

# **Отчет по лабораторной работе № 3.**

## **Модель боевых действий**

**дисциплина: Математическое моделирование**

Наливайко Сергей Максимович

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>4</b>
2.1	Краткая теоретическая справка . . . . .	4
2.2	Формулировка задачи. Вариант 45 . . . . .	5
2.3	Решение задачи . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Вывод</b>	<b>10</b>

# 1 Цель работы

Научиться моделировать простейшую модель боевых действий (модель Ланчестера).

## 2 Выполнение лабораторной работы

### 2.1 Краткая теоретическая справка

В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Существует три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками. Данная модель описывается таким дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов. Данная модель описывается таким дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

3. Боевые действия между партизанскими отрядами. Данная модель описывается таким дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)x(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -h(t)y(t) - c(t)x(t)y(t) + Q(t)$$

В каждой из моделей имеет место: члены  $a$  и  $h$  - коэффициенты потерь, которые не связаны с боевыми действиями,  $b$  и  $c$  - коэффициенты потерь на поле боя,  $P(t)$  и  $Q(t)$  - функции, которые учитывают возможности подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

## 2.2 Формулировка задачи. Вариант 45

Между страной  $X$  и страной  $Y$  идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 22 222 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 11 111 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии  $X$  и армии  $Y$  для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.22 * x(t) - 0.77 * y(t) + \sin 0.5t + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.66 * x(t) - 0.11 * y(t) + \cos 0.5t + 2$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизан-

ских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0.31 * x(t) - 0.79 * y(t) + \sin 2.5t + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.59 * x(t) * y(t) - 0.21 * y(t) + \cos 2t + 2$$

## 2.3 Решение задачи

Из формулировки задания нам становятся известны все параметры системы:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $h$ ,  $P(t)$ ,  $Q(t)$ ,  $x_0$ ,  $y_0$ .

1. Составим программный код для 1го случая:

```
using Plots
using DifferentialEquations
plotlyjs()
```

```
x0 = 2.2222;
y0 = 1.1111;
```

```
a = 0.22;
b = 0.77;
c = 0.66;
h = 0.11;
```

```
tmax = 1;
```

```
t = (0, tmax);
```

```
P(t) = sin(0.5 * t) + 2;
```

```
Q(t) = cos(0.5 * t) + 2;
```

```
function syst(du, u, p, t)
```

```
    a, b, c, h = p;
```

```
    du[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t);
```

```
    du[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t);
```

```
end
```

```
u0 = [x0, y0];
```

```
p = (a,b,c,h);
```

```
prob = ODEProblem(syst, u0, t, p);
```

```
sol = solve(prob);
```

```
plot(sol, ylims=(0, 22222), xlabel = "Время", ylabel = "Численность армии
```

```
title!("Модель боевых действий №1")
```

Получим график изменения численности войск армии X и армии Y от времени (рис. 2.1).

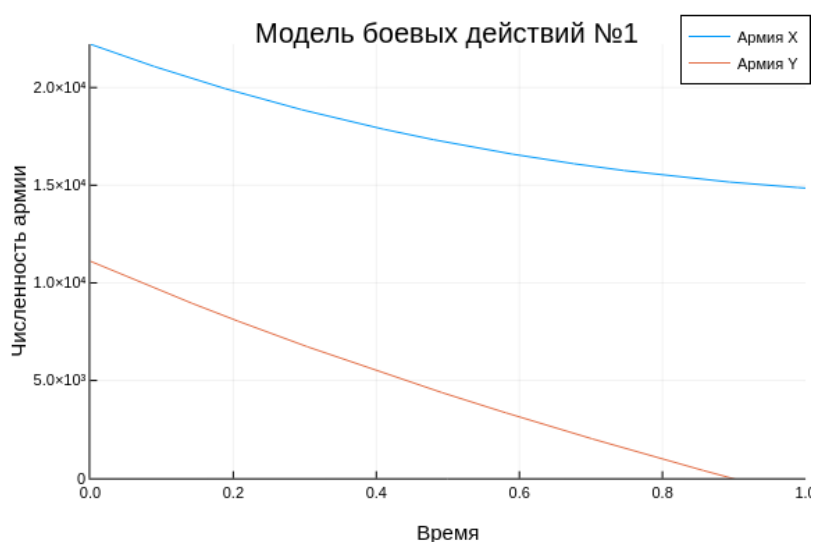


Рис. 2.1: График изменения численности войск

2. Составим программный код для 2го случая:

```
using Plots
using DifferentialEquations
plotlyjs()

x0 = 22222;
y0 = 11111;

a = 0.31;
b = 0.79;
c = 0.59;
h = 0.21;

tmax = 1;

t = (0,tmax);

P(t) = sin(2.5 * t) + 1;
Q(t) = cos(2 * t) + 2;

function syst(du, u, p, t)
    a, b, c, h = p;
    du[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t);
    du[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t);
end

u0 = [x0, y0];
p = (a,b,c,h);
```

```

prob = ODEProblem(syst, u0, t, p);
sol = solve(prob);
plot(sol, ylims=(0, 22222), xlabel = "Время", ylabel = "Численность армии",
title!("Модель боевых действий №2"))

```

Получим график изменения численности войск армии X и армии Y от времени (рис. 2.2, рис. 2.3).

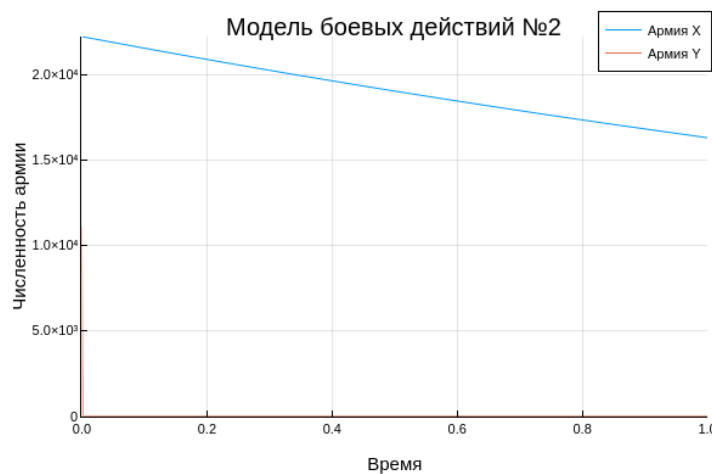


Рис. 2.2: График изменения численности войск

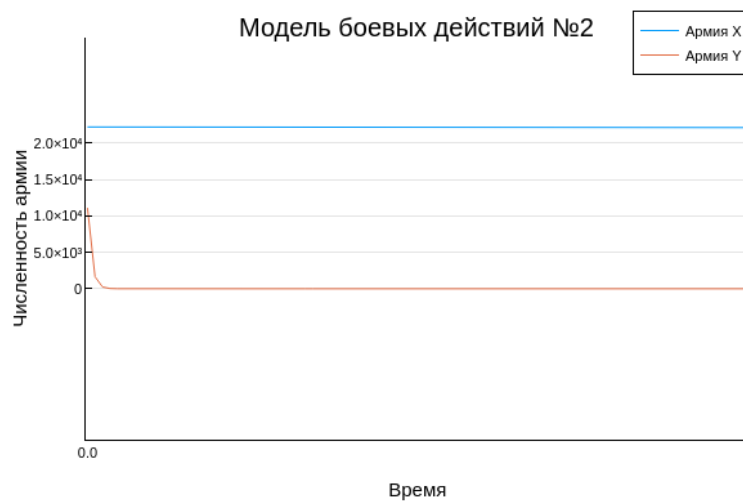


Рис. 2.3: График изменения численности войск

## 3 Вывод

В ходе лабораторной работы мы научились моделировать простейшую модель боевых действий (модель Ланчестера).