Named Tensors: CNN / LeNet

Conv 2D

$$W \in \mathbb{R}^{\mathsf{channel}:c,\mathsf{kh}:kh,\mathsf{kw}:kw}$$

$$h' = h - kh + 1, w' = w - kw + 1$$

$$b \in \mathbb{R}^{\mathsf{height}:h',\mathsf{width}:w'}$$

$$\mathsf{conv2d}(X;W,b) = W \underbrace{U + b}_{\mathsf{channel}:c,\mathsf{height}:h',\mathsf{width}:w',\mathsf{kh}:kh,\mathsf{kw}:kw}$$

$$U \in \mathbb{R}^{\mathsf{channel}:c,\mathsf{height}:h',\mathsf{width}:w',\mathsf{kh}:kh,\mathsf{kw}:kw}$$

$$U_{\mathsf{height}:i,\mathsf{width}:j,\mathsf{kh}:i',\mathsf{kw}:j'} = X_{\mathsf{height}:i+i'-1,\mathsf{width}:j+j'-1}$$

Max Pooling

$$X \in \mathbb{R}^{\mathsf{height}:h,\mathsf{width}:w}$$

$$\mathsf{maxpool2d}(X,kh,kw) = \max_{\mathsf{kh},\mathsf{kw}} U$$

$$U \in \mathbb{R}^{\mathsf{height}:h/kh,\mathsf{width}:w/kw,\mathsf{kh}:kh,\mathsf{kw}:kw}$$

$$U_{\mathsf{height}:i,\mathsf{width}:j,\mathsf{kh}:di,\mathsf{kw}:dj} = X_{\mathsf{height}:i\times kh+di-1,\mathsf{width}:j\times kw+dj-1}$$

MLP

$$\begin{split} W^1 \in \mathbb{R}^{\mathsf{inp}:i,\mathsf{hidden}:h}, W^2 \in \mathbb{R}^{\mathsf{hidden}:h} \\ \mathsf{MLP}(X;W,b) &= W^1 \underset{\mathsf{hidden}}{\cdot} \mathsf{ReLU}(W^1 \underset{\mathsf{inp}}{\cdot} X + b^1) + b^2 \end{split}$$

Model

Params:

$$\begin{split} W^1 &\in \mathbb{R}^{\mathsf{channels'}:c_2,\mathsf{channels}:c_1,\mathsf{kh}:kh_1,\mathsf{kw}:kw_1} \\ W^2 &\in \mathbb{R}^{\mathsf{channels'}:c_3,\mathsf{channels}:c_2,\mathsf{kh}:kh_2,\mathsf{kw}:kw_2} \\ U &\in \mathbb{R}^{\mathsf{in}:h_1,\mathsf{hidden}:h_2}, V \in \mathbb{R}^{\mathsf{hidden}:h_2,\mathsf{out}:h_3} \end{split}$$

Model:

 $X^0 \in \mathbb{R}^{\mathsf{batch}:b,\mathsf{channels}:1,\mathsf{height}:h,\mathsf{width}:w}$

$$X^1 = \left[\mathrm{ReLU}(\mathrm{conv2d}(X^0; W^1)) \right]_{\mathsf{channels'} \to \mathsf{channels}}$$

 $X^2 = \text{maxpool2d}(X^1, ph_1, ph_2)$

$$X^3 = \left[\mathrm{ReLU}(\mathrm{conv2d}(X^2; W^2)) \right]_{\mathsf{channels'} \to \mathsf{channels}}$$

$$X^4 = \text{maxpool2d}(X^3, ph_2, ph_2)$$

$$X^5 \in \mathbb{R}^{\mathsf{batch}:b,\mathsf{inp}:h_1}$$

$$X_{\rm inp}^5 = X_{\rm height,width,channels}^4$$

$$O = \operatorname{softmax} \left[\operatorname{MLP}(X^5; U, V) \right]_{\mathsf{out} \to \mathsf{class}}$$