

金融時系列のスタイライズド・ファクト(定型事実)

金融市場の価格変動には、市場や時代を超えて共通に観察される統計的な特徴(スタイライズド・ファク ト、定型的事実)が存在します 1 2 。これらは特定の資産や期間に依存せず繰り返し現れる傾向であり、 現代の経験的金融研究の基盤となっています 3 。1960年代にマンデルブロートやファマによって分布の ファットテール(厚い裾野)が発見・議論されて以来 3 4 、多くのスタイライズド・ファクトが株式・為 替・債券など様々な資産で確認されてきました。以下に主要なスタイライズド・ファクトとその定義・例を まとめ、資産クラス間および高頻度データと低頻度データ間の違いについて考察します。

代表的なスタイライズド・ファクトの概要

金融時系列に関する代表的なスタイライズド・ファクトを表に整理します。各項目について定義(必要に応 じ数式)、特徴の概要、および代表的な文献やデータ例を示します。

スタイライ ズド・ファ クト

定義・内容(概要)

指標・数式の例

代表的な文献・データ例(発 見の経緯など)

厚い裾 (ファット テール)

極端 値の多さ)

リターン分布の裾が正規分布

よりも厚く、極端な価格変動 の確率が高い現象。尾部確率 はべき乗則に従うとされ、多 くの資産で尾指数が約2~5と 有限(分散は有限) 5。分 布は尖度が大きく鋭い峰と肥 厚な裾を持つ 6 7。

尾指数(例えばヒル プロットによる推 定)
例: 尾部確 $xir P(|r| > x) \sim$ $Cx^{-\alpha}$ (α :尾指

マンデルブロート(1963)による 綿花価格の分析で初めて体系 的に報告 3 。ファマ(1965)も 株価指数で確認 3 。現代でも S&P500収益の尾指数は約3と 報告 5 。株式は債券より尾が 重い 8。

自己相関の 欠如
 (リターン の無相関 性)

価格リターンに有意な自己相 関が見られない現象。過去の リターンから将来の方向を線 形予測することは困難で、ラ ンダムウォークに近い振る舞 い。これは効率的市場仮説と 整合的。短期的な例外(超高 頻度ではマイクロストラク チャ要因による微小な自己相 関など)は存在。

自己相関係数 $\rho_k =$ $Corr(r_t, r_{t-k})$
例: 日次リター ンの自己相関 $\rho_1 \approx$ ケンドール(1953)による株価分 析以来知られる事実。近年の 分析でも**日次・週次・月次リ** ターンは統計的に自己相関がゼ ロ 9 (95%信頼区間内) の結 果が得られている。高頻度では 数秒~数分の極短期に微弱な 自己相関(例:ビッド・アス クスプレッドの反転など)が観 測される 10。

スタイライ ズド・ファ クト	定義・内容(概要)	指標・数式の例	代表的な文献・データ例(発 見の経緯など)
ボラティリ ティ・クラ スタリング (**)の集中的発生)	価格変動の大きさ(ボラティリティ)が時間的にクラスタを形成する現象。大きな変動が発生した後には再び大きな変動が起こりやすく、静穏な期間と変動の激しい期間が交互に現れる ¹¹ 。この非線形依存はARCH/GARCH効果として定式化され、長期的な記憶(long memory)も示唆される(分散の自己相関がゆっくり減衰)。	分散や絶対リターン の自己相関< $br>>例:Corr(r_t , r_{t-k}) > 0(複数ラグで有意)$	マンデルブロート(1963)が「大きな変動の後に再び大きな変動が続く」と指摘 ¹² したのが 嚆矢。ほぼ全ての市場で観測される現象 ¹¹ で、Engle (1982)がARCHモデルで定量化 ¹³ 。高頻度データによる実測 ボラティリティでも強い自己相関と長期持続性が確認されている ¹⁴ 。
レバレッジ 効果 (変動とリ ターンの負 の相関)	リターンとその後のボラティ リティに負の相関が見られる 現象。価格が急落するとその 後の変動率が上昇しやすい。 株式では企業の財務レバレッ ジ増大を通じて説明され、 「悪材料による株価下落はボ ラティリティ上昇を伴う」傾 向として観測される 15 。	リターンと分散の相 関< $br/>br>例: 過去リターンと現在の平方リターンの相関\mathrm{Corr}(r_{t-1}, r_t^2) < 0$	ブラック(1976)やクリステンセン&ベンズ(1982)が指摘。 株式市場で顕著 で、多くの資産でボラティリティとリターンに負の相関が報告 ¹⁶ 。(※為替や国債ではレバレッジ効果は ほぼ見られない かごく小さいとされる。)
収益分布の 歪度 br> (ゲイン/ ロス非対称 	リターン分布が左右対称では なく歪んでいること。特に株 式では分布が左に長い裾(負 の歪度)を持ち、急落(大幅 下落)の方が急騰より起こり やすい ¹⁷ 。投資家心理とし て悪材料への反応が強いため と考えられる。	歪度(スキューネ ス) 例: 歪度 < 0 (左側に重い分 布)	株価指数の長期データで大暴落が大暴騰より頻発することが確認される 17。一方、為替や債券では必ずしも一貫した 歪度はなく、概ね対称的か期間によって正・負が入れ替わる場合もある。
出来高と変 動率の相関	取引高(出来高)と価格変動幅に正の相関が見られる現象。取引が活発なほど価格の変動も大きくなる傾向。 18 これはニュースの到着や参加者数が増える影響を反映したものとされる(混合分布仮説	出来高と絶対リター ンの相関< $br>>例:$ $Corr(Volume_t, r_t)$ 0	クラーク(1973)の混合分布仮説で提起。株式や先物市場で高出来高の日は変動も大きいことが経験的に確立。為替市場でもティック数(擬似出来高)とボラティリティに相関が報告

されている。

など)。

ズド・ファ クト	定義・内容(概要)	指標・数式の例	代表的な文献・データ例(発 見の経緯など)
時間尺度に よる分布変 化 かけつス 計のガウス 化)	データ頻度 (時間尺度) による分布特性の変化。短期データでは極端値が多く非正規的だが、リターンを集計 (例:日次→月次) すると中心極限定理的に分布形状が正規分布に近づく傾向 ¹⁹ 。ただし完全には正規化せず、一部のファットテール特性は残存。	異なる時間粒度での 分布比較 り: 月 次リターンの尖度 < 日次リターンの尖度	日次では尖度・裾の厚さが顕著 だが、週次・月次ではやや穏やかになる ¹⁹ (ただし依然として正規分布より裾は重い ²⁰)。高頻度では分布はより鋭い峰と厚い裾を示す ²¹ 。この性質はCont (2001) により"aggregational Gaussianity"と呼ばれる。

※上記の他にも、複雑な自己相関構造や多変量間の共通性など様々なスタイライズド・ファクトが報告されていますが、代表的なものを挙げています。

資産クラス(株式・債券・為替)ごとの比較

スタイライ

上記スタイライズド・ファクトの多くは**資産クラスを超えて共通に観察**されます。例えば**株式指数も為替レートも共にファットテール分布・ボラティリティクラスタリング・自己相関の欠如といった特徴**を示します 22 。したがって、基本的なstylized factsは株式・債券・為替など広範な市場で普遍的です 1 。実際、為替市場の研究でも「ユニットルート(ランダムウォーク)、ファットテール、ボラティリティクラスタ」が主要な経験的事実として挙げられています 22 。

しかし資産クラス固有の違いもいくつか指摘されています。以下に主要な相違点をまとめます。

- •極端値の頻度(ファットテールの度合い): 株式市場は債券市場よりも裾が厚い傾向があります。例えば株式の方が債券よりもパレート指数が小さく(=テールが重い)なるとの報告があります 8 。株価指数では一日の下落率が20%以上となる「暴落」が歴史的に見られますが、主要国債の金利変動で同程度の極端変動は稀です。そのため下方リスク(ダウンサイドリスク)が株式の方が大きいと解釈されています 8 。
- •分布の非対称性: 株式のリターン分布は一般に負の歪度(下方向への極端値の方が多い)を示します 17。一方、為替レートのリターン分布はおおむね対称的であることが多く、明確な歪度は観察され にくいとされています(通貨ペアによって若干の偏りが出る場合もありますが、株式ほど一方向に偏った歪度を示しません)。債券(利回り)の変動も、株式ほど一方向に偏った分布にはならない傾向があります。
- ・レバレッジ効果の有無: レバレッジ効果は株式市場特有の現象とされています 16。株式では株価下落 →自己資本比率低下→企業リスク上昇→価格変動率上昇というメカニズムで負のリターンと高ボラ ティリティの同時発生が生じます 15。しかし為替市場では明確なレバレッジ効果は確認されていません。為替レートの場合、値下がりが企業の財務レバレッジに直結するわけではないため、ボラティリティは上昇材料・下落材料に対称的に反応しやすく、株式のような一方向のボラティリティ増加は 見られにくいのです (※一部、新興国通貨では急落時にボラティリティ急騰が起こるケースもありますが、それはスタイライズド・ファクトというより危機時の特殊要因と捉えられます)。債券(金利)市場でも、金利上昇・低下とボラティリティに体系的な負の相関があるとの証拠は限定的です。 むしろ金利市場では金利水準とボラティリティの正の相関 (いわゆるレベル効果:金利水準が高いとき変動率も高い)が知られており、これは株式のレバレッジ効果とは逆方向の関係です。このよう

に、**変動とリターンの非対称な関係は株式市場で顕著**で、債券・為替ではそれほど顕著でないか別の形(レベル効果など)をとります。

• 平均への回帰性: 株式指数や為替レートの水準はユニットルート(ランダムウォーク)過程とみなされ長期的な平均への回帰はほとんど無いのに対し 22 、金利(水準)や社債スプレッドは平均回帰的な動きをする場合があります(長期的な均衡水準に戻ろうとする力がある)。例えば短期金利は景気サイクルに応じて上昇・低下し、極端な高金利・低金利は持続しにくいという経験則があります。ただし名目金利にユニットルートが棄却できないとの分析もあり、程度については論争があります 23。

以上のように、ファットテールやボラティリティ・クラスタリングといった主要事項は株・債・為替で共通する一方、レバレッジ効果の有無や歪度の方向性、平均回帰性などいくつかの側面で資産クラス特有の差異が見られます。もっとも、これらの違いは「あるスタイライズド・ファクトが特定市場で成立しない」というより「強さや形態の違い」として現れるものです。例えば「債券では株式よりファットテールがやや弱い」程度の差異であり、スタイライズド・ファクトそのものの枠組みは依然共通しています。

データ頻度(高頻度 vs 低頻度)による違い

スタイライズド・ファクトは分析する**データの頻度スケール**によっても現れ方に違いがあります。**ティックデータや1分足などの高頻度データ**と**日足・週足などの低頻度データ**を比較すると、以下のような相違点が知られています。

- ・分布形状の時間尺度依存: 短い時間尺度ほどリターン分布の尖度が高く裾がより厚い傾向があります 21。例えば1分足リターンは日次リターンよりも極端値が頻出し、分布がとがっています。一方、リターンを集計する時間幅を長くすると(例:日次→週次→月次)、極端値の影響が部分的に平均化され分布は徐々に正規分布に近づく傾向があります 19 (これを集計によるガウス化と呼びます)。実際、日次データでは大きな尖度(例えばS&P500日次リターンの尖度は約48 24)が観測されますが、月次リターンではそれがかなり低下します。それでもなお月次でも正規分布よりは重い裾を持つ(過剰尖度が残る)ことが多く、時間尺度を伸ばしても完全にはファットテールが消えない点も重要です 20 。総じて、高頻度データではスタイライズド・ファクトである非正規な分布形状がより顕著に現れ、低頻度になるほど緩和されます。
- •自己相関構造: 前述の通り、日次以上のスケールではリターンの自己相関はほぼゼロですが 9 、高頻度データでは短期的な自己相関が観測される場合があります。これは市場マイクロストラクチャ要因(例:ビッド・アスクの反転や発注戦略による数秒オーダーの価格揺らぎ)や、情報拡散の時間差によるものです。例えば数秒~数分足データでは隣接ティック間に微小な負の自己相関(価格が一瞬戻る現象)や、ニュース直後に数秒間程度続く正の自己相関(モメンタム)が見られることがあります。このような超短期の構造は低頻度では平均化され消えてしまうため、高頻度データ特有のスタイライズド・ファクトと言えます 10 。一方で、長めの時間スケール(日次~月次)になると自己相関はないものの数ヶ月~数年スパンで見ると平均回帰的な挙動(例:半年程度でのリバーサル傾向)が現れるケースも報告されており、頻度によって異なる現象が顔を出す点に留意が必要です。
- ・ボラティリティ・クラスタリングの持続時間: ボラティリティクラスタリング自体は高頻度・低頻度いずれでも観測されますが、その持続期間と減衰パターンに違いがあります。高頻度データでは変動の高まりが数分以内のごく短いクラスターとなって現れることもあれば、一日の中で断続的に高変動期が訪れる場合もあります。日次データでは変動高止まりの期間が数日から数週間続くことが多く、週次・月次データではもう少し長期のレジーム切替的な様相(平時 vs 危機時など)が強調されます。統計的には、高頻度で得られる実現ボラティリティを用いると非常に長いラグまで有意な自己相関(ゆるやかな減衰)が確認され、これをボラティリティの長期記憶と解釈します 14。一方、日次の平方リターンでも数十日のラグまで自己相関が残存しますが 25、週次・月次では自己相関の有意範囲が

もう少し短くなります ²⁵ 。つまり、**ボラティリティ・クラスタの"しっぽ"は高頻度データの方が長い(ゆっくり減衰)**と言えます。

・季節性・周期性パターン: 高頻度データには日中の規則的なパターンが存在します。典型例が取引日の中盤にかけて変動率・出来高が低下し、取引開始直後と終了間際に高まる「U字型」の日中パターンです 26 。株式市場では寄り付きと大引け前に出来高・ボラティリティが高く、昼頃に沈静化する傾向が長年観測されています。また為替市場でもロンドン・NY市場のオープン時刻に出来高・変動が大きく、東京時間深夜には静かな、といった日中周期があります。この日内変動のU字型パターンはAndersen&Bollerslev (1997)などの研究で詳細に示されており、株式・為替・金利先物など様々な市場で確認されています 27 26 。一方、日足以上の低頻度データではこうした日中パターンは影を潜めますが、週末効果(週初と週末でリターン分布が異なる)や月末効果など、より長い周期の季節性が議論される場合があります。

以上のように、データ頻度の違いはスタイライズド・ファクトの「程度」や「現れ方」を変化させます。高頻度データではファットテールやクラスタリングが極端に表れたり、市場マイクロ構造に起因する新たなパターン(U字型季節性や秒単位の自己相関)が現れたりします。一方、低頻度データではそれら高頻度の特徴が平均化される反面、長期的な構造(景気循環に伴う変動 Regime など)が見えやすくなります。しかし根底にある「非正規な分布」と「変動の不均一な集まり方」という性質自体はどの頻度でも一貫しており、時間スケールによって連続的に変化するものと捉えられます 19 。

まとめ

金融時系列におけるスタイライズド・ファクトは、半世紀以上にわたる膨大な実証研究で確認されてきた**普遍的な経験則**です。それらは株式・債券・為替といった資産クラスを超えて共通し、高頻度から低頻度まで 尺度を変えても本質的な特徴を示し続けます。主要なスタイライズド・ファクト(ファットテール、自己相関の欠如、ボラティリティ・クラスタリング等)は、市場リスク管理や価格モデル構築において常に念頭に置かれるべき基本事項です 28 14 。現在の金融経済学・数理ファイナンスのモデルは、完全にではないにせよこれら事実を再現し説明しようと発展してきました 29 。例えば近年の研究では、実現ボラティリティを用いてファットテールとクラスタリングを分離し分析するなど 20 、スタイライズド・ファクトの背景にあるメカニズム解明も進みつつあります。

スタイライズド・ファクトそのものに経済的な意味があるのか、という問いもあります ³⁰ 。例えば「ボラティリティがクラスタを成す」という事実が投資戦略やリスク管理に使えるのか、といった問題です。現在までの知見では、これら経験則を踏まえることで**リスク予測の精度向上** ³¹ や極端事象発生確率の適切な評価に繋がっており、実務上も重要なインプリケーションを持ちます。また資産クラス間の共通性と相違を理解することで、異なる市場のリスク特性(例えば株式はよりテールリスクが大きい等)も把握できます。

今後も高頻度取引の増加や新たな市場の登場により、スタイライズド・ファクトの「例外」や微妙な変化が 観測される可能性はあります。しかし**ここで述べた基本的な定型事実は、金融市場の根幹的な統計構造**とし て今後も検証と精緻化が続けられていくでしょう 32 14。スタイライズド・ファクトを正しく理解すること は、金融データ分析における第一歩であり、その理解に基づいてモデルを構築・評価することが重要です 29。

最後に、本調査で挙げた文献や例はその一部に過ぎません。古典的研究から最新の研究まで多岐にわたる文献が存在し、各スタイライズド・ファクトの厳密な定量や起源についてさらに詳しく知るためには、引用文献 3 12 や専門書(Cont (2001) 33 など)を参照すると良いでしょう。スタイライズド・ファクトの体系的理解は、金融市場の複雑な動態を捉える上で不可欠な土台となります。

参考文献: 本回答中で言及したスタイライズド・ファクトの定義や実証結果については、以下の文献・資料を参照しました。 - Cont, R. (2001). "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical

issues." Quantitative Finance. 5 21 - Mandelbrot, B. (1963), Fama, E. (1965) 等による初期研究(価格変動の非正規性の発見) 3 4。 - Guillaume et al. (1997). "From the bird's eye to the microscope: A survey of new stylized facts of the intra-daily FX markets." (為替の高頻度データの特徴) 34。 - Andersen, T. G., Bollerslev, T. 他 (2000). "Exchange Rate Returns Standardized by Realized Volatility are (Nearly) Gaussian." (高頻度データで実現ボラティリティ考慮時に分布が正規に近づく) 20。 - Toni Esteves (2024) ウェブ記事「Stylized Facts - The Empirical Properties of Assets」 9 15 (各種スタイライズド・ファクトの解説と図示)。 - その他、本文中に引用した各種論文・レポート 8 12 26。

1 2 5 7 9 10 11 15 16 17 18 19 21 25 29 30 32 33 Stylized Facts - The Empirical Properties of Assets

https://www.toniesteves.com/stylized-facts

3 4 6 12 13 14 24 (PDF) Financial Economics, Fat-Tailed Distributions

https://www.academia.edu/15961518/Financial_Economics_Fat_Tailed_Distributions

8 Microsoft Word - Webvoorblad 05009.DOC

https://papers.tinbergen.nl/05009.pdf

20 D:\...\Andersonfinal2.wp [PFP#1011426558]

https://econ.duke.edu/~boller/Published_Papers/mfj_00.pdf

- "Stylized Facts of Nominal Exchange Rate Returns" by Casper G. de Vries and K. U. Leuven https://docs.lib.purdue.edu/ciberwp/79/
- Mean Reversion of Interest Rates in the Eurocurrency Market ... https://www.econbiz.de/Record/mean-reversion-of-interest-rates-in-the-eurocurrency-market-jhy-lin/10005682142
- 26 27 assets.bbhub.io

https://assets.bbhub.io/professional/sites/10/intraday_volatility-3.pdf

- Which is Worse: Heavy Tails or Volatility Clusters? by Joshua Traut, Wolfgang Schadner:: SSRN https://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm/SSRN_ID4410908_code2842526.pdf?abstractid=4410908&mirid=1&type=2
- ³⁴ From the Bird's Eye to the Microscope: A Survey of New Stylized Facts of the Intra-Daily Foreign Exchange Markets by Dominique M. Guillaume, Michel M. Dacorogna, Rakhal Dave, Ulrich A. Müller, Richard B. Olsen, Olivier V. Pictet :: SSRN

https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=5770