

### บทที่ 3

## วงจรเกตและพีซคณิตบูลลีน (Logic gates and Boolean Algebra)

ในการจะศึกษาระบบดิจิตอลจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับ พีซคณิตบูลลีน วงจรเกตชนิดต่างๆ ตารางความจริง ทฤษฎีต่างๆ การลดรูปสมการบูลลีน การออกแบบวงจรดิจิตอล และอื่นๆ ในบทนี้จะกล่าวถึงแต่ละหัวข้อ และความสัมพันธ์ระหว่างหัวข้อต่างๆ ดังนี้

**3.1 พีซคณิตบูลลีน (Boolean Algebra)** คือคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเลขตรรก (logic) ซึ่งมีค่าของตัวแปร คือ “0” และ “1” มี operator ที่สำคัญ 3 ตัวคือ

“.” = AND (Logical multiplication)

“+” = OR (Logical addition)

“-” = NOT (Logical complementation or inversion)

เช่น  $Y = (A + B) \cdot \bar{C}$   $\longrightarrow$  Boolean equation.

Boolean expression

**3.2 ตารางความจริง (Truth Table)** คือ ตารางที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Input และ Output ของวงจรโลจิก เช่น ถ้า A, B, C เป็น input และ Y เป็น output ดังรูปที่ 3.1

A	B	Y
0	0	?
0	1	?
1	0	?
1	1	?

4 combination(2 input)

A	B	C	Y
0	0	0	?
0	0	1	?
0	1	0	?
0	1	1	?
1	0	0	?
1	0	1	?
1	1	0	?
1	1	1	?

8 combination(4 input)

รูปที่ 3.1 ตัวอย่างตารางความจริง(Truth Table)

### 3.3 อุปกรณ์โลจิกเกต (Logic Gates)

อุปกรณ์โลจิกเกตเป็นอุปกรณ์พื้นฐานของวงจรดิจิตอล ซึ่งประกอบด้วย OR Gate , AND Gate , NOT Gate (Inverter) , NAND Gate , NOR Gate , EX-OR Gate (Exclusive OR Gate) , EX-NOR Gate (Exclusive NOR Gate) และ Buffer

**3.3.1 OR Gate** เป็นอุปกรณ์ดิจิตอลที่สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = A + B$$

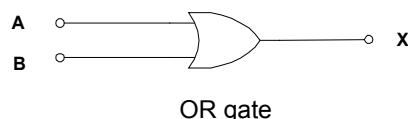
X หมายถึง เอ้าท์พุท

A และ B หมายถึง อินพุท

ความหมายของสมการ คือ ถ้าอินพุท A หรือ B เป็นโลจิก “1” เอ้าท์พุท X จะเป็นโลจิก “1”

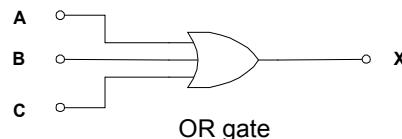
ในกรณีที่ variable 2 ตัว

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



ในกรณีที่ variable 3 ตัว

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



รูปที่ 3.2 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ OR Gate

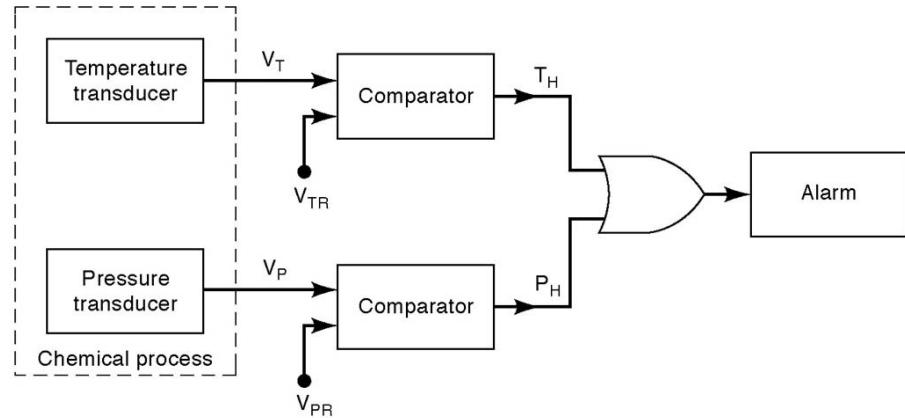
ตัวอย่างการนำไปใช้งาน เช่น โรงงานที่มีระบบการควบคุมระบบปฏิกริยาเคมี (Chemical process) ซึ่งจะต้องมีการตรวจสอบห้องอุณหภูมิและความดัน ถ้าอุณหภูมิสูงเกินค่าที่ตั้งไว้ หรือความดันสูงเกินค่าที่ตั้งไว้จะต้องมีสัญญาณเตือนภัย (Alarm) ดังรูปที่ 3.3 เป็นการนำ OR gate เพื่อควบคุมการทำงานของสัญญาณเตือนภัย เมื่อเอ้าท์พุทของวงจรเปรียบเทียบทั้งสองตัว ตัวใดตัวหนึ่งเป็นโลจิก1 จะทำให้สัญญาณร้ายทำงาน

$V_T$  = ค่าโวลท์เตหที่วัดได้จากตัวตรวจจับอุณหภูมิ

$V_P$  = ค่าโวลท์เตหที่วัดได้จากตัวตรวจจับความดัน

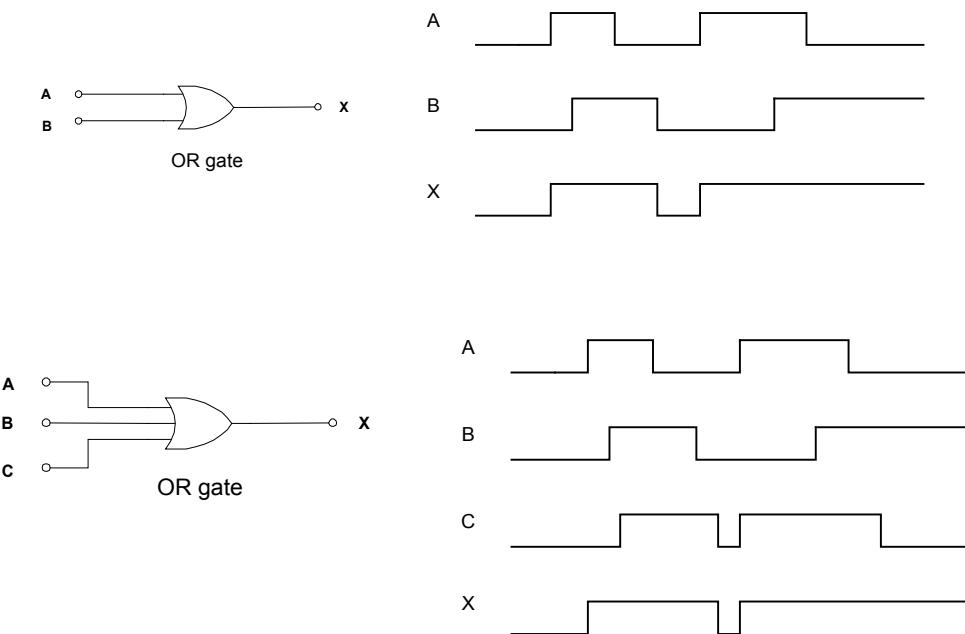
$V_{TR}$  = ค่าโวลท์เตหที่ตั้งค่าไว้เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากอุณหภูมิ

$V_{PR}$  = ค่าโวลท์เตหที่ตั้งค่าไว้เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากความดัน



รูปที่ 3.3 วงจรควบคุมระบบปฏิกริยาเคมี

**ตัวอย่าง 3.1** พิจารณารูปคลื่นเอาท์พุทโวล์ต์เทห(Output wave form) สำหรับ OR Gate ถ้า A, B เป็นอินพุท จะได้มีสัญญาณเอาท์พุท X ดังรูป



รูปที่ 3.4 รูปคลื่นวงจร OR Gate

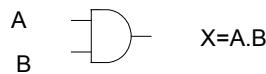
**3.3.2 AND Gate** เป็นอุปกรณ์ดิจิตอลที่สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = A \cdot B$$

A และ B เป็นอินพุท X เป็นเอาท์พุท ถ้าอินพุท A และ B เป็นโลจิก “1” เอาท์พุท X จะเป็นโลจิก “1”

## ในกรณีที่ variable 2 ตัว

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

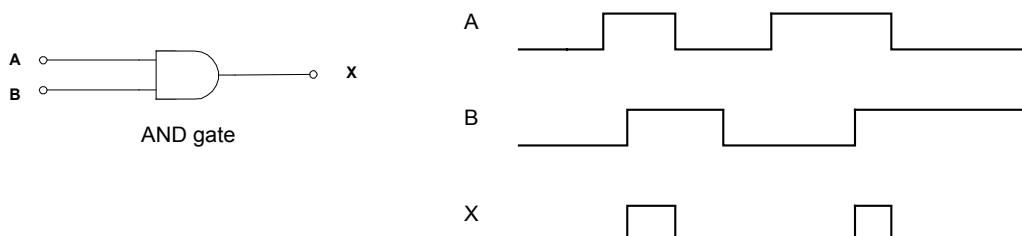


รูปที่ 3.5 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ AND Gate

กรณีที่เป็น 3 input  $X = A \cdot B \cdot C$

เมื่อ  $A = B = C = "1"$  output  $X = "1"$

ตัวอย่าง 3.2 พิจารณารูปคลื่นเมื่อ A และ B เป็นอินพุต X เป็นเอาท์พุต



รูปที่ 3.6 รูปคลื่นของวงจร AND gate

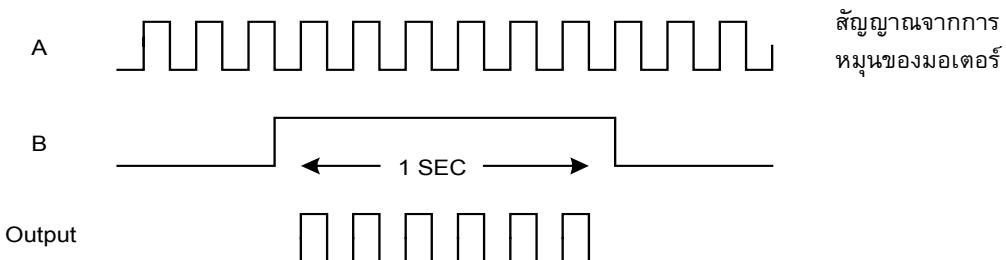
ตัวอย่างรูปคลื่นจากการวัดความเร็วมอเตอร์

A = สัญญาณที่วัดจากมอเตอร์ มอเตอร์หมุน 1 รอบเกิด pulse ขึ้น 1 ลูก

B = สัญญาณที่สร้างขึ้นให้มีความกว้างของ pulse 1 วินาที

Output = เอาท์พุตที่จะนำไปนับ เป็นความเร็วมอเตอร์ใน 1 วินาที

นำเอาสัญญาณเอาท์พุตเข้าสู่วงจรนับสัญญาณ pulse ค่าที่นับได้คือความเร็วของมอเตอร์ต่อวินาที จากรูปข้างล่างจะสามารถนับได้ 6 pulse หมายความว่าความเร็วของมอเตอร์เท่ากับ 6 รอบ/วินาที



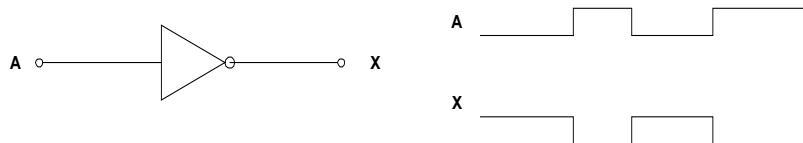
**3.3.3 NOT Gate (Inverter)** เป็นอุปกรณ์ดิจิตอลที่สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = \overline{A}$$

X เป็น complement ของ A หรือตรงข้ามกับ A ในบางครั้งใช้สัญลักษณ์ (' )

$$A' = \overline{A}$$

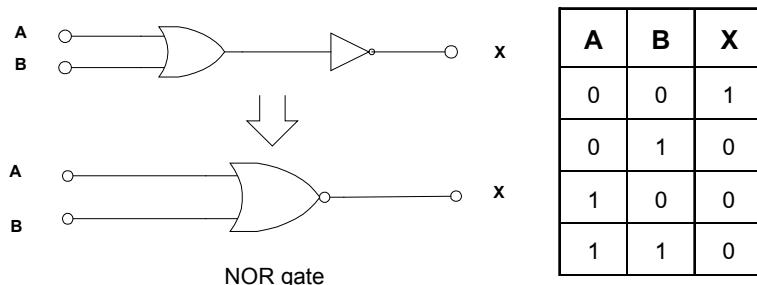
A	X = $\overline{A}$
0	1
1	0



รูปที่ 3.7 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ NOT Gate

**3.3.4 NOR Gate** เป็นอุปกรณ์ดิจิตอลที่ทำการรวมกันของ OR gate และ NOT Gate สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

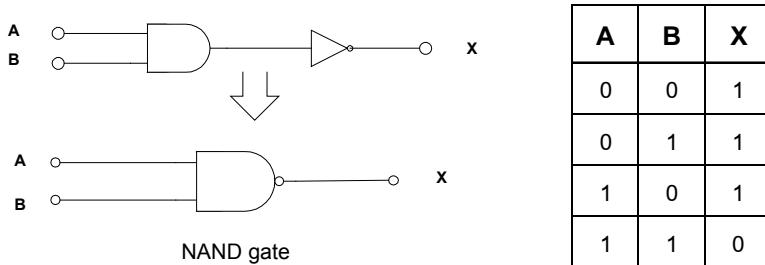
$$X = \overline{A + B}$$



รูปที่ 3.8 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ NOR Gate

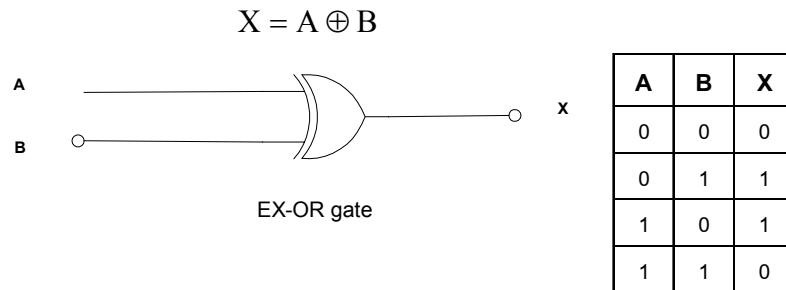
**3.3.5 NAND Gate** เป็นอุปกรณ์ดิจิตอลที่ทำการรวมกันของ AND gate และ NOT Gate สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = \overline{A \cdot B}$$



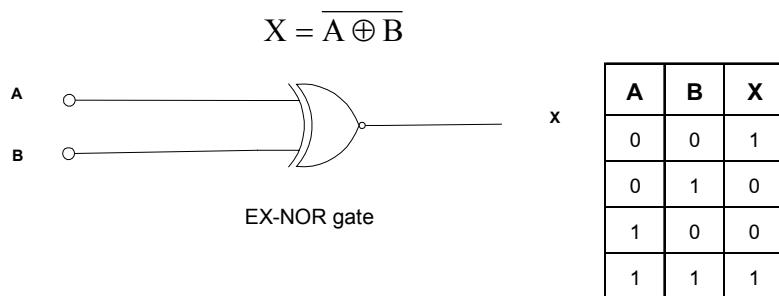
รูปที่ 3.9 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ NAND Gate

**3.3.6 EX-OR Gate(Exclusive OR)** เป็นอุปกรณ์ดิจิตอลที่มีคุณสมบัติคือ อินพุทต่างกันเอาท์พุทเป็นโลจิก “1” เมื่ออินพุทเหมือนกันเอาท์พุทเป็นโลจิก “0” สามารถเขียนสมการได้ดังนี้



รูปที่ 3.10 คุณสมบัติและสัญญาลักษณ์ EX-OR Gate

**3.3.7 EX-NOR Gate(Exclusive NOR)** เป็นอุปกรณ์ดิจิตอลที่มีคุณสมบัติคือ อินพุตต่างกันเอาท์พุทเป็นโลจิก “0” เมื่ออินพุทเหมือนกันเอาท์พุทเป็นโลจิก “1” สามารถเขียนสมการได้ดังนี้



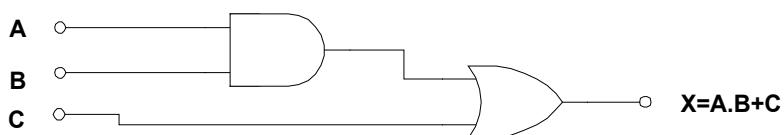
รูปที่ 3.11 คุณสมบัติและสัญญาลักษณ์ EX-NOR Gate

### 3.4 วงจรเกต พีชคณิตบูลลีน และตารางความจริง

การออกแบบวงจรดิจิตอลมีสามส่วนที่มีสำคัญและมีความเกี่ยวพันธ์กันคือ วงจรเกต สมการพีชคณิตบูลลีน และตารางความจริง เราจะต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างทั้งสามส่วนได้ ถ้าทราบอย่างหนึ่งจะต้องหาอีกสองอย่างได้ เช่นเมื่อวงจรเกต จะต้องหาสมการพีชคณิตบูลลีน และตารางความจริงได้ ถ้ารู้สมการบูลลีนก็ต้องเขียนวงจรและตารางความจริงได้

กรณีที่ 1. ถ้าทราบสมการบูลลีน จะต้องทำการเขียนวงจรโลจิตเกต และตารางความจริงได้

1. สมการพีชคณิตบูลลีน  $X = (A \cdot B) + C$
2. วงจรเกต



### 3. ตารางความจริง

วิธีการหาเอาท์พุทจากสมการ

ถ้า  $A=0, B=0, C=0$

แทนค่าในสมการ  $Y = 0.0 + 0 = 0$

ถ้า  $A=0, B=0, C=1$

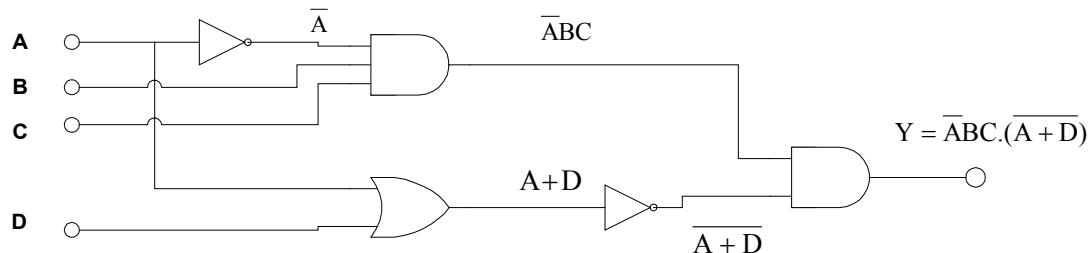
แทนค่าในสมการ  $Y = 0.0 + 1 = 1$

เมื่อหาเอาท์พุททุกค่าของอินพุทจะได้ดังตารางความจริงดังนี้

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

กรณีที่ 2. ถ้าทราบวงจรเกต จะต้องสามารถเขียนสมการบูลีน และตารางความจริงได้

#### 1. วงจรเกต



2. สมการ  $Y = \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot (\bar{A} + D)$

#### 3. ตารางความจริง

หาเอาท์พุทจากสมการ  $Y = \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot (\bar{A} + D)$

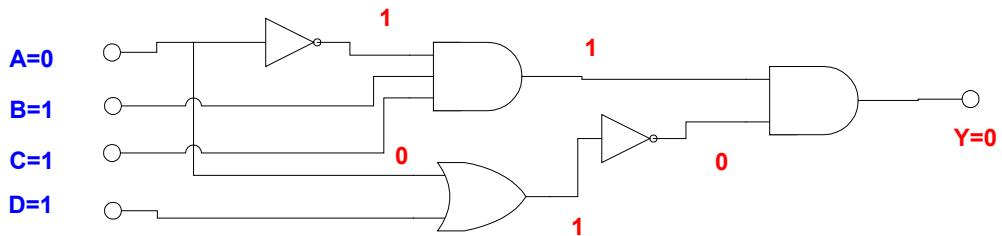
ถ้า  $A = 0, B = 1, C = 1, D = 1$

$$Y = \bar{0} \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\bar{0} + 1)$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\bar{1})$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0$$

#### 4. หาโลจิกเอาท์พุทจากวงจร



<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	$Y = \overline{A}B.C.\left(\overline{A} + D\right)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

กรณีที่ 3. ทราบตารางความจริง จะต้องสามารถเขียนสมการบูลีน และวงจรเกต ได้

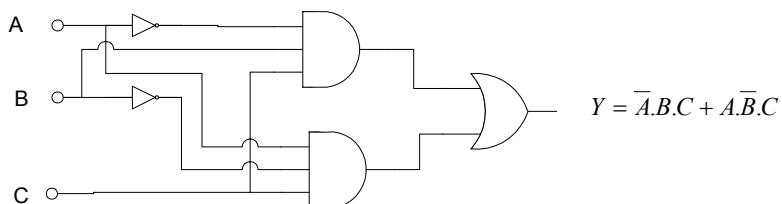
1. ตารางความจริง

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

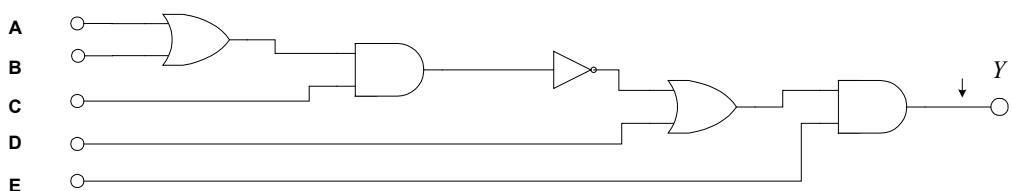
2. สมการ  $Y = \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$

วิธีการหาสมการ ให้พิจารณาเอาท์พุทที่เป็นโลจิก 1 เท่านั้นที่จะตัวให้คำอินพุท AND กันทุกตัวถ้าอินพุตตัวใดเป็นโลจิก “0” ให้ทำการ invert ถ้าอินพุตตัวใดเป็นโลจิก “1” ไม่ต้องทำการ invert ถ้ามีเอาท์พุทที่เป็นโลจิก“1” หลายตัวให้คิดที่จะตัวแล้วนำมา OR กัน

### 3. วงจรเกต



โจทย์ปัญหา จากวงจรเกตข้างล่าง จงหาสมการและตารางความจริง

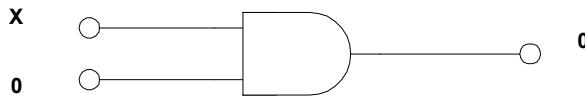


### 3.5 กฎพื้นฐานของพีชคณิตบูลีน (Boolean Theorems)

เป็นกฎพื้นฐานของพีชคณิตบูลีน เป็นกฎที่ใช้นำไปลดรูปของสมการพีชคณิตบูลีนให้ง่ายเข้า เพื่อนำไปเขียนวงจรโลจิกเกต จะได้มีขนาดวงจรเล็กและไม่สิ้นเปลืองเกตโดยไม่จำเป็น

### 3.5.1 กลุ่มตัวแปรเดียว

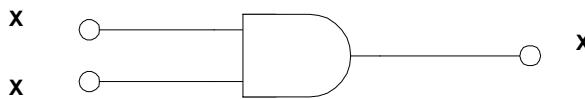
กฎข้อที่ 1.  $X \cdot 0 = 0$



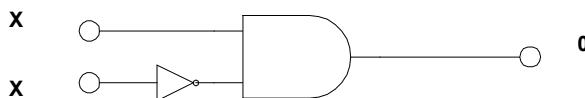
กฎข้อที่ 2.  $X \cdot 1 = X$



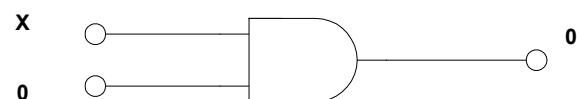
กฎข้อที่ 3.  $X \cdot X = X$



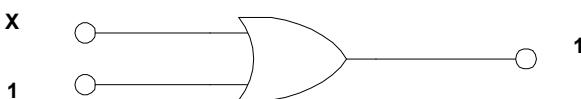
กฎข้อที่ 4.  $X \cdot \bar{X} = 0$



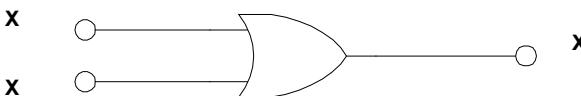
กฎข้อที่ 5.  $X + 0 = X$



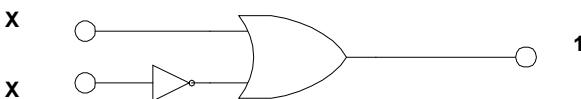
กฎข้อที่ 6.  $X + 1 = 1$



กฎข้อที่ 7.  $X + X = X$



กฎข้อที่ 8.  $X + \bar{X} = 1$



### 3.5.2 กลุ่มหลายตัวแปร

กฎข้อที่ 9.  $X + Y = Y + X$

} Commutative law

กฎข้อที่ 10.  $X \cdot Y = Y \cdot X$

กฎข้อที่ 11.  $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z = X + Y + Z$

} Association law

กฎข้อที่ 12.  $X(YZ) = (XY)Z = XYZ$

กฎข้อที่ 13 (a).  $X(Y + Z) = XY + XZ$

กฎข้อที่ 13 (b).  $(W + X)(Y + Z) = WY + XY + WZ + XZ$

กฎข้อที่ 14.  $X + YX = X$

กฎข้อที่ 15.  $X + \bar{X}Y = X + Y$  } Distributive law

พิสูจน์ กฎข้อที่ 15

$$\begin{aligned} X + \bar{X}Y &= X(1 + Y) + \bar{X} \cdot Y \\ &= X + XY + \bar{X} \cdot Y \\ &= X + (X + \bar{X}) \cdot Y \\ &= X + Y \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3..3 ลดรูปสมการต่อไปนี้  $Y = A\bar{B}D + A\bar{B}\bar{D}$

$$\begin{aligned} Y &= A\bar{B}(D + \bar{D}) \longrightarrow \text{Th 13} \\ &= A\bar{B} \cdot 1 \longrightarrow \text{Th 8} \\ &= A\bar{B} \longrightarrow \text{Th 2.} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 ลดรูปสมการต่อไปนี้  $Z = (\bar{A} + B)(A + B)$

$$\begin{aligned} &= \bar{A} \cdot A + \bar{A} \cdot B + B \cdot A + B \cdot B \\ &= 0 + \bar{A} \cdot B + B \cdot A + B \\ &= B(\bar{A} + A + 1) \end{aligned}$$

$$Z = B$$

ตัวอย่างที่ 3.5 ลดรูปสมการต่อไปนี้  $X = ACD + \bar{A}BCD$

$$\begin{aligned} &= CD(A + \bar{A}B) \\ &= CD(A + B) \longrightarrow \text{Th 15} \\ &= ACD + BCD \end{aligned}$$

### 3.5.3 ทฤษฎีของเดอมอร์แกน (De Morgan's Theorem)

กฎของ De Morgan's มีดังนี้

กฎข้อที่ 16  $(\bar{X} + \bar{Y}) = \bar{X} \cdot \bar{Y}$  (1)

กฎข้อที่ 17  $(\bar{X} \cdot \bar{Y}) = \bar{X} + \bar{Y}$  (2)

$$\begin{aligned} \overline{X + Y + Z} &= \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z} \\ \overline{X \cdot Y \cdot Z} &= \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z} \end{aligned}$$

กฎของเดอมอร์แกน กี่ว่า 2 ประการคือ

- กฎของเดอมอร์แกน เป็นความสัมพันธ์ระหว่างผลคูณก腋ยเป็นผลบวก หรือ ผลบวกจะก腋ยเป็นผลคูณ
- ค่า complement(invert) ของทั้งหมดจะเปลี่ยนเป็นค่า complement ของแต่ละเทอม

ตัวอย่างที่ 3.6 ลดรูปสมการต่อไปนี้  $Y = (\overline{A\bar{B}} + C)$

$$\begin{aligned} &= \overline{A\bar{B}} \cdot \bar{C} \\ &= (\overline{A} + \overline{\bar{B}}) \cdot \bar{C} \\ &= (\overline{A} + B) \cdot \bar{C} \\ &= \overline{A}\bar{C} + B\bar{C} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.7 ลดรูปสมการต่อไปนี้  $Z = (\overline{A} + C) \cdot (\overline{B} + \overline{D})$

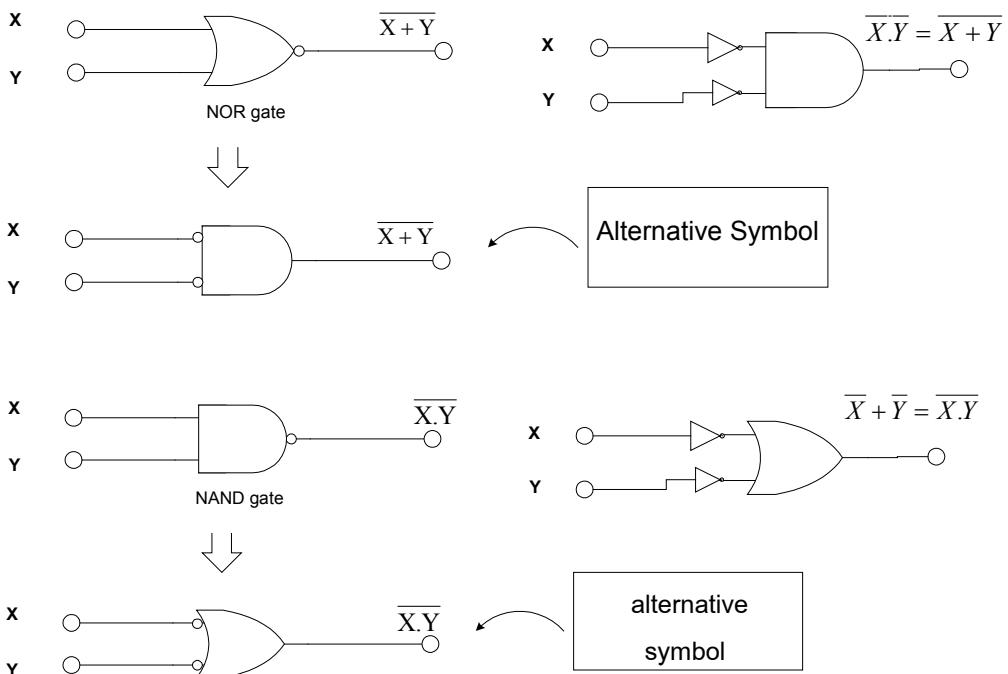
$$\begin{aligned} &= (\overline{A} + C) + (\overline{B} + \overline{D}) \\ &= \overline{\overline{A}\bar{C}} + \overline{\overline{B}\bar{D}} \\ &= A\bar{C} + B\bar{D} \end{aligned}$$

จากกฎของ De Morgan's สามารถเขียนในรูปเกตได้

$$\text{NOR gate } \overline{X+Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

$$\text{NAND gate } \overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$$

สามารถเขียนวงจรใหม่ได้ดังนี้



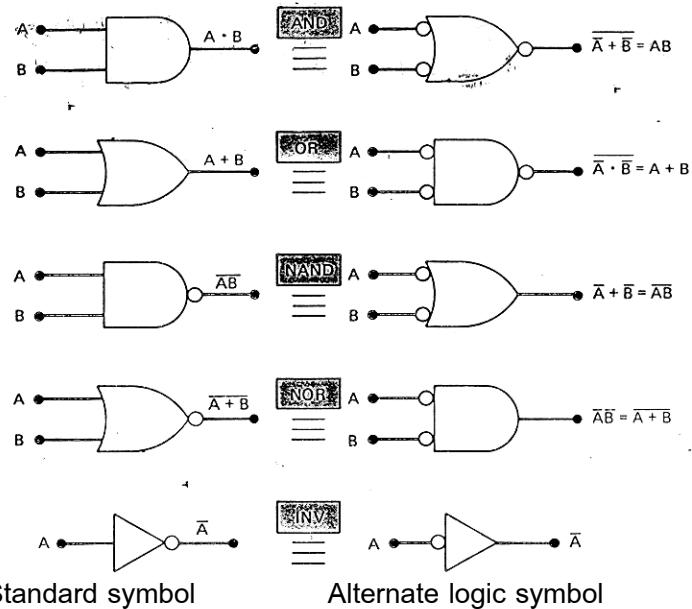
รูปที่ 3.11 สัญลักษณ์ Alternate logic gates ชนิด NOR gate และ NAND gate

### 3.6 สัญลักษณ์รูปแบบต่าง ๆ ของอุปกรณ์เกต

ສัญญาลักษณ์ของอุปกรณ์ເກາມມີຫລາຍຽບແບບທີ່ສໍາຄັງគື້ນວ່າ Standard symbol

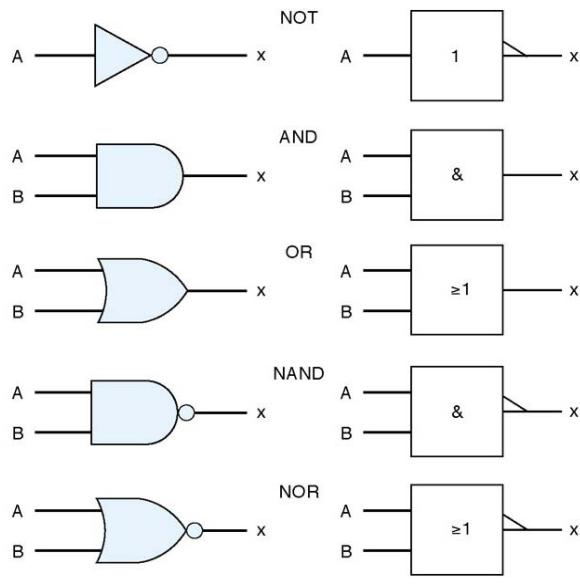
Alternate logic gates    Rectangular symbol IEEE    ดังนี้

### 3.6.1 Alternate logic gates



### รูปที่ 3.12 สัญลักษณ์ Alternate logic gates

### 3.6.2 Rectangular symbol IEEE

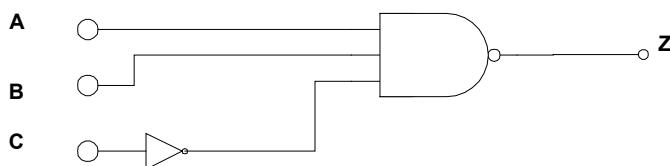


รูปที่ 3.13 สัญลักษณ์ Rectangular symbol IEEE

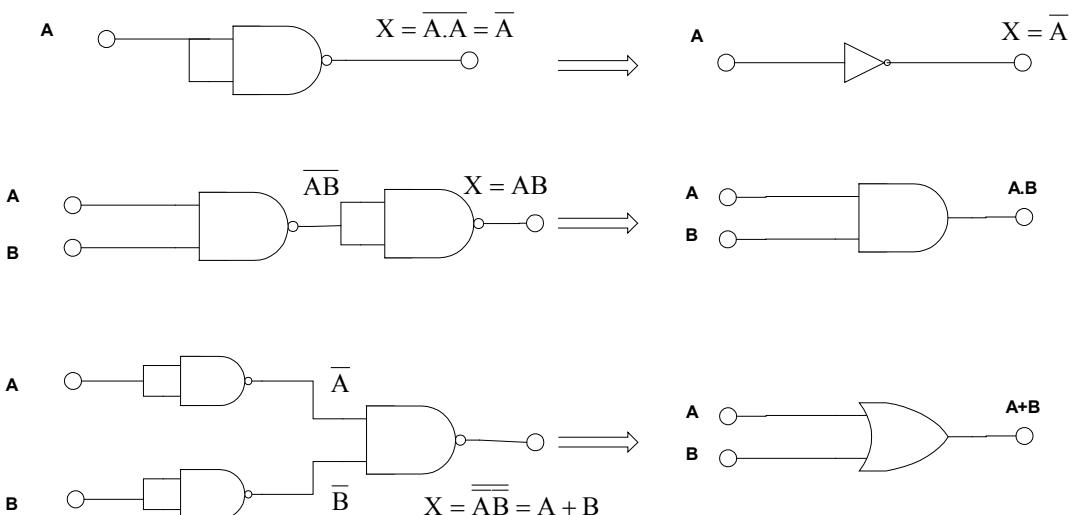
ตัวอย่างที่ 3.8 จงออกแบบวงจร สำหรับสมการเอาท์พุท  $Z = \overline{A} + \overline{B} + C$  โดยใช้ NAND gate และ Inverter

วิธีทำ

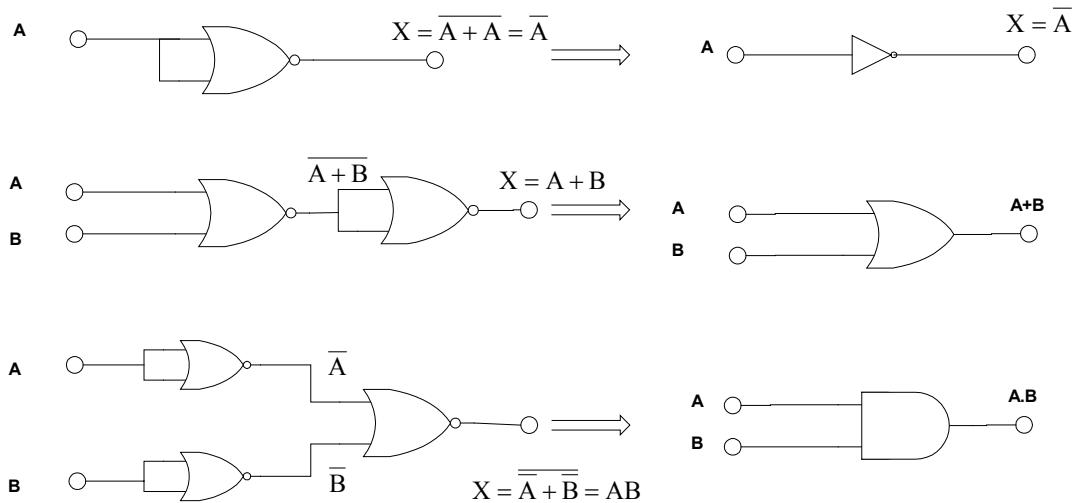
$$\begin{aligned} Z &= \overline{\overline{A} + \overline{B} + C} \\ &= \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}} \\ &= \overline{ABC} \end{aligned}$$



3.7 การออกแบบวงจรดิจิตอลโดยใช้ NAND gate หรือ NOR gate เพียงชนิดเดียว  
ในบางครั้งการออกแบบวงจรเกตจะใช้เกตเพียงชนิดเดียว คือ NAND gate หรือ NOR gate เท่านั้น ทั้งนี้เป็นเพราะหากใช้เกตเพียงชนิดเดียว คือ NAND gate หรือ NOR gate ที่หาซื้อง่ายราคาก็ถูก เกตที่หาซื้อง่ายราคาก็คือ NAND gate (สำหรับ ไอซีชินิด TTL) และ NOR gate (สำหรับ ไอซีชินิด CMOS) เมื่อเทียบกับ OR gate หรือ AND gate ดังนั้นวงจรทั่ว ๆ ไปจึงพยายามออกแบบโดยใช้ NAND หรือ NOR ทั้งหมด วิธีการดัดแปลงวงจรจะใช้หลักการของ Demorgan's ซ่ำบีโภระห์และออกแบบวงจร



รูปที่ 3.14 วงจรการใช้ NAND gates แทน gate ชนิดอื่น ๆ



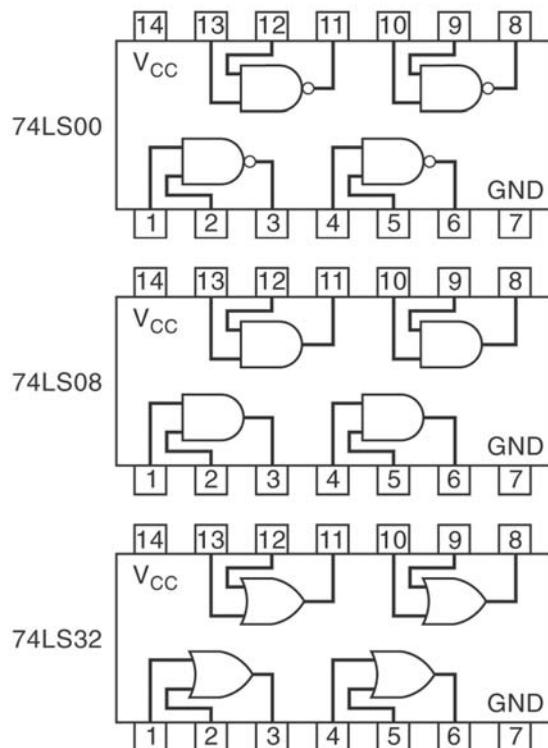
รูปที่ 3.15 วิธีการใช้ NOR gates แทน gate ชนิดอื่นๆ

ตัวอย่าง ไอซีเกตตระกูล TTL (Transistor Transistor Logic)

ไอซีเกต 1 ตัวจะประกอบด้วย gate 4 ตัว ดังรูปที่ 3.16

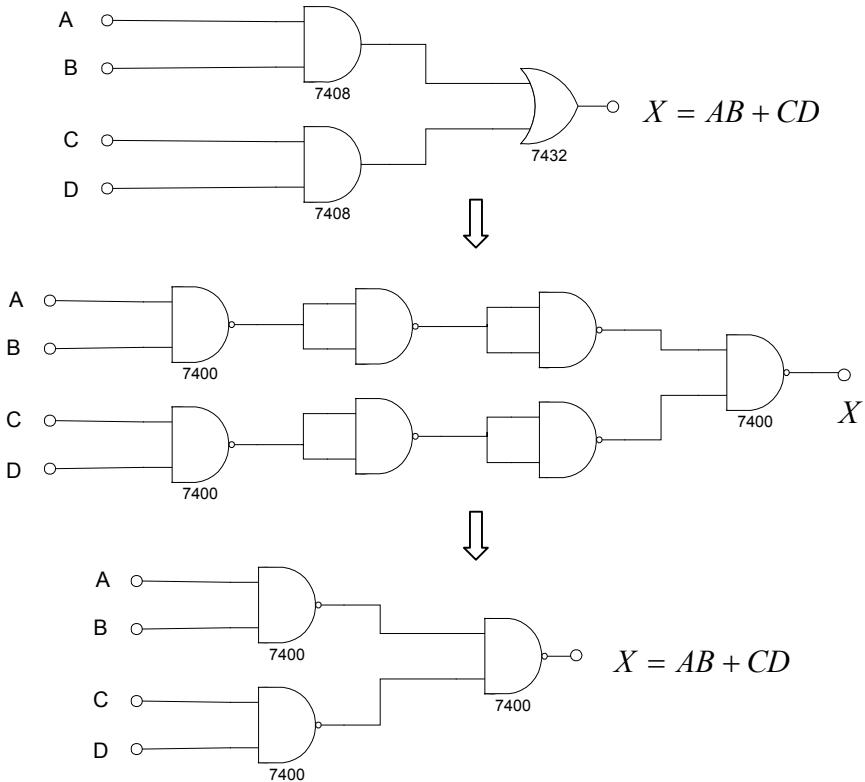
และประกอบด้วยขา

- VCC	1 ขา
- GND	1 ขา



รูปที่ 3.16 ตัวอย่าง ไอซีชนิด TTL เกตชนิด NAND AND และ OR Gate

ตัวอย่างที่ 3.9 จงออกแบบวงจรสำหรับ  $X = AB + CD$  โดยใช้ NAND gate 2 อินพุตเพียงชนิดเดียว



ตัวอย่างที่ 3.10 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

$$f(A, B, C) = (A + B)(A + BC) + \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C}$$

วิธีทำ

$$f(A, B, C) = A + AB + ABC + BC + \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C}$$

$$f(A, B, C) = A \cdot (1 + B + BC) + BC + \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C}$$

$$f(A, B, C) = A + \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C} + BC$$

$$f(A, B, C) = (A + \overline{A} \cdot \overline{B}) + (A + \overline{A} \cdot \overline{C}) + BC$$

$$f(A, B, C) = A + \overline{B} + \overline{C} + BC$$

$$f(A, B, C) = A + \overline{B} + \overline{C} + B$$

$$f(A, B, C) = 1$$

ตัวอย่างที่ 3.11 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

$$Y = AB(\overline{C} \cdot \overline{D}) + \overline{B} \cdot C \cdot D + (\overline{A} + \overline{C})(B + D)$$

วิธีทำ

$$Y = AB(C + \overline{D}) + \overline{B} \cdot C \cdot D + (\overline{A} + \overline{C})(B + D)$$

$$Y = ABC + A\overline{B}\overline{D} + \overline{B}CD + \overline{A}B + \overline{A}D + B\overline{C} + \overline{C}D$$

$$Y = B(AC + \overline{A}) + A\overline{B}\overline{D} + D(\overline{B}C + \overline{C}) + \overline{A}D + B\overline{C}$$

$$Y = B(C + \bar{A}) + ABD + D(\bar{C} + \bar{B}) + \bar{A}\bar{D} + B\bar{C}$$

$$Y = BC + B\bar{C} + \bar{B}A + ABD + D\bar{C} + \bar{D}\bar{B} + \bar{A}\bar{D}$$

$$Y = B + D\bar{B} + D\bar{C} + \bar{A}\bar{D}$$

$$Y = B + D + D\bar{C} + \bar{A}\bar{D}$$

$$Y = B + D(1 + \bar{C} + \bar{A})$$

$$Y = B + D$$

### แบบฝึกหัดบทที่ 3

1. จงเขียนวงจรสำหรับสมการต่อไปนี้โดยใช้เกตที่มีขาอินพุทไม่เกิน 3 ขา

$$X = \bar{A}\bar{B}C.(A + D)$$

2. ลดรูปสมการต่อไปนี้

$$Y = A\bar{C} + AB\bar{C}$$

$$Q = \bar{A}.\bar{B}.C.\bar{D} + \bar{A}.B.\bar{C}.D$$

$$X = (M + N)(\bar{M} + P)(\bar{N} + \bar{P})$$

$$Z = \bar{A}.B.\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + B\bar{C}D$$

3. ใช้หลักการ Demorgan's theorem แปลงสมการ  $Z = \overline{(A + B).\bar{C}}$

ให้มี invert บนตัวแปรอินพุทเพียงตัวเดียว

4. ทำเช่นเดียวกับข้อ 3  $Y = \overline{\bar{R}\bar{S}\bar{T} + \bar{Q}}$

5. ลดรูปสมการต่อไปนี้ โดยใช้พิชคงนิตบูลีน

$$5.1 \quad X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B.C + AB.C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}.C$$

$$5.2 \quad Z = (B + \bar{C})(\bar{B} + C) + \overline{\bar{A} + B + \bar{C}}$$

$$5.3 \quad Y = \overline{(\bar{C} + D)} + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + ACD\bar{C}$$

$$5.4 \quad W = \overline{AB.C + A\bar{B}.C + \bar{A}}$$

$$5.5 \quad X = \overline{(B.C + \bar{A})}.AB$$

$$5.6 \quad Z = ABC + A\bar{B}(\bar{A}\bar{C})$$

$$5.7 \quad Z = ABC + A\bar{B}.C + AB\bar{C}$$

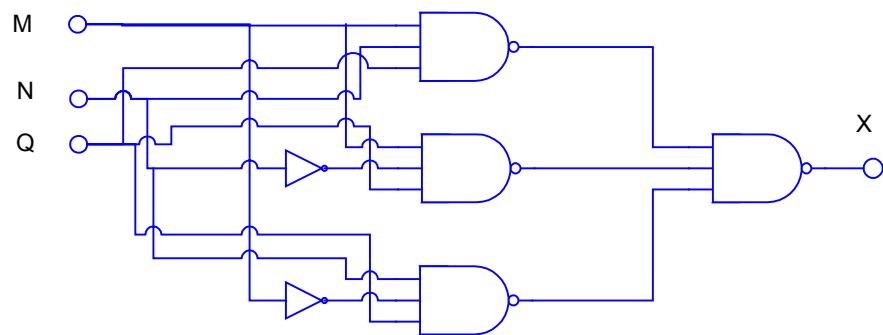
$$5.8 \quad Z = \overline{AC}(\overline{\bar{A}BD}) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}.C$$

$$5.9 \quad X = \overline{(A + B).(A + B + D).D}$$

ตอบ : 5.1  $BC + \bar{B}(\bar{C} + A)$  5.2  $BC + \bar{B}(\bar{C} + A)$  5.3  $\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}.C$  5.4  $C + \bar{A}$

5.5  $\bar{C}.AB$  5.6  $A(C + \bar{B})$  5.7  $A(B + C)$  5.8  $\bar{B}.C + \bar{A}.\bar{D}(B + C)$  5.9  $B\bar{D}$

6. ลดรูปวงจรข้างล่าง โดยใช้พีซคณิตบูลีน



ตอบ  $Q(M+N)$

7. เปลี่ยนวงจรในข้อ 6. โดยใช้ NOR gate เพียงชนิดเดียว และลดรูปสมการโดยใช้พีซคณิตบูลีน

ตอบ  $Q(M+N)$