Práctico 7.

A. Prueba de hipótesis

Ejercicio 1.

En una cooperativa de producción a gran escala los trabajadores afirman que el tiempo medio para el montaje de un nuevo componente electrónico es superior a 15 minutos, que es el tiempo medio que insume el ensamblaje del componente usual que se fabrica. Asumamos que el desvío estándar del tiempo, $\sigma = 3.1$ minutos, no cambia y que la variable tiempo tiene distribución normal. Para poder validar la hipótesis de la cooperativa 30 trabajadores ensamblan el nuevo componente con un tiempo medio de 16.2 minutos.

a) ¿Cuáles son las hipótesis nula y alternativa a contrastar?.

b) Considere un nivel de de significación $\alpha = 0.05$ y tengamos en cuenta los pasos 1 a 3 de la teoría para construir la prueba de hipótesis.

   i) ¿Qué estadístico utilizaría para contrastar H_0 y H_A.

   ii) Hallar la zona de rechazo $\mathcal{R}$ y de aceptación $\mathcal{A}$ para el nivel $\alpha = 0.05$.

   iii) ¿Hay evidencia estadísticamente significativa para concluir que el tiempo medio para el montaje de un nuevo componente electrónico es superior a 15 minutos?.

c) Si computamos el valor p de la prueba y teniendo en cuenta los valores usuales de α ¿cambiaría la conclusión para algún valor de $\alpha \neq 0.05$?

d) Asumamos ahora que σ^2 no se conoce y que $s_{30} = 3.1$ es el desvío muestral. ¿Cuál es el impacto en el test de hipótesis de desconocer el desvío poblacional y reemplazarlo por un valor estimado? (Sugerencia: comparar el p-valor computado con los nuevos datos y el anterior).

Ejercicio 2.

Para evaluar la precisión de una balanza de laboratorio, un objeto del cual se sabe que pesa 1 gramo se pesa repetidamente cuatro veces. Las medidas resultantes en gramos son:

$$0.95, 1.02, 1.01, 0.98.$$

Asumamos que la variable peso (medido) tiene distribución normal con media μ. Para un nivel de significación de 0.05, ¿proveen estos datos evidencia estadísticamente significativa de que la balanza no es precisa?.

Ejercicio 3.

En una encuesta de boca de urna de 1000 votantes seleccionados al azar, 515 sostienen haber votado a favor del candidato favorito de un total de dos candidatos ¿Está la elección muy cerca del empate?.

Ejercicio 4.

Sea $(X_1, \ldots, X_n)$ una muestra aleatoria de $X \sim \mathrm{N}(\mu_X, \sigma_X^2)$, $(Y_1, \ldots, Y_m)$ una muestra aleatoria de $Y \sim \mathrm{N}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$. Mostrar que si ambas muestras son independientes entonces

$$\overline{X}_n - \overline{Y}_m \sim \mathrm{N}\left(\mu_X - \mu_Y, \frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}\right).$$

Ejercicio 5.

Realizar la comparación de las vida medias de las baterías las laptops que ya abordamos en la teoría, utilizando los mismos datos muestrales pero ahora suponiendo que las varianzas poblacionales son 0.5 hs^2 para el grupo sin grabadora y 0.6 hs^2 para el otro grupo.

a) ¿Podemos afirmar que los tiempos medios poblacionales son diferentes, para un nivel de significación de 0.05?

b) ¿Hay diferencia entre lo establecido aquí y la conclusión a la que se arribó en la teoría? ¿a qué razones obedece? (que no sea la obvia de que las varianzas son diferentes).