

**Тема: Порівняння двох вибірок за рівнем досліджуваної ознаки, вимірюваної в порядковій або інтервальній шкалі**

## Теоретичні відомості

За об'єднаної вибіркою формують варіаційний ряд. Для кожного значення варіанти визначають її ранг — порядковий номер (або середнє арифметичне порядкових номерів) цієї варіанти у ряді. Для обидвох вибірок обчислюють суми рангів їхніх варіант.

- $H_0$ : рівні досліджуваної ознаки у вибірках статистично не відрізняються;
- $H_1$ : в одній з вибірок рівень досліджуваної ознаки вищий, ніж в іншій.

$$U = n_1 n_2 + \frac{1}{2} n^* (n^* + 1) - T^*,$$

де  $n_1, n_2$  – обсяги вибірок;  $T^*$  – більша рангова сума;  $n^*$  – обсяг вибірки з більшою ранговою сумою. Критерій має лівобічну критичну область. Критичні значення критерію  $U$  наведено в табл. 5 додатка. Зауважимо, що для  $n_1 > 8, n_2 > 8$  статистика

$$Z = \frac{U - n_1 n_2 / 2}{\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1) / 12}} \quad (5.2)$$

**Завдання:** за методикою Спілберга опитано дві групи фахівців - 26 осіб, які відповідають характеристикам програмної інженерії (ФВХ) – 26 осіб з професійними характеристиками (ПХ) – 25 осіб. Результати за професійної відповідності у цих групах мають такий вигляд:

IX	35	15	13	31	20	25	24	20	21	18	21	16	11	8	23	22	15	9	7	16	15	10	15	8	24
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	---	---	----	----	----	----	---	----

$\Phi_{BX}$	54	52	49	47	47	46	41	39	38	38	36	36	36	35	34	34	30	30	29	27	27	27	26	26	25	24
-------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Чи можна стверджувати, що рівень професійної відповідності в обох групах однаковий?

## Хід роботи

Сформулюємо гіпотези:

- $H_0$ : рівні досліджуваної ознаки статистично не відрізняються між собою;
  - $H_1$ : рівень досліджуваної ознаки вищий у групі ФВХ.
1. Вводимо дані задачі в робочий лист. Стовпець **A** називаємо «**ПХ**», а стовпець **B** – «**ФВХ**». У комірки **A2:A26** вводимо бали для фахівців з професіональними характеристиками, а у комірки **B2:B27** – для фахівців формально відповідаючи характеристикам.
  2. Називаємо стовпець **C** – «**Об’єднана вибірка**» і копіюємо вміст стовпців **A** та **B** у стовпець **C**.
  3. Впорядковуємо вміст стовпця **C** за зростанням значень елементів. Для цього виділяємо комірки **C2:C52** і заходимо в меню **Данные** → **Сортировка...**, ставимо позначку “•” у вікні «**сортировать в пределах указанного выделения**», натискаємо **Сортировка...**, відзначаємо в новому діалоговому вікні маркером “•” «**по возрастанию**» і натискаємо клавішу **<OK>** (рис. 5.1). Отримуємо впорядковану за зростання об’єднану вибірку.

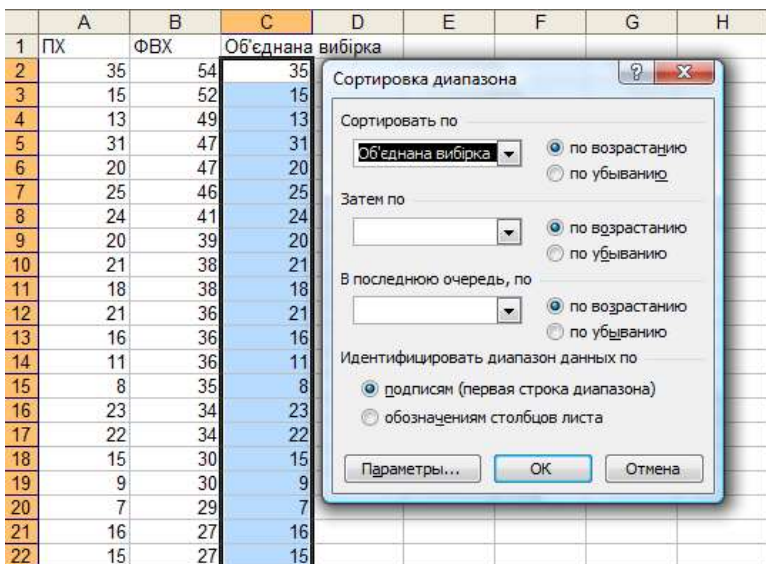


Рис. 5.1. Впорядкування за зростанням значень елементів

Визначимо ранги кожної варіанти з об'єднаної вибірки.

4. У комірку **D1** вводимо назву «**Порядкові номери**». Змінюємо формат комірок **C1** та **D1**, збільшивши їх ширину так, щоб текст повністю поміщався у них; натискаємо праву клавішу миші, заходимо в меню **Формат ячеек ...** → **Выравнивание** і ставимо позначку в опції **переносить по словам**. Вводимо у комірки **D2:D52** цілі числа від 1 до 51. Щоб пришвидшити процес вводимо перших два номери, виділяємо вміст комірок **D2:D3**, наводимо курсор в правий нижній кут виділеного діапазону, щоб він змінив форму на хрестик і, тримаючи натисненою праву клавішу миші, тягнемо до комірки **D52**.
5. Вводимо у комірку **E1** назву «**Ранги**». У стовпці **E** обчислюємо ранги кожної варіанти – порядковий номер (або середнє арифметичне порядкових номерів) цієї варіанти у ряді. Процес присвоєння рангів для перших дванадцяти елементів покажемо на прикладі. Першою є варіанта 7 і вона трапляється лише один раз, тому її ранг дорівнює 1. Вводимо в комірку **E2** число 1. Варіанта 8 трапляється два рази, обчислюємо середнє арифметичне її порядкових номерів. Для цього об'єднуємо комірки **E3:E4** і вводимо формулу  $= (D3 + D4) / 2$ . Варіанта 9 трапляється один раз і має порядковий номер 4, в комірку **E5** вводимо число 4. Аналогічно для варіант 10, 11, 13 отримуємо, відповідно, ранги 5, 6, 7, які вводимо в комірки **E6**, **E7**, **E8**. Варіанта

15 трапляється чотири рази і має порядкові номери 8, 9, 10, 11. Об'єднуємо комірки **E9:E12** і вводимо формулу **=(D9+D10+D11+D12)/4**. Знаходимо ранги решти варіант. Обчислюємо суму рангів елементів кожної групи.

6. Впорядковуємо за зростанням вміст стовпців **A** та **B**.
7. У комірку **F1** вводимо назву «**Ранги ПХ**», а у **G1** – назву «**Ранги ФВХ**».
8. У комірки **F2:F26** вводимо ранги елементів стовпця **A**, а **G2:G27** – ранги елементів стовпця **B** (рис. 5.2).

	A	B	C	D	E	F	G
	ПХ	ФВХ	Об'єднана вибірка	Порядкові номери	Ранги	Ранги ПХ	Ранги ФВХ
1							
2	7	24	7	1	1	1	22
3	8	25	8	2		2	24,5
4	8	26	8	3	2,5	2	26,5
5	9	26	9	4	4	4	26,5
6	10	27	10	5	5	5	29
7	11	27	11	6	6	6	29
8	13	27	13	7	7	7	29
9	15	29	15	8		9,5	31
10	15	30	15	9		9,5	32,5
11	15	30	15	10		9,5	32,5
12	15	34	15	11	9,5	9,5	35,5
13	16	34	16	12		12,5	35,5
14	16	35	16	13	12,5	12,5	37,5
15	18	36	18	14	14	14	40
16	20	36	20	15		15	40
17	20	36	20	16	15,5	15	40
18	21	38	21	17		17,5	42,5
19	21	38	21	18	17,5	17,5	42,5
20	22	39	22	19	19	19	44
21	23	41	23	20	20	20	45
22	24	46	24	21		22	46
23	24	47	24	22		22	47,5
24	25	47	24	23	22	24,5	47,5
25	31	49	25	24		34	49
26	35	52	25	25	24,5	37,5	50
27		54	26	26			51
28			26	27	26,5		

Рис. 5.2. Таблиця рангів

9. Обчислюємо рангові суми для кожної з груп. Об'єднуємо комірки **I1:I1** та вводимо назву «**Рангові суми**». У комірку **I2** вводимо назву «**ПХ**», а у **J2** – назву «**ФВХ**». У комірці **I3** викликаємо функцію = **СУММ(F2:F26)**, а у **J3** – функцію = **СУММ(G2:G27)**.
10. З таблиці значень критичних точок критерію Манна-Уїтні знаходимо критичні точки для рівнів значущості 0,05 та 0,01. Вони дорівнюють

відповідно 237 та 201. Об'єднуємо комірки **K1:L1**, вводимо назву «**Критичні точки**». У комірку **K2** вводимо рівень значущості 0,05, а у **L2** – рівень значущості 0,01. У комірки **K3:L3** вводимо відповідні критичні точки (рис. 5.3).

I	J	K	L
Рангові суми		Критичні точки	
ПХ	ФВХ	0,05	0,01
348	976	237	201

Рис. 5.3. Рангові суми та критичні точки

11. Обчислюємо спостережуване значення критерію за формулою (5.1). Критерій має лівобічну критичну область. Об'єднуємо комірки **M1:N1**, вводимо назву «**Спостережуване значення критерію**». Об'єднуємо комірки **M2:N2**, вводимо формулу = **25\*26+26\*27/2 – J3**. Об'єднуємо комірки **I6:N6** та вводимо формулу = **ЕСЛИ(M2>K3; "рівень тривжності однаковий"; "рівень тривжності вищий у формально відповідаючих")**. Аналогічні дії проробляємо для рівня значущості 0,01 в комітках **I7:N7**.

### Рекомендації щодо оформлення звіту

Звіт повинен містити:

- титульний аркуш;
- найменування і мету роботи;
- відомості щодо виконання завдання;
- висновки по роботі.

### Індивідуальні завдання №5

Опитано дві групи фахівців - формально відповідаючи характеристикам програмної інженерії (ФВХ) – 26 осіб, та з професійними характеристиками (ПХ) – 25 осіб. Дати відповідь на питання: чи можна стверджувати, що рівень професійної відповідності в обох групах однаковий? Результати за шкалою професійної відповідності у цих групах мають такий вигляд:

Варіант 1.

ПХ	15	13	13	39	20	25	24	20	11	18	21	16	11	8	23	21	15	9	7	16	15	19	15	8	14	
ФВХ	24	52	39	47	17	46	41	49	38	38	36	36	16	35	34	34	30	30	29	27	17	27	26	25	25	23

Варіант 2.

ПХ	45	15	13	31	10	25	24	20	21	19	21	16	11	8	21	22	15	9	7	16	5	10	15	8	21	
ФВХ	54	52	39	47	47	46	21	39	38	38	36	35	36	35	34	34	30	29	29	27	27	29	26	28	25	25

Варіант 3.

ПХ	35	17	13	31	20	25	24	21	21	18	21	11	11	8	22	22	15	9	7	13	13	10	15	8	24	
ФВХ	51	52	48	47	47	41	41	39	38	38	37	37	37	35	34	34	30	29	29	27	27	26	26	26	25	24

Варіант 4.

ПХ	15	15	23	31	10	25	24	10	21	18	11	16	11	8	13	22	15	9	17	16	15	10	15	8	14	
ФВХ	24	52	39	47	47	36	41	39	18	18	36	36	26	35	34	24	30	30	29	17	17	17	26	26	25	14

Варіант 5.

ПХ	35	15	14	31	21	25	24	21	22	18	21	15	11	8	22	22	14	9	7	17	15	10	16	8	23	
ФВХ	53	52	48	47	47	47	41	38	38	37	36	35	36	35	35	34	30	31	29	27	26	27	26	25	25	23

Варіант 6.

ПХ	35	16	13	31	20	27	24	20	23	18	21	14	11	8	20	22	15	9	7	13	15	10	18	8	27	
ФВХ	54	52	49	48	47	46	43	39	38	38	36	36	33	35	34	37	30	30	27	27	27	30	26	26	28	26

Варіант 7.

ПХ	35	15	10	31	20	25	21	20	21	18	24	16	11	8	20	22	15	9	7	16	18	10	15	8	20	
ФВХ	54	55	49	47	44	46	41	39	35	38	36	39	36	35	34	31	30	30	26	27	27	24	26	26	25	20

Варіант 8.

ПХ	25	15	13	41	20	25	14	20	21	8	21	16	11	8	33	22	15	9	7	6	15	10	5	8	14	
ФВХ	54	42	49	47	37	46	41	29	38	38	36	26	36	35	34	24	30	30	29	27	17	27	26	16	25	34

Варіант 9.

ПХ	15	15	33	31	20	5	24	20	41	18	21	36	11	8	43	22	15	29	7	16	35	10	15	8	4	
ФВХ	34	52	49	27	47	46	41	19	38	18	36	36	16	35	34	14	30	30	19	27	27	17	26	16	25	4

Варіант 10.

ПХ	30	15	18	31	20	25	24	25	21	18	21	16	16	8	23	27	15	9	13	16	15	10	20	8	29	
ФВХ	49	52	49	47	42	46	41	39	38	33	36	36	36	30	34	34	35	30	29	27	32	27	26	26	30	29

Варіант 11.

ПХ	34	15	13	35	20	25	20	20	21	18	25	16	11	8	27	22	15	9	7	12	15	14	15	8	20	
ФВХ	50	52	49	47	43	46	41	39	34	38	36	32	36	35	34	30	30	30	25	27	23	27	21	26	25	28

Варіант 12.

ПХ	35	18	13	31	20	28	24	20	24	18	21	16	14	8	23	22	18	9	7	16	18	10	15	8	27	
ФВХ	54	52	49	50	47	46	44	39	38	38	39	36	36	35	37	34	30	30	29	30	27	27	29	26	25	27

Варіант 13.

ПХ	17	25	13	31	20	25	24	30	21	18	21	16	11	8	23	32	15	9	7	16	15	20	15	8	24	
ФВХ	35	52	29	47	27	46	41	39	18	18	36	16	36	35	14	34	40	40	29	27	27	27	36	36	25	24

Варіант 14.

ПХ	35	13	13	31	23	25	24	20	23	18	21	16	14	8	23	22	19	9	7	16	19	10	15	8	27	
ФВХ	54	52	46	47	47	46	44	39	38	41	36	36	36	39	34	34	30	30	33	27	27	27	29	26	25	27

Варіант 15.

ПХ	30	15	13	30	20	25	24	20	20	18	21	16	10	8	23	22	10	9	7	16	15	10	10	8	20	
ФВХ	50	52	49	47	47	46	40	39	38	38	30	36	36	35	34	30	30	30	29	20	27	27	26	26	20	24

Варіант 16.

ПХ	40	15	20	31	20	25	29	20	21	18	21	16	16	8	23	22	15	9	7	11	15	10	15	8	21	
ФВХ	40	52	49	17	47	46	41	39	38	31	36	36	36	35	34	35	30	30	29	27	27	27	21	26	25	21

Варіант 17.

ПХ	35	5	13	31	10	25	24	20	41	18	21	16	31	8	23	22	25	9	7	16	15	20	15	8	34	
ФВХ	54	52	19	47	47	46	11	39	38	38	46	36	36	45	34	34	30	30	29	47	27	27	26	36	25	34

Варіант 18.

ПХ	31	15	13	21	20	25	24	10	21	18	21	10	11	8	29	22	15	9	7	18	15	10	16	8	25	
ФВХ	34	52	49	47	47	26	41	39	38	31	36	36	36	15	34	34	30	33	29	27	27	28	26	26	25	25

Варіант 19.

ПХ	35	15	13	31	21	25	21	20	21	18	21	11	11	8	23	22	15	9	7	16	15	11	15	8	21	
ФВХ	54	52	49	41	47	46	41	39	31	38	36	36	36	31	34	34	30	30	21	27	27	27	21	26	25	21



Варіант 20.

ПХ	35	15	13	31	20	25	25	20	21	18	25	16	11	8	25	22	15	9	7	15	15	10	15	8	25	
ФВХ	55	52	49	47	47	46	45	39	38	38	36	35	36	35	34	35	30	30	29	27	25	27	26	26	25	25

Варіант 21.

ПХ	33	15	13	31	23	25	24	23	21	18	21	13	11	8	23	22	13	9	7	16	15	13	15	8	24	
ФВХ	53	52	49	47	47	43	41	39	33	38	36	36	36	33	34	34	30	30	23	27	27	27	23	26	23	24

Варіант 22.

ПХ	35	15	13	31	22	25	24	20	21	18	22	16	11	8	22	22	15	9	7	12	15	10	15	8	22	
ФВХ	52	52	49	47	47	46	42	39	38	38	36	36	32	35	34	34	32	30	29	27	27	22	26	26	25	22

Варіант 23.

ПХ	35	17	13	31	20	27	24	20	21	18	27	16	11	8	23	27	15	9	7	16	17	10	15	8	27	
ФВХ	54	52	47	47	47	46	41	37	38	38	36	36	37	35	34	34	30	37	29	27	27	27	27	26	25	24

Варіант 24.

ПХ	36	15	13	31	26	25	24	20	21	16	21	16	11	8	26	22	15	9	7	16	15	16	15	8	24	
ФВХ	54	52	46	47	47	46	46	39	38	38	36	36	36	35	34	34	36	30	29	26	27	27	26	26	25	26

Варіант 25.

ПХ	39	15	13	31	20	25	24	29	21	18	21	16	19	8	23	22	19	9	7	16	19	10	19	8	29	
ФВХ	54	52	49	49	47	46	41	39	38	39	36	36	36	35	39	34	30	30	29	27	29	27	26	29	25	24

Варіант 26.

ПХ	34	15	13	31	20	24	24	20	21	18	24	16	11	8	23	24	15	9	7	16	14	10	15	8	24	
ФВХ	54	52	44	47	47	46	41	39	34	38	36	36	34	35	34	34	30	34	29	27	27	24	26	24	25	24

Варіант 27.

ПХ	35	15	33	31	20	25	24	20	31	18	21	16	31	8	23	22	35	9	7	16	15	10	35	8	24	
ФВХ	34	52	49	47	37	46	41	39	38	38	36	36	36	35	34	34	30	30	29	37	27	27	36	26	25	24

Варіант 28.

ПХ	25	15	13	31	20	25	24	20	21	18	21	16	11	8	23	22	15	9	7	16	25	10	25	8	24	
ФВХ	54	52	49	27	27	46	21	39	38	28	36	36	36	25	34	34	20	30	29	27	27	27	26	26	25	24

Варіант 29.

ПХ	15	15	13	31	20	25	24	20	21	18	21	16	11	8	23	22	15	9	7	16	15	10	15	8	24	
ФВХ	54	52	49	47	17	46	41	39	38	18	36	36	16	35	34	34	30	30	29	27	17	27	26	16	25	14

Варіант 30.

ПХ	31	15	13	31	20	25	24	21	21	18	21	16	13	8	23	22	11	9	7	16	13	10	15	8	25	
ФВХ	54	52	49	47	46	46	41	39	38	38	38	36	36	35	34	33	30	30	22	27	27	27	25	26	25	23