Práctico 6.

Simulación Monte Carlo, estimación puntual y por intervalos de confianza

Ejercicio 1.

La variable X mide el tiempo de transferencia de datos (min) entre una computadora “trabajador” y una computadora “maestro” 3 en un sistema de red informática[1]. Por estudios anteriores se sabe que X tiene una distribución gamma con media 37.5 min y desvío 21.6.

Una característica θ en la que los técnicos de la producción están interesados en estimar es el tercer cuartil del tiempo de transferencia de datos.

a) Graficar la densidad de X.

b) Hallar el tercer cuartil o cuantil .75 de la variable X.

c) Un posible estimador de θ basado en una muestra de tamaño n es el cuantil muestral .75, al que denotaremos con $\hat{\theta}_n$.

   Asumiendo que $n = 25$, hallar una estimación de $\mathrm{E}(\hat{\theta}_n)$ basada en $R = 800$ réplicas y con una semilla de 34.

d) ¿El experimento anterior sugiere alguna relación entre $\mathrm{E}(\hat{\theta}_n)$ y θ?

e) Basado en el experimento, ¿qué información es posible dar sobre el error estándar del estimador?.

Ejercicio 2.

Si X es una variable aleatoria con $\mathrm{E}(X) = \mu$ y $\mathrm{VAR}(X) = \sigma^2$ entonces la media muestral $\overline{X}_n$ y la varianza muestral s_n^2 son estimadores insesgados para μ y σ^2, respectivamente.

Ejercicio 3.

Mostrar que son válidas las siguientes afirmaciones

a) Si X tiene una distribución de Poisson de parámetro λ entonces el emv del parámetro es $\overline{X}_n$.

b) Si $X \sim \mathrm{E}(\lambda)$ entonces el emv de λ es
$$\widehat{\lambda}_n = \frac{1}{\overline{X}_n}.$$

c) Si $X \sim \mathrm{U}[0, b]$ entonces el emv de b es
$$\widehat{b}_n = \text{máx}\{X_1, \ldots, X_n\}.$$

[1]El enunciado está tomado parcialmente de Devore, 2001

Ejercicio 4.

Una muestra de tamaño $n = 100$ produce una media muestral $\overline{X}_n = 16$. Asumiendo normalidad y que el desvío estándar poblacional es 3, computar un intervalo del 95 % de confianza para la media poblacional.

Ejercicio 5.

Observamos 28 éxitos en 70 ensayos de Bernoulli independientes. Computar un intervalo del 90 % de confianza para el parámetro poblacional p.

Ejercicio 6.

Asumiendo normalidad de la variable de la cual provienen los datos y que el desvío estándar poblacional es $\sigma = 3$, ¿cuán grande debería ser el tamaño de la muestra para estimar la media poblacional de tal modo que el margen de error no exceda 0.5?

Ejercicio 7.

En una cooperativa de producción a gran escala se quiere estimar el tiempo medio que un trabajador insume en el montaje de un nuevo componente electrónico. Asumamos que el desvío estándar del tiempo del proceso de ensamblaje es de 3.6 minutos.

a) Después de observar 120 trabajadores, ensamblando cada uno un dispositivo similiar al otro, el promedio del tiempo fue 16.2 minutos. Construir un intervalo de confianza del 92 % para el tiempo medio de ensamblaje.

b) ¿Cuántos trabajadores deberían ser incluidos en este estudio para que el tiempo medio poblacional pueda ser estimado en ± 15 segundos con un 92 % de confianza?

Ejercicio 8.

Un asesor técnico de una productora de hardware quiere evaluar la efectividad de una actualización corriendo cierto proceso 50 veces antes de la actualización y 50 veces luego. Basados sobre estos datos, el tiempo promedio es de 8.5 minutos antes de la actualización mientras que posterior a la misma el tiempo medio es de 7.2. Históricamente, el desvío estándar ha sido de 1.8 minutos y presumiblemente no ha cambiado. Construir un intervalo del 90 % de confianza mostrando cuánto se ha reducido el tiempo medio debido a la nueva actualización (asumir normalidad de las variables de las que provienen los datos e independencia de las muestras correspondientes a “antes” y “después”).