

Защита лабораторной работы №2. Задача о погоне

Наливайко Сергей Максимович

22 February, 2022

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цель работы

Рассмотреть тип задач о погоне, получить практические навыки работы с Julia.

Формулировка задачи

Рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16.4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.2 раза больше скорости браконьерской лодки.

Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

Решение задачи

Решение задачи

1. Пусть, t_0 , x_{l0} - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Полус - точка обнаружения лодки браконьеров x_{l0} ($\theta = x_{l0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 1)

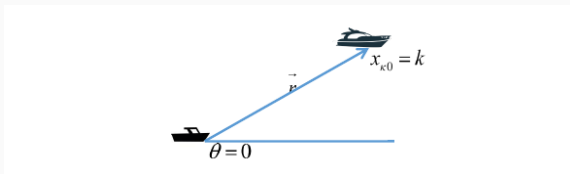


Рис. 1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер и лодка были равноудалены от θ . Поэтому, катер должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока и катер и лодка не окажутся на одном расстоянии от θ . После этого катер должен двигаться вокруг полюса, чтобы в какой-то момент времени настигнуть лодку.

4. Вычислим значение времени, которое катер должен двигаться прямолинейно. Это значение t_1 катера, очевидно, равно значению t_2 лодки. Пусть, x - путь, который пройдет за это время лодка, тогда

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{nv} \Rightarrow xn = k - x \Rightarrow x = \frac{k}{n + 1}$$

или

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{nv} \Rightarrow xn = k + x \Rightarrow x = \frac{k}{n - 1},$$

в зависимости от начального положения катера относительно полюса.

В нашем случае:

$$x_1 = \frac{16.4}{5.2}, x_2 = \frac{16.4}{3.2}.$$

5. Разложение скорости катера:

$$v_r = \frac{dr}{dt}, v_\tau = r * \frac{d\theta}{dt}.$$

Так как $v_r = v_l$, то $\frac{dr}{dt} = v_l$.

Из рисунка видно (рис. 2), что $v_{\tau} = \sqrt{4v^2 - v^2} = \sqrt{3}v$.

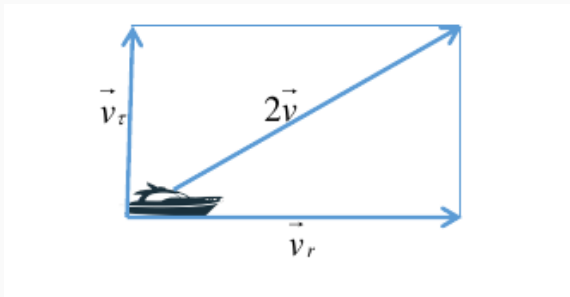


Рис. 2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

6. Решение задачи сводится к решению системы:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ \frac{d\theta}{dt} * r = \sqrt{3}v \end{cases}$$

С начальными условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 5.2 \end{cases}$ и $\begin{cases} \theta_1 = -\pi \\ r_1 = 3.2 \end{cases}$.

Исключая из системы производную по t получим:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

Результаты решения

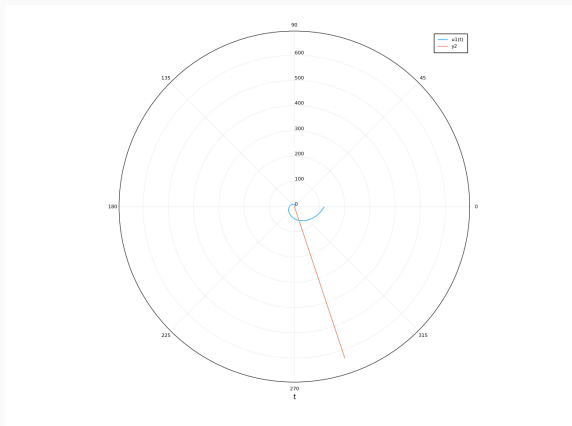


Рис. 3: График для первого случая

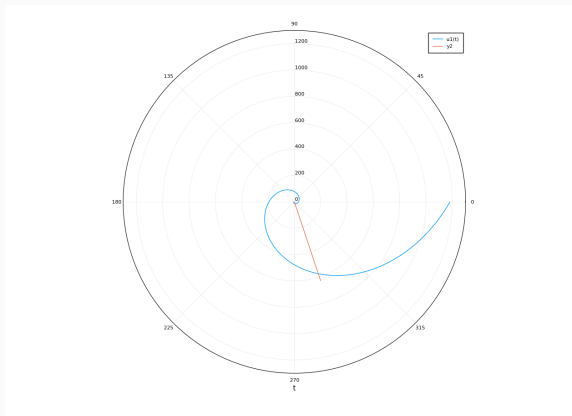


Рис. 4: График для второго случая

Вывод

В ходе лабораторной работы мы рассмотрели тип задач о погоне, получить практические навыки работы с Julia.