

## *Distanciel* Le problème MIN MAKESPAN

Automne 2020

Ce “projet distanciel” se compose de deux parties : un exercice (de type TD), et un mini-projet de programmation. Ce projet est à réaliser en **binômes** (les monômes sont autorisés de manière exceptionnelle, les trinômes sont strictement interdits). Pour la partie “projet de programmation”, deux séances de TP d’1h20 y seront consacrées. Tout le reste se fera en distanciel. Ne pas hésiter à utiliser le forum Madoc “Échanges et questions autour du projet Min Makespan” pour échanger entre vous, et aussi me poser vos questions (je ne répondrai pas aux mails qui me seront envoyés : toute question sur ce projet doit passer sur le forum).

Un compte-rendu est à rédiger, qui contiendra donc deux parties : d’une part, vos réponses aux questions de l’exercice ; d’autre part un rapport de type “rapport de projet de programmation” (ce dernier ne doit pas dépasser 10 pages). Le format de fichier attendu pour ce compte-rendu est le PDF.

L’ensemble des éléments de ce “projet distanciel” est à rendre sous la forme d’une archive NOM1-NOM2.zip (ou NOM.zip si vous êtes en monôme). La décompression de l’archive doit produire un répertoire NOM1-NOM2 (ou NOM) contenant tous les éléments de votre travail (réponses aux questions de l’exercice, rapport de projet, sources du projet, exécutable du projet, éventuellement jeux d’essai) et *un fichier texte contenant les instructions détaillées de compilation et d’exécution du projet*.

Cette archive est à **déposer sur Madoc**, au plus tard le **Samedi 21 Novembre 2020 à 21h11**. Un malus sera appliqué lorsqu’une ou plusieurs des consignes données ci-dessus n’auront pas été respectées. Notamment, en cas de retard, le malus sera le suivant : -1 point par heure de retard (toute heure entamée étant comptée comme complète).

# 1 MIN MAKESPAN – Exercice

Le but de ce projet est d'étudier le problème MIN MAKESPAN, dans lequel les durées des tâches sont toujours entières – voir pour cela les transparents du CM3 “Ordonnancement” et la vidéo associée, disponibles sur Madoc.

On se donne l'instance  $I$  de MIN-MAKESPAN suivante :

- $m = 5$  machines
- $n = 14$  tâches
- durées des tâches :

Tâche	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Durée	4	5	3	6	7	6	4	5	7	8	3	7	8	1

1. Indiquer sur un quadrillage (voir transparents du CM3 “Ordonnancement” pour un exemple) le résultat de l'algorithme LSA sur l'instance  $I$ , et clairement indiquer le temps  $T_{LSA}(I)$  obtenu.
2. Indiquer sur un quadrillage le résultat de l'algorithme LPT sur l'instance  $I$ , et clairement indiquer le temps  $T_{LPT}(I)$  obtenu.

On appelle  $T_{opt}(I)$  le temps optimal pour l'instance  $I$ .

3. Démontrer que  $T_{opt}(I) \leq 15$ . Pour cela, donner une solution qui convient, toujours sous la forme d'un quadrillage.
4. Démontrer que  $T_{opt}(I) \geq 15$ .

On s'intéresse aux instances suivantes, que l'on appellera  $I_{2p}$  ( $p$  est un paramètre entier) : le nombre de machines  $m$  est égal à  $2p$ , et on a  $n = 2p^2 + 2p + 1$  tâches. Les durées des tâches sont, dans cet ordre, les suivantes :

- $4p$  tâches de durée 1, suivies de
- $2p(p - 1)$  tâches de durée 2, suivies de
- 1 tâche de durée  $2p$

On appelle  $T_{opt}(I_{2p})$  le temps optimal pour l'instance  $I_{2p}$  (donc  $T_{opt}(I_{2p})$  dépend du paramètre  $p$ ).

5. Indiquer sur un quadrillage le résultat de l'algorithme LSA sur l'instance  $I_6$  (donc  $p = 3$ ), et clairement indiquer le temps  $T_{LSA}(I_6)$  obtenu.
6. Donner, en la justifiant, la valeur de  $T_{LSA}(I_{2p})$  pour n'importe quelle valeur de  $p$ .
7. Indiquer sur un quadrillage le résultat de l'algorithme LPT sur l'instance  $I_6$ , et clairement indiquer le temps  $T_{LPT}(I_6)$  obtenu.
8. Donner, en la justifiant, la valeur de  $T_{LPT}(I_{2p})$  pour n'importe quelle valeur de  $p$ .
9. Donner, en la justifiant, le résultat optimal  $T_{opt}(I_{2p})$  pour n'importe quelle valeur de  $p$  (il faut donc donner ici une solution, et montrer qu'il n'en existe pas de meilleure).
10. Calculer la valeur  $r_{LSA}(I_{2p}) = \frac{T_{LSA}(I_{2p})}{T_{opt}(I_{2p})}$ , que l'on appelle le *ratio d'approximation* de l'algorithme LSA.
11. Que vaut  $r_{LSA}(I_{2p})$  lorsque  $p$  tend vers l'infini ?
12. Proposer une instance  $I$  (avec  $m \geq 4$  et  $n \geq 6$ ) pour laquelle le ratio d'approximation  $r_{LPT}(I) = \frac{T_{LPT}(I)}{T_{opt}(I)}$  de l'algorithme LPT se rapproche le plus possible de 1,5.  
Justifier votre résultat : il faut donc expliquer comment vous obtenez les valeurs  $T_{LPT}(I)$  et  $T_{opt}(I)$  qui mènent au calcul de  $r_{LPT}(I)$ .

## 2 MIN MAKESPAN – Projet de Programmation

Dans ce mini-projet, la programmation se fera dans le langage de votre choix. *Assurez-vous que vos programmes compilent et fonctionnent sous Linux sur les machines du CIE.*

Le but de ce projet est d'étudier le problème MIN MAKESPAN, dans lequel les durées des tâches sont toujours entières – voir pour cela les transparents du CM3 “Ordonnancement” et la vidéo associée, disponibles sur Madoc.

Plus précisément, on vous demande d'implémenter plusieurs algorithmes répondant au problème, de les tester et de fournir les résultats de ces tests à l'utilisateur. Les trois algorithmes à implémenter sont :

1. l'algorithme List Scheduling Algorithm (LSA) du cours ;
2. l'algorithme Largest Processing Time (LPT) du cours.
3. l'algorithme Random Machine Assignment (RMA), qui, pour chaque tâche, détermine au hasard quelle machine va l'exécuter.

**Remarque :** pour ce projet, on ne s'intéresse qu'au *temps total de réalisation* calculé par les algorithmes. La réalisation précise (c'est-à-dire, quelles tâches affecter à quelle machine et dans quel ordre) n'est pas demandée.

Ainsi, pour implémenter ces algorithmes, on peut juste manipuler deux tableaux d'entiers :

- un tableau  $D[]$  de taille  $n$  ( $n$ =nombre de tâches) qui va contenir les durées des tâches à affecter aux machines ;
- un tableau  $M[]$  de taille  $m$  ( $m$ =nombre de machines), dont toutes les valeurs sont initialisées à 0. Chaque case  $i$  de  $M$  contiendra, à tout moment de l'algorithme considéré, la *durée cumulée* des tâches affectées à la machine  $i$ .

Par exemple, si à un moment dans l'algorithme la machine 2 doit exécuter une tâche de longueur 7, alors on l'écrira simplement de la manière suivante :  $M[2] \leftarrow M[2] + 7$ .

### 2.1 Travail demandé

Proposer un programme convivial (=user friendly, en anglais) qui, par l'intermédiaire d'un menu, permet à l'utilisateur (1) de renseigner la/les instance/s de son choix et (2) de visualiser les résultats de cette/ces instance/s sur les trois algorithmes évoqués ci-dessus.

**Instances d'entrée.** L'utilisateur doit pouvoir choisir entre deux modes de saisie des instances d'entrée :

1. **(Génération d'une instance de type  $I_{2p}$ )** L'utilisateur entre un entier  $p$  au clavier, et l'instance  $I_{2p}$  (décrite dans la Partie 1) est générée.
2. **(Génération aléatoire de plusieurs instances)** L'utilisateur fournit 5 entiers  $m, n, k, d_{min}$  et  $d_{max}$ . Il faut alors générer  $k$  instances différentes : pour chacune de ces  $k$  instances, on a  $m$  machines,  $n$  tâches, et les durées des tâches sont générées de manière *aléatoire*, à la condition que la durée de chaque tâche soit comprise entre  $d_{min}$  et  $d_{max}$ .

On appellera ces deux modes de création d'instance  $I_{2p}$  et  $I_R$  (pour *Random*).

**Production des résultats.** Pour chaque mode de création d'instances ( $I_{2p}$  et  $I_R$ ), les trois algorithmes LSA, LPT et RMA seront exécutés. Selon le mode choisi, les résultats seront fournis de façons différentes.

1. **(Mode  $I_{2p}$ )** Les résultats seront affichés à l'écran de la façon suivante.

```
Borne inférieure ``maximum`` =  
Borne inférieure ``moyenne`` =
```

```
Résultat LSA =  
ratio LSA =
```

```
Résultat LPT =  
ratio LPT =
```

```
Résultat RMA =  
ratio RMA =
```

Pour davantage d'informations sur les notions de Borne inférieure ``maximum`` et de Borne inférieure ``moyenne``, voir les transparents du CM3 "Ordonnancement".

La valeur Résultat LSA est le temps  $T_{LSA}$  calculé sur l'instance considérée.

La valeur ratio LSA se calcule de la façon suivante :

- (a) on prend la valeur la plus grande entre Borne inférieure ``maximum`` et Borne inférieure ``moyenne`` : appelons cette valeur  $B$ ;
- (b) ratio LSA est le résultat de la division de Résultat LSA par  $B$  (donc ce n'est pas forcément un entier).

La valeur Résultat LPT est le temps  $T_{LPT}$  calculé sur l'instance considérée.

La valeur ratio LPT se calcule de façon similaire à ratio LSA, à ceci près que dans le (b), c'est Résultat LPT (au lieu de Résultat LSA) que l'on divise par  $B$ .

La valeur Résultat RMA est le temps  $T_{RMA}$  calculé sur l'instance considérée.

Enfin, la valeur ratio RMA se calcule de façon similaire à ratio LSA, à ceci près que dans le (b), c'est Résultat RMA (au lieu de Résultat LSA) que l'on divise par  $B$ .

2. (**Mode  $I_R$** ) Dans ce mode, on n'affichera à l'écran que les valeurs moyennes des ratios. Plus précisément, seules les trois valeurs suivantes seront affichées :

ratio moyen LSA =  
ratio moyen LPT =  
ratio moyen RMA =

La valeur de ratio moyen LSA est la moyenne des ratios LSA (tels que définis ci-dessus) sur les  $k$  exemples générés. La valeur de ratio moyen LPT est la moyenne des ratios LPT (tels que définis ci-dessus) sur les  $k$  exemples générés. La valeur de ratio moyen RMA est la moyenne des ratios RMA (tels que définis ci-dessus) sur les  $k$  exemples générés.

## 2.2 Questions

1. Exécuter le mode  $I_{2p}$  avec les valeurs de  $p$  listées dans les trois tableaux ci-après, et remplir ces tableaux <sup>1</sup>.

Discuter et expliquer les résultats obtenus.

$p$	ratio LSA	$p$	ratio LSA	$p$	ratio LSA
1		15		70	
2		20		80	
3		25		90	
4		30		100	
5		35		120	
6		40		140	
7		45		160	
8		50		180	
9		55		200	
10		60		300	

$p$	ratio LPT	$p$	ratio LPT	$p$	ratio LPT
1		15		70	
2		20		80	
3		25		90	
4		30		100	
5		35		120	
6		40		140	
7		45		160	
8		50		180	
9		55		200	
10		60		300	

1. Si le temps d'exécution est "trop long" ou qu'il y a dépassement de mémoire, indiquer "PR" (Pas de Réponse)

$p$	ratio RMA	$p$	ratio RMA	$p$	ratio RMA
1		15		70	
2		20		80	
3		25		90	
4		30		100	
5		35		120	
6		40		140	
7		45		160	
8		50		180	
9		55		200	
10		60		300	

2. Exécuter le mode  $I_R$  sur une trentaine d'exemples différents, en faisant varier les paramètres d'entrée, et remplir le tableau suivant.

Discuter et expliquer les résultats obtenus.

$n$	$m$	$k$	$d_{min}$	$d_{max}$	ratio moyen LSA	ratio moyen LPT	ratio moyen RMA
...	...	...	...	...	...	...	