Отчет по лабораторной работе № 6. Задача об эпидемии

дисциплина: Математическое моделирование

Наливайко Сергей Максимович

Содержание

1 Цель работы

Научиться моделировать простейшую модель эпидемии.

2 Выполнение лабораторной работы

2.1 Краткая теоретическая справка

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S,\ I(t) > I^* \\ 0,\ I(t) \leq I^* \end{cases}$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I,\ I(t) > I^* \\ -\beta I,\ I(t) \leq I^* \end{cases}$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I.$$

Постоянные пропорциональности α , β- это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

2.2 Формулировка задачи. Вариант 45

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 6666$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 83$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 6$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. Если $I(0) \leq I^*$;
2. Если $I(0) > I^*$.

2.3 Решение задачи

Пусть $\alpha = 0.01,\ \beta = 0.02$. Нам известны параметры:

$$N = 6666,\ t = 0,\ I(0) = 83,\ R(0) = 6,\ S(0) = N - I(0) - R(0).$$

1. Составим систему ДУ:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial I}{\partial t} = -\beta I \\ \frac{\partial R}{\partial t} = \beta I. \end{cases}$$

Напишем программный код для первого случая. Получим график для второго случая (рис. 2.1).

```
using Plots
using DifferentialEquations
pyplot();

N = 6666;
a = 0.01;
b = 0.02;
I0 = 83;
R0 = 6;
S0 = N - I0 - R0;
t = (0, 200);
p = [a,b];
x0 = [S0, I0, R0];
step = 0.01;

function syst1(dx, x, p, t)
      a, b = p;
      dx[1] = 0;
      dx[2] = -b * x[2];
      dx[3] = b * x[2];
end

prob = ODEProblem(syst1, x0, t, p);
sol = solve(prob, saveat = step);
plot(sol, xlabel = "t", ylabel = "population", labels = ["S(t)" "I(t)" "R
title!("1й случай")
```

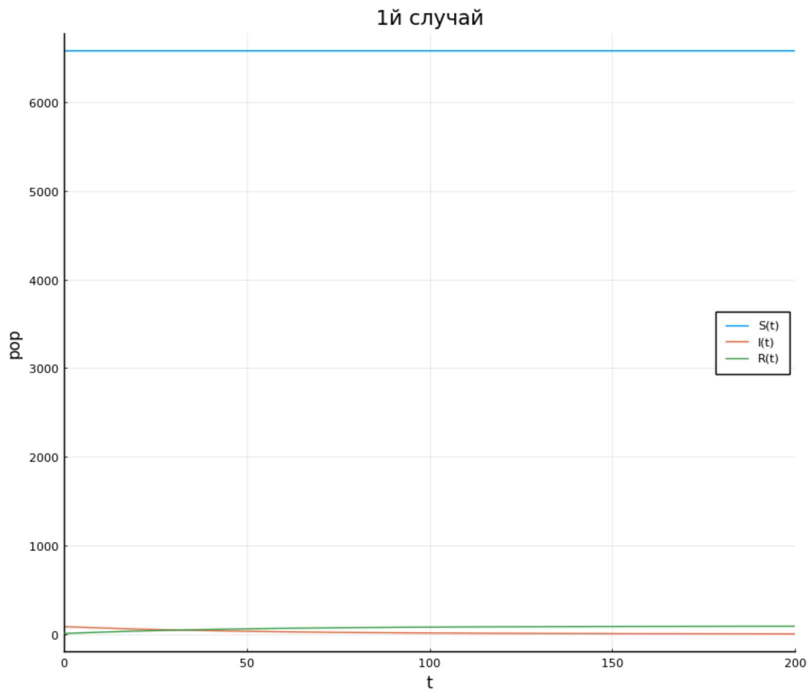

Рис. 2.1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп для первого случая

2. Составим систему ДУ:

$$
\begin{cases}
\frac{\partial S}{\partial t} = -\alpha S \\
\frac{\partial I}{\partial t} = -\alpha S - \beta I \\
\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I.
\end{cases}
$$

Напишем программный код для второго случая. Получим график для первого случая (рис. 2.2).

```
using Plots
using DifferentialEquations
pyplot();

N = 6666;
```

```
a = 0.01;
b = 0.02;
I0 = 83;
R0 = 6;
S0 = N - I0 - R0;
t = (0, 200);
p = [a,b];
x0 = [S0, I0, R0];
step = 0.01;

function syst1(dx, x, p, t)
      a, b = p;
      dx[1] = -a * x[1];
      dx[2] = a * x[1] - b * x[2];
      dx[3] = b * x[2];
end

prob = ODEProblem(syst1, x0, t, p);
sol = solve(prob, saveat = step);
plot(sol, xlabel = "t", ylabel = "population", labels = ["S(t)" "I(t)" "R
title!("2й случай")
```

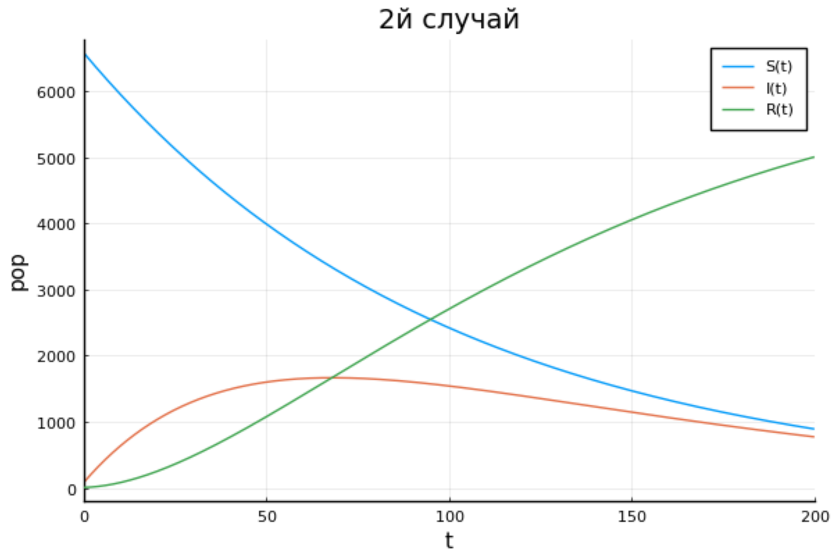

Рис. 2.2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп для второго случая

3 Вывод

В ходе лабораторной работы мы научились моделировать простейшую модель эпидемии.