线性方程组的直接解法
数值分析

计 72 谢兴宇 2017011326

June 2019

目录

1 第 6 题

1.1 第 1 小题

$$\|\mathbf{r}\|_\infty \approx 4.4409e-16, \|\Delta\mathbf{x}\|_\infty \approx 4.0521e-04$$

1.2 第 2 小题

$$\|\mathbf{r}\|_\infty \approx 1.0000e-07, \|\Delta\mathbf{x}\|_\infty \approx 0.7007$$

残差和误差都较大幅度的增大。

1.3 第 3 小题

n	8	10	12
无扰动	4.441e-16	4.441e-16	4.441e-16
扰动	2.220e-16	4.441e-16	2.220e-16

表 1: $\|\mathrm{r}\|_\infty$ 对于不同的 n 的变化情况

n	8	10	12
无扰动	7.013e-07	4.052e-04	0.05527
扰动	0.02162	0.7007	23.70

表 2: $\|\Delta\mathrm{x}\|_\infty$ 对于不同的 n 的变化情况

右端项的扰动对残差的影响较小，但对误差有很大影响，且 b 的扰动造成的误差虽 n 的增大而增大。

残差 $\|\mathrm{r}\|_\infty$ 是一个稳定的极小量（$\sim 10^{-16}$），这说明利用 Cholesky 分解配合求解单位下三角方程组的前代过程和单位上三角方程组的回代过程来直接解线性方程组的误差较小，是精确的解线性方程组的算法。

在确定了解线性方程组的算法是精确的之后，我们观察到对 b 的扰动会导致 $\|\Delta x\|_\infty$ 的剧烈变化，这便说明了希尔伯特矩阵的病态性，说明解以希尔伯特矩阵为矩阵的线性方程组时，这个问题的敏感性是极高的。

并且，随着 n 的增大，可以看出，希尔伯特矩阵的条件数也在增大，希尔伯特矩阵会变得愈加病态。