imagem corrompida adicionalmente com ruído “sal e pimenta” aditivo com $P_a = P_b = 0.1$.

Imagem (b) filtrada com um filtro 5×5 :

c Filtro de média aritmética.

d Filtro de média geométrica.

e Filtro de mediana.

f Filtro de média com corte alpha com $d = 5$.

Filtro de média com corte alpha com valor de d alto aproxima-se da performance do filtro da mediana, mas ainda retêm algumas capacidades de suavização.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Filtros Rejeita-Faixa

- Utilizados principalmente quando em aplicações nas quais a posição geral dos componentes de ruído no domínio da frequência é aproximadamente conhecida.
- Bastante utilizados na remoção de ruído periódico.



Figura: (a) Filtro rejeita-faixa ideal; (b) Filtro rejeita-faixa Butterworth (de ordem 1); e (c) Filtro rejeita-faixa Gaussiano.

Filtros Rejeita-Faixa

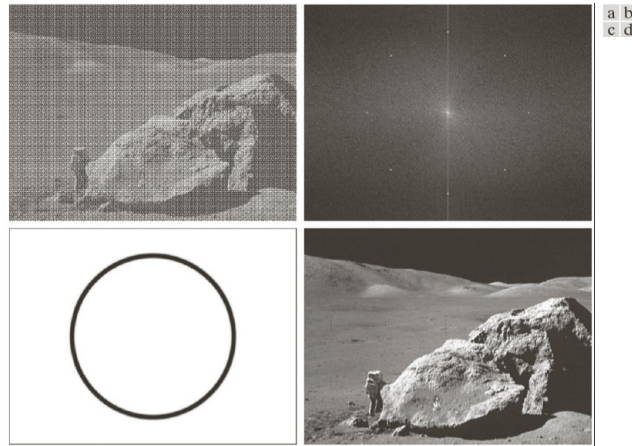


Figura: (a) Imagem corrompida com ruído sinoidal periódico; (b) Espectro de Fourier de (a); (c) Filtro rejeita-faixa Butterworth de ordem 4 (branco representa 1); e (d) Resultado da filtragem.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Filtros Passa-Faixa

- Um filtro passa-faixa é obtido de um filtro rejeita-faixa da mesma maneira pela qual obtemos um filtro passa-alta de um filtro passa-baixa:

$$H_{BP}(u, v) = 1 - H_{BR}(u, v) \quad (27)$$

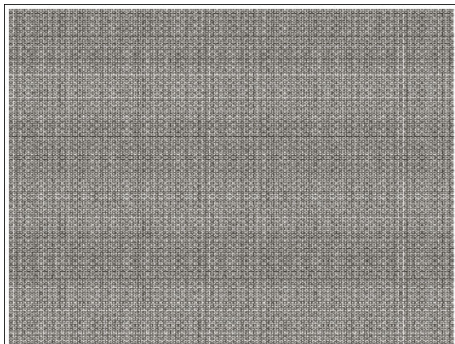


Figura: Ruído senoidal do exemplo anterior obtido com um filtro passa-faixa correspondente.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelos de Ruído
- 3 Restauração na Presença de Ruído Somente – Filtragem Espacial
 - Filtros de Média
 - Filtros de Estatística de Ordem
- 4 Redução de Ruído Periódico – Filtragem no Domínio da Frequência
 - Filtros Rejeita-Faixa
 - Filtros Passa-Faixa
 - Filtros Notch

Filtros Notch

- **Filtros *notch*** rejeitam (ou passam) frequências em vizinhanças predefinidas sobre no retângulo de frequência.
- Devido a simetria da transformada de Fourier, filtros *notch* também deve aparecer em pares simétricos ao redor da origem do retângulo de frequência.

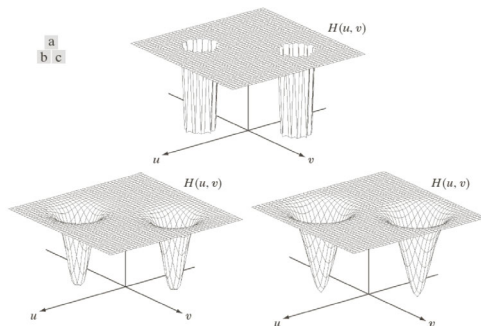
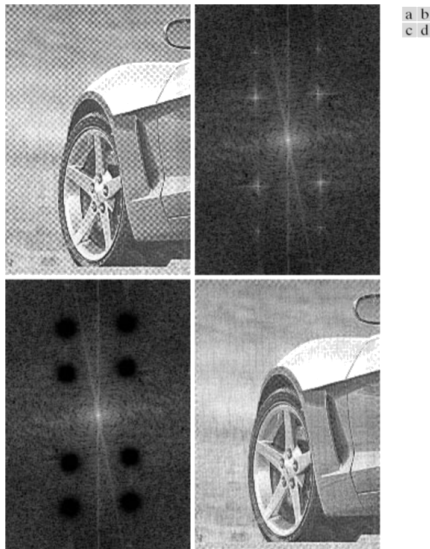


Figura: Diagramas em perspectivas de filtros notch (rejeita) (a) ideal, (b) Butterworth (de ordem 2) e (c) Gaussiano.

Filtros Notch – Exemplo



- a Imagem de jornal mostrando padrão moiré.
- b Espectro de Fourier.
- c Filtro *notch* passa-alta Butterworth multiplicado pelo espectro de Fourier.
- d Imagem filtrada.

- Gonzales, R. C. et al. **Digital Image Processing**. Prentice Hall, Terceira Edição, 2008, ISBN 9780131687288.
 - Capítulo 5 — Image Restoration and Reconstruction

