

บทที่ 3

วงจรเกตและพีชคณิตบูลีน (Logic gates and Boolean Algebra)

ในการจะศึกษาระบบดิจิทัลจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับ พีชคณิตบูลีน วงจรเกตชนิดต่างๆ ตารางความจริง ทฤษฎีต่างๆ การลดรูปสมการบูลีน การออกแบบวงจรดิจิทัล และอื่นๆ ในบทนี้จะกล่าวถึงแต่ละหัวข้อ และความสัมพันธ์ระหว่างหัวข้อต่างๆ ดังนี้

3.1 พีชคณิตบูลีน (Boolean Algebra) คือคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเลขตรรก (logic) ซึ่งมีค่าของตัวแปร คือ “ 0 ” และ “ 1 ” มี operator ที่สำคัญ 3 ตัวคือ

“ . ” = AND (Logical multiplication)

“ + ” = OR (Logical addition)

“ $\bar{}$ ” = NOT (Logical complementation or inversion)

เช่น $Y = (A + B) \cdot \bar{C}$ \longrightarrow Boolean equation.

Boolean expression

3.2 ตารางความจริง (Truth Table) คือ ตารางที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Input และ Output ของวงจรลอจิก เช่น ถ้า A, B, C เป็น input และ Y เป็น output ดังรูปที่ 3.1

A	B	Y
0	0	?
0	1	?
1	0	?
1	1	?

4 combination(2 input)

A	B	C	Y
0	0	0	?
0	0	1	?
0	1	0	?
0	1	1	?
1	0	0	?
1	0	1	?
1	1	0	?
1	1	1	?

8 combination(4 input)

รูปที่ 3.1 ตัวอย่างตารางความจริง(Truth Table)

3.3 อุปกรณ์ลอจิกเกต (Logic Gates)

อุปกรณ์ลอจิกเกตเป็นอุปกรณ์พื้นฐานของวงจรดิจิทัล ซึ่งประกอบด้วย OR Gate , AND Gate , NOT Gate (Inverter) , NAND Gate , NOR Gate , EX-OR Gate (Exclusive OR Gate) , EX-NOR Gate (Exclusive NOR Gate) และ Buffer

3.3.1 OR Gate เป็นอุปกรณ์ดิจิทัลที่สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = A + B$$

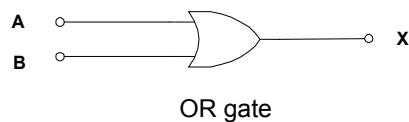
X หมายถึง เอาท์พุท

A และ B หมายถึง อินพุท

ความหมายของสมการ คือ ถ้าอินพุท A หรือ B เป็นลอจิก “1” เอาท์พุท X จะเป็นลอจิก “1”

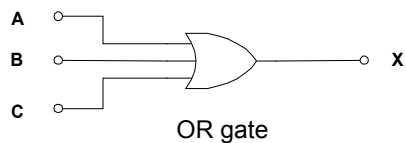
ในกรณีที่ variable 2 ตัว

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



ในกรณีที่ variable 3 ตัว

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



รูปที่ 3.2 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ OR Gate

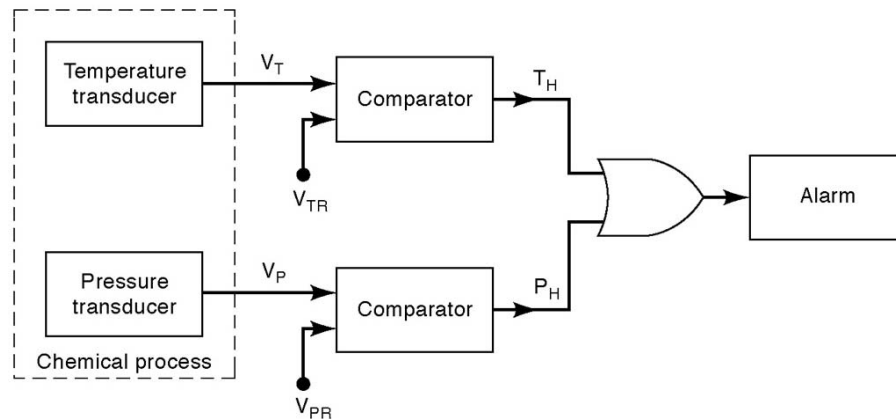
ตัวอย่างการนำไปใช้งาน เช่น โรงงานที่มีระบบการควบคุมระบบปฏิกิริยาเคมี (Chemical process) ซึ่งจะต้องมีการตรวจสอบทั้งอุณหภูมิและความดัน ถ้าอุณหภูมิสูงเกินค่าที่ตั้งไว้ หรือความดันสูงเกินค่าที่ตั้งไว้จะต้องมีสัญญาณเตือนภัย (Alarm) ดังรูปที่ 3.3 เป็นการนำ OR gate เพื่อควบคุมการทำงานของสัญญาณเตือนภัย เมื่อเอาท์พุทของวงจรเปรียบเทียบทั้งสองตัว ตัวใดตัวหนึ่งเป็นลอจิก 1 จะทำให้สัญญาณภัยทำงาน

V_T = ค่าโวลต์เตทที่วัดได้จากตัวตรวจจับอุณหภูมิ

V_P = ค่าโวลต์เตทที่วัดได้จากตัวตรวจจับความดัน

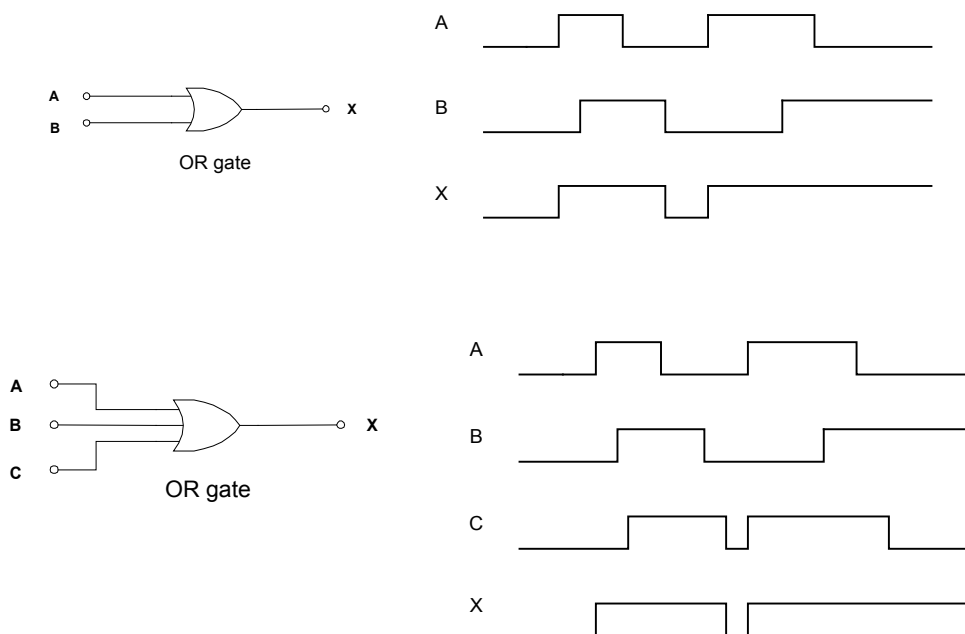
V_{TR} = ค่าโวลต์เตทที่ตั้งค่าไว้เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากอุณหภูมิ

V_{PR} = ค่าโวลต์เตทที่ตั้งค่าไว้เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากความดัน



รูปที่ 3.3 วงจรควบคุมระบบปฏิกิริยาเคมี

ตัวอย่าง 3.1 พิจารณารูปคลื่นเอาต์พุตโวลต์เตท(Output wave form) สำหรับ OR Gate ถ้า A, B เป็นอินพุต จะได้มีสัญญาณเอาต์พุต X ดังรูป



รูปที่ 3.4 รูปคลื่นวงจร OR Gate

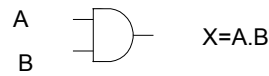
3.3.2 AND Gate เป็นอุปกรณ์ดิจิทัลที่สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = A \cdot B$$

A และ B เป็นอินพุต X เป็นเอาต์พุต ถ้าอินพุต A และ B เป็นลอจิก “1” เอาต์พุต X จะเป็นลอจิก “1”

ในกรณีที่ variable 2 ตัว

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

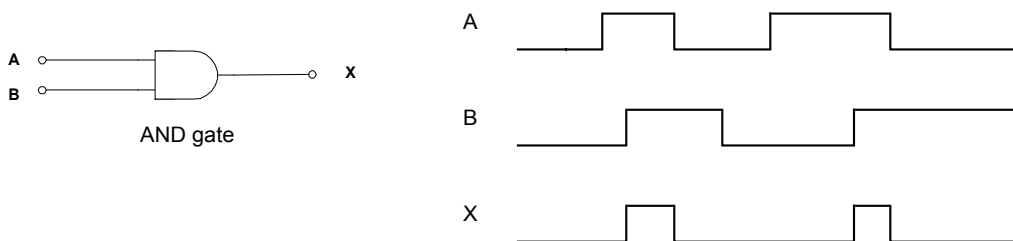


รูปที่ 3.5 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ AND Gate

กรณีที่ เป็น 3 input $X = A . B . C$

เมื่อ $A = B = C = "1"$ output $X = "1"$

ตัวอย่าง 3.2 พิจารณารูปคลื่นเมื่อ A และ B เป็นอินพุต X เป็นเอาต์พุต



รูปที่ 3.6 รูปคลื่นของวงจร AND gate

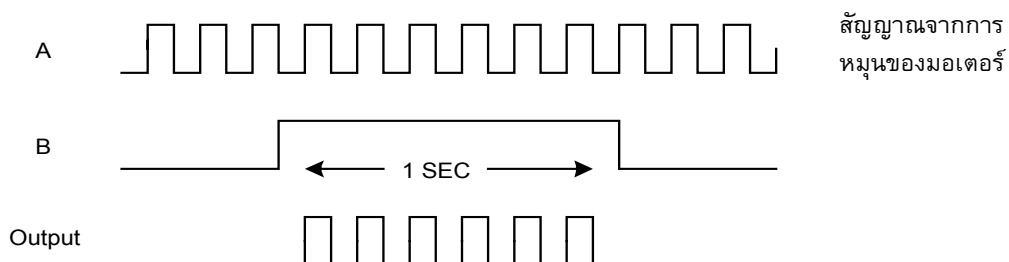
ตัวอย่างรูปคลื่นจากการวัดความเร็วมอเตอร์

A = สัญญาณที่วัดจากมอเตอร์ มอเตอร์หมุน 1 รอบเกิด pulse ขึ้น 1 ลูก

B = สัญญาณที่สร้างขึ้นให้มีความกว้างของ pulse 1 วินาที

Output = เอาต์พุตที่จะนำไปนับ เป็นความเร็วมอเตอร์ใน 1 วินาที

นำเอาสัญญาณเอาต์พุตเข้าสู่วงจรนับสัญญาณ pulse ค่าที่นับได้คือความเร็วของมอเตอร์ต่อวินาที จากรูปข้างล่างจะสามารถนับได้ 6 pulse หมายความว่าความเร็วของมอเตอร์เท่ากับ 6 รอบ/วินาที



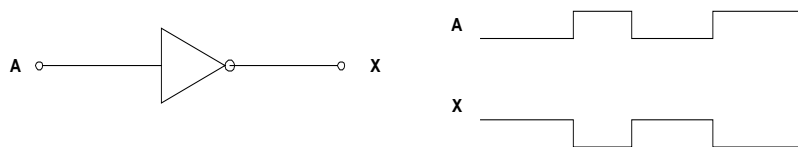
3.3.3 NOT Gate (Inverter) เป็นอุปกรณ์ดิจิทัลที่สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = \overline{A}$$

X เป็น complement ของ A หรือตรงข้ามกับ A ในบางครั้งใช้สัญลักษณ์ (')

$$A' = \overline{A}$$

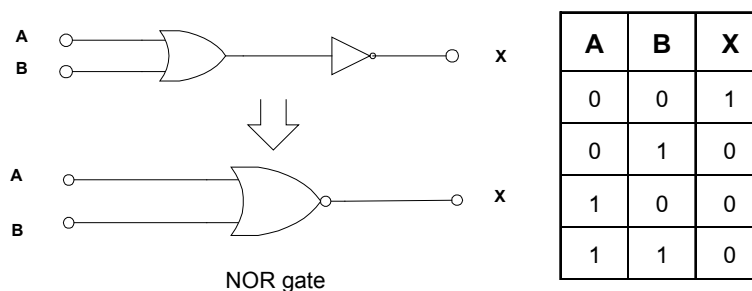
A	$X = \overline{A}$
0	1
1	0



รูปที่ 3.7 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ NOT Gate

3.3.4 NOR Gate เป็นอุปกรณ์ดิจิทัลที่ทำการรวมกันของ OR gate และ NOT Gate สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

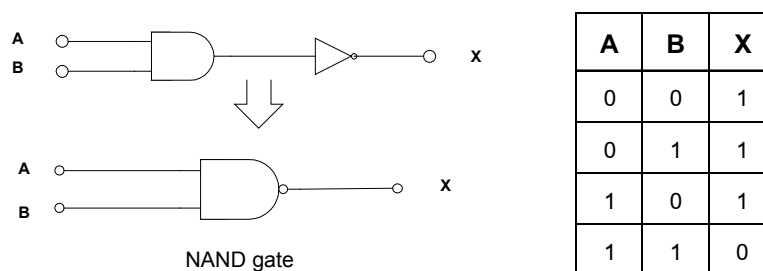
$$X = \overline{A + B}$$



รูปที่ 3.8 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ NOR Gate

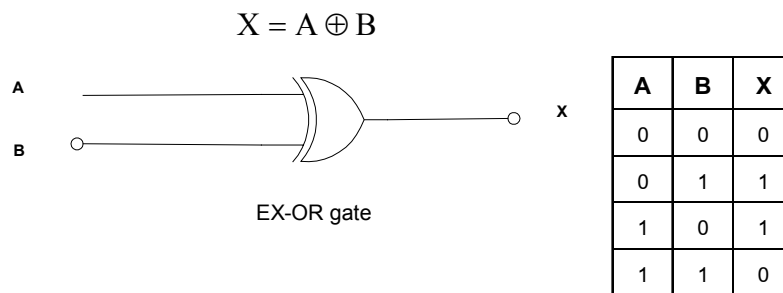
3.3.5 NAND Gate เป็นอุปกรณ์ดิจิทัลที่ทำการรวมกันของ AND gate และ NOT Gate สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$X = \overline{A \cdot B}$$



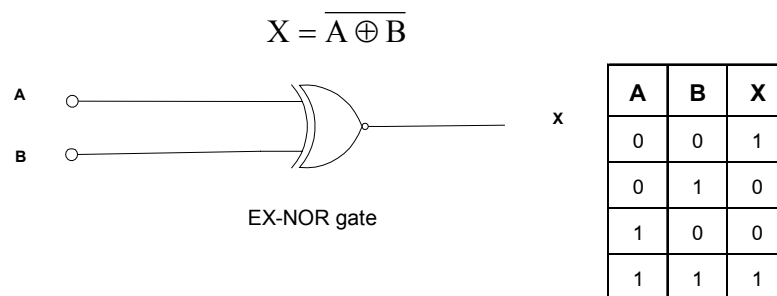
รูปที่ 3.9 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ NAND Gate

3.3.6 EX-OR Gate(Exclusive OR) เป็นอุปกรณ์ดิจิทัลที่มีคุณสมบัติคือ อินพุตต่างกันเอาต์พุตเป็นลอจิก“1” เมื่ออินพุตเหมือนกันเอาต์พุตเป็นลอจิก “0” สามารถเขียนสมการได้ดังนี้



รูปที่ 3.10 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ EX-OR Gate

3.3.7 EX-NOR Gate(Exclusive NOR) เป็นอุปกรณ์ดิจิทัลที่มีคุณสมบัติคือ อินพุตต่างกันเอาต์พุตเป็นลอจิก “0” เมื่ออินพุตเหมือนกันเอาต์พุตเป็นลอจิก“1” สามารถเขียนสมการได้ดังนี้



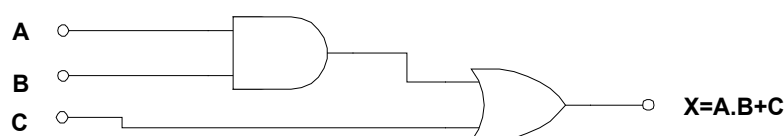
รูปที่ 3.11 คุณสมบัติและสัญลักษณ์ EX-NOR Gate

3.4 วงจรเกต พีชคณิตบูลีน และตารางความจริง

การออกแบบวงจรดิจิทัลมีสามส่วนที่สำคัญและมีความเกี่ยวข้องกันคือ วงจรเกต สมการพีชคณิตบูลีน และตารางความจริง เราจะต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างทั้งสามส่วนได้ ถ้าทราบอย่างหนึ่งจะต้องหาอีกสองอย่างได้ เช่นมีวงจรเกต จะต้องหาสมการพีชคณิตบูลีน และตารางความจริงได้ ถ้ารู้สมการบูลีนก็ต้องเขียนวงจรและตารางความจริงได้

กรณีที่ 1. ถ้าทราบสมการบูลีน จะต้องทำการเขียนวงจรลอจิกเกต และตารางความจริงได้

1. สมการพีชคณิตบูลีน $X = (A \cdot B) + C$
2. วงจรเกต



3. ตารางความจริง

วิธีการหาเอาต์พุตจากสมการ

ถ้า $A=0$, $B = 0$, $C = 0$

แทนค่าในสมการ $Y = 0.0 + 0 = 0$

ถ้า $A=0$, $B = 0$, $C = 1$

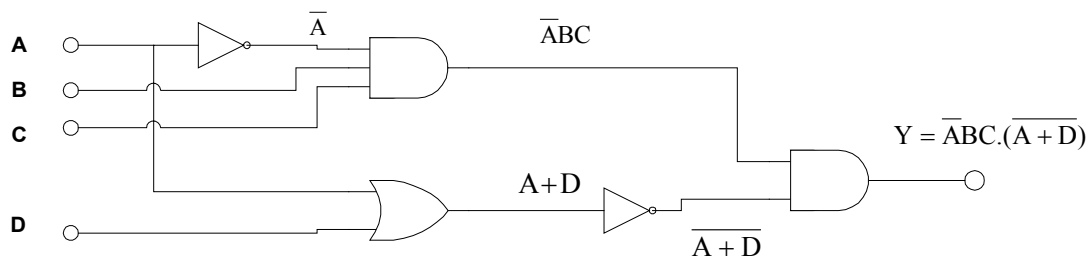
แทนค่าในสมการ $Y = 0.0 + 1 = 1$

เมื่อหาเอาต์พุตทุกค่าของอินพุตจะได้ตารางความจริงดังนี้

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

กรณีที่ 2. ถ้าทราบวงจรเกต จะต้องสามารถเขียนสมการบูลีน และตารางความจริงได้

1. วงจรเกต



2. สมการ $Y = \bar{A}.B.C.(\overline{A+D})$

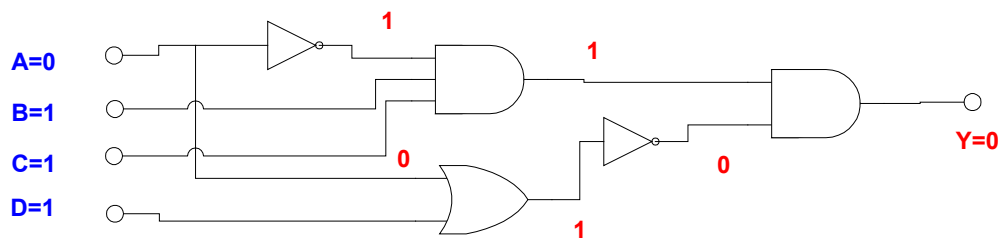
3. ตารางความจริง

หาเอาต์พุตจากสมการ $Y = \bar{A}.B.C.(\overline{A+D})$

ถ้า $A = 0$, $B = 1$, $C = 1$, $D = 1$

$$\begin{aligned}
 Y &= \bar{0}.1.1(\overline{0+1}) \\
 &= 1.1.1(\bar{1}) \\
 &= 1.1.1.0 = 0
 \end{aligned}$$

4. หาโลจิกเอาน์พุทจากวงจร



A	B	C	D	$Y = \bar{A}.B.C.(A + D)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

กรณีที่ 3. ทราบตารางความจริง จะต้องสามารถเขียนสมการบูลีน และวงจรเกต ได้

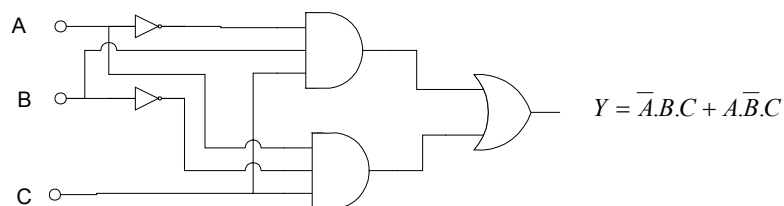
1. ตารางความจริง

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

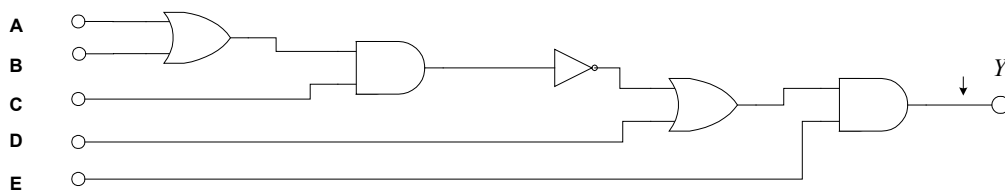
2. สมการ $Y = \bar{A}.B.C + A.\bar{B}.C$

วิธีการหาสมการ ให้พิจารณาเอาต์พุตที่เป็นลอจิก 1 เท่านั้นที่ละตัวให้นำอินพุต AND กันทุกตัวถ้าอินพุตตัวใดเป็นลอจิก “0” ให้ทำการ invert ถ้าอินพุตตัวใดเป็นลอจิก “1” ไม่ต้องทำการ invert ถ้ามีเอาต์พุตที่เป็นลอจิก “1” หลายตัวให้คิดทีละตัวแล้วนำมา OR กัน

3. วงจรเกต



โจทย์ปัญหา จากวงจรเกตข้างล่าง จงหาสมการและตารางความจริง

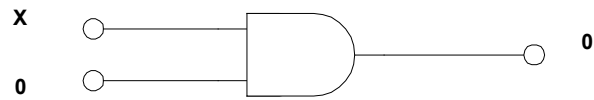


3.5 กฎพื้นฐานของพีชคณิตบูลีน (Boolean Theorems)

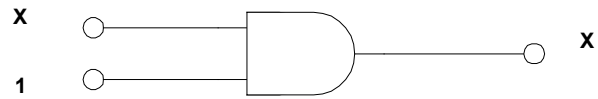
เป็นกฎพื้นฐานของพีชคณิตบูลีน เป็นกฎที่ใช้นำไปลดรูปของสมการพีชคณิตบูลีนให้ง่ายเข้า เพื่อนำไปเขียนวงจรลอจิกเกต จะได้มีขนาดวงจรเล็กและไม่สิ้นเปลืองเกตโดยไม่จำเป็น

3.5.1 กลุ่มตัวแปรเดียว

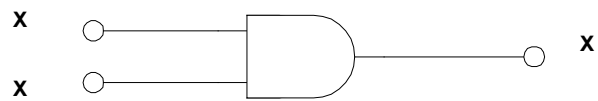
กฎข้อที่ 1. $X \cdot 0 = 0$



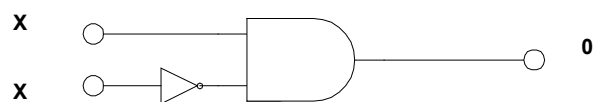
กฎข้อที่ 2. $X \cdot 1 = X$



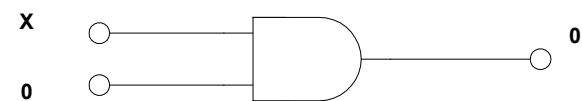
กฎข้อที่ 3. $X \cdot X = X$



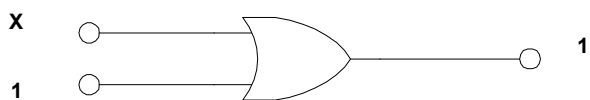
กฎข้อที่ 4. $X \cdot \bar{X} = 0$



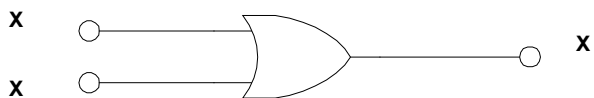
กฎข้อที่ 5. $X + 0 = X$



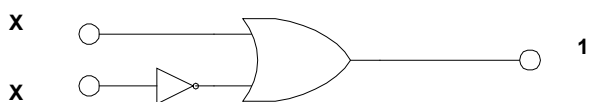
กฎข้อที่ 6. $X + 1 = 1$



กฎข้อที่ 7. $X + X = X$



กฎข้อที่ 8. $X + \bar{X} = 1$



3.5.2 กลุ่มหลายตัวแปร

กฎข้อที่ 9. $X + Y = Y + X$

} Commutative law

กฎข้อที่ 10. $X \cdot Y = Y \cdot X$

กฎข้อที่ 11. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z = X + Y + Z$
} Associative law

กฎข้อที่ 12. $X(YZ) = (XY)Z = XYZ$

กฎข้อที่ 13 (a). $X(Y + Z) = XY + XZ$

กฎข้อที่ 13 (b). $(W + X)(Y + Z) = WY + XY + WZ + XZ$

กฎข้อที่ 14. $X + YX = X$

กฎข้อที่ 15. $X + \bar{X}Y = X + Y$ } Distributive law

พิสูจน์ กฎข้อที่ 15

$$\begin{aligned} X + \bar{X}Y &= X(1 + Y) + \bar{X} \cdot Y \\ &= X + XY + \bar{X} \cdot Y \\ &= X + (X + \bar{X}) \cdot Y \\ &= X + Y \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.3 ลดรูปสมการต่อไปนี้ $Y = A \cdot \bar{B} \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{D}$

$$\begin{aligned} Y &= A\bar{B}(D + \bar{D}) && \longrightarrow \text{Th 13} \\ &= A\bar{B} \cdot 1 && \longrightarrow \text{Th 8} \\ &= A\bar{B} && \longrightarrow \text{Th 2.} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 ลดรูปสมการต่อไปนี้ $Z = (\bar{A} + B)(A + B)$

$$\begin{aligned} &= \bar{A} \cdot A + \bar{A} \cdot B + B \cdot A + B \cdot B \\ &= 0 + \bar{A} \cdot B + B \cdot A + B \\ &= B(\bar{A} + A + 1) \end{aligned}$$

$$Z = B$$

ตัวอย่างที่ 3.5 ลดรูปสมการต่อไปนี้ $X = ACD + \bar{A}BCD$

$$\begin{aligned} &= CD(A + \bar{A}B) \\ &= CD(A + B) && \longrightarrow \text{Th 15} \\ &= ACD + BCD \end{aligned}$$

3.5.3 ทฤษฎีของเดอมอร์แกน (De Morgan's Theorem)

กฎของ De Morgan's มีดังนี้

กฎข้อที่ 16 $\overline{(X + Y)} = \bar{X} \cdot \bar{Y} \quad (1)$

กฎข้อที่ 17 $\overline{(X \cdot Y)} = \bar{X} + \bar{Y} \quad (2)$

$$\overline{X + Y + Z} = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$$

$$\overline{X \cdot Y \cdot Z} = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}$$

กฎของเดอมอร์แกน กล่าวไว้ 2 ประการคือ

1. กฎของเดอมอร์แกน เป็นความสัมพันธ์ระหว่างผลคูณกลายเป็นผลบวก หรือ ผลบวกจะกลายเป็นผลคูณ
2. ค่า complement(invert) ของทั้งหมดจะเปลี่ยนเป็นค่า complement ของแต่ละเทอม

ตัวอย่างที่ 3.6 ลดรูปสมการต่อไปนี้ $Y = (\overline{A\overline{B}} + C)$

$$\begin{aligned}
 &= \overline{A \cdot \overline{B}} \cdot \overline{C} \\
 &= (\overline{A} + \overline{\overline{B}}) \cdot \overline{C} \\
 &= (\overline{A} + B) \cdot \overline{C} \\
 &= \overline{A} \cdot \overline{C} + B \cdot \overline{C}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.7 ลดรูปสมการต่อไปนี้ $Z = \overline{(\overline{A} + C) \cdot (B + \overline{D})}$

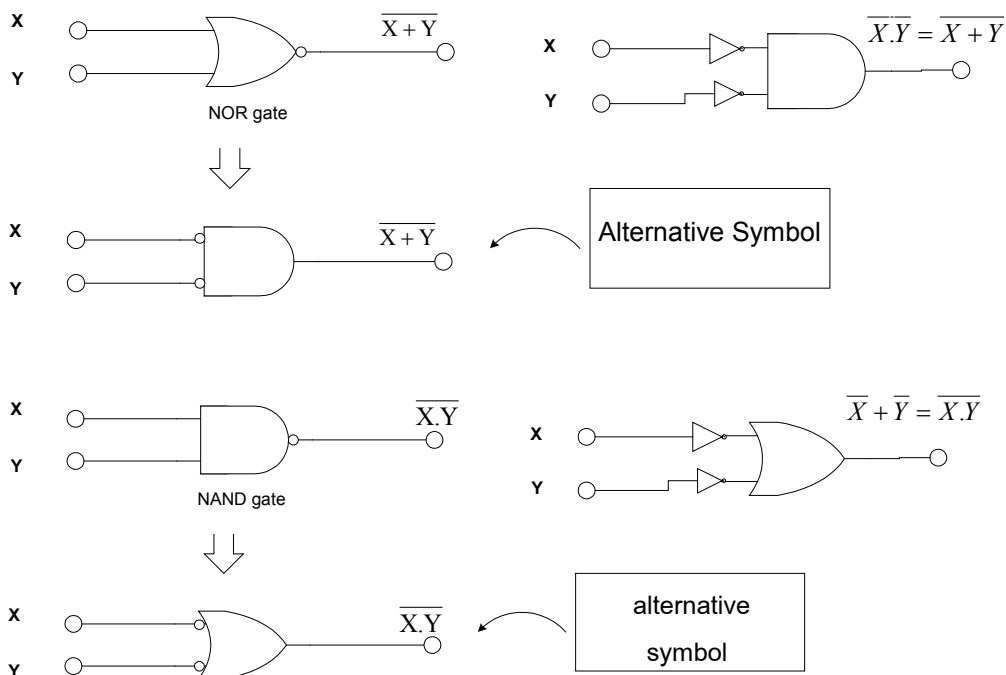
$$\begin{aligned}
 &= \overline{(\overline{A} + C) \cdot (B + \overline{D})} \\
 &= \overline{\overline{A} + C} + \overline{B + \overline{D}} \\
 &= \overline{\overline{A}} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{\overline{D}} \\
 &= A \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot D
 \end{aligned}$$

จากกฎของ De Morgan's สามารถเขียนในรูปเกตได้

NOR gate $\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$

NAND gate $\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$

สามารถเขียนวงจรใหม่ได้ดังนี้



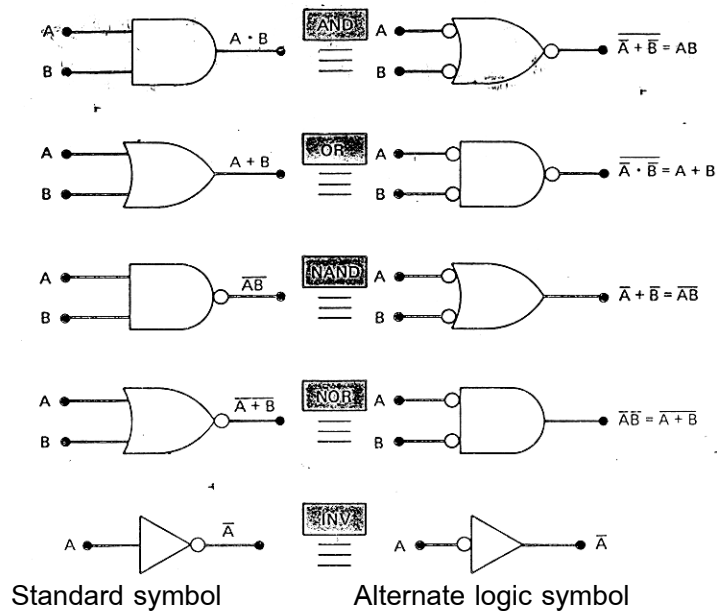
รูปที่ 3.11 สัญลักษณ์ Alternate logic gates ชนิด NOR gate และ NAND gate

3.6 สัญลักษณ์รูปแบบต่างๆของอุปกรณ์เกต

สัญลักษณ์ของอุปกรณ์เกตมีหลายรูปแบบที่สำคัญคือ Standard symbol

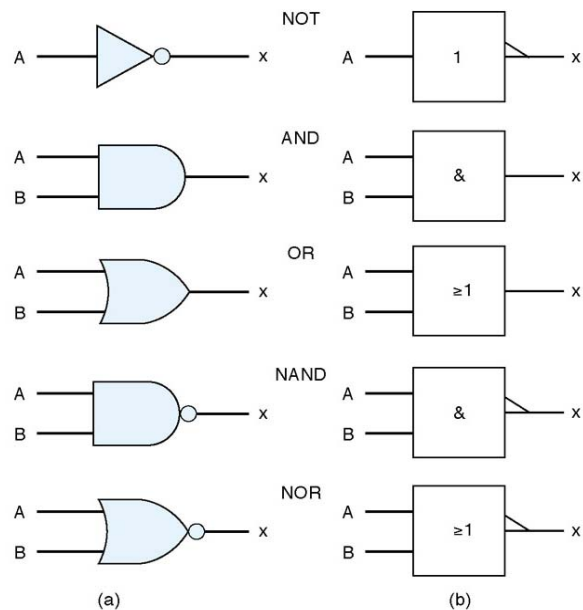
Alternate logic gates Rectangular symbol IEEE ดังนี้

3.6.1 Alternate logic gates



รูปที่ 3.12 สัญลักษณ์ Alternate logic gates

3.6.2 Rectangular symbol IEEE



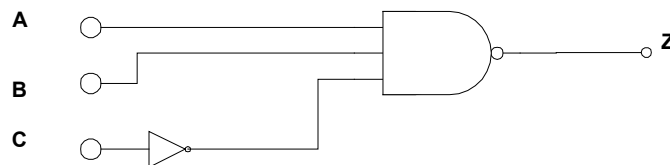
Standard symbol

Rectangular symbol IEEE

รูปที่ 3.13 สัญลักษณ์ Rectangular symbol IEEE

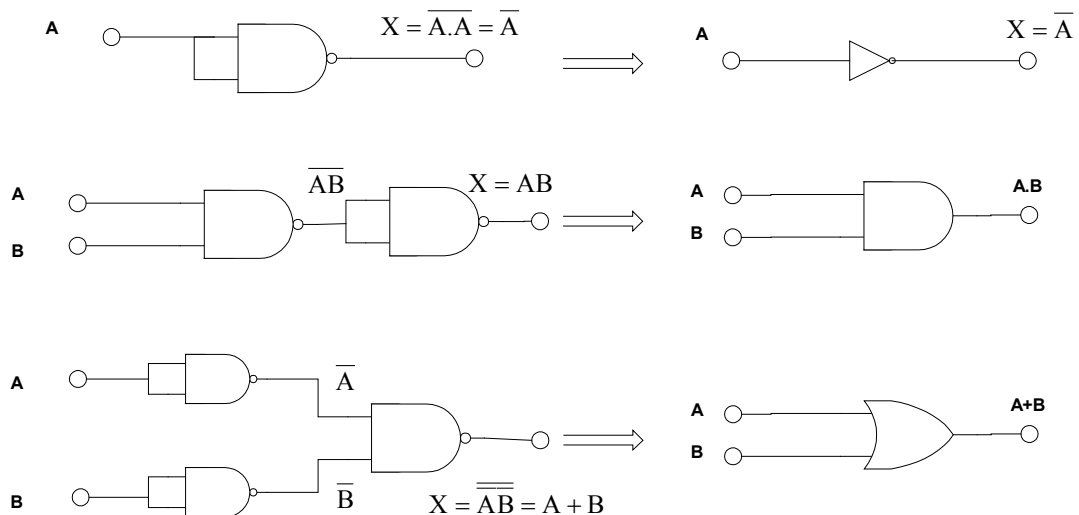
ตัวอย่างที่ 3.8 จงออกแบบวงจร สำหรับสมการเอาต์พุต $Z = \overline{A} + \overline{B} + C$ โดยใช้ NAND gate และ Inverter
วิธีทำ

$$\begin{aligned} Z &= \overline{\overline{\overline{A} + \overline{B} + C}} \\ &= \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}} \\ &= \overline{ABC} \end{aligned}$$

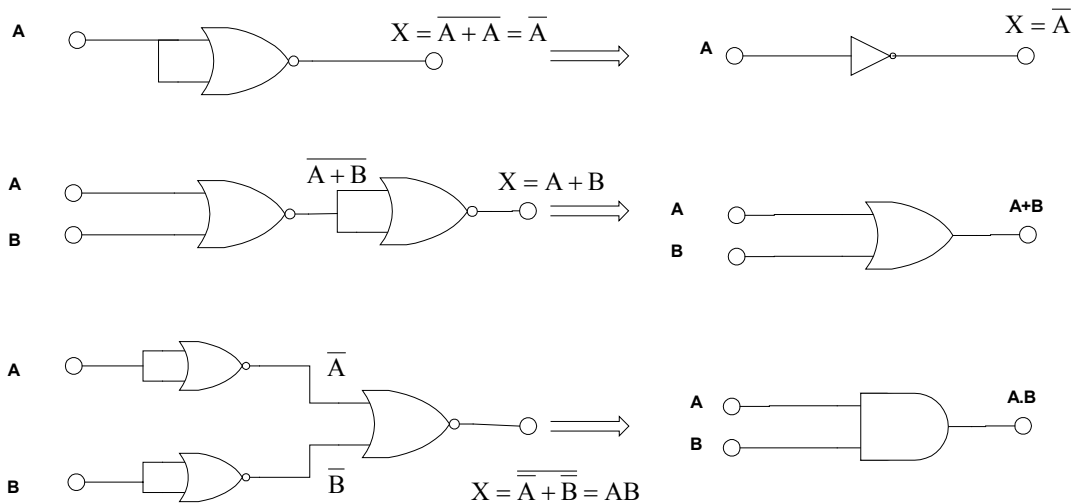


3.7 การออกแบบวงจรดิจิทัลโดยใช้ NAND gate หรือ NOR gate เพียงชนิดเดียว

ในบางครั้งการออกแบบวงจรเกตจะใช้เกตเพียงชนิดเดียว คือ NAND gate หรือ NOR gate เท่านั้น ทั้งนี้เป็นเพราะหาง่ายราคาถูก เกตที่หาซื้อง่ายราคาถูกคือ NAND gate (สำหรับไอซีชนิด TTL) และ NOR gate (สำหรับไอซีชนิด CMOS) เมื่อเทียบกับ OR gate หรือ AND gate ดังนั้นวงจรทั่ว ๆ ไปจึงพยายามออกแบบโดยใช้ NAND หรือ NOR ทั้งหมด วิธีการดัดแปลงวงจรจะใช้หลักการของ Demorgan's ช่วยวิเคราะห์และออกแบบวงจร



รูปที่ 3.14 วงจรการใช้ NAND gates แทน gate ชนิดอื่น ๆ

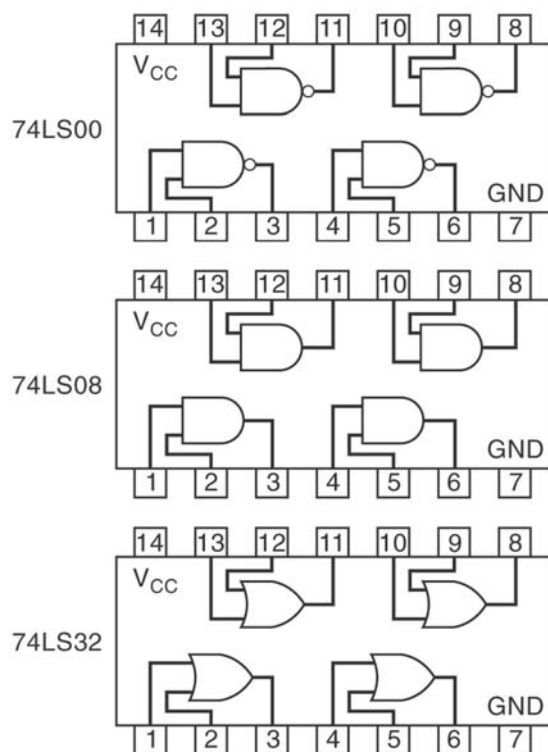


รูปที่ 3.15 วงจรการใช้ NOR gates แทน gate ชนิดอื่นๆ

ตัวอย่างไอซีเกตตระกูล TTL (Transistor Transistor Logic)

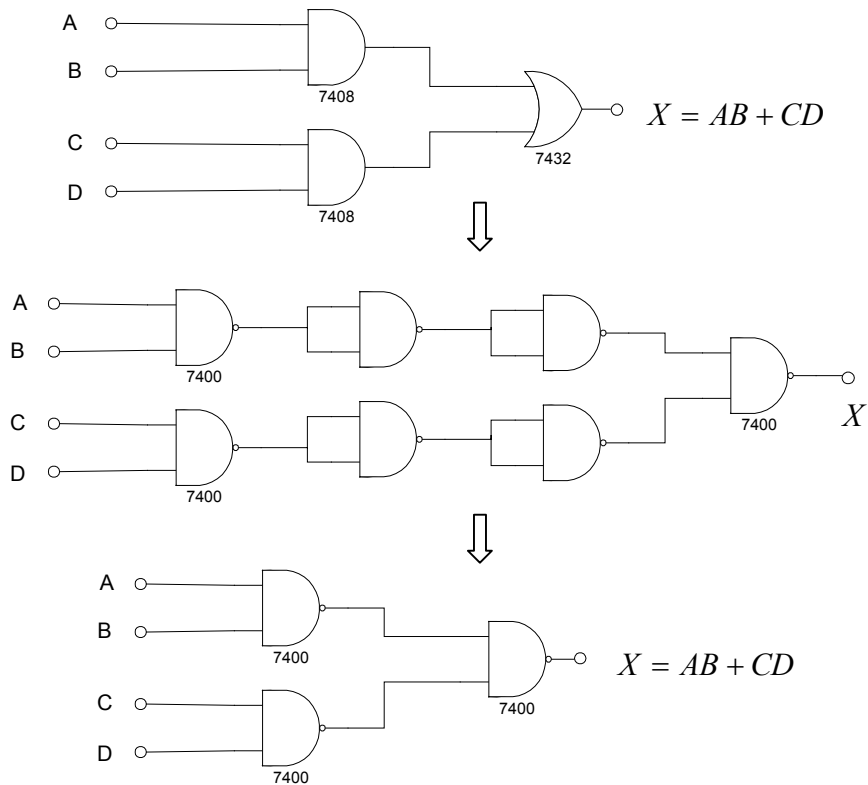
ไอซีเกต 1 ตัวจะประกอบด้วย gate 4 ตัว ดังรูปที่ 3.16

- และประกอบด้วยขา - VCC 1 ขา
- GND 1 ขา



รูปที่ 3.16 ตัวอย่างไอซีชนิด TTL เกตชนิด NAND AND และ OR Gate

ตัวอย่างที่ 3.9 จงออกแบบวงจรสำหรับ $X = AB + CD$ โดยใช้ NAND gate 2 อินพุตเพียงชนิดเดียว



ตัวอย่างที่ 3.10 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

$$f(A,B,C) = (A + B)(A + BC) + \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.\overline{C}$$

วิธีทำ

$$f(A,B,C) = A + AB + ABC + BC + \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.\overline{C}$$

$$f(A,B,C) = A.(1 + B + BC) + BC + \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.\overline{C}$$

$$f(A,B,C) = A + \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.\overline{C} + B.C$$

$$f(A,B,C) = (A + \overline{A}.\overline{B}) + (A + \overline{A}.\overline{C}) + BC$$

$$f(A,B,C) = A + \overline{B} + \overline{C} + BC$$

$$f(A,B,C) = A + \overline{B} + \overline{C} + B$$

$$f(A,B,C) = 1$$

ตัวอย่างที่ 3.11 จงลดรูปสมการต่อไปนี้

$$Y = AB(\overline{\overline{C}.D}) + \overline{B}.C.D + (\overline{A} + \overline{C})(B + D)$$

วิธีทำ

$$Y = AB(C + \overline{D}) + \overline{B}.C.D + (\overline{A} + \overline{C})(B + D)$$

$$Y = ABC + AB\overline{D} + \overline{B}CD + \overline{A}B + \overline{A}D + \overline{C}B + \overline{C}D$$

$$Y = B(AC + \overline{A}) + AB\overline{D} + D(\overline{B}C + \overline{C}) + \overline{A}D + \overline{B}C$$

$$Y = B(C + \bar{A}) + AB\bar{D} + D(\bar{C} + \bar{B}) + \bar{A}D + B\bar{C}$$

$$Y = BC + B\bar{C} + B\bar{A} + AB\bar{D} + D\bar{C} + D\bar{B} + \bar{A}D$$

$$Y = B + D\bar{B} + D\bar{C} + \bar{A}D$$

$$Y = B + D + D\bar{C} + \bar{A}D$$

$$Y = B + D(1 + \bar{C} + \bar{A})$$

$$Y = B + D$$

แบบฝึกหัดบทที่ 3

1. จงเขียนวงจรสำหรับสมการต่อไปนี้โดยใช้เกตที่มีขาอินพุตไม่เกิน 3 ขา

$$X = \bar{A}BC.(A + D)$$

2. ลดรูปสมการต่อไปนี้

$$Y = A\bar{C} + ABC$$

$$Q = \bar{A}.B.C.\bar{D} + \bar{A}.B.C.D$$

$$X = (M + N)(\bar{M} + P)(\bar{N} + \bar{P})$$

$$Z = \bar{A}.B.\bar{C} + ABC + BCD$$

3. ใช้หลักการ Demorgan's theorem แปลงสมการ $Z = \overline{(A + B).C}$

ให้มี invert บนตัวแปรอินพุตเพียงตัวเดียว

4. ทำเช่นเดียวกับข้อ 3 $Y = \overline{RST} + \bar{Q}$

5. ลดรูปสมการต่อไปนี้ โดยใช้พีชคณิตบูลีน

$$5.1 \quad X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B.C + AB.C + \bar{A}\bar{B}.\bar{C} + A\bar{B}.C$$

$$5.2 \quad Z = (B + \bar{C})(\bar{B} + C) + \overline{A + B + \bar{C}}$$

$$5.3 \quad Y = (\bar{C} + D) + \bar{A}C.\bar{D} + \bar{A}\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}\bar{B}.C.D + AC.\bar{D}$$

$$5.4 \quad W = AB.C + \bar{A}\bar{B}.C + \bar{A}$$

$$5.5 \quad X = (\overline{B.C + A}).AB$$

$$5.6 \quad Z = AB.C + \bar{A}\bar{B}.\overline{(\bar{A}\bar{C})}$$

$$5.7 \quad Z = AB.C + \bar{A}\bar{B}.C + AB.\bar{C}$$

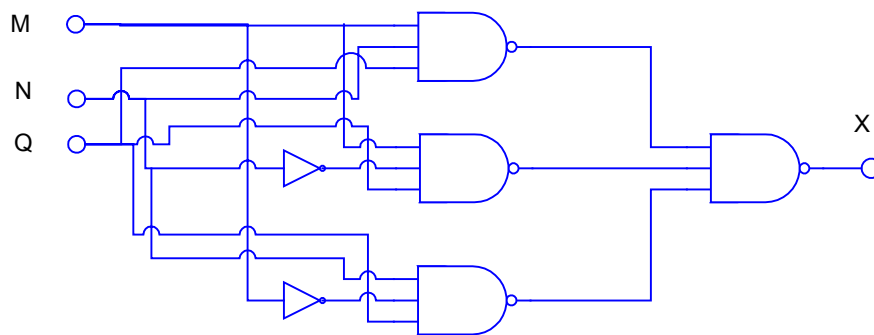
$$5.8 \quad Z = \bar{A}C(\overline{AB.D}) + \bar{A}\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}\bar{B}.C$$

$$5.9 \quad X = (\bar{A} + B).(A + B + D).\bar{D}$$

ตอบ : 5.1 $BC + \bar{B}(\bar{C} + A)$ 5.2 $BC + \bar{B}(\bar{C} + A)$ 5.3 $\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}.C$ 5.4 $C + \bar{A}$

5.5 $\bar{C}.AB$ 5.6 $A(C + \bar{B})$ 5.7 $A(B + C)$ 5.8 $\bar{B}.C + \bar{A}.\bar{D}(B + C)$ 5.9 $B\bar{D}$

6. ลดรูปวงจรข้างล่าง โดยใช้พีชคณิตบูลีน



ตอบ $Q(M+N)$

7. เปลี่ยนวงจรในข้อ 6. โดยใช้ NOR gate เพียงชนิดเดียว และลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน

ตอบ $Q(M+N)$