

Отчет для задания № 3.

Выполнила: Налоева Ольга Александровна, 22154.

Описание задания: решалась задача растяжения стержня постоянного сечения. Программа написана на языке Python (Google collab 19.12.22 05:02). Точное решение:

$$u(x) = 7.03 * 10^{-7} x^2 - 3.28 * 10^{-5} x$$

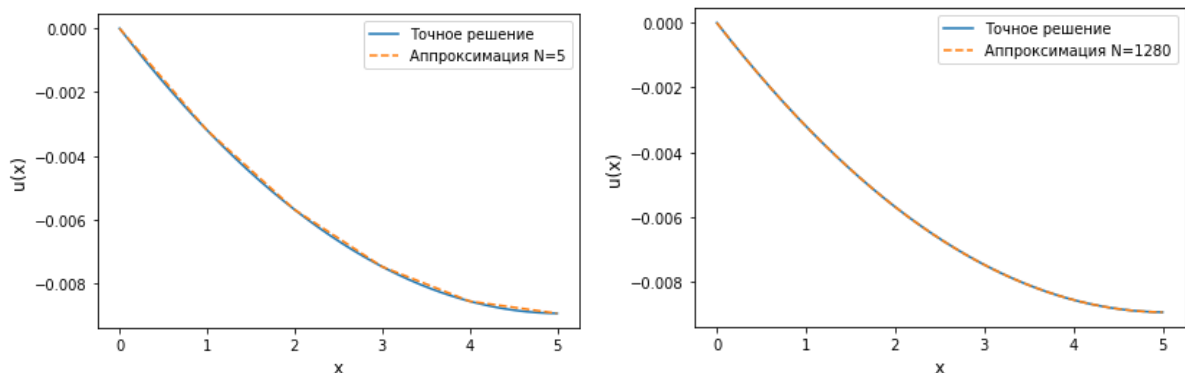
Матрица жесткости для $N = 5$:

1.02E+09	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
-1.02E+09	2.05E+09	-1.02E+09	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	-1.02E+09	2.05E+09	-1.02E+09	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	-1.02E+09	2.05E+09	-1.02E+09	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	-1.02E+09	2.05E+09	-1.02E+09
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	-1.02E+09	1.02E+09

Таблица 1. Результаты численных экспериментов

Размер сетки	$\ E_r\ _{\infty}$	Порядок сходимости	$\ E_r\ _{L_2}$	Порядок сходимости	$\mu([K])$	Время расчетов, с
5	9.84e-03	-	9.87e-03	-	4.63e+01	4.61e-04
10	2.46e-03	2	2.47e-03	2	1.76e+02	4.16e-04
20	6.15e-04	2	6.17e-04	2	6.78e+02	6.05e-03
40	1.54e-04	2	1.54e-04	2	2.66e+03	4.19e-03
80	3.84e-04	2	3.86e-05	2	1.05e+04	1.08e-02
160	9.60e-06	2	9.64e-06	2	4.18e+04	1.03e-02
320	2.40e-06	2	2.41e-06	2	1.67e+05	1.44e-02
640	6.00e-07	2	6.03e-07	2	6.65e+05	3.11e-02
1280	1.50e-07	2	1.51e-07	2	2.66e+06	1.01e-01

Рисунок 1. Графики приближенного и точного решений



Вывод:

1. Так как матрица получается разреженной, почти диагональной, то ее решение можно искать за $O(N)$ операций. И ее построение требует так же $O(N)$.
2. Не влияет, так как глобальную матрицу составляем из меньших и операция сложения коммутативна.
3. Глобальная СЛАУ увеличится в 2 раза.

4. Предполагаем, что существует хорошее приближение для правой части (например линейной функцией на маленьком отрезке), которую можно найти методом левых прямоугольников. f постоянна, поэтому на всей линии стержня, поэтому можно найти приближенное решение.