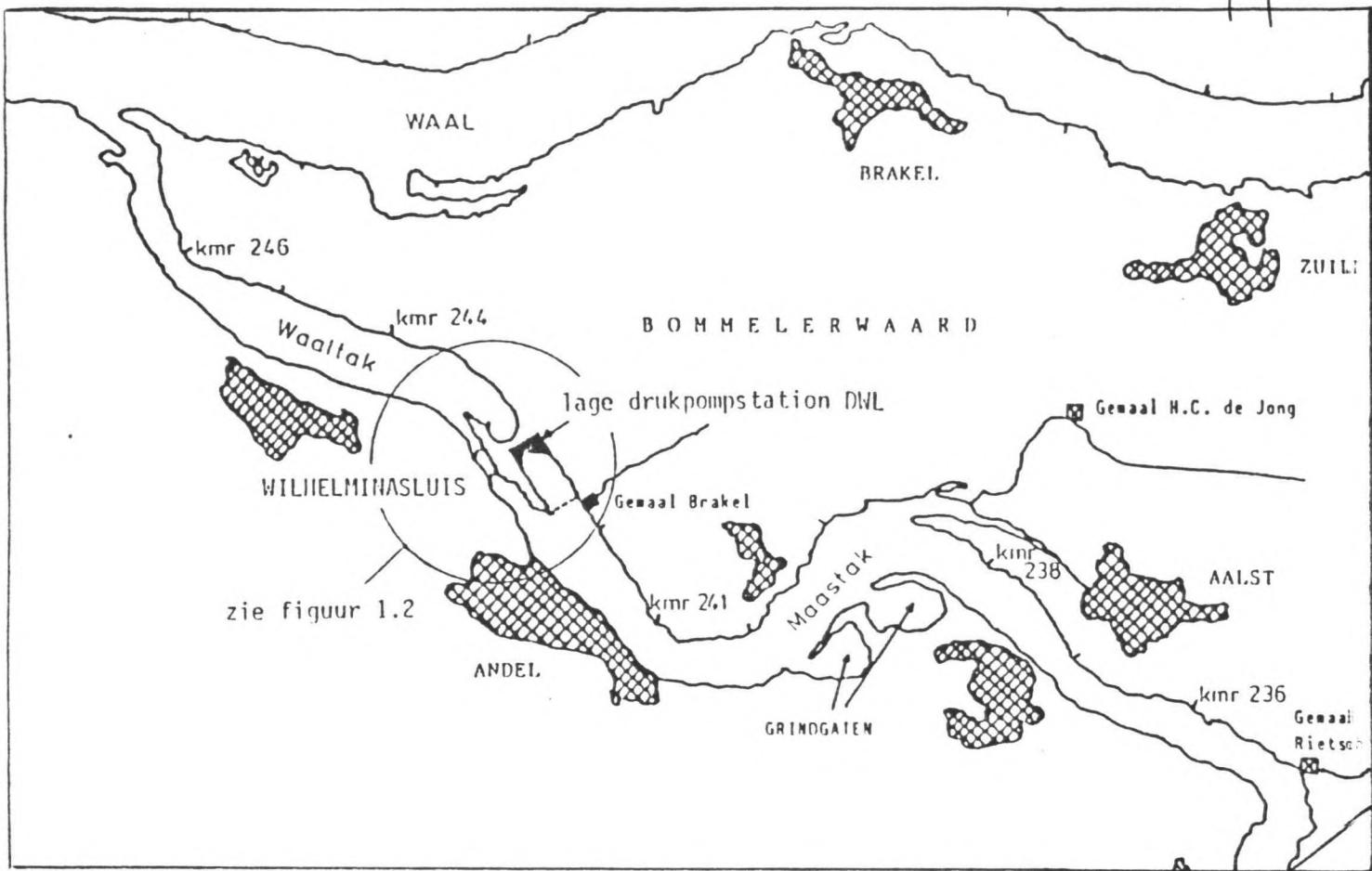


R 79.a



DISPERSIE IN DE ANDELSSE MAAS

Afstudeerverslag van : F. van Woerden
Afstudeerbegeleider : Ir. A. van Mazijk
Afstudeerdocent : Prof.dr.ir. M. de Vries

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Maart 1987

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Waterbouwkunde, k. 2.91
Stevinweg 1
2628 CN DELFT

VOORWOORD

Met het zicht op de afronding van de doctoraalstudie aan de Technische Universiteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek, Vakgroep Gezondheidstechniek en Waterbeheersing, heb ik het genoegen u dit afstudeerverslag te presenteren dat een onderdeel van de doctoraalstudie vormt.

Dit hoofdontwerp omvat het onderzoek naar de verschijnselen die het dispersief en convectief zouttransport op de Waaltak van de Andelse Maas beïnvloeden, zowel in kwalitatieve als kwantitatieve zin. Hier toe is zowel een analytisch als een numeriek model ontwikkeld.

Omdat ik mij zeer wel bewust ben dat een groot aandeel van dit verslag door anderen is aangedragen, zou ik hierbij de volgende mensen willen noemen en bedanken:

- Ir. A. van Mazijk, mijn afstudeerbegeleider met wie ik prettig samenwerkte: hij vormde een klankbord waaraan ik te allen tijde mijn ideeën en resultaten kon verifiëren en stuurde waar nodig.
- Prof.dr.ir. M. de Vries, mijn afstudeerdocent: op vriendelijke wijze liet hij blijken dat de vloeistofmechanica nog steeds de basis van de waterbeheersing - en vele andere gebieden - vormt.
- Dr.ir. C. Kranenburg, hij gaf voor mij het begrip estuarium gestalte en beschreef de specifieke verschijnselen die daarop voorkomen.
- Ir. G.S. Huyboom en Ir. K. Rob, die namens DWL zich met deze materie hebben beziggehouden en de balans tussen theorie en praktische toepassing in het oog hielden.
- De heer Looye en de heer Visser, respectievelijk laborant en schipper van de meetboot, werkzaam bij DWL te Brakel. Zij toonden mij de Andelse Maas tijdens een meetsessie en beschreven de belangrijke verschijnselen die de plaats van het Maaswaterfront bepalen. De heer Looye is verantwoordelijk voor de zeer consciëntieus uitgevoerde metingen van het zoutgehalte langs de Andelse Maas.

- Jan Vreeburg en Jan Urbanus, twee studenten die het computerprogramma "CALAM" ontwikkelden en de tijd namen mij met hun programma en de apparatuur vertrouwd te maken in een prettige samenwerking tot wederzijds nut.
- Mijn vriendin Karin, die mij altijd bijstond en zonder wie dit alles langer zou hebben geduurd.

Maart 1987

F. van Woerden

INHOUDSOPGAVE

| | | |
|-------|--|----|
| 1. | SAMENVATTING | 1 |
| 2. | INLEIDING | 3 |
| 3. | SCHEMATISATIE VAN HET ZOUTTRANSPORT | |
| 3.1 | Afleiding algemene differentiaalvergelijking | 9 |
| 3.2 | Studie naar het voorkomen van zoutconcentratie- gradiënten over breedte en diepte | 11 |
| 3.3 | Afleiding één-dimensionale differentiaal- vergelijking | 16 |
| 3.4 | De longitudinale dispersiecoëfficiënt | 17 |
| 4. | FACTOREN DIE HET ZOUTTRANSPORT BEPALEN | |
| 4.1 | Het waterbewegingsmodel | 22 |
| 4.1.1 | De randvoorwaarden | 23 |
| 4.1.2 | Bepaling stroomsnelheden en debieten op de Waaltak | 31 |
| 4.2 | Het zouttransport en de dispersiecoëfficiënt | 36 |
| 5. | AFLEIDING DISPERSIEMODEL EN TOEPASSINGEN | |
| 5.1 | Oplossingen van de differentiaalvergelijking | 52 |
| 5.2 | Mogelijkheden en beperkingen van het model | 55 |
| 5.3 | Toepassingen van het model | 58 |
| 5.4 | Conclusies met betrekking tot de analytische modellering | 66 |
| 6. | HET NUMERIEK MODEL | |
| 6.1 | Inleiding | 68 |
| 6.2 | Het programma CALAM | 68 |
| 6.3 | Schematisatie van de Andelse Maas | 72 |
| 6.4 | Resultaten van de numerieke berekeningen | 75 |
| 6.5 | Conclusies | 79 |
| 7. | CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN | |
| 7.1 | Conclusies | 81 |
| 7.2 | Aanbevelingen | 82 |

LITERATUURLIJST

SYMBOLENLIJST

BIJLAGEN:

1. De integratie van de drie-dimensionale differentiaalvergelijking van het stoftransport.
2. Relaties tussen waterstandsverschillen over de dam en het pompdebiet/sluisdebiet.
3. Invloed hoogwatergolf op de zoutdistributie.
4. Geometrie van de Andelse Maas.
5. Tabel error functies.
6. Gebruikershandleiding "CALAM".
7. Schematisatie van de geometrie van de Waaltak voor het numeriek model.

1. SAMENVATTING

De Waaltak van de Andelse Maas staat enerzijds in open verbinding met de Waal en is anderzijds afgescheiden van de Maastak door een dam met een sluis. Bij de dam wordt door de Haagse Duinwaterleiding (DWL) aan de Maaszijde water ingenomen. Vanwege met name het verschil in zoutgehalte tussen het Waal- en Maaswater mag ten gevolge van het lekken van de sluis en het schutbedrijf geen Waalwater op de Maastak komen. Dit wordt bereikt door zoveel Maaswater over de dam naar de Waaltak te pompen, dat hiermee het lek- en schutdebiet van de sluis wordt gecompenseerd. De menging van het overgepompte Maaswater met het ontvangende Waalwater zorgt nog voor een zogenaamd dispersieverlies van Maaswater, dat extra gecompenseerd moet worden.

Voor dit afstudeerproject zijn analytische en numerieke modellen ontwikkeld om deze dispersieverliezen te kwantificeren en te voorspellen. Hiertoe zijn de invloeden onderzocht van onder andere het pompdebiet en de waterstanden op de Waal.

Het analytische model

Hier is voornamelijk gekeken naar stationaire toestanden, dat wil zeggen de zoutdistributie is getijgemiddeld gezien constant in de tijd.

De zoutverdeling wordt geschematiseerd als een dalende, exponentiële functie. De randvoorwaarden (waterstand en zoutconcentraties op de Waal, debiet en zoutconcentraties aan de dam) zijn niet variabel.

De Waaltak wordt geschematiseerd tot één vak met één stroomvoerend oppervlak en één dispersiecoëfficiënt. Voor de dis-

persiecoëfficiënt kan na data-fitting worden afgeleid:

$$D_1 = 6,29 \cdot \hat{H} \quad (\hat{H} = \text{getijamplitude}).$$

Hiermee kunnen evenwichtssituaties worden voorspeld, zowel de zoutverdeling als de bovenafvoer, indien de randvoorwaarden bekend zijn.

Het analytische model blijkt voor de berekening van meer dynamische situaties minder geschikt te zijn.

Het model verschafft wel een goed inzicht in de relatieve invloed van de verschillende parameters.

Het numeriek model

Voor het numeriek model is gebruik gemaakt van het computerprogramma "CALAM". De Waaltak kan nauwkeurig worden geschematiseerd en de randvoorwaarden kunnen met grote vrijheden worden ingevoerd. Hierdoor kunnen uitstekend instelverschijnselen en hoogwatergolven worden doorgerekend.

Het blijkt dat, zolang het pompdebiet groter is dan het sluisdebiet, de zoutconcentratie bij de dam niet te hoog wordt.

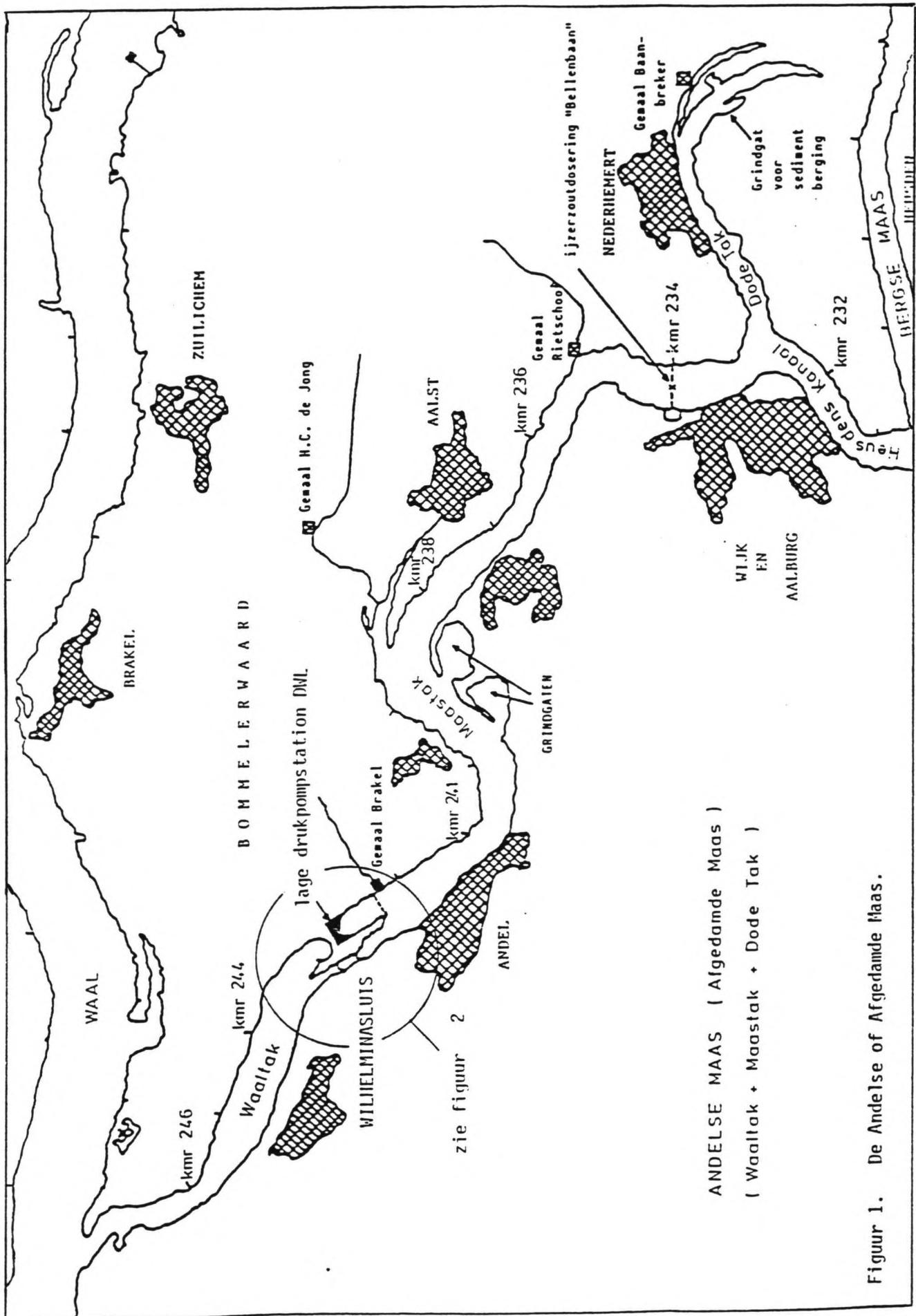
Voor berekeningen is het numeriek model sneller, nauwkeuriger en meer algemeen inzetbaar, zodat dit model zich goed leent voor uitbreiding en toepassing tot een model waarmee op eenvoudige en snelle wijze een goed en economisch pompregiem kan worden vastgesteld.

2. INLEIDING

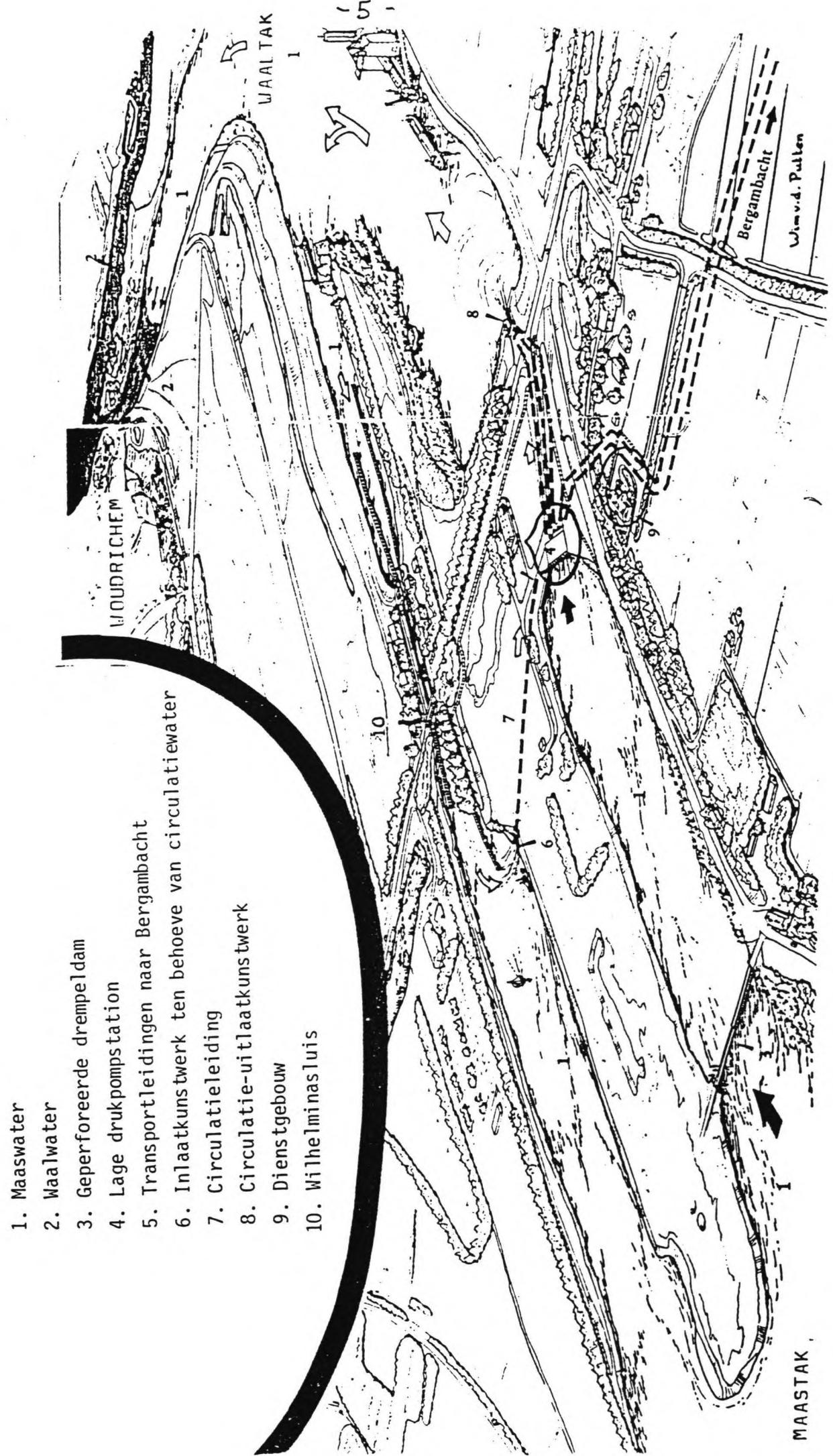
Tot 1976 heeft de Duinwaterleiding te 's-Gravenhage (DWL) water aan de Lek onttrokken als grondstof voor het bereiden van drinkwater. Omdat dit (Rijn)water met de jaren steeds in zoutgehalte toenam, en in het algemeen steeds sterker vervuild raakte, begon men vanaf 1976 Maaswater in te nemen. Dit Maaswater wordt in het Haagse Duingebied gezuiverd door infiltratie.

Het Maaswater wordt onttrokken aan de Maastak van de Andelse Maas (Afgedamde Maas), ten zuiden van de dam bij Andel (zie Fig. 1 en 2). Het lage druk pompstation in het damcomplex pompt het grootste gedeelte van dit water naar het hoge druk pompstation bij Brakel en een klein gedeelte van het water wordt aan de andere zijde van de dam in de Waaltak gepompt. Men is hiertoe genoodzaakt doordat de waterstand aan de Waalzijde van de sluis bijna altijd hoger is dan de waterstand aan de Maaszijde. De kwel-, lek- en schutverliezen zullen dus gecompenseerd moeten worden om te voorkomen dat de Maastak zich met Waalwater vult en daarmee het zoutgehalte van het ingenomen water teveel stijgt.

Het is gewenst een zekere hoeveelheid Maaswater voor de sluis te handhaven. Eventuele waterstandvariaties en storingen kunnen dan worden opgevangen, zodat een rustiger pompregiem mogelijk is. Omdat bij kmr.246, drie kilometer voor de dam, de Waaltak overgaat van relatief breed en diep naar een smaller en ondieper gedeelte nabij de Waal, is het gewenst de overgang van Maaswater naar Waalwater, in het vervolg aangeduid met "Maaswaterfront", daar zoveel mogelijk te handhaven. In het deel met de kleinere doorsnede is de mening tussen Maas- en Waalwater belangrijk groter dan in het bredere deel. Het op deze overgang houden van het "Maaswa-



Figuur 1. De Andelse of Afgedamde Maas.



Figuur 2. De Wilhelminasluis en de inlaat (lage drukpompsstation) van de Duijnwaterleiding 's Gravenhage.

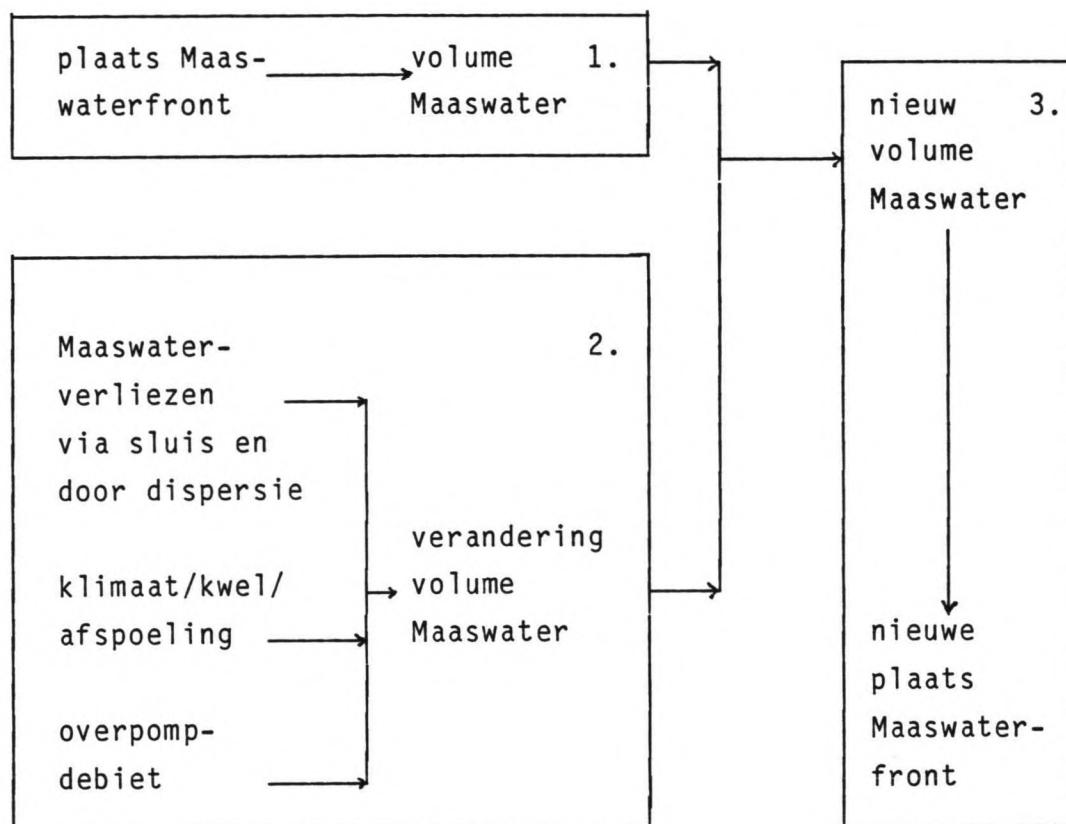
terfront" impliceert zo een zekere stabiliteit die in de praktijk duidelijk merkbaar is.

Naast de Maaswaterverliezen door en langs de sluis van de Waalzijde naar de Maaszijde, ontstaan ook zogenoamde dispersieverliezen door menging van Maas- en Waalwater aan het Maaswaterfront; dat wil zeggen: er vindt een zouttransport plaats van Waal- naar Maaswater. Een extra overpompdebiet aan de dam moet dit dispersieverlies van Maaswater compenseren.

Er zijn tot nu toe vier studies gedaan naar bovengenoemde verschijnselen op de Andelse Maas:

1. In de jaren voorafgaand aan de ingebruikneming van het innamepunt bij Andel, is uitgebreid onderzoek verricht door het Waterloopkundig Laboratorium (WL, 1969) naar de te verwachten vereiste overpompdebieten. Voor de compensatie van de dispersieverliezen richting Waal werd een gemiddeld debiet van 0,6 m³/s nodig geacht. Tevens werden de verschijnselen achter de sluis bij het innamepunt onderzocht;
2. Van Dijken heeft in 1975 ook een studie naar deze materie verricht in het kader van zijn afstudeerwerk "Stromingsverschijnselen in de Andelse Maas", afstudeerverslag en DWL-rapport. Van Dijken heeft in 1976 een tweede deel gewijd aan het te hanteren pompregiem;
3. In 1985 is door K.J. Ratsma in een afstudeerverslag aan de TH Delft een studie gedaan naar de "Bedrijfsvoering circulatiepompen Andelse Maas". Hij ontwikkelde een waterbalansmodel (Fig. 3) waarmee de plaats van het Maaswaterfront berekend kan worden;
4. Aan de hand van de praktijkgegevens van DWL heeft H.W. de Mooy in 1986 een gedetailleerde studie naar de Maaswaterverliezen door de sluis gedaan (lek-, spui- en schutde-

bieten). Dit aspect kan nu tot de door De Mooy gehaalde nauwkeurigheid in het door Ratsma ontworpen waterbalansmodel worden ingevuld.



Figuur 3. Waterbalans van Ratsma.

Het ligt dus in de lijn van deze studies het oog te richten op de vooralsnog lastig voorspelbare Maaswaterverliezen ten gevolge van dispersie naar de Waal.

Het doel van dit onderzoek is de factoren te analyseren die het zouttransport beïnvloeden om vervolgens de relevante invloeden in een dispersiemodel te kunnen invoeren, dusdanig dat betrouwbare voorspellingen gedaan kunnen worden naar de plaats van het Maaswaterfront. Deze studie is natuurlijk altijd zinvol indien zij nieuwe inzichten verschafft in deze

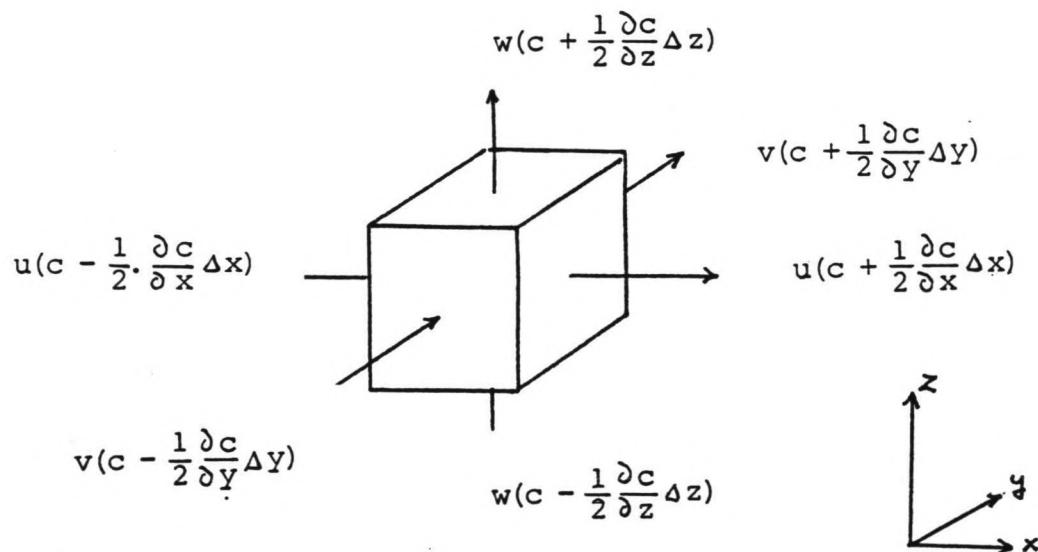
materie, maar vindt haar grootste rechtvaardiging in een eventueel kwalitatief en/of economisch beter pompregiem.

Het inzicht zal het snelst en meest kwalitatief verdiept worden wanneer de wiskundige modellering een analytische oplossing zou hebben, maar de complexe randvoorwaarden van het systeem door de verschillende invloeden, noodzaken voor meer betrouwbare voorspellingen een numeriek model toe te passen. Aan de hand van dit numerieke model zullen gemakkelijker diverse pompregiems en extreme gebeurtenissen (hoogwatergolven op de Waal) ingevoerd, getoetst en aangepast kunnen worden.

3. SCHEMATISATIE VAN HET ZOUTTRANSPORT

3.1 Afleiding algemene differentiaalvergelijking

Gekeken wordt naar het zouttransport in een eindig klein element van het water met ribben Δx , Δy en Δz . Het zouttransport door een vlakje van het element wordt omschreven met de flux loodrecht op dat vlakje, bijvoorbeeld de flux in x-richting (u.c.).



Uit de wet van behoud van massa volgt:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad \dots(1)$$

Bij een turbulente stroming varieert op een bepaalde plaats in een waterloop de snelheid van het water in de tijd.

Gedefinieerd wordt:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot dt$$

$u(x, y, z, t)$ = momentane snelheid

u = snelheid gemiddeld over tijdinterval T

u' = variatie van u t.g.v. de turbulentie

$$\left. \begin{array}{l} u = \bar{u} + u' \\ v = \bar{v} + v' \\ w = \bar{w} + w' \\ c = \bar{c} + c' \end{array} \right\} \quad \dots \dots (2)$$

\bar{u} , \bar{v} en \bar{w} bepalen binnen het element het convectief transport,

u' , v' en w' bepalen het turbulente diffusieve transport.

Bovendien vindt er ten gevolge van zoutconcentratiegradiënten moleculaire diffusie plaats.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = e \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + e \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + e \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad \dots \dots (3)$$

e is de moleculaire diffusie constante en heeft een gelijke grootte in de drie hoofdrichtingen. In stilstaand water is de moleculaire diffusie het enige mechanisme dat een zouttransport bewerkstelligt bij zoutconcentratiegradiënten.

Uit Vgl. (1), (2) en (3) volgt de algemene drie-dimensionale differentiaalvergelijking:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u} \cdot \bar{c})}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{v} \cdot \bar{c})}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{w} \cdot \bar{c})}{\partial z} =$$

$$e \left(\frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial (\bar{u}' \cdot c')}{\partial x} - \frac{\partial (\bar{v}' \cdot c')}{\partial y} - \frac{\partial (\bar{w}' \cdot c')}{\partial z} \quad \dots \dots (4)$$

Naar analogie van de wet van Fick over diffusie, (zie bijlage 1), kunnen turbulente diffusiecoëfficiënten e_x , e_y e_z worden ingevoerd volgens:

$$(\bar{u}' \cdot \bar{c}') = -e_x \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}, \quad (\bar{v}' \cdot \bar{c}') = -e_y \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}, \quad (\bar{w}' \cdot \bar{c}') = -e_z \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \quad \dots (5)$$

Vlg. (4) kan met Vlg. (5) worden herschreven samen met:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad \text{tot:}$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (e+e_x) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (e+e_y) \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (e+e_z) \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right\} \quad \dots (6)$$

Het werken met deze differentiaalvergelijking is niet een-voudig. Met zan altijd proberen de vergelijking tot een één-dimensionale vergelijking te vereenvoudigen. Dit is toegestaan, indien de zoutconcentratie alleen over de lengte-as varieert en de verschillen over diepte en breedte dus verwaarloosbaar zijn.

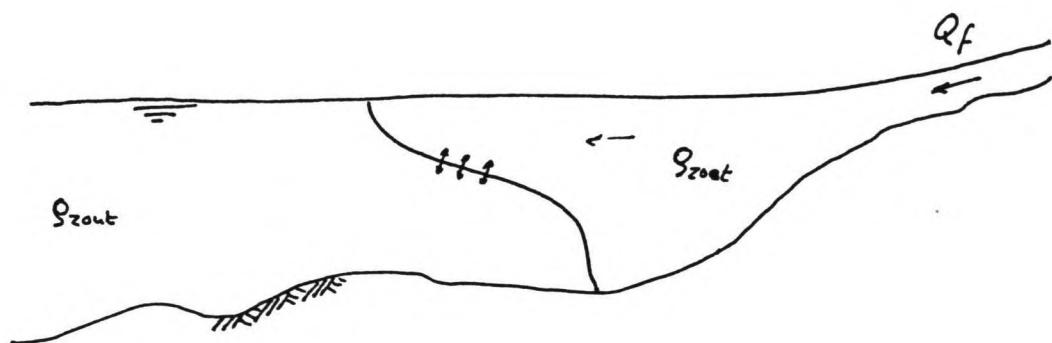
3.2 Studie naar het voorkomen van zoutconcentratiegradiënten over breedte en diepte

Concentratieverhullen over de breedte zullen vooral optreden als de bergende breedte van de rivier belangrijk groter is dan de stroomvoerende breedte. Voor een rivier is doorgaans de snelheid van menging in de dwarsrichting aanzienlijk kleiner dan de menging in de lengterichting. Hierdoor

ontstaan in de bergende gedeelten van de rivier vertragingen in veranderingen van de zoutconcentratie ten opzichte van het stroomvoerende gedeelte, en daarmee concentratieverschillen in de breedte. Metingen van juni 1984 en mei 1986 van DWL konden geen relevante verschillen in de breedte aantonen, zelfs niet bij de dam en de sluis.

Naar het eventueel optreden van concentratie (dichtheids-)verschillen over de verticaal - gelaagdheid - is veel onderzoek verricht voor estuaria.

Een gelaagd estuarium kenmerkt zich door een relatief grote bovenafvoer en een geringe getijbeweging. Bij toenemende getijbeweging en/of afnemende bovenafvoer kan zich een geheel of gedeeltelijke gemengde waterverdeling vormen. Het blijkt bijzonder moeilijk aan de hand van wiskundige modellen voor een bepaald estuarium het optreden of uitblijven van een gelaagdheid te voorspellen. Bovendien zijn getijbeweging en bovenafvoer in de regel variabel, zodat de gelaagdheidstructuur zich in de tijd kan wijzigen. Daarom zal altijd aan de hand van meetgegevens een model voor dat bepaalde estuarium gekozen moeten worden. Modellen voor gelaagde of goed gemengde estuaria zijn eenvoudiger dan de modellen voor gedeeltelijk gemengde estuaria.



Figuur 4. Gelaagd estuarium.

Een uitdrukking voor de mate van gelaagdheid is het estuarium-Richardson getal.

$$R_i e = \frac{\Delta \varrho \cdot a \cdot g \cdot Q_f}{\varrho \cdot A \cdot \bar{u}_t^3} \quad \dots (7)$$

$\Delta \varrho$ = dichtheidsverschil

Q_f = bovenafvoer

A = een karakteristieke dwarsdoorsnede

a = karakteristieke waterdiepte

\bar{u}_t = karakteristieke stroomsnelheid t.g.v. het getij, bijvoorbeeld maximale stroomsnelheid in de monding

In deze uitdrukking staat de teller voor de energie die nodig is om de bovenafvoer te mengen, en de noemer geeft het vermogen weer dat door het getij wordt ingebracht. Voor kleine waarden van $R_i e$ wordt een goede menging verondersteld, terwijl hoge waarden een mate van gelaagdheid aanduiden. Voor prismatische estuaria houdt men wel een overgangsgebied aan voor: $0,08 < R_i e < 0,8$

Het estuariumgetal kan zeker niet kritiekloos op de Waaltak van de Andelse Maas worden toegepast. Hier zijn de getij-invloed, het dichtheidsverschil en de bovenafvoer zeer klein in vergelijking met een rivieraafvoer naar zee, waarvoor in de literatuur het estuariumgetal steeds gebruikt wordt.

Karakteristieke waarden voor de Andelse Maas zijn:

$$Q_f \sim 1 \text{ m}^3/\text{s}, \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2, \quad A \sim 1000 \text{ m}^2$$

$$a \sim 5 \text{ m}, \quad \varrho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \bar{u}_t \sim 2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$R_i e = \frac{0,3 \cdot 5 \cdot 9,81 \cdot 1}{1000 \cdot 1000 \cdot (0,02)}^3 = 1,8 > 0,8$$

Voor deze uitwerking van het estuariumgetal is voor het

dichtheidsverschil tussen Maas- en Waalwater een waarde van 300 g/m³ ingevuld. Deze waarde kan gezien worden als een maximum.

Ook kunnen dichtheidsverschillen optreden ten gevolge van temperatuurgradiënten, deze liggen in de orde van 100 g/m³ en hebben ook een maximum van ca. 300 g/m³ tussen Maas- en Waalwater. *)

Bij diverse berekeningen van deze parameter met verschillende bovenafvoeren, zoutconcentraties en getijdebieten, blijkt dat zowel kleine als grote uitkomsten gevonden kunnen worden ter plaatse van het Maaswaterfront.

$$H_w = 2,0 + 0,1 \cdot \sin(\dots), \Delta \varphi = 0,05 \text{ kg/m}^3, Q_f = 3 \text{ m}^3/\text{s} \quad R_{ie} = 4,6$$

$$H_w = 0,5 + 0,25 \cdot \sin(\dots), \Delta \varphi = 0,2 \text{ kg/m}^3, Q_f = 0,4 \text{ m}^3/\text{s} \quad R_{ie} = 0,06$$

Het estuarium-Richardson getal kan dan ook geen uitsluitsel geven (zo dit vooropgesteld al mogelijk had kunnen zijn) over de gelaagdheidstructuur ter plaatse van het zoutfront. Nu heeft Van Dijken in 1975 over het gehele jaar ook metingen gedaan naar de geleidbaarheid over de verticaal om een eventuele gelaagdheid te kunnen onderzoeken bij het Maaswaterfront. De verschillen in geleidbaarheid waren miniem,

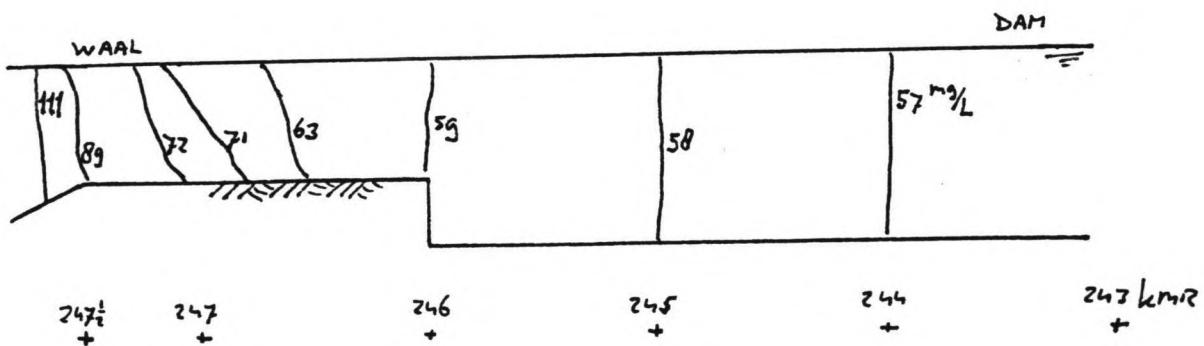
* Van Dijken heeft in een extreme situatie van sterke opwarming door de zonnestraling een dichtheidsverschil van 0,98 kg/m³ gemeten tussen wateroppervlak en bodem. In deze situatie bleken geen verschillen in de zoutconcentraties tussen bodem en wateroppervlak op te treden en ontstaat hier geen verticaal zouttransport.

Temperatuurstratificatie behoeft geen enkele indicatie voor zoutconcentratieverzillen te zijn.

zijn conclusie luidt dan ook:

"Dichtheidsstromen ten gevolge van zoutverschillen behoeven niet te worden verwacht. In het afgelopen jaar zijn zeer geringe verschillen in zoutgehalte gemeten over de verticalen in de diepe geulen, hetgeen aanleiding geeft tot verwaarloosbare dichtheidsverschillen. Het Maaswaterfront wordt vastgehouden op het ondiepe gedeelte van de rivier, zodat het diepe gedeelte volledig gevuld blijft met Maaswater. Eventuele verschillen in zoutconcentratie over de diepte zullen door de goede menging van de getijbeweging snel verdwijnen. Eveneens dient te worden opgemerkt, dat de verschillen in zoutgehalte tussen Waal en Maas steeds kleiner worden door de relatieve kwaliteitsverbetering van de Rijn vanaf 1972".

Eigen metingen naar de zoutconcentraties over de verticaal en in de breedte van juni 1986 staven deze conclusie. (Zie onderstaande figuur).



Het is op grond van bovengenoemde metingen en in enige mate de gevonden waarden van het estuariumgetal dat toepassing van een één-dimensionaal model gerechtvaardigd wordt.

3.3 Afleiding één-dimensionale differentiaalvergelijking

De snelheden \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} zijn reeds in de tijd gemiddeld. Deze snelheden kunnen worden uitgedrukt in een gemiddelde over de dwarsdoorsnede en een term die varieert met de plaats van de snelheid.

$$\bar{u} = \bar{u} + u''$$

$$\bar{v} = v''$$

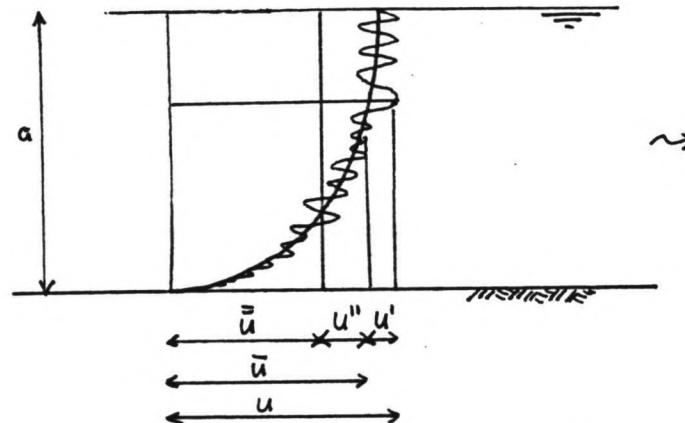
$$\bar{w} = w''$$

$$\bar{c} = \bar{c} + c''$$

$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int_A \bar{u} \cdot dA = \frac{Q_f}{B \cdot a}$$

$$\bar{c} = \frac{1}{A} \int_A \bar{c} \cdot dA$$

.... (8)



Figuur 5. Snelheidsverdeling over de verticaal.

Uit de drie-dimensionale differentiaalvergelijking volgt met Vgl. (8) en een integratie over de dwarsdoorsnede A:

$$A \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (A \cdot \bar{u} \cdot \bar{c}) = \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon^x \cdot A \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_A u'' \cdot c'' \cdot dA \right) \quad \dots (9)$$

$$\epsilon^x = e + e^x$$

waarin:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\epsilon^x \cdot A \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) = \int_A \left[\frac{\partial}{\partial x} (\epsilon^x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) \right] dA$$

e = moleculaire diffusiecoëfficiënt (orde van grootte:
10⁻⁹m²/s)

ϵ_x = turbulente diffusiecoëfficiënt (orde van grootte: 0,01 à 0,1 m²/s)

De eerste term in het rechterlid van Vgl. (9) staat voor het stoftransport ten gevolge van moleculaire diffusie en turbulente diffusie. De tweede term hangt samen met het stoftransport ten gevolge van een niet-uniforme snelheidsverdeling, in de regel "longitudinale dispersie" genoemd.

Taylor (1953) en Aris (1956) hebben aangetoond dat in een stationaire stroming het convectief massatransport ten gevolge van een niet-uniforme snelheidsverdeling kan worden benaderd als een één dimensionaal gradiënt type stoftransport met een dispersiecoëfficiënt: E (orde van grootte: 10² à 10³m²/s)

Hieruit volgt:

$$\int_A u'' \cdot c'' \cdot dA = -A \cdot E \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad \dots \dots (10)$$

Als de longitudinale dispersiecoëfficiënt wordt gedefinieerd als:

$D_L = \epsilon_x + E$, kan Vgl. (9) worden geschreven als:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (A \cdot D_L \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) \quad \dots \dots (11)$$

Vgl. (11) kan eventueel verder worden vereenvoudigd door het stroomvoerend oppervlak en de dispersiecoëfficiënt langs de Waaltak constant te veronderstellen.

3.4. De longitudinale dispersiecoëfficiënt

D_L omvat de moleculaire diffusie (ϵ), turbulente diffusie (ϵ_x), convectief stoftransport ten gevolge van niet-uniforme

snelheids- en stofverdeling over een dwarsdoorsnede (E), instabiliteiten, niet-uniformiteit in een dwarsdoorsnede en secundaire stromingen. E is veel groter dan e en e^x en bepaalt de mate en snelheid van de menging in de langsrichting.

Voor een rivier waarvan de genoemde grootheden weinig in de lengterichting variëren of per arbitrair gekozen riviervak redelijk constant zijn, kan D_L wel constant worden verondersteld. Mocht dit ook voor het stroomvoerend oppervlak gelden - vaak stelt men dit - dan gaat Vgl. (11) over in:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad \dots \dots (12)$$

Dit geldt zeker niet voor een estuarium waarin de getijwering en dus de longitudinale dispersiecoëfficiënt afneemt naarmate verder van zee wordt gerekend. Vaak zal men toch voor een constante D_L kiezen en de inherente onnauwkeurigheid op de koop toe nemen. Soms wordt ook een variërende D_L in Vgl. (12) gebruikt, hetgeen in strijd is met het uitgangspunt, maar toch nauwkeuriger is dan D_L bij voorbaat constant te maken. In de praktijk blijkt het ondoenlijk te zijn op theoretische gronden uitspraken over een bepaalde dispersiecoëfficiënt te doen. Hier is veel studie naar verricht, maar de enige conclusie tot nu toe mag zijn, dat de dispersiecoëfficiënt zelf of diverse constanten in uitdrukkingen die de dispersiecoëfficiënt kwantificeren, uit metingen moet worden bepaald. Zo zullen in de veel gebruikte eenvoudige formules van Elder:

$$D_L = 5,93 \cdot a \cdot u^*$$

en Fischer:

$$D_L = 0,011 \cdot \frac{\bar{u}^2 \cdot B^2}{a \cdot u_*} \quad \dots \dots (14)$$

a = waterdiepte

B = breedte van de waterloop

u_* = schuifspanningssnelheid,

$$u_* = \sqrt{g} \cdot \bar{u} / C,$$

$$C = \text{bodemgladheidsterm}, C \sim 45 \sqrt{m}/s$$

de factoren 5,93 of 0,011 zeker moeten worden getoetst aan meetgegevens. Vooral de factor 5,93 van Elder ligt in de regel veel te laag. Waarden van 140 tot 500 zijn meer gebruikelijk. Een minimum voor $D_L/(a \cdot u_*)$ van 8,6 is gevonden voor de Yuma Mesa A Kanaal, terwijl voor de Missouri een waarde van 7500 is gemeten.

De uitdrukking van Fischer is ontwikkeld voor een rivier waarin de randinvloeden van de oever zijn meegenomen ten behoeve van een één-dimensionaal model.

De meest eenvoudige manier om de longitudinale dispersiecoëfficiënt (D_L) voor een bepaalde situatie te vinden, is deze te bepalen uit meetgegevens.

Aan de hand van de uitkomsten kan een empirisch verband tussen D_L en de plaats in de rivier worden geformuleerd.

$$D_L = f(\bar{u}), \quad \bar{u} = f(x) \longrightarrow D_L = f(x)$$

Zo vindt Prandle in "Salinity intrusion in estuaries" de relatie:

$$D_L = D_0 \cdot e^{k_0 \cdot x} \quad (x = 0, \text{ aan zeezijde}) \quad \dots \dots (15)$$

bij een constante waarde van de bovenafvoer (Q_f). Als D_0 getoetst wordt onder stapsgewijze variatie van de bovenafvoer,

vindt hij:

$$D_0 = \frac{a}{Q_f b}$$

a = constante

b = constante

α_0 = constante

Hij kan met de op deze wijze omschreven dispersiecoëfficiënt een voldoend nauwkeurig model presenteren.

Bestaat de behoefte een formulering van de dispersiecoëfficiënt algemener op te zetten, dan zijn er talloze uitdrukkingen beschikbaar. Ze maken de berekening gecompliceerder, maar bieden de mogelijkheid zekere wijzigingen in de situatie in de dispersiecoëfficiënt in te voeren, zonder nieuwe vergelijkingen op te stellen.

Indien dichtheidsverschillen een belangrijke rol spelen, wordt de volgende presentatie vaak gebruikt (Kranenburg):

$$D_L = a \cdot u_* \cdot c_1 + \left[\left(\frac{g \cdot a^2}{u_*^2} \cdot \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \cdot c_2 + \left(\frac{g \cdot a^2}{u_*^2} \cdot \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \cdot c_3 \right] \quad \dots \dots (16)$$

Vaak worden van Vgl. (16) alleen de eerste twee termen gebruikt. Opgemerkt kan worden dat bij verwaarlozing van de dichtheidsverschillen de algemene vergelijking van Elder overblijft. c_1 blijkt sterk af te hangen van de breedte/diepte-verhouding van de beschouwende waterloop.

Als van een belangrijke getijwerking sprake is (grote mening), ligt een formule volgens Vgl. (17) meer voor de hand.

$$D_L = D_1 \cdot \frac{A \cdot \bar{u}_t}{A_0 \cdot \bar{u}_{t0}} + D_2 \left[\frac{P \cdot \bar{u}_t^2}{Q_f \cdot T \cdot g \cdot h \cdot (1 - \varphi/\varphi_0)} \right]^n \cdot \frac{L}{c_o} \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad \dots \dots (17)$$

Waarin:

- A₀, u₀, c₀: dwarsdoorsnede-oppervlak en gemiddelde snelheid en zoutconcentratie aan de riviermonding
A, \bar{u}_t , \bar{c} : dwarsdoorsnede-oppervlak en gemiddelde snelheid en zoutconcentratie op een bepaalde plaats
P : totale hoeveelheid water ingebracht gedurende één getijperiode
Q_f : bovenafvoer
T : tijdsduur van een getijperiode
S₀ : dichtheid aan de riviermonding
L : rivierlengte
 $n \sim 0,25$ zie Harleman en Thatcher (1972).

Ook voor Vgl. (17) vervalt de tweede term als de dichtheidsverschillen te verwaarlozen zijn en ontstaat een analogie met Vgl. (13).

De dichtheidsverschillen tussen Maas- en Waalwater zijn zeer klein zodat zowel Vgl. (14) als Vgl. (15) overeenkomen met de formule van Elder voor deze situatie. De voor de Waaltak te bepalen dispersiecoëfficiënten worden derhalve uitgedrukt in de algemene formule van Elder:

$$D_1 = \alpha \cdot a \cdot u^* \quad \dots \quad (18)$$

De evenredigheidsfactor $\alpha = D_1 / (a \cdot u^*)$ zal voor zoveel mogelijk situaties worden bepaald alsmede van welke waarde in de berekening uitgegaan dient te worden en met welke spreiding rekening moet worden gehouden.

In Par. 4.2 wordt op de berekening van u^* ingegaan.

4. FACTOREN DIE HET ZOUTTRANSPORT BEPALEN

4.1 Het waterbewegingsmodel

De grootte en verdeling van de stroming bepalen samen met de zoutdistributie het zouttransport langs de Waaltak. In directe zin is het convectief transport aan de stroomsnelheid gerelateerd, de verdeling van de stroming over de diepte en de breedte bepaalt de mate van menging tussen Maas- en Waalwater.

De stroming zelf wordt bepaald door de geometrie van de Waaltak: het tracé en het dwarsprofiel, de waterstand op de Waal, het nettodebit aan de dam richting Waal en de wind.

Door de lage stroomsnelheden op de Waaltak - ca. 10^{-3} m/s bij de dam tot 10^{-1} m/s bij de monding - is de stroming instabiel:

$$Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{g.a}} \sim \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{9,815}} = 3,6 \cdot 10^{-3}$$

De lage waarden van het Froude-getal vormen een indicatie dat wind en scheepvaart een grote invloed op lokale stromingen zullen uitoefenen. De invloed van de scheepvaart is nauwelijks te kwantificeren, de invloed van de wind is beter bekend. Desondanks blijken bij bestudering van de meetgegevens duidelijke windinvloeden niet tot uitdrukking te komen in de zoutdistributie. De indirecte windinvloeden op de waterstand op de Waal zijn veel belangrijker; een sterke westenwind veroorzaakt een waterstandverhoging op de Waal die de zoutdistributie op de Andelse Maas verandert.

Op grond van deze resultaten is besloten dat in deze studie wind niet zal worden meegenomen.

Scheepvaart blijkt bij waarneming voor sterke menging in het overgangsgebied tussen Maas- en Waalwater te zorgen.

De scheepvaart vormt een redelijk constante factor, in de zomer iets groter dan in de winter, terwijl bij hoogwater meer schepen over de Andelse Maas varen om het Hollandsch Diep te mijden.

Deze factor zal dan ook een zeker, niet nader te bepalen, aandeel in de longitudinale dispersiecoëfficiënt hebben.

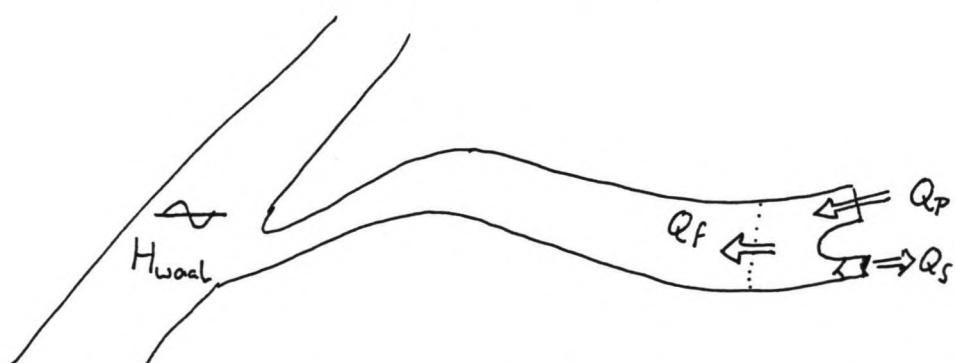
De totale invloed van de scheepvaart op de stroming is echter klein en wordt niet meegenomen.

4.1.1 De randvoorwaarden

* DAMZIJDE

Uitgangspunt vormt de balans: het dispersiedebiet richting Waal is gelijk aan het pompdebit minus het gemiddelde debiet door de sluis (= sluisdebit):

$$Q_f = Q_p - Q_s \quad \dots (19)$$



Figuur 6. Schematisatie randvoorwaarden waterbewegingsmodel

Bij het vaststellen van deze balans is het kleine debiet ten gevolge van klimaat/kwel/afspoeling verwaarloosd. De afwatering van de polders vindt plaats in de Maastak en vormt zo 50-70% van het water dat voor de drinkwaterbereiding wordt ingenomen. Die afspoeling heeft dus geen

invloed op de waterbewegingen op de Waaltak. De neerslag in Nederland bedraagt gemiddeld 760 mm per jaar, de gemiddelde debietverhoging die door regen kan worden veroorzaakt aan de uitmonding van de Waaltak in de Waal, ligt in de orde van 0,2 m³/s, aangenomen dat dit debiet alleen naar de Waal stroomt. De meest ongunstige schatting van de kwel ligt in de zelfde orde als het gemiddelde debiet ten gevolge van de neerslag en stroomt juist in de andere richting. Ten eerste zijn de debietwaarden ten gevolge van neerslag en kwel miniem in vergelijking tot de pompdebieten, bovendien is er een zekere mate van compensatie tussen deze twee factoren.

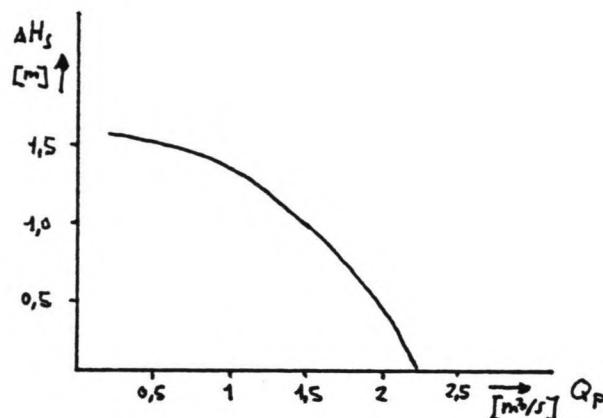
Het pompdebit

Ter bepaling van het pompdebit worden de pompkarakteristieken gebruikt, zoals bepaald door K.J. Ratsma (Bedrijfsvoering Circulatiepompen Andelse Maas). Het pompstation heeft de beschikking over drie pompen die met een laag (203 omwentelingen/min) en een hoog (410 omwentelingen/min) toerental kunnen draaien. Naast de praktische noodzaak tot het op afstand houden van het Maaswaterfront spelen economische motieven een zeer belangrijke rol bij de bepaling van het pompregiem.

Het pompen met 410 omw./min is namelijk in verhouding veel duurder dan het pompen met 203 omw./min. Men zal het eerste dan ook zoveel mogelijk willen voorkomen. Dit beleid heeft in het verleden al enkele malen geleid tot een te laat verhogen van het pompdebit en een stijging van het zoutgehalte bij het innamepunt. Het pompdebit is afhankelijk van de gevraagde opvoerhoogte.

Er wordt in principe met drie schakelstanden gewerkt:

- 1 pomp met 203 omw./min
- 2 pompen met 203 omw./min
- 1 pomp met 410 omw./min



Figuur 7. Pompkarakteristiek: één pomp, 203 omw./min

Slechts bij uitzonderlijk hoge waterstandverschillen tussen Maas- en Waaltak wordt een tweede pomp met 410 omw./min bijgeschakeld. Dit betekent dat bij de gebruikelijke waterstandverschillen slechts drie mogelijke debietwaarden voorkomen. Vaak zal het debiet niet afgestemd zijn op het vasthouden van het Maaswaterfront en dit front langzaam naar de dam gaan of wijken.

Het sluisdebiet

H.W. de Mooy heeft ter aanvulling van het door K.J. Ratsma opgestelde model een studie gedaan naar de lekdebieten door de sluis. Een grote spreiding in de metingen verhinderde nauwkeurige afleidingen van het sluisdebiet. Voor de lekkende oppervlakken van de sluisdeuren werd gevonden:

$$A \text{ Waalzijde} = 0,28 \text{ m}^2 \text{ standaardafwijking } 0,13 \text{ m}^2$$

$$A \text{ Maaszijde} = 0,72 \text{ m}^2 \text{ standaardafwijking } 0,15 \text{ m}^2$$

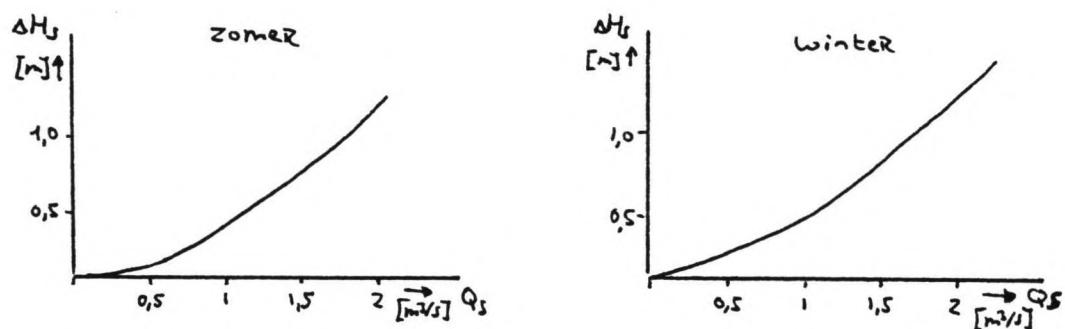
Aan de hand van deze waarden werden zes verbanden vastgesteld tussen het sluisdebiet en het waterstandverschil over de sluis, afhankelijk van het seizoen en het tijdstip:

$$\begin{array}{ll} \text{zomer:} & \left\{ \begin{array}{l} \text{werkdag,} \\ \text{weekend dag,} \\ \text{nacht.} \end{array} \right. & \text{winter:} & \left\{ \begin{array}{l} \text{werkdag,} \\ \text{weekend dag,} \\ \text{nacht.} \end{array} \right. \end{array}$$

Omdat verplaatsingen van het zoutfront snelheden hebben met maxima van 1000 meter per week en zoutmetingen maar eens per week gebeuren, is het weinig zinvol onderscheid te maken tussen dag en nacht of werkdag en weekend. Ook voor het aantal schuttingen zijn gemiddelden genomen.

Winter: 13 per week, zomer 18 per week.

Op deze wijze zijn de volgende twee grafieken afgeleid (zie Fig. 8).

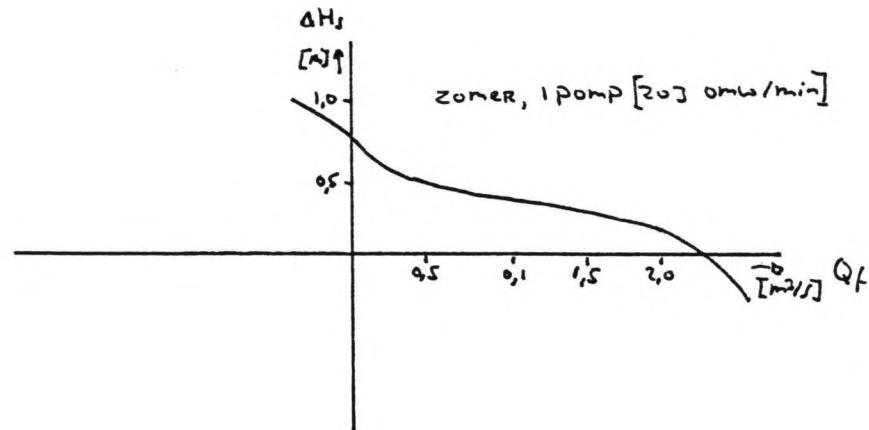


Figuur 8. Lekdebieten door de sluis.

De netto bovenafvoer($Q_f = Q_p - Q_s$).

Het pompdebiet kan zeer nauwkeurig worden gemeten, de nauwkeurigheid van de bepaling van het dispersiedebiet wordt dus bepaald door de (on)nauwkeurigheid van het lekdebiet.

Met de drie pomp-karakteristieken en de twee afgeleide karakteristieken van het sluisdebiet, kunnen zes $Q-H$ -krommen voor het dispersiedebiet worden vastgesteld (zie bijlage 2). Als voorbeeld wordt Fig. 9 gegeven.



Figuur 9. Karakteristiek netto bovenafvoer.

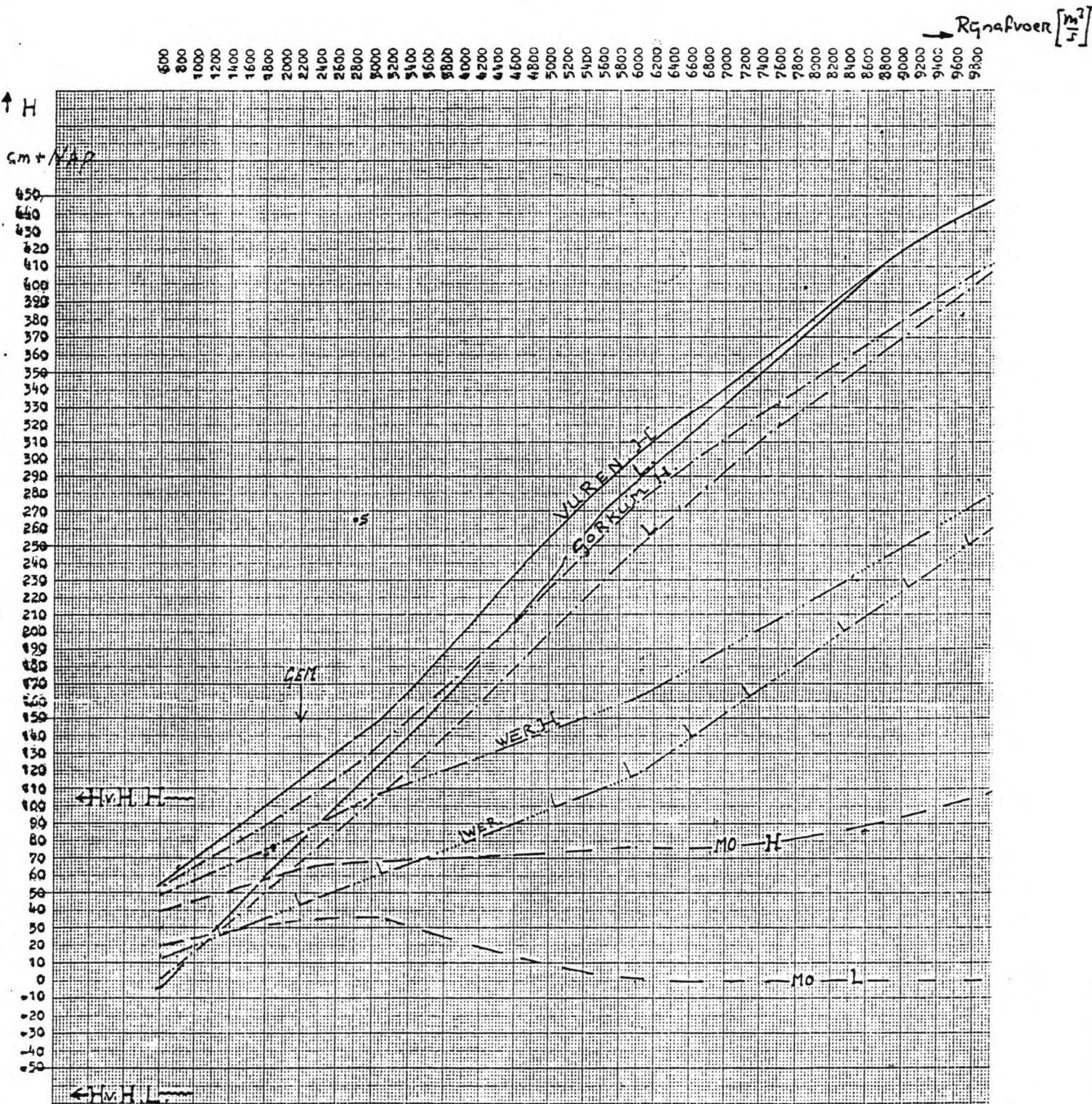
* WAALZIJDE

De getijwerking op de Waal veroorzaakt stroomsnelheden op de Andelse Maas die een factor 10-100 groter zijn dan de stroomsnelheden ten gevolge van de netto bovenafvoer (= compensatiedebiet voor de dispersieverliezen). Het verloop van het debiet over de Waaltak is afhankelijk van de bergende breedte en het getij. De waterstand en de geometrie bepalen de bergende breedte en het stroomvoerend oppervlak. De plaatselijke stroomsnelheid wordt bepaald door het debiet en het stroomvoerend oppervlak.

De waterstand wordt geschematiseerd als:

$$H_w = H_0 + \hat{H} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$$

Uit Fig. 10 blijkt dat $H_0 = f(H_w)$ en H_w is afhankelijk van de Rijn/Waal-afvoer. In de praktijk zullen afwijkin-
gen van de waterstanden zoals gegeven in Fig. 10 van maximaal 10 - 15 cm worden gemeten. Zo kan een sterke westenwind een duidelijk meetbare opstuwing op de Waal veroorzaken.



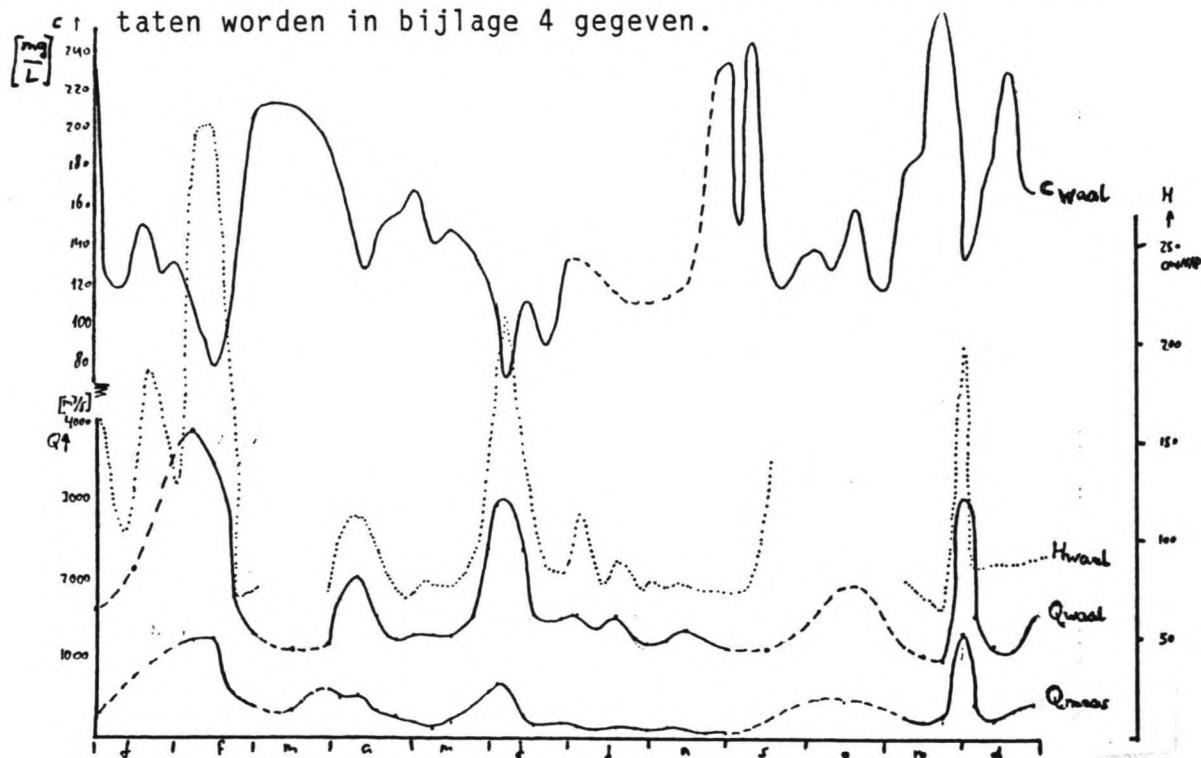
H.v.H. Hoek van Holland
MO Moerdijk
WER Werkendam

L Laagwater
H Hoogwater

Figuur 10 Relatie Rijnafvoer - Waterstanden

Rijkswaterstaat is in 1983 gestopt met de metingen in Gorinchem. Gorinchem ligt aan de Waal (Boven Merwede) ter hoogte van de monding van de Waaltak van de Andelse Maas in de Waal. Omdat voor deze studie de metingen van 1984, 1985 en 1986 worden beschouwd, zijn de waterstanden op de Waaltak - is ter plaatse van Gorinchem - bepaald door interpretatie en interpolatie. Dit met behulp van de waterstanden in Vuren ('84, '85, '86), Werkendam ('84, '85) en Andel Waalzijde ('84). Bovendien werd figuur 10 gebruikt. Het nadeel van deze indirecte bepaling is een zekere onnauwkeurigheid. Anderzijds worden grilligheden in het werkelijke waterstandsverloop uitgevlakt en ontstaat een stabielere beeld met kleinere kans op grotere fouten.

In Fig. 11 wordt het resultaat voor 1984 gepresenteerd. Duidelijk is het verband tussen Waaldebiet en de zoutconcentratie: een hoog debiet gaat gepaard met een lager zoutgehalte. De wijze van berekenen en de overige resultaten worden in bijlage 4 gegeven.



Figuur 11. Debiet, waterstand en zoutgehalte gedurende 1984 op de Waal.

Hoogwatergolven

Regelmatig (enkele malen per jaar) komen hoogwatergolven op de Waal voor, waarbij het zoutere Waalwater beduidend verder de Waaltak opdringt. Dit wordt veroorzaakt door een viertal effecten:

- 1) convectie - binnenstromen zout Waalwater;
- 2) menging - hogere stroomsnelheden veroorzaken een grotere menging;
- 3) lekdebiet - waterstandverhoging geeft een grotere lekkage door de sluis en grotere schutdebieten;
- 4) pompdebiet - dit neemt af door een toename van de oppervlaktehoogte.

Een ander effect dat optreedt bij hoogwatergolven is een verdunning door de grote afvoer en dus een lager zoutgehalte van het Waalwater. Desondanks zijn deze waarden nooit zo laag dat zij de waarden van het Maaswater benaderen. Hoogwatergolven verdienen daarom speciale aandacht.

De invloed van de hoogwatergolven, zoals vermeld in tabel 2, op de zoutdistributie, wordt getoond in bijlage 5.

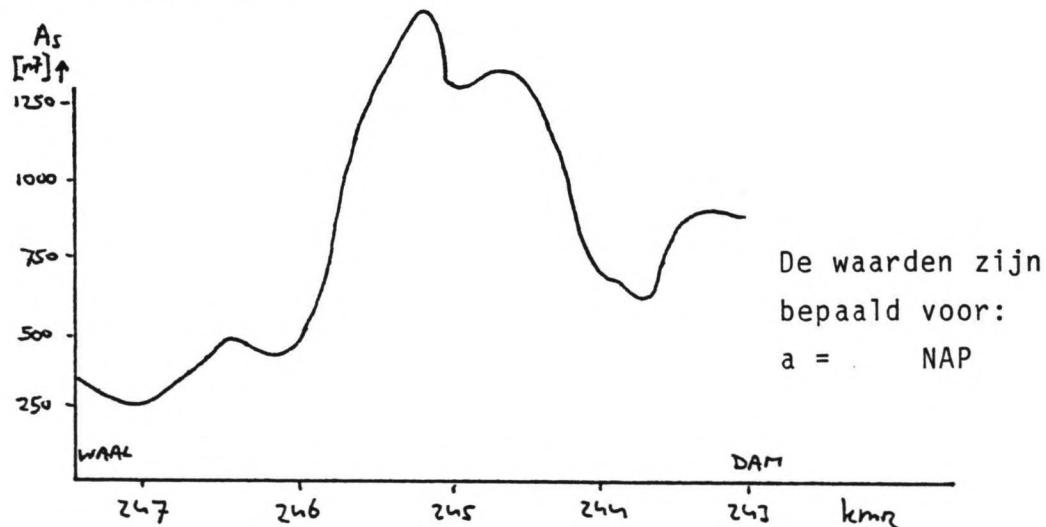
| Hoogwatergolf | maximale waterstand |
|--------------------|---------------------|
| 4- 6 jan. 1984 | 210 cm + NAP |
| 17-24 jan. 1984 | 249 cm + NAP |
| 6-15 febr. 1984 | 405 cm + NAP |
| rond 1 juni 1984 | ca. 240 cm + NAP |
| 27-31 nov. 1984 | 210 cm + NAP |
| rond 10 febr. 1985 | ca. 200 cm + NAP |
| 13-20 jan. 1986 | ca. 255 cm + NAP |
| rond 2 april 1986 | ca. 265 cm + NAP |
| rond 10 juni 1986 | ca. 210 cm + NAP |

Tabel 2. Hoogwatergolven.

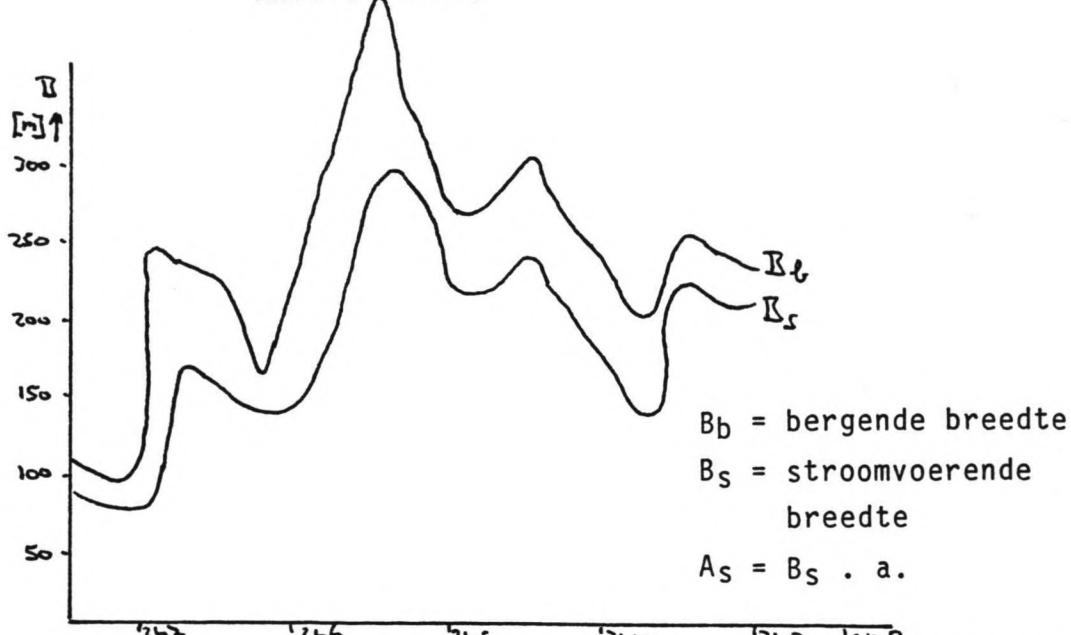
4.1.2 Bepaling stroomsnelheden en debieten op de Waaltak

Geometrie

Op basis van de profielmetingen van RWS langs de Waaltak (zie bijlage 4), kan het verloop van de breedte en het stroomvoerend oppervlak langs de Waaltak worden uitgezet, zie Fig. 12 en 13.



Figuur 12. Stroomvoerend oppervlak over de Waaltak van de Andelse Maas.



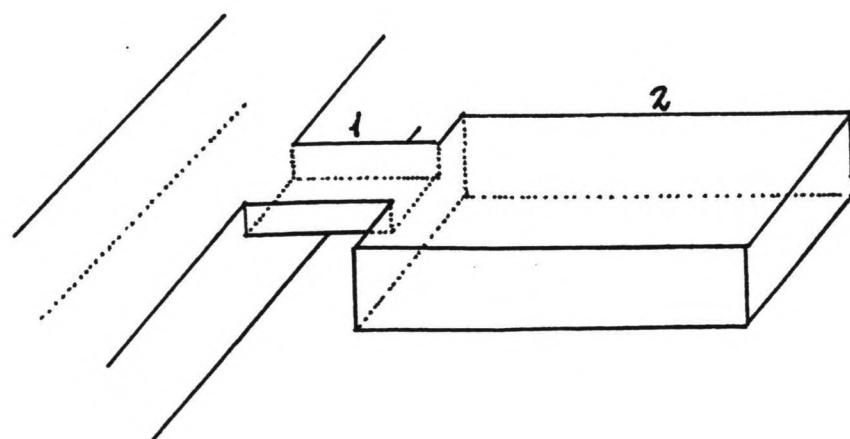
Figuur 13. De bergende en stroomvoerende breedte over de Waaltak.

De Waaltak kan worden onderverdeeld in drie delen:

- 1) ondiep, smal gedeelte aan Waalzijde, kmr 245,9 - 247,5;
- 2) diep, breed gedeelte, kmr 244,0 - 245,9;
- 3) gedeelte voor de dam, kmr 243,0 - 244,0 met waarden voor diepte en breedte tussen de waarden van de gedeelten genoemd onder 1) en 2).

Bij de dam zijn de watersnelheden en dus de menging gering. De zoutgradiënt is daar doorgaans nul. Het gedeelte voor de dam wordt daarom niet apart beschouwd en de gehele Waaltak wordt geschematiseerd weergegeven door twee vakken om de debieten ten gevolge van getij en bovenafvoer te berekenen.

| | lengte | bergende breedte |
|--------|--------|------------------|
| vak 1: | 1625 m | 180 m |
| vak 2: | 2875 m | 287 m |



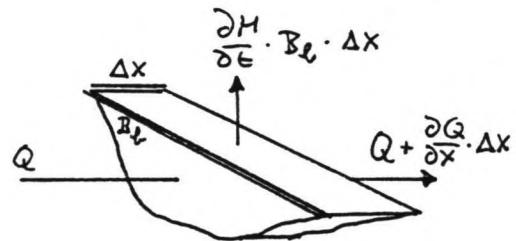
Figuur 14. Schematisatie van de geometrie van de Waaltak.

Er komen geen scherpe bochten in combinaties met grote stroomsnelheden in de Andelse Maas voor, zodat het tracé nauwelijks invloed op de snelheidsverdeling uitoefent.

Debieten

Aan de hand van de waterstand op de Waal, de geometrie van de Waaltak (geschematiseerd tot een tweevaksmodel) en de netto bovenafvoer kunnen de debieten op de Waaltak worden berekend ten gevolge van de getijbeweging op de Waal en de netto bovenafvoer.

Bij uitsluiting van debieten door bodem en oevers geldt:



Uit de wet van behoud van massa volgt:

$$B_b \cdot \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots \dots (20)$$

De waterstanden op de Waaltak zijn gelijk aan de waterstanden op de Waal, de lengte van de Waaltak (4500 m) is veel kleiner dan de golflengte (λ).

$$\lambda = c \cdot T$$

$$T = 44700 \text{ s}$$

$$c = \text{golfsnelheid} = \sqrt{g \cdot a} \sim \sqrt{9,8 \cdot 5} = 7 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \lambda = 316 \text{ km}$$

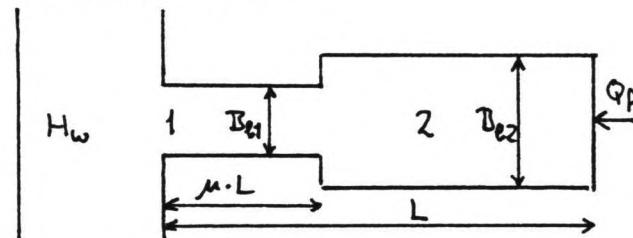
$$\Rightarrow L_{\text{waaltak}} = 1/140 \lambda, \text{ dus geldt } H_{\text{sluis, waalzijde}} \sim H_w$$

$$H_{\text{waaltak}} = H_w = H_0 + \hat{H} \cdot \sin(2\pi t/T + \varphi) \quad \dots \dots (21)$$

Door differentiëren over de tijd van Vgl. (20) wordt met Vgl. (21) achtereenvolgens gevonden:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{B_b \cdot \hat{H} \cdot 2\pi}{T} \cdot \cos(2\pi t/T + \varphi) \quad \dots \quad (22)$$

Uit de schematisatie:



$$\begin{aligned} T &= 44700 \text{ s} \\ B_{b1} &= 180 \text{ m} \\ B_{b2} &= 287 \text{ m} \\ L &= 4500 \text{ m} \\ \mu &= 0,36 \end{aligned}$$

volgt na integratie over x:

$$Q_2 = -\frac{B_{b2} \cdot \hat{H} \cdot 2\pi \cdot (L-x)}{T} \cdot \cos(2\pi t/T + \varphi) + Q_f \quad \mu \leq x/L \leq 1$$

$$Q_1 = -\frac{B_{b1} \cdot \hat{H} \cdot 2\pi (\mu L-x)}{T} \cdot \cos(2\pi t/T + \varphi) - \frac{B_{b2} \cdot \hat{H} \cdot 2\pi \cdot L(1-\mu)}{T} \cdot \cos(2\pi t/T + \varphi) + Q_f$$

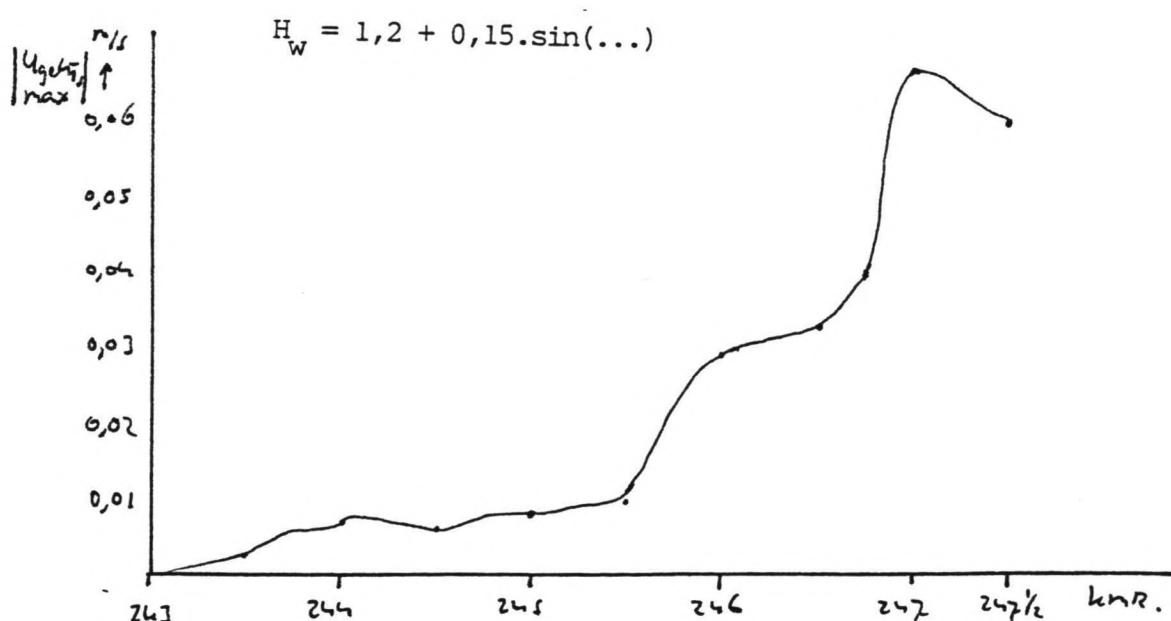
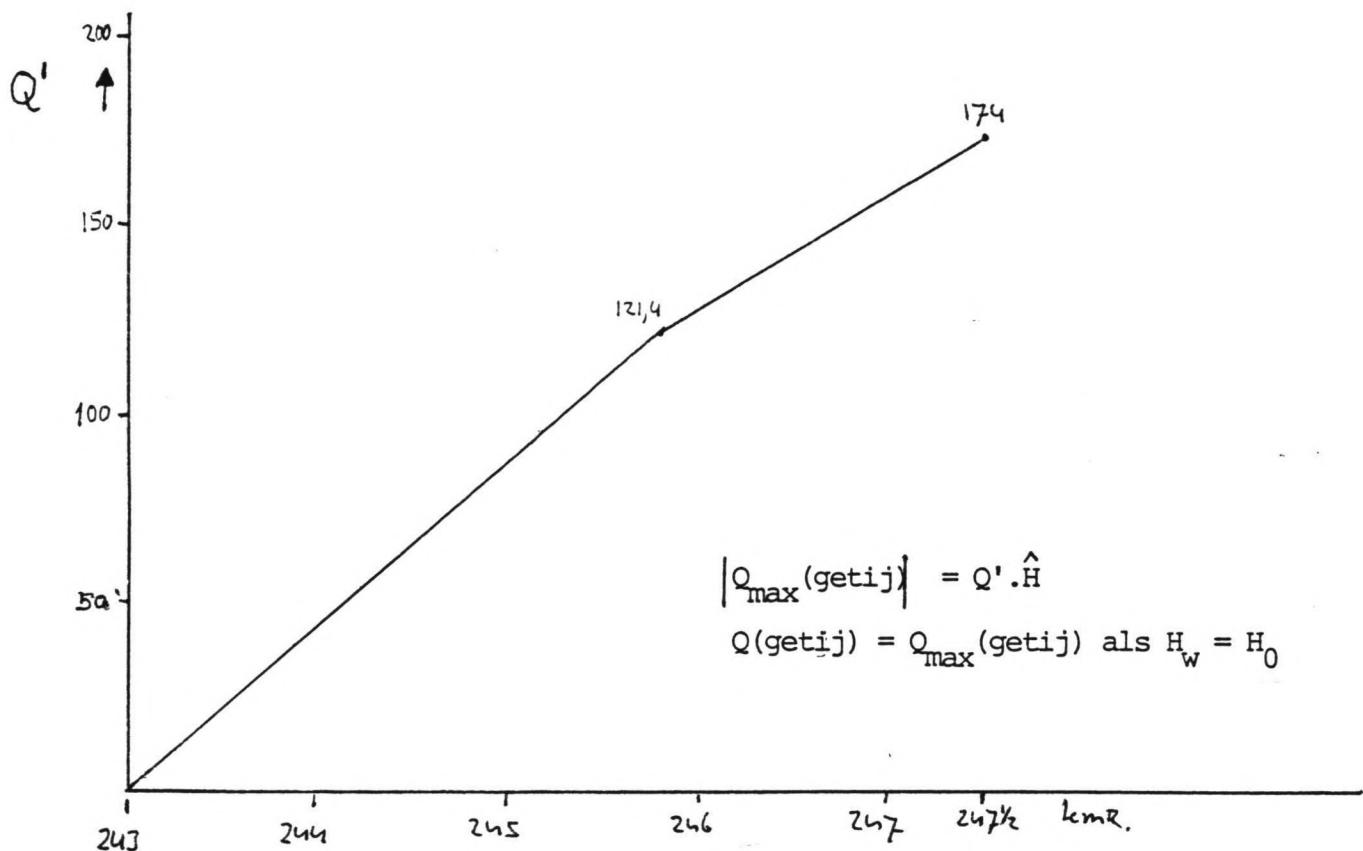
$$Q_2 = -\frac{\hat{H} \cdot (L-x)}{24,8} \cdot \cos(\dots) + Q_f \quad \mu \leq x/L \leq 1$$

$$Q_1 = -\frac{\hat{H} \cdot (6203-x)}{39,5} \cdot \cos(\dots) + Q_f \quad 0 \leq x/L \leq \mu$$

In Fig. 15 zijn het verloop van Q en het verloop van u grafisch weergegeven als functie van de plaats x, van de Waal tot aan de dam.

De stroomsnelheden die uit deze berekende debieten volgen, hangen niet alleen af van de verandering van de waterstand, maar ook van de absolute waterstand zelf. Deze bepaalt namelijk het stroomvoerend oppervlak. Gerekend wordt met $A_s = f(H_o)$, terwijl in werkelijkheid geldt $A_s = f(H_w)$.

Door in deze berekening de snelheden alleen bij de gemiddelde waterstand te bepalen, worden relatieve fouten in



Figuur 15. Algemene relatie Q' -kmr

Voorbeeld van een relatie $u_{\max}(\text{getij})$ -kmr

de snelheden gemaakt van 4-5%. De snelheden bij instromen van de Waaltak zullen iets te groot zijn en de snelheden bij het uitstromen iets te klein. Gezien de aannamen die gedaan zijn met betrekking tot de stroomvoerende breedte en oppervlak is een relatieve fout van 4-5% niet te groot. Eventueel kunnen correcties worden aangebracht op de berekende stroomsnelheden. De gemiddelde stroomsnelheid in absolute waarde wordt niet door deze verwaarlozing beïnvloed.

$$\bar{u} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{A_{s,NAP} + B_s \cdot H_w} = \frac{Q}{A_{s,NAP} + B_s \cdot (H_0 + H \cdot \sin(\dots))}$$

$$\bar{u} \sim \frac{Q}{A_{s,NAP} + B_s \cdot H_0} \quad A_{s,NAP}, B_s \text{ (zie bijlage 4)}$$

$$\begin{aligned} 0 \leq x/L \leq \mu & \quad Q = Q_1 \\ \mu \leq x/L \leq 1 & \quad Q = Q_2 \end{aligned}$$

De bovenafvoer zal gerelateerd worden aan de gemiddelde waterstand (H_0). De invloed van het getij op het pompdebiets kan verwaarloosd worden, omdat het getij geen invloed heeft op het gemiddelde debiet en de variaties in de bovenafvoer niet merkbaar zijn ter plaatse van het gedeelte met de grootste zoutconcentratiegradiënten (het Maaswaterfront).

4.2 Het zouttransport en de dispersiecoëfficiënt

De zoutconcentratie op een bepaalde plaats en een bepaald tijdstip in het één-dimensionale model, $\bar{c}(x,t)$, is afhankelijk van de volgende factoren:

- de snelheidsgrootte bepaalt het convectief transport en wordt berekend met het waterbewegingsmodel;
- de dispersiecoëfficiënt is afhankelijk van de snelheidsverdeling, zeker voor de Andelse Maas, waar de turbulente diffusie klein is. De snelheidsverdeling wordt bepaald door de snelheidsgrootte en de geometrie. De dispersiecoëfficiënt wordt uit metingen berekend en gerelateerd aan de waterdiepte en de schuifspanningssnelheid:

$$D_L = \alpha \cdot a \cdot u_* , \quad u_* = \frac{\sqrt{g}}{C} \cdot \bar{u}$$

- de zoutconcentraties op de Waal en bij de dam zijn randvoorwaarden voor de zoutdistributie;
- de initiële zoutdistributie is de beginvoorwaarde van een op te lossen probleem. In vele literatuurstudies naar kwaliteitsmodellen wordt de beginvoorwaarde niet meegenomen, zodat grote fouten bij de instelverschijnselen worden gemaakt. Een eventueel evenwicht zal onafhankelijk van een beginvoorwaarde moeten kunnen worden bereikt.

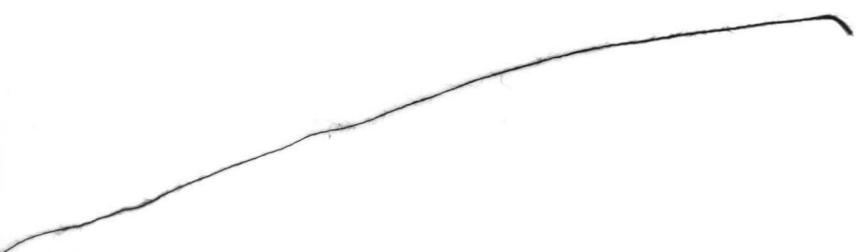
Voordat een oplossing van de differentiaalvergelijking (Vgl. (11)) wordt gepresenteerd, moet eerst de dispersiecoëfficiënt worden bepaald.

Bepaling dispersiecoëfficiënt uit stationaire toestand

De dispersiecoëfficiënt (D_L) zal variëren langs de lengte-as van de Waaltak.

Met

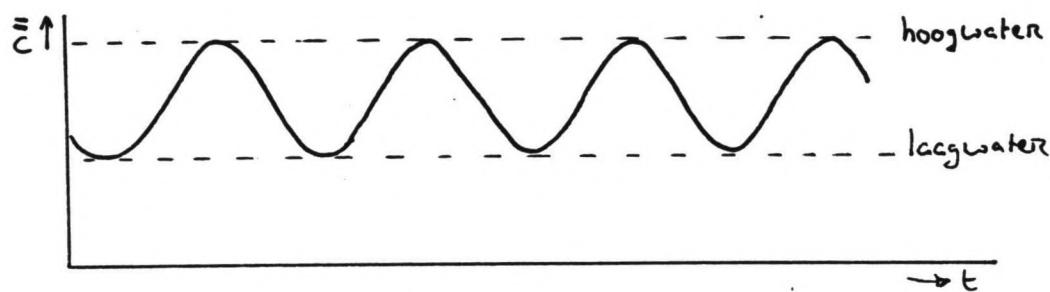
$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (A \cdot D_L \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x})$$



geldt voor een stationaire toestand:

$$\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (A \cdot D_L \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}) \quad \dots \dots (24)$$

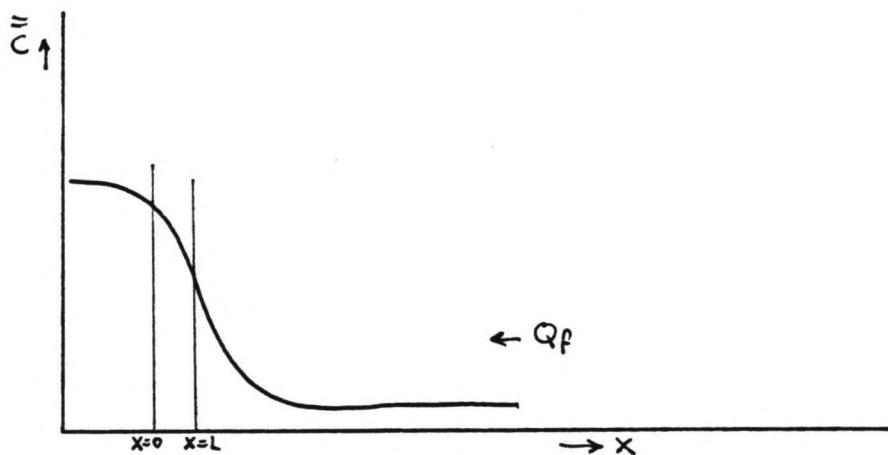
Een getij-rivier kan een semi-stationaire toestand bereiken als de zoutdistributie op het moment van hoogwater gelijk is aan de situatie op het moment van het voorgaande hoogwater.



Figuur 16. Zoutconcentratie op een bepaald punt van de Waaltak gedurende een semi-stationaire toestand.

Uit Fig. 16 blijkt dat, buiten de invloed van het getij, er een evenwicht in de zoutdistributie is opgetreden. Uit Vgl. (24) volgt door integratie over x en de voorwaarde $\bar{u} \cdot A = Q_f = \text{constant}$:

$$A \cdot D_L \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = - Q_f \cdot \bar{C} + \text{constante} \quad \dots \dots (25)$$



Figuur 17. Stationaire zoutdistributie.

Als gesteld wordt dat in een gedeelte van de riviertak tussen $x = 0$ en $x = L$ (zie Fig. 17) de D_L constant is en:

$$x = L \Leftrightarrow \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \beta$$

$$x = L \Leftrightarrow \bar{c} = c_L$$

$$x = 0 \Leftrightarrow \bar{c} = c_0$$

dan:

$$A \cdot D_L \cdot \beta = -Q_f \cdot c_L + \text{constante} \quad \dots \dots (26)$$

Uit Vgl. (25) en (26) volgt:

$$A \cdot D_L \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = -Q_f \cdot (\bar{c} - c_L) + A \cdot D_L \cdot \beta \quad \dots \dots (27)$$

Integratie van Vgl. (27) over x resulteert in:

$$\bar{c} = \Omega \cdot \exp\left(-\frac{Q_f \cdot x}{A \cdot D_L}\right) + c_L + \frac{A \cdot D_L \cdot \beta}{Q_f}$$

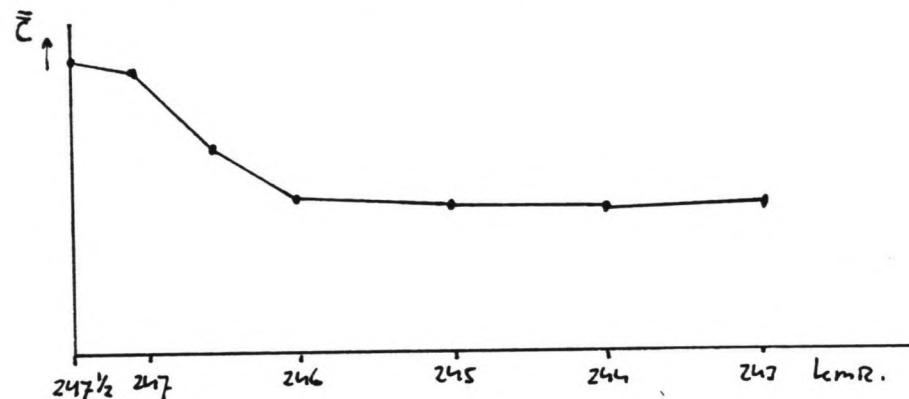
$$\text{voor } x = 0 \text{ geldt } \bar{c} = c_0 \Rightarrow \underline{\Omega = c_0 - c_L - \frac{A \cdot D_L \cdot \beta}{Q_f}}$$

$$\frac{\bar{c} - c_L - \frac{A \cdot D_L \cdot \beta}{Q_f}}{c_0 - c_L - \frac{A \cdot D_L \cdot \beta}{Q_f}} = \exp\left(-\frac{Q_f \cdot x}{A \cdot D_L}\right) \quad \dots \dots (28)$$

De basis van de x-as ligt aan de Waalzijde, Q_f is positief als het debiet richting Waal stroomt.

De metingen van het zoutgehalte worden tussen kmr 246 en de Waal om de 500 m verricht vanwege de grotere zoutgradiënten, tussen kmr 246 en de dam wordt om de 1000 m gemeten. In de grafieken van DWL zijn de meetpunten door rechten verbonden.

Om de nauwkeurigheid te vergroten kan een vloeiende lijn door de meetpunten worden getrokken ter bepaling van



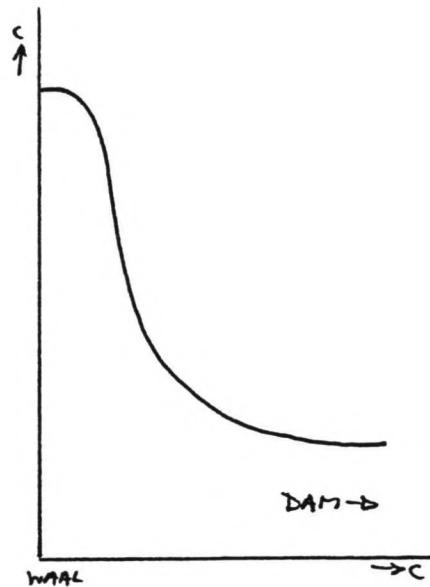
Figuur 18. (Waal) (dam)

Een beschouwing van de door DWL gemeten zoutdistributies leert dat de zoutverdeling bij laagwater anders is dan die bij hoogwater op de Waal. Door het periodiek in- en uitstromen van Waalwater transleert de zoutdistributie.

In het algemeen kan gesteld worden dat de zoutverdelingen op de Waaltak met een knik bij kmr 247.500 (Fig. 20) bij hoogwater optreden en zoutverdelingen als Fig. 21 bij laagwater. Een exacte verificatie van de getijssituatie op het tijdstip van meten moet met gegevens van RWS gedaan worden.

Een mogelijkheid om de vergelijkbaarheid van de gemeten zoutverdelingen te vergroten is alle delingen om te rekenen als zouden zij geweest zijn bij hoogwater. Gekozen is voor hoogwater, omdat dit de meest ongunstige situatie voor dit probleem geeft: bij hoogwater komt het Waalwater het dichtst bij de dam.

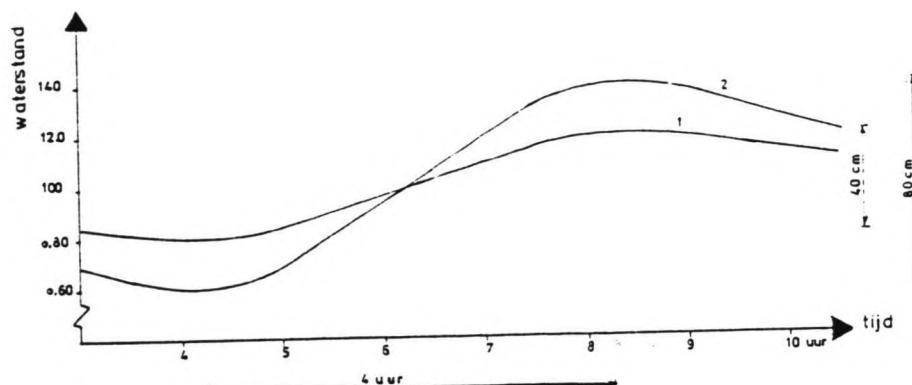
De omrekening is mogelijk met behulp van de vloedwegen. De vloedweg is de afstand die een waterdeeltje aflegt tussen hoog- en laagwater. De vloedweg is maximaal aan de monding van de Waaltak in de Waal en neemt af tot nul bij de dam. De vloedwegen worden berekend met de kombergingsvergelijking. Deze berekening is uitgevoerd voor de Waaltak door Van Dijken (Fig. 19).



Figuur 20. Hoogwater.

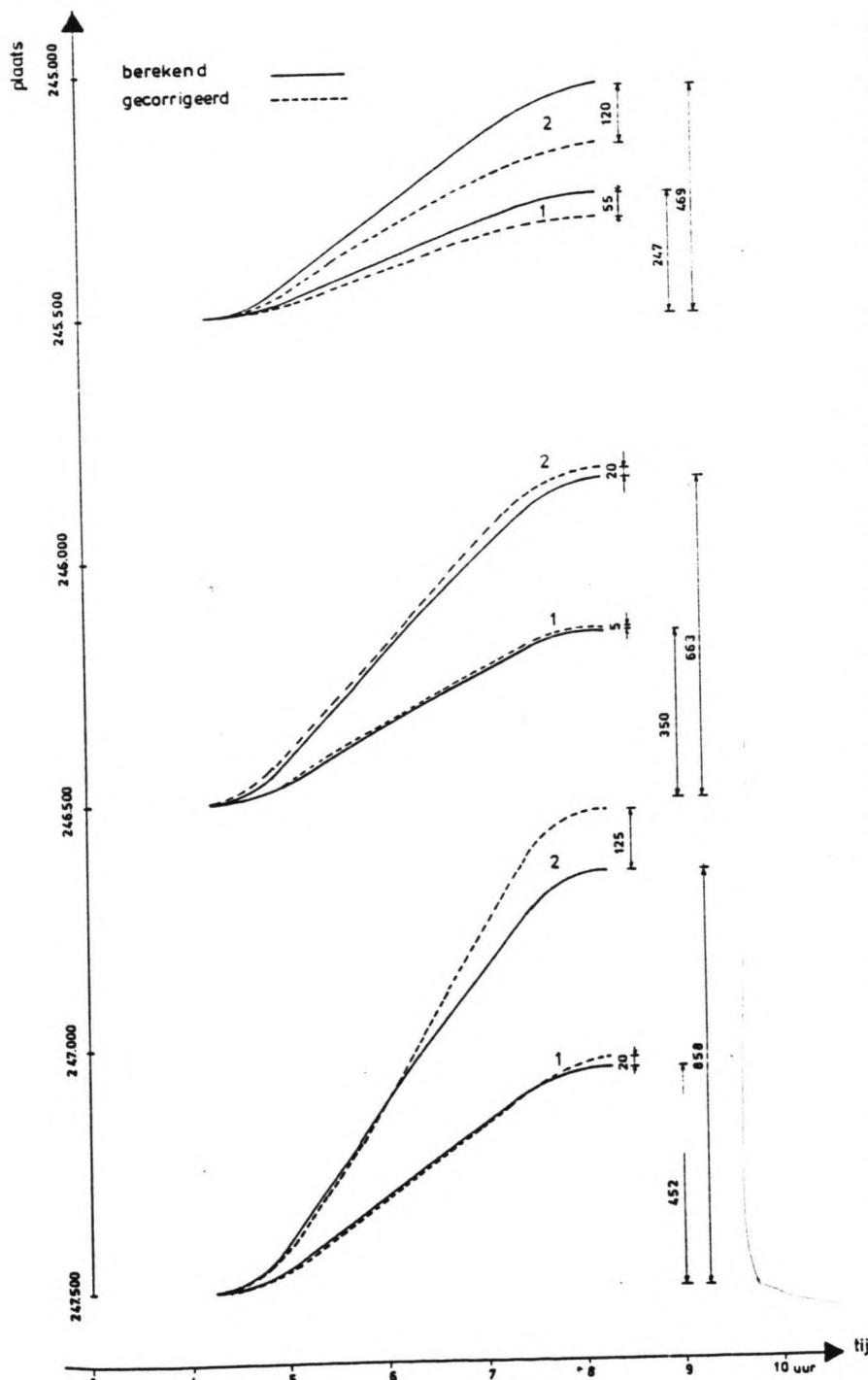


Figuur 21. Laagwater.



berekening met de schematisatie-gegevens:

| | | |
|---------------------------|-----------------|----------------|
| bergende breedte | $b = 253$ | m |
| stroomvoerende breedte | $b_s = 195$ | m |
| gemiddelde waterstand | $h_0 = 4,8$ | m |
| stroomvoerend oppervlak A | $A = 936$ | m ² |
| bekkenlengte | $l = 4200$ | m |
| getij-amplitude geval 1 | $\Delta = 0,20$ | m |
| geval 2 | $\Delta = 0,40$ | m |

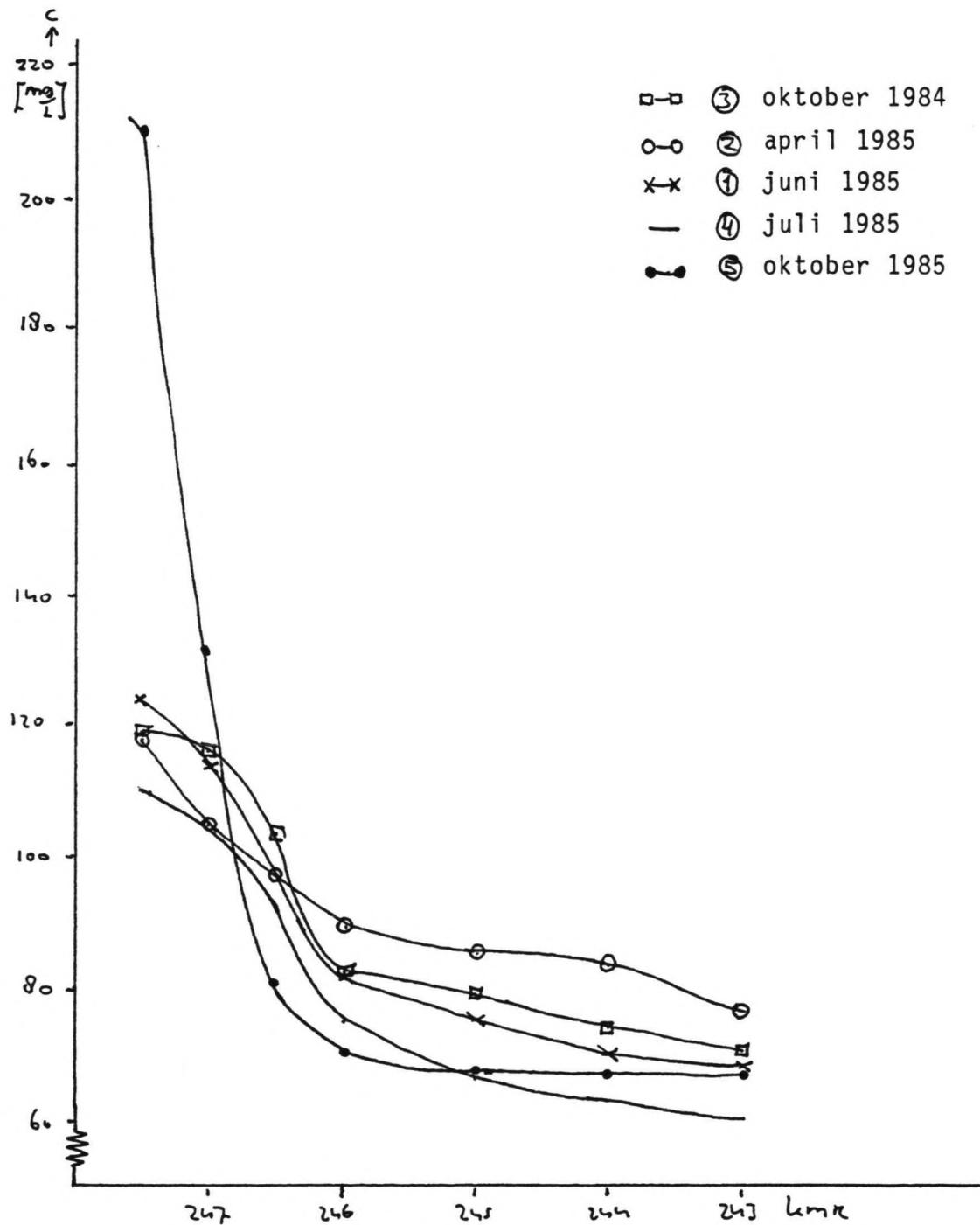


Van Dijken berekende de getijwerking op de Waaltak met een schematisatie tot één vak.

Van Dijken vermeldt niet welke waterstand het stroomvoerend oppervlak bepaalt. Indien dit nagerekend wordt, blijkt dit ongeveer 1,65 m + NAP te zijn. (Er zijn bij vele meetpunten grote verschillen, tot 50%, tussen de waarden van RWS '83 en de waarden waarmee Van Dijken gewerkt heeft).

Figuur 19. Bepaling van de vloedwegen.

Van januari 1984 tot juni 1986 zijn vijf situaties te vinden waarbij een stationaire toestand kan worden verondersteld. Zie Fig. 22.



Figuur 22.

Vervolgens is met Vgl. (28) voor de vijf gevonden stationaire toestanden de dispersiecoëfficiënt bepaald op kmr 244, 245, 246 en 247.

Voor een bepaalde plaats en voor een bepaalde stationaire toestand zijn alle parameters in Vgl. (28) - \bar{c} , c_1 , c_0 , A , β , Q_f , x - bekend of afgeleid uit metingen behalve de dispersiecoëfficiënt, zodat deze berekend kan worden.

Als voorbeeld worden de resultaten van situatie

① juni 1985 gegeven. In bijlage 9 zijn de andere resultaten vermeld.

| ① | kmr | D_1 m ² /s | a m | $u_{max}(x)$ m/s | $u^*_{max}(x)$ m/s | $\alpha = D_1/au^*$ - |
|---|-----|----------------------------|--------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|
| | 244 | 1,81 | 5,35 | 7,2.10 ⁻³ | 5,01.10 ⁻⁴ | 675 |
| | 245 | 2,10 | 7,10 | 8,1.10 ⁻³ | 5,64.10 ⁻⁴ | 524 |
| | 246 | 1,00 | 4,26 | 29,4.10 ⁻³ | 2,05.10 ⁻³ | 115 |
| | 247 | 2,83 | 4,38 | 67,7.10 ⁻³ | 4,7.10 ⁻³ | 137 |

$$\left. \begin{array}{l} H_{o,maas} = 0,60 \text{ m} + \text{NAP} \\ H_{o,waal} = 1,15 \text{ m} + \text{NAP} \end{array} \right\} H_s = 0,55 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_p = 1,50 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_s = 1,3 \text{ m}^3/\text{s} \end{array} \right\} Q_f = 0,2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$u_{max}(x)$ en $u^*_{max}(x)$ zijn maximum snelheden ten gevolge van het getij en gelden voor de betreffende x-coördinaat, a is afhankelijk van de waterstand op de Waal.

Uit een statistische bewerking van de resultaten van 1 t/m 5 volgt:

| kmr | D_L m^2/s | G_{D_L} m^2/s | α - | σ_α - |
|-----|--------------------------------|------------------------------------|---------------|----------------------|
| 245 | 1,9 | 0,5 | 486 | 103 |
| 246 | 1,8 | 0,7 | 206 | 57 |
| 247 | 3,2 | 0,8 | 218 | 105 |

De waarden voor kmr 244 blijken door de zeer kleine zoutgradiënten onvoldoende nauwkeurig te bepalen.

De factor $\alpha = D_L/(au^*)$ blijkt te variëren tussen 100 en 500. De spreiding van α is te groot om gebruikt te worden ter rekening van D_L .

De absolutie dispersiecoëfficiënt is zeer klein ($< 5 \text{ m}^2/\text{s}$). Er valt dus veel voor te zeggen de gehele Waaltak met één D_L en één A_s uit te rekenen.

Hiervoor wordt de gemiddelde doorsnede en stroomvoerende breedte bepaald:

$$A_s = (803 + H_0 \cdot 178) \text{ m}^2$$

Deze fictieve doorsnede heeft een waarde die overeenkomt met waarden van doorsneden op de overgang van breed en diep naar smaller en ondieper bij kmr: 245,875

$$a = (4,51 + H_0) \text{ m}$$

De waarden van u , respectievelijk u^* , waaraan de gevonden dispersiecoëfficiënten worden gerelateerd, worden bepaald op deze plaats en gegeven als maximale getijssnelheid.

$$\bar{u} = \frac{Q_{\max}(\text{getij})}{A_{s,\text{gem}}} = \frac{116 \cdot \hat{H}}{A_{s,\text{gem}}} = \frac{116 \cdot \hat{H}}{803 + 178 \cdot H_0}$$

$$u_* = \frac{\sqrt{g}}{C} \cdot \bar{u} = \frac{\sqrt{g}}{C} \frac{116 \cdot \hat{H}}{803 + 178 \cdot H_0} \quad C = 45 \sqrt{m}/s, g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = \frac{D_L}{a.u_x} = \frac{D_L \cdot C \cdot 178}{H \cdot \sqrt{g} \cdot 116} = \frac{D_L \cdot 22,1}{H}$$

Als Maaswater over de dam gepompt wordt geldt:

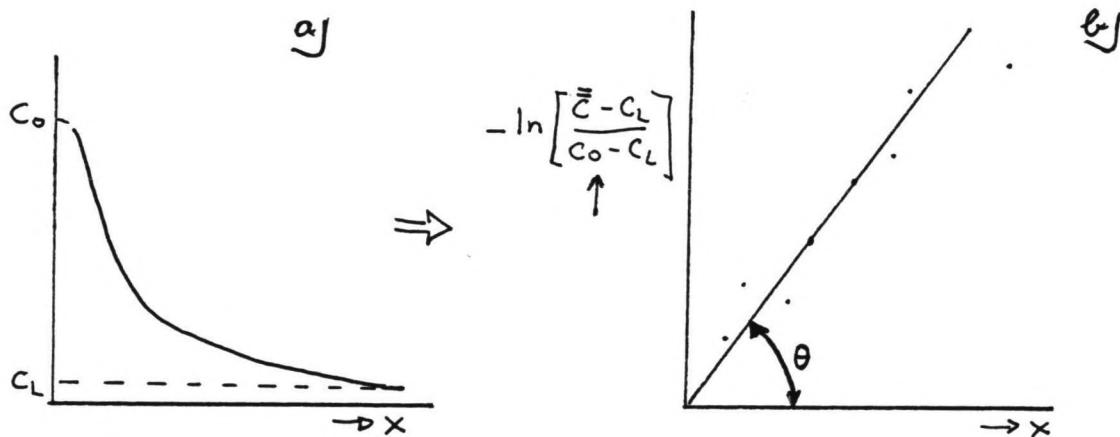
$$(\frac{\partial \bar{c}}{\partial x})_{x=L} = 0 \rightarrow \beta = 0$$

zodat Vgl. (28) overgaat in:

$$\frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L} = \exp\left(-\frac{Q_f \cdot x}{A_s \cdot D_L}\right) \quad \dots \quad (29)$$

Uit Vlg. (29) volgt:

$$\ln\left[\frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L}\right] = -\frac{Q_f \cdot x}{A_s \cdot D_L} \quad \dots \quad (30)$$



Figuur 23.

Uit de figuur blijkt dat dit model een goede benadering van de werkelijkheid weergeeft, maar het zal nooit de stereotiepe knik bij kmr 246 kunnen volgen.

Uit de hoek tussen de rechte lijn - door de basis en de puntenwolk - en de x-as in Fig. 23b, kan D_1 worden berekend:

$$\tan \theta = Q_f / (A_s \cdot D_L).$$

Nadat de hierboven beschreven bewerkingen met één D_L en één A_s op de vijf stationaire situaties worden toegepast, kan de volgende tabel worden samengesteld. Zie bijlage 9.

| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |
|----------|------|------|------|------|------|
| D | 0,24 | 1,11 | 0,80 | 1,16 | 1,76 |
| α | 33,9 | 157 | 113 | 139 | 148 |

Indien situatie (1) als onnauwkeurig buiten beschouwing wordt gelaten, volgen na een statistische bewerking de volgende resultaten:

$$D_L = 1,21 \text{ m}^2/\text{s}, \quad \sigma_{D_L} = 0,40 \text{ m}^2/\text{s}$$
$$\alpha = 139, \quad \sigma_\alpha = 19.$$

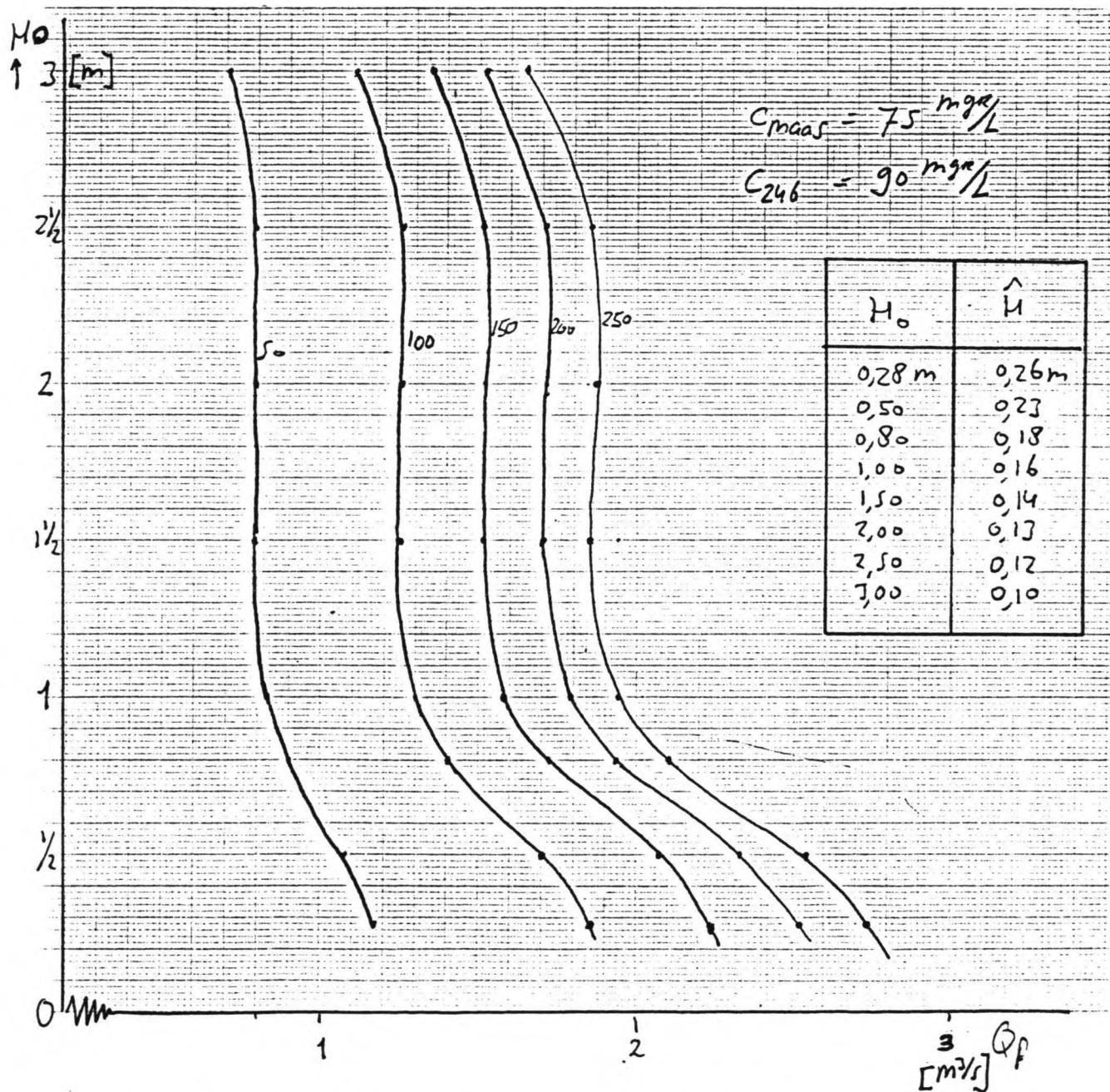
Het blijkt dat α redelijk constant is voor uiteenlopende situaties. Deze waarde van α zal in de navolgende modellen worden gebruikt, om de waarde van D_L vast te stellen. Het gebruik van een model met één D_L en één A_s is voor de Andelse Maas niet relevant onnauwkeuriger dan het gebruik van gedifferentieerde waarden. Gerealiseerd moet echter worden dat deze waarden van α en D_L zijn gebaseerd op de afleiding van slechts vier situaties.

$$D_L = \frac{\alpha \cdot \hat{H}}{22,1} \quad D_L = 6,29 \cdot \hat{H} \quad \dots \quad (31)$$
$$u_f \ll u_{\text{getij}}$$

De factoren D_L en A_s zijn bepaald in samenhang met de gemiddelde waterstand en de getijamplitude op de Waal. Uit Fig. 10 blijkt dat bij een gemiddelde waterstand op de Waal (H_0) één gemiddelde amplitude (\hat{H}) gevonden kan worden. Hierdoor kan bij een zekere waterstand op de Waal D_L en A_s worden berekend. Als de zoutconcentraties op de Waal en de dam bekend

zijn, kan de benodigde netto bovenafvoer worden berekend, als sprake is van een evenwichtssituatie. Zie Vlg. (30).

In Fig. 24 zijn de resultaten van een dergelijke berekening grafisch gepresenteerd. Er moet wel een eis aan de zoutdistributie worden opgelegd. Voor deze berekening is dit: $\bar{c}(\text{kmr} 246) = 90 \text{ mg/l}$ ($c_1 = 75 \text{ mg/l}$).



Figuur 24. Verband tussen de vereiste netto bovenafvoer en de waterstand op de Waal.

Uit Fig. 24 kan met H_0 en het verschil in zoutconcentratie tussen Maas- en Waalwater het dispersie debiet worden afgelezen dat nodig is om het zoutfront op kmr 246 te houden. Fig. 24 veronderstelt dus een evenwichtssituatie. Alleen Q_f wordt gegeven; om het pompdebiet vast te stellen, moet het lekdebiet door de sluis (Q_s) bij Q_f worden opgeteld. De zoutconcentratie van het Maaswater (75 mg/l) en het water op de Waaltak bij kmr 246 zijn aangenomen waarden en bepalen mede het resultaat.

Fig. 24 is dan ook illustratief, een "exacte" bepaling van het evenwichtsdebiet Q_f moet volgen uit een berekening.

$$\begin{aligned} - \ln \left[\frac{c_{246} - c_{\text{dam}}}{c_{\text{waal}} - c_{\text{dam}}} \right] &= \frac{Q_f \cdot x}{A_s \cdot D_L} \\ \Leftrightarrow - \ln \left[\frac{c_{246} - c_{\text{dam}}}{\Delta c} \right] &= \frac{Q_f \cdot x}{(803 + 178 \cdot H_0) \cdot H.6,29} \end{aligned}$$

c_{246} is de gewenste concentratie op kmr 246.

Waterstanden op de Waal boven de 2,00 m + NAP komen alleen als kortdurende hoogwatergolven voor, de resultaten voor deze waarden in de grafiek zijn meer academisch, bovendien moet in dit gebied rekening worden gehouden met een eventuele gelaagdheid, hoewel dit nooit door metingen is aange-
toond.

N.B.

De getijwerking heeft naast een periodieke term geen invloed op het convectief transport. Het convectief transport wordt bepaald door de bovenafvoer: $\tilde{u} = Q_f / A(x)$.

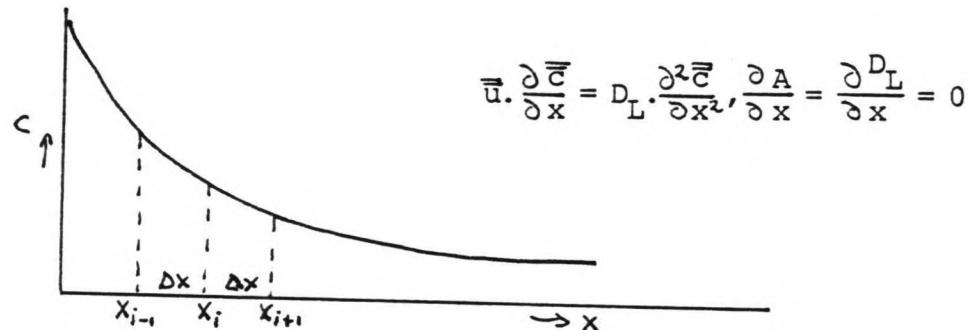
De dispersiecoëfficiënt is indirect afhankelijk van de snelheidsgrootte; omdat de getijwerking daar de grootste invloed

op heeft, wordt D_L dus wel aan het getij gerelateerd.

$$D_L = \alpha \cdot a \cdot u_*, u_* = \frac{\sqrt{g}}{C} \bar{u}_{\text{getij}}$$

Het onderscheid tussen u_{getij} en u_f is dus zeer belangrijk.

D_L kan ook numeriek bepaald worden uit een stationaire toestand:



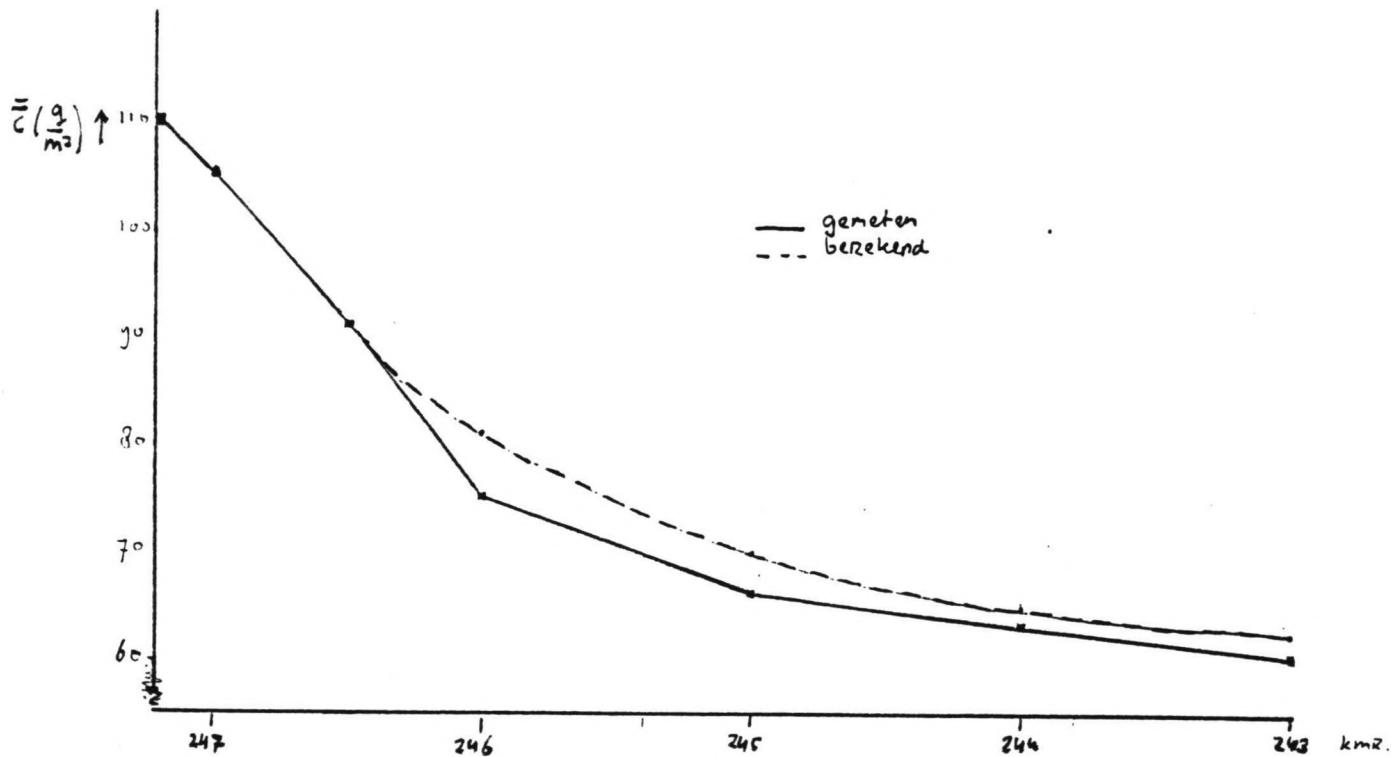
Figuur 25.

$$\bar{u} \cdot \frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta x} \sim D_L \cdot \frac{\frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta x} - \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} \rightarrow D_L \sim \frac{\Delta x \cdot (c_{i+1} - c_i) \cdot \bar{u}}{c_{i+1} - 2 \cdot c_i + c_{i-1}}$$

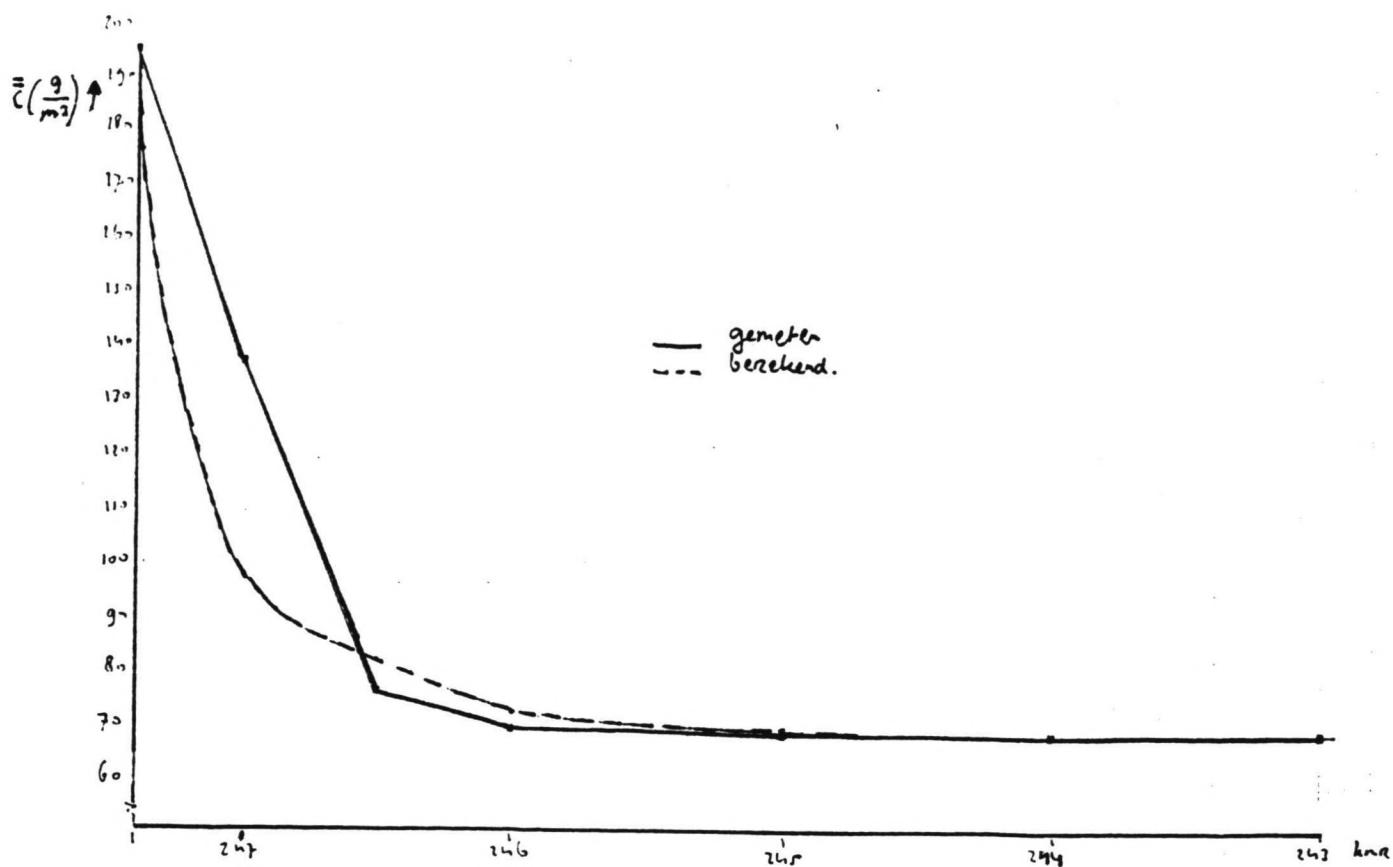
Doordat de meetpunten 500 of 1000 m uiteen liggen, is de numerieke bepaling van D_L voor dit probleem te onnauwkeurig.

De beschouwing van de stationaire situaties gedurende 1984-1986 leert dat deze goed te beschrijven zijn met één constante D_L en één constante A_S voor elke situatie. Ter verificatie worden Fig. 26 en 27 gegeven. Aangenomen wordt dat dit ook voor de hierna te bespreken meer algemene modellen geldt. De randvoorwaarden zullen zodanig moeten worden gekozen dat A_S en D_L niet variëren tijdens de berekeningstijd. Met $D_L = f(H_0)$ en $A_S = f(H_0)$ kunnen nu de meer dynamische modellen worden afgeleid.

Figuur 26 23-30 juli 1985



Figuur 1-9 okt 1985



5. AFLEIDING DISPERSIEMODEL EN TOEPASSINGEN

5.1 Oplossingen van de differentiaalvergelijking

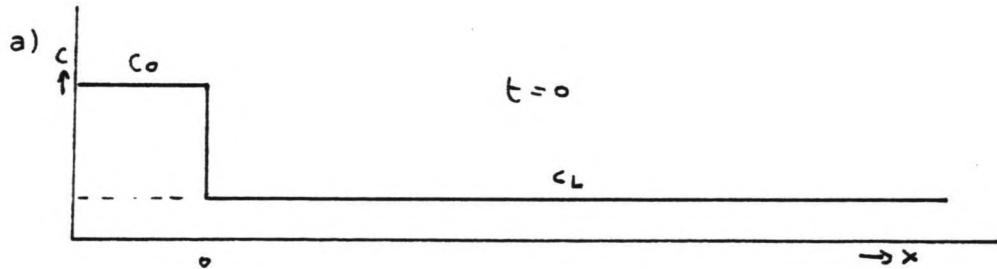
De volgende uit Par. 4.2 afgeleide relaties vormen uitgangspunten voor de berekeningen met oplossingen van de differentiaalvergelijking:

$$A_s = 803 + H_0 \cdot 178,$$

$$D_L = 6,29 \cdot H^{\frac{1}{3}}$$

Deze waarden zijn tijdens de berekening constant, zodat de gemiddelde waterstand op de Waal tijdens de berekeningstijd niet mag variëren.

De oplossing van de differentiaalvergelijking wordt bepaald door de randvoorwaarden en de beginvoorwaarde. Hier worden drie oplossingen gepresenteerd.



$$\bar{c}(0,t) = c_0, \quad (\bar{c}(x,0))_{x>0} = c_L \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2}$$

$\bar{c}(x,t)$ is begrensd door $0 \leq x \leq \infty$

$$\frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L} = \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{u_f \cdot x}{D_L}\right) \cdot \text{erfc}\left(\frac{x - u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) + \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\frac{x + u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) \quad \dots (32)$$

$$\text{erfc}(z) = 1 - \text{erf}(z) \quad \text{erf}(z) = \text{error-function}$$

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\xi^2} \cdot d\xi = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\xi^2} \cdot d\xi$$

zie tabel bijlage 5

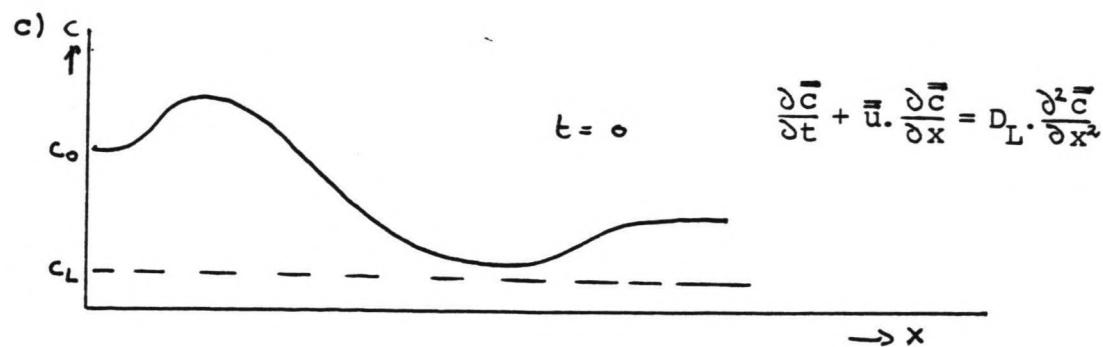


$$\bar{c}(0, t) = c_0, \quad \bar{c}(\infty, t) = c_L \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_L \cdot \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2}$$

$\bar{c}(x, t)$ is begrensd door $0 \leq x \leq \infty$

$$\bar{c}(x, 0) = c_0 \cdot e^{-k \cdot x}, \quad x \geq 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L} &= \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{u_f \cdot x}{D_L}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x - u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) + \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x + u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) \\ &\quad \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{(u_f - 2k \cdot D_L) \cdot x}{D_L}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x - u_f \cdot t + 2k \cdot D_L \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x + u_f \cdot t - 2k \cdot D_L \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) \right] \cdot \exp(-k \cdot (x + u_f \cdot t - k \cdot D_L \cdot t)) \quad \dots (33) \end{aligned}$$



$$\bar{c}(0,t) = c_0, \quad \bar{c}(\infty,t) = c_L$$

$\bar{c}(x,t)$ is begrensd door $0 \leq x \leq \infty$

$$\bar{c}(x,0) = c_0 + \sum_0^n a_n \cdot \cos(\omega_n \cdot x) + b_n \cdot \sin(\omega_n \cdot x)$$

$$0 \leq x \leq L, \quad \omega_n = \frac{n \cdot \pi}{L}, \quad \sum_0^n a_n = 1,0$$

Elke willekeurige beginconditie kan door een sommatie van goniometrische functies worden beschreven.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{c}-c_L}{c_0-c_L} &= \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{u_f \cdot x}{D_L}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x-u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) + \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x+u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) \\ &+ \exp\left(-\frac{u_f \cdot x}{2D_L}\right) \cdot \exp\left(-\frac{u_f^2 \cdot t}{4D_L}\right) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) + \exp\left(\frac{u_f \cdot x}{2D_L}\right) \cdot \sum_0^n (a_n \cdot F_{n1} + b_n \cdot F_{n2}) \\ &+ \sum_0^n \exp(-\omega_n^2 \cdot D_L \cdot t) \cdot \left[a_n \cdot \left\{ \cos \omega_n(x+u_f \cdot t) - \exp\left(-\frac{u_f \cdot x}{2D_L}\right) \cdot \cos(\omega_n \cdot u_f \cdot t) \right\} \right. \\ &\left. + b_n \left\{ \sin \omega_n(x+u_f \cdot t) - \exp\left(-\frac{u_f \cdot x}{2D_L}\right) \cdot \sin(\omega_n \cdot u_f \cdot t) \right\} \right] \quad \dots (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{n1} &= \int_0^1 \exp\left(-\frac{u_f^2 \cdot t}{4D_L}\right) \cdot \exp(\alpha_n \cdot t \cdot z) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_L \cdot t \cdot \sqrt{1-z}}}\right) \cdot (\alpha_n \cdot t \cdot \cos(\beta_n \cdot t \cdot z) - \beta_n \cdot t \cdot \sin(\beta_n \cdot t \cdot z)) dz \\ F_{n2} &= \int_0^1 \exp\left(-\frac{u_f^2 \cdot t}{4D_L}\right) \cdot \exp(\alpha_n \cdot t \cdot z) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_L \cdot t \cdot \sqrt{1-z}}}\right) \cdot (\alpha_n \cdot t \cdot \sin(\beta_n \cdot t \cdot z) + \beta_n \cdot t \cdot \cos(\beta_n \cdot t \cdot z)) dz \\ \alpha_n^2 &= \frac{u_f^2}{4D_L} - \omega_n \cdot D_L \quad \beta_n = \omega_n \cdot u_f \end{aligned}$$

Oplossing c) kan worden toegepast met elk denkbare beginvoorwaarde, deze oplossing is echter zeer bewerkelijk; bovendien moeten de integralen F_{n1} en F_{n2} worden afgeschat, hetgeen beslist niet eenvoudig is. Omdat al onderkend is dat de zoutdistributie op de Waaltak van de Andelse Maas in de regel een grote overeenkomst vertoont met een dalende exponentiële functie, mag oplossing b) worden toegepast.

Een veel toegepaste vereenvoudiging voor de drie oplossingen is mogelijk voor berekeningen met $t \ll x/u_f$. Het blijkt dat het voor de Andelse Maas ongeveer tien dagen duurt eer een nieuw evenwicht na verstoring van een oud evenwicht is bereikt. Uit de voorwaarde $t \ll x/u_f$ kan dan worden afgeleid:

$$x \gg u_f \cdot t \Leftrightarrow x \gg 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10.24.3600 \Leftrightarrow x \gg 1728 \text{ m.}$$

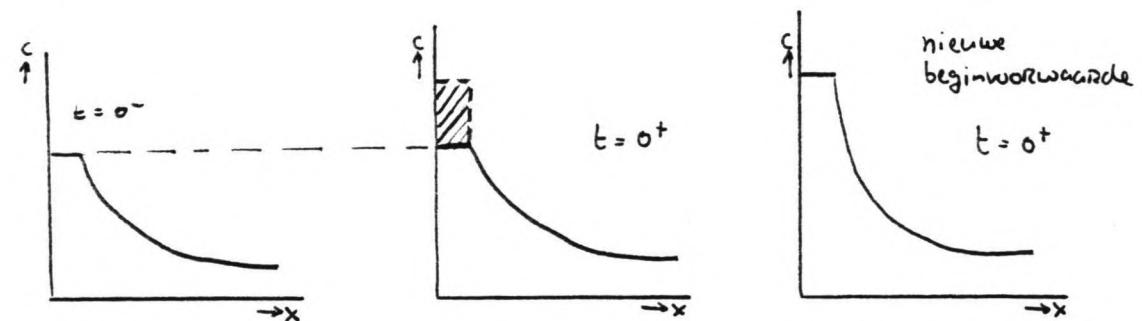
Dit geldt niet voor de Waaltak van de Andelse Maas, zodat de oplossingen a), b) en c) niet vereenvoudigd kunnen worden. Oplossing b) wordt als model gekozen, omdat de zoutdistributie op de Waaltak veelal de vorm van een dalende exponentiële functie heeft.

5.2 Mogelijkheden en beperkingen van het model

Nadat een beginvoorwaarde is gegeven door de zoutdistributie op het tijdstip $t = 0$, en de constante randvoorwaarden zijn bepaald, kan met het model de zoutconcentratie op ieder tijdstip $t > 0$ en op iedere plaats in het beschouwende vak worden berekend. Een te berekenen situatie kan gezien worden als een niet in evenwicht zijnde toestand die overgaat in een toestand van evenwicht, afhankelijk van de randvoorwaarden.

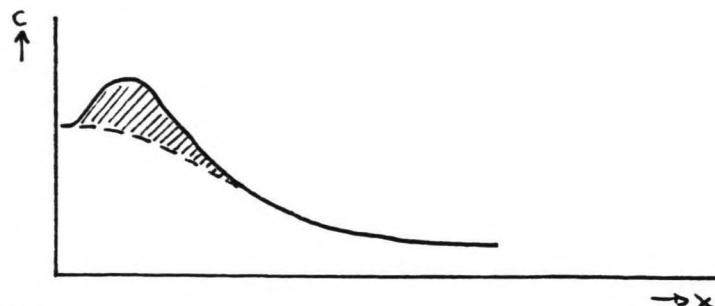
Deze voorwaarden leggen de volgende beperkingen aan het model op:

- c_{dam} wordt gegeven voor $x = \infty$ en niet voor $x = L$, dit zal in de praktijk slechts kleine fouten opleveren, omdat de berekende verschillen altijd klein zullen zijn.
 c_{dam} kan niet variëren tijdens de tijdsspanne waarin het model geldt. Nu blijkt dat de zoutconcentraties bij de dam redelijk constant zijn, zodat het constant veronderstellen van deze randvoorwaarde geen grote afwijkingen in de uitkomsten kan veroorzaken.
- een andere, meer belangrijke, beperking is de eis dat de concentratie op de Waal constant moet blijven.
Een lichte stijging van de concentratie op de Waal kan nog wel in het model worden ingevoerd, als een nieuwe tussen-tijdse beginvoorwaarde, zie Fig. 28, zonder een grote fout te maken.



Figuur 28.

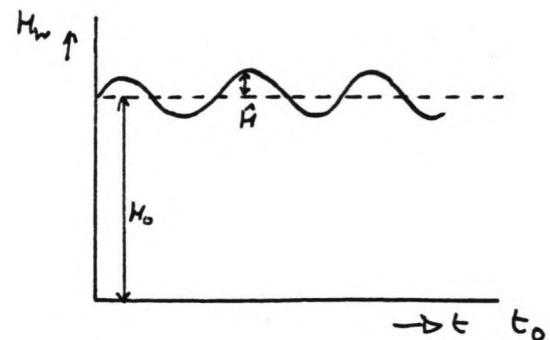
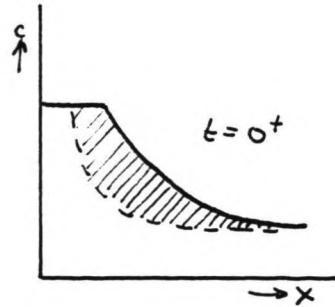
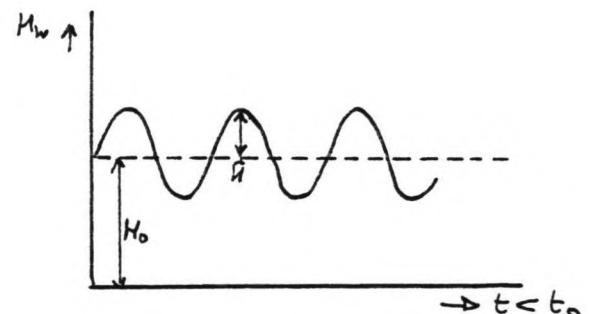
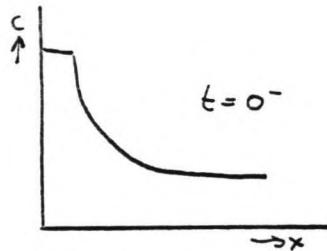
Een daling van deze concentratie veroorzaakt echter grote fouten, zodat deze variatie niet tot de mogelijkheden van het model behoort, zie Fig. 29.



Figuur 29.

- Ook voor de gemiddelde waterstand op de Waal en het netto afvoerdebiet, geldt dat zij niet geleidelijk mogen veranderen. Stapsgewijze veranderingen in bovenafvoer en waterstand kunnen wel in de berekening worden ingepast. De zoutdistributie voor de stap is de beginvoorwaarde voor de situatie na de stap. Dit geldt dus ook voor een kleine verhoging van de zoutconcentratie op de Waal. Met een gewijzigde gemiddelde waterstand moeten de dispersiecoëfficiënt en het stroomvoerend oppervlak worden aangepast.
- Een verandering in de gemiddelde waterstand heeft een convectief transport tot gevolg. Een waterstandsverhoging voert een hoeveelheid Waalwater de Waaltak binnen, een verlaging van de waterstand bewerkstelligt het tegenovergestelde. De beginvoorwaarde voor de berekening na de waterstandwijziging moet dus met de vloedwegen worden gecorrigeerd, zie Fig. 19.

Voorbeeld.



Het model is vooral bruikbaar bij de berekening van de insteltijd na een sprongsgewijze verandering van de bovenafvoer of de waterstand. Voor het berekenen van de evenwichtsdistributie is het gebruik van Vgl. 30 eenvoudiger.

5.3 Toepassingen van het model

Alvorens de resultaten van de berekeningen met het model worden gepresenteerd, worden enkele, in de praktijk waargenomen verschijnselen op de Andelse Maas in samenhang met het pompdebiet behandeld.

Onder "normale" omstandigheden blijkt het pompen met één pomp op laag toerental voldoende te zijn om de concentratie voor de dam voldoende laag te houden. Onder normale omstandigheden wordt verstaan:

- een waterstand op de Waal van circa NAP + 1,20 m,
 $\hat{H} \approx 0,15$ m;
- een waterstandverschil over de sluis van maximaal 0,50 m. Vaak zal dit verschil zelfs kleiner zijn en rond de 0,30 m liggen;
- een verschil in zoutconcentratie van 50 mg/l tussen de concentratie op de Waal en die voor de dam. De concentratie voor de dam ligt dan op circa 70 mg/l en die op de Waal op circa 120 mg/l.

Het toerental van de pompen kan niet traploos geregeld worden. Indien dit mogelijk zou zijn, zouden lagere pompdebieten ook afdoende zijn gedurende grote delen van het jaar.

Waterstanden op de Waal van meer dan NAP + 2,00 m worden als hoogwatergolven aangemerkt en komen in de regel enkele malen per jaar voor. Een belangrijk verschijnsel gedurende hoogwatergolven is de dalende zoutconcentratie op de Waal tot soms

minder dan 100 mg/l. Dit ten gevolge van de verdunning door de hoge debieten op de Waal die met deze hoogwatergolven gepaard gaan.

Zoals beschreven in Par. 4.1.1 is de menging gedurende deze verschijnselen op de Waaltak ondergeschikt aan het extra convectief transport. Hierdoor zijn perioden met hoogwatergolven de enige situaties waarin de concentratie bij de sluis het aanvaardbare overschrijdt.

In het algemeen blijkt de zoutconcentratie op de Waal sterk te wisselen ten gevolge van de variaties in het Waaldebiet. Hoge concentraties van meer dan 200 mg/l vragen om een merkbaar hoger pompdebiet. Ondanks de daling van de waterstand die veelal hiermee samenhangt.

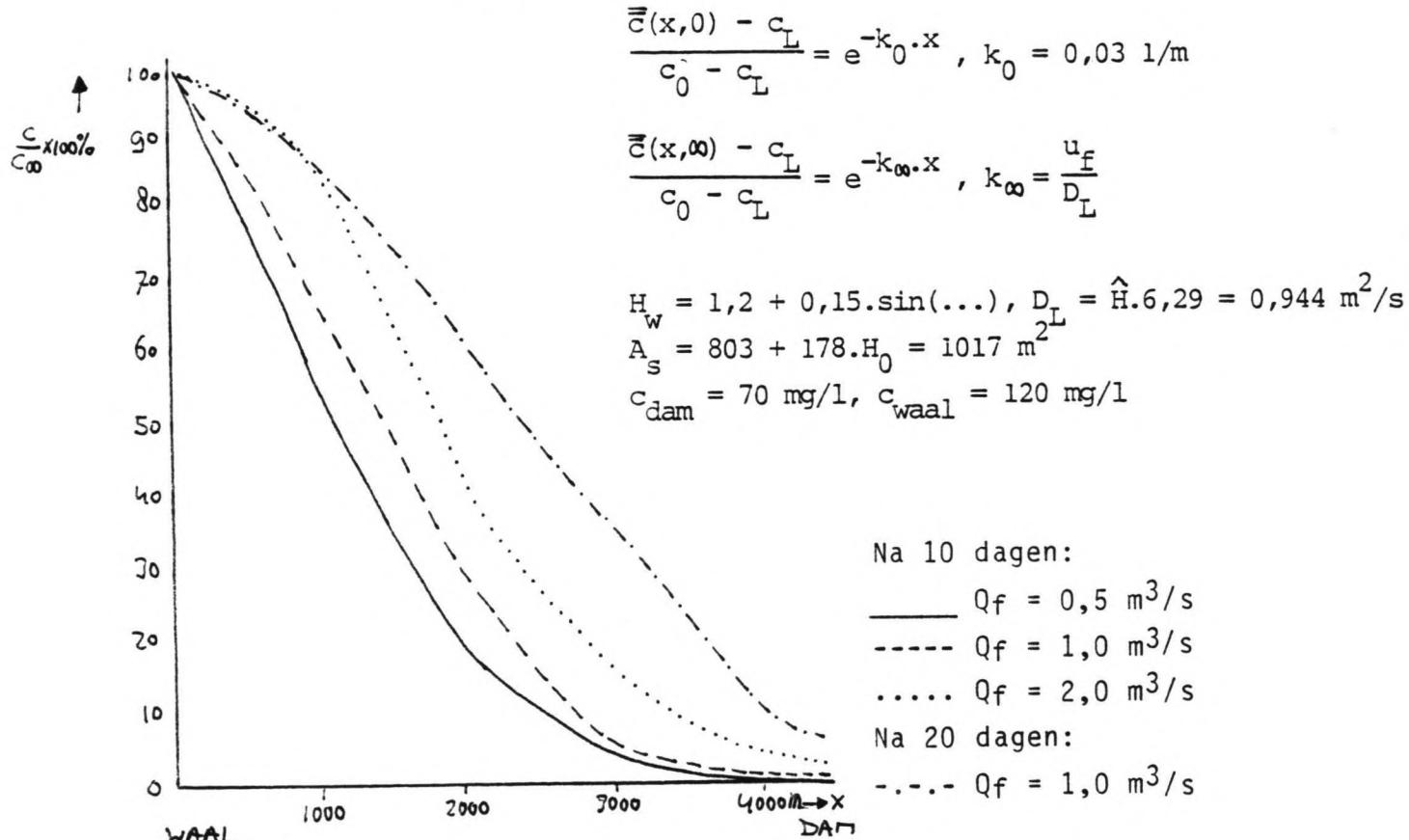
De zoutconcentraties en de waterstanden op de Maas vertonen een geringere spreiding.

De concentraties langs de Andelse Maas worden éénmaal per week gemeten. Dit is, zeker onder "normale" omstandigheden, voldoende om wijzigingen in de zoutdistributie tijdig te ondervinden.

Als met de waargenomen verschijnselen gekeken wordt naar de mogelijkheden van het analytisch model, blijkt het ondenkbaar hiermee uitspraken te doen over de invloed van hoogwatergolven. Dit vooral door de inherente daling van de zoutconcentratie op de Waal. Het model kan gebruikt worden om insteltijden ten gevolge van veranderingen in de bovenafvoer of de gemiddelde waterstand op de Waal af te schatten, waarbij de zoutconcentraties op de Waal constant worden verondersteld.

Omdat de onderzochte parameters elkaar onderling beïnvloeden is de waarde van de resultaten beperkt, maar deze resultaten verschaffen wel inzicht in de relatie van de insteltijden tot Q_f en H_w .

De relatieve invloed van Q_f



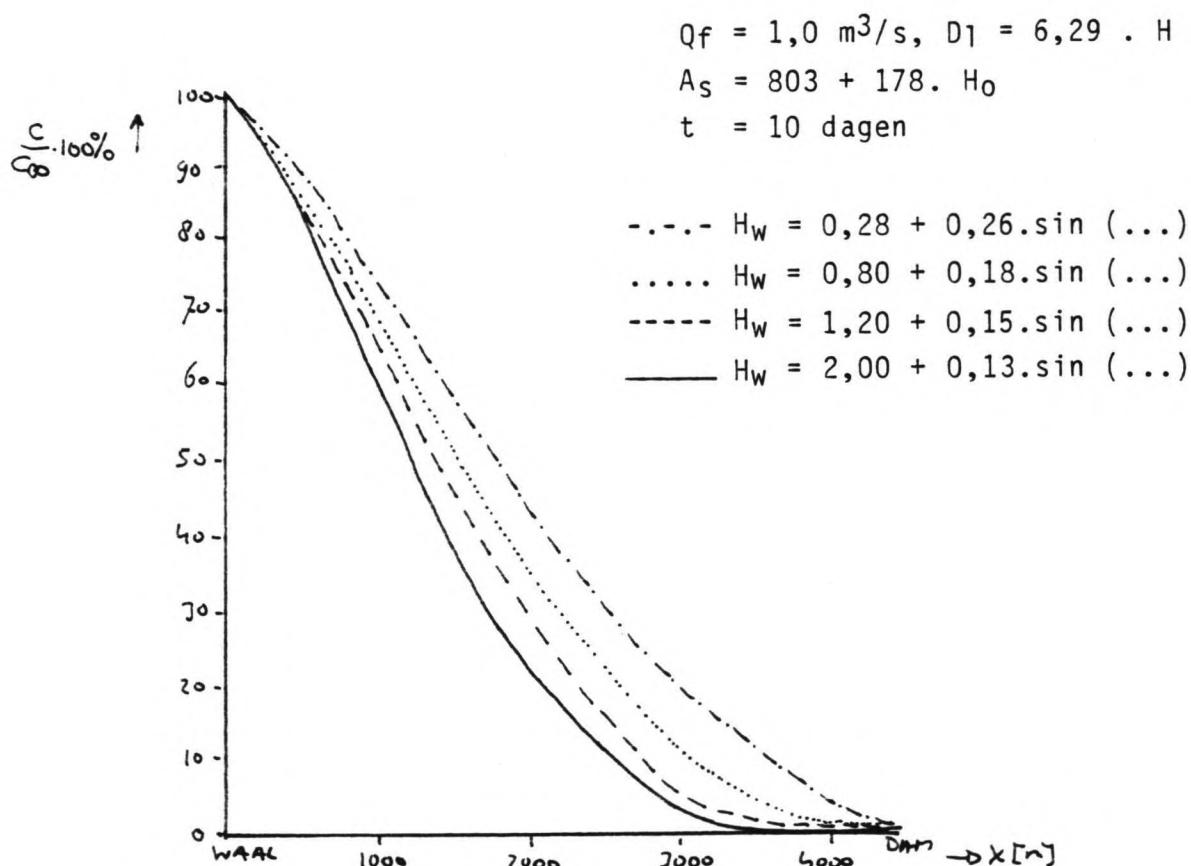
Figuur 30.

In Fig. 30 wordt naar de plaats de concentratie gerelateerd aan de evenwichtsconcentratie. De invloed van Q_f wordt onderzocht, waarbij de overige parameters constant blijven.

De gegeven zoutconcentraties op de Waal en bij de dam horen min of meer bij de Waalwaterstand.

Uit de figuur blijkt dat een vergroting van de netto bovenafvoer een kortere insteltijd tot gevolg heeft: de evenwichtsverdeling wordt sneller bereikt.

De relatieve invloed van H_W



Figuur 31.

Ook in Fig. 31 wordt de relatieve concentratie, tien dagen na $t = 0$, tegen de plaats in de Waaltak uitgezet.

Uit deze figuur blijkt dat de waterstand (getijwerking) op de Waal weinig invloed op de insteltijd heeft, een lagere gemiddelde waterstand gaat gepaard met een iets snellere instelling van het systeem.

Met de Fig. 30 en 31 wordt niet aangetoond dat het wekelijks meten van de zoutdistributie voldoende is; daartoe moet het model getoetst worden aan gemeten insteltijden.

De invloed van het convectief transport is niet in de grafieken verwerkt. Dit zal voor de insteltijdberekening in de beginvoorwaarde moeten worden verdisconteerd. Nu zal, behalve bij hoogwatergolven, het convectief transport ten gevolge

van waterstandveranderingen op de Waal, geen directe invloed uitoefenen op de zoutconcentratie bij de dam.

De in de grafieken gegeven percentages zijn gebaseerd op de evenwichtconcentratie. Ter berekening van de absolute zoutconcentraties langs de Waaltak, moeten deze percentages met de evenwichtsconcentraties ($t = \infty$) worden vermenigvuldigd.

Tot slot zal het model worden gebruikt om inzicht in de nauwkeurigheid van de berekeningen te krijgen.

Gekozen is voor de situatie van april 1984. Er is in deze maand een damwand aan weerszijden van de sluis geslagen om de sluis te kunnen renoveren. Omdat het lekdebiet stakte, verviel de noodzaak Maaswater voor de dam te pompen en werd met pompen gestopt ($t = 0$).

$$Q_f = 0, \quad Q_p = 0, \quad Q_s = 0. \quad k = \frac{u_f}{D_L} = \frac{1}{1350}$$

Voor $t = 0$ (15 april 1984) gold:

$$\frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L} = e^{-k \cdot x}, \quad k = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ l/m}$$

$$c_{10} = 80 \text{ mg/l}, \quad c_0 = 148 \text{ mg/l}$$

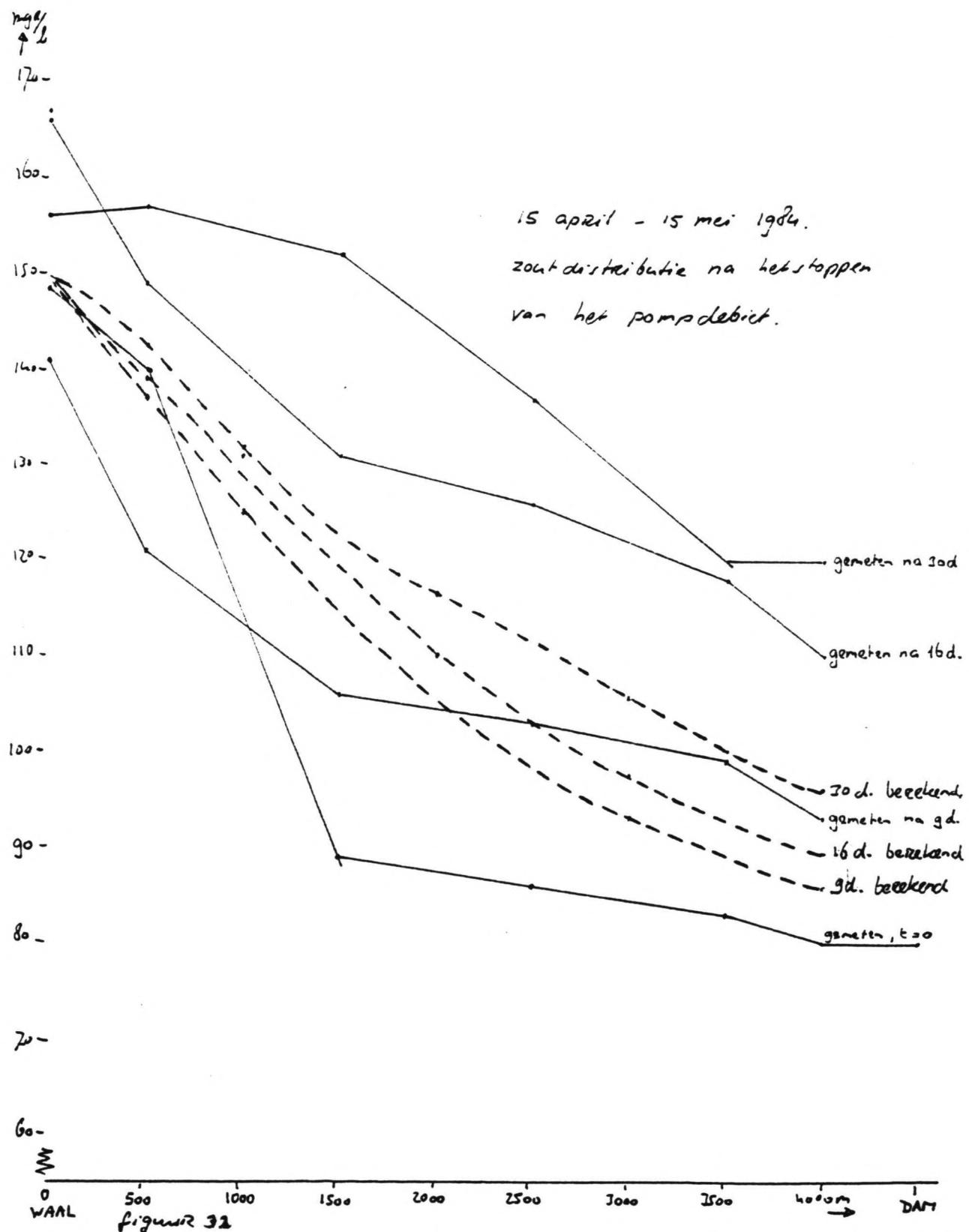
$$H_w = 0,78 + 0,20 \cdot \sin(\dots) \text{ m} + \text{NAP} : \text{tot 15 mei 1984}$$

$$A_s = 803 + 178 \cdot 0,78 = 942 \text{ m}^2, \quad D_L = 0,2 \cdot 6,29 = 1,26 \text{ m}^2/\text{s}$$

De zoutconcentratie op de Waal (c_0) lag gedurende deze dertig dagen rond de 150 mg/l.

De resultaten worden gepresenteerd in Fig. 32.

De gemeten concentraties vertonen grote verschillen met de berekende concentraties. De berekende insteltijden aan de dam, blijken een factor twee à drie lager te liggen dan de gemeten insteltijden. Een hogere dispersiecoëfficiënt zou deze verschillen kunnen opheffen, maar voor de berekening van de evenwichtzoutdistributie blijkt de dispersiecoëfficiënt ($D_L = \hat{H} \cdot 6,29$) wel redelijk te voldoen en zelfs iets te



groot te zijn bij toetsing met gemeten voorwaarden. Daarom wordt de dispersiecoëfficiënt niet gecorrigeerd voor de berekening van de insteltijden. Ook uit andere berekeningen, met $Q_f > 0$, bleek de aanpassingsnelheid aan de dam, relatief gezien, een factor één à twee kleiner te zijn dan gemeten waarden.

De Fig. 30 en 31 hebben dus een meer illustratieve waarde, maar geven wel een duidelijk beeld van de relatieve invloed van de bovenafvoer en de waterstand op de Waal.

Samenvatting aanpak

* Bepaling evenwichtsdistributie.

- Bereken met de waterstand op de Waal, $H_w = H_0 + \hat{H} \cdot \sin(\dots)$,
 - de dispersiecoëfficiënt: $D_L = 6,29 \cdot \hat{H} \text{ m}^2/\text{s}$
 - het stroomvoerend oppervlak: $A_s = (H_0 \cdot 178 + 803) \text{ m}^2$

- Bereken de bovenafvoer

$$Q_f = Q_p - Q_s \quad Q_p = Q_p (\Delta H_s, \text{ pompregiem}) \\ Q_s = Q_s (\Delta H_s, \text{ seizoen})$$

- Met de zoutconcentratie op de Waal, $\bar{c} = c_0$, en de zoutconcentratie aan de dam, $\bar{c}_L = c_L$, wordt de evenwichtsverdeling berekend.

$$\frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L} = \exp\left(-\frac{Q_f \cdot x}{A_s \cdot D_L}\right)$$

- In omgekeerde volgorde kan ook de gewenste zoutdistributie als uitgangspunt worden genomen, en de daarbij benodigde netto bovenafvoer worden berekend om deze (evenwichts)distributie te handhaven.

* Bepaling insteltijd.

- Bereken de voorlopige zoutconcentraties langs de x-as (Waai: $x = 0$) op het gewenste tijdstip t met de vergelijking ($u_f = Q_f/A_s$):

$$\frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L} = \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{u_f \cdot x}{D_L}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x - u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) + \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x + u_f \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right)$$
$$\left[1 - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{(u_f - 2k \cdot D_L) \cdot x}{D_L}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x - u_f \cdot t + 2k \cdot D_L \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x + u_f \cdot t - 2k \cdot D_L \cdot t}{2\sqrt{D_L \cdot t}}\right) \right] \cdot \exp(-k \cdot (x + u_f \cdot t - k \cdot D_L \cdot t)) \quad \dots (33)$$

- De beginvoorwaarde is de zoutdistributie op $t = 0$, waarvoor geldt:

$$\frac{\bar{c}(x, 0) - c_L}{c_0 - c_L} = e^{-k \cdot x}$$

k is eenvoudig grafisch te bepalen:

$$k = \frac{-\ln\left[\frac{\bar{c} - c_L}{c_0 - c_L}\right]}{x_c} \quad , \text{ zie Fig. 23.}$$

De gevonden insteltijden c.q. concentraties tijdens het instellen van het systeem zijn niet correct. Als schatting kan gesteld worden dat de gevonden insteltijden ongeveer een factor twee te hoog zijn, ofwel de relatieve concentraties ten opzichte van de evenwichtsconcentraties zijn ongeveer een factor twee te klein.

Eventueel kunnen de gevonden insteltijden worden gecorrigeerd tot meer praktische waarden.

5.4. Conclusies met betrekking tot de analytische modellering

Het model dat ontwikkeld is om de evenwichtdistributies te berekenen is voldoende betrouwbaar: de berekende concentraties komen overeen met de gemeten waarden voor stationaire situaties. Als naar afwijkingen gekeken wordt bij de toepassing van dit model, blijken de berekende dispersiecoëfficiënten soms iets hoger te zijn dan de praktische waarden. Deze afwijking werkt door in het te bepalen dispersiedebiet-/bovenafvoer (Q_f) met een maximaal gemeten relatieve fout van 30%.

Juist omdat de afwijkingen veelal een iets hoger berekend debiet veroorzaken, ontstaan veilige waarden, en is de dispersiecoëfficiënt daarom niet aangepast, maar op de eerste instantie afgeleiden waarden gehouden: $D_L = \hat{H}.6,29$.

Toepassing van het meer algemene dynamische model leert, dat met de resultaten wel uitspraken over de relatieve invloed van de waterstand op de Waal en de bovenafvoer gedaan kunnen worden, maar dat de absolute insteltijden niet overeenkomen met de gemeten insteltijden.

Een belangrijke beperking van deze analystische benadering is het niet kunnen berekenen van de invloed van hoogwatergolven en geleidelijke veranderingen, zoals ze veelal in de praktijk voorkomen (H_{waal} , c_{waal}).

Een ander, meer praktisch bezwaar, is de bewerkelijkheid van de berekeningen door de onderlinge beïnvloeding van alle parameters en de complexiteit van de te gebruiken formules.

Door de bewerkelijkheid en de beperkingen van de analytische berekeningen is de behoefte aan een numeriek model ontstaan (hoofdstuk 6). Hiermee kunnen snellere en meer gedetailleerde

de berekeningen gemaakt worden. Voor een algemeen opgezet numeriek model zijn de toepassingsmogelijkheden groter dan voor dit analytische model, dat meer bedoeld is om inzicht in het mechanisme te verschaffen en invloeden van parameters af te schatten.

Met het numeriek model zullen na data-fitting de insteltijden en hoogwatergolven worden bestudeerd.

6. HET NUMERIEK MODEL

6.1 Inleiding

Door de beperkingen van het analytische model bleek het noodzakelijk bepaalde verschijnselen met een numeriek model te bestuderen, namelijk:

- hoogwatergolven;
- insteltijden na verandering randvoorwaarde(n);
- geleidelijke veranderende waarden van randvoorwaarden.

Het numeriek model moest zowel de waterbewegingen als het zouttransport (convectief en dispersief) kunnen berekenen.

Gekozen is voor het computerprogramma "CALAM", ontwikkeld door J. Urbanus en J. Vreeburg, om het numeriek model gestalte te geven.

Door de algemene opzet van "CALAM" en de gebruikersvriendelijke invoermogelijkheden, kon in korte tijd het model worden opgezet en uitgewerkt.

6.2 Het programma CALAM

Het gewenste stelsel van waterlopen wordt geschematiseerd door een onderverdeling in (rivier)vakken die in knooppunten aan elkaar gekoppeld worden.

De berekening van de waterbeweging en de waterstanden is gebaseerd op het volgende stelsel vergelijkingen:

continuiteitsvergelijking:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \bar{u} \cdot \frac{\partial a}{\partial x} + a \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0$$

bewegingsvergelijking:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial a}{\partial x} - g \cdot i_b + g \cdot \frac{\bar{u} \cdot |\bar{u}|}{C^2 \cdot a} = 0$$

Deze twee vergelijkingen zijn uitgewerkt tot een numeriek impliciet schema waarmee het stelsel van riviervakken per tijdstap wordt doorgerekend.

Het stoftransport is opgesplitst in het convectief transport en het dispersief transport.

Het convectief transport kan worden beschouwd als een hoeveelheid stof die gedurende de tijdstap Δt van het ene riviervak naar het volgende vak stroomt ten gevolge van het op dat moment heersende debiet.

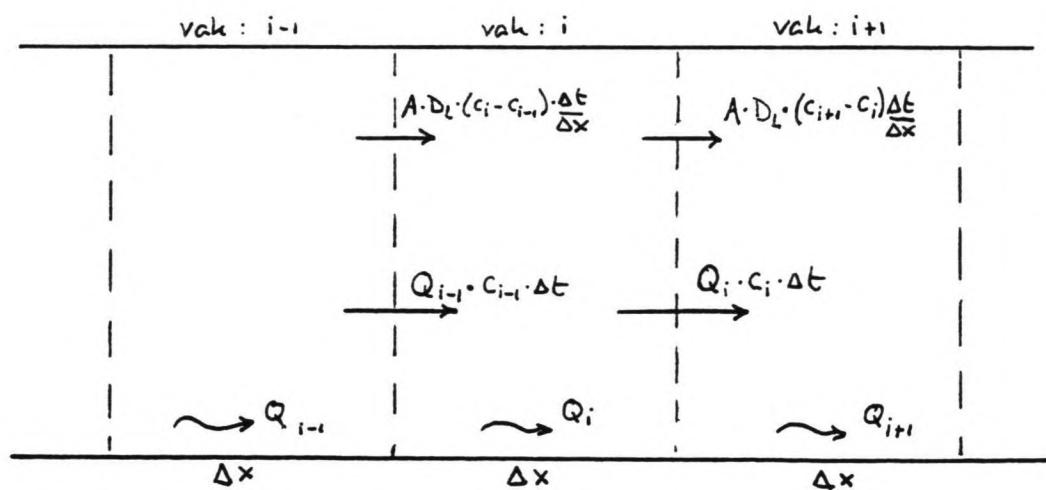
De ingebrachte hoeveelheid stof gedurende tijdstap Δt is gelijk aan:

$$Q_c \cdot \Delta t$$

Het dispersief transport staat voor de hoeveelheid stof die van het ene vak naar het andere vak overgaat, afhankelijk van:

- het oppervlak van de dwarsdoorsnede tussen de vakken;
- de dispersiecoëfficiënt
- het concentratieverschil tussen de twee vakken.

De ingebrachte hoeveelheid stof ten gevolge van het dispersief transport is gelijk aan $A \cdot D_L \cdot (c_i - c_{i-1}) \Delta t / \Delta x$



Deze schematisatie van het stoftransport geeft slechts het principe aan waarmee het stoftransport wordt berekend. "CALAM" werkt met een impliciet schema ter bepaling van het stoftransport door de vakken. De werkelijke schematisatie is uitgebreider waarin ook de berging (berekend met een expliciet schema) een rol speelt.

De randvoorwaarden van het waterbewegingsmodel kunnen als volgt worden opgegeven:

Waterstand:

1. De waterstand is constant in een knoop. De waterstand wordt ten opzichte van NAP gegeven.
2. De waterstand in een knoop varieert met een tijd volgens de volgende functie:

$$h(t) = h_1 \cdot \sin(2\pi t/T_1 + \theta_1) + h_2 \cdot \sin(2\pi t/T_2 + \theta_2) + \dots \\ \dots + h_{10} \cdot \sin(2\pi t/T_{10} + \theta_{10})$$

De waterstand bestaat uit maximaal tien te superponeren sinusfuncties.

3. De waterstand is gegeven als een reeks van waterstanden in de tijd.

Deze waterstanden worden met een constant tijdsverschil gegeven. De waterstand tussen twee tijdstippen wordt door lineaire interpolatie bepaald.

Debit:

1. Het debiet is constant. Hierbij geldt een plus-teken voor een debiet dat de knoop instroomt en een min-teken voor een debiet dat de knoop uitstroomt.
2. Het debiet varieert in de tijd volgens de functie:

$$Q(t) = Q_1 \cdot \sin(2\pi t/T_1 + \theta_1) + Q_2 \cdot \sin(2\pi t/T_2 + \theta_2) + \dots \\ \dots + Q_{10} \cdot \sin(2\pi t/T_{10} + \theta_{10})$$

Het debiet bestaat dus uit een aantal te superponeren sinusfuncties.

Als randvoorwaarden voor het kwaliteitsmodel (de berekening van de concentraties) kan worden ingevoerd:

1. De concentratie heeft een sinusvormig verloop in de tijd:

$$c(t) = c_1 \cdot \sin(2\pi t/T_1 + \theta_1)$$

Hierbij kan een tijdblok worden opgegeven waarin deze sinusfunctie geldt. Er kan dus een aantal sinussen achter elkaar worden opgegeven op de volgende manier:
van T_1 tot T_2 :

$$c(t) = c_1 \cdot \sin(2\pi t/T_1 + \theta_1)$$

van T_2 tot T_3 :

$$c(t) = c_2 \cdot \sin(2\pi t/T_2 + \theta_2)$$

van T_3 tot T_4 :

$$c(t) = c_3 \cdot \sin(2\pi t/T_3 + \theta_3)$$

enzovoort.

2. De concentratie is opgegeven als een reeks van concentraties in de tijd. Deze (gemeten) concentraties worden met een constant tijdverschil gegeven. Tussen twee waarden wordt lineair geïnterpoleerd.

Tevens is het nog mogelijk om een interne lozing op te geven in het systeem. Hierbij wordt een vracht opgegeven die in de knoop van lozing een verandering van de concentratie veroorzaakt.

Als beginvoorwaarden kunnen voor het gehele systeem één waterstand en één stofconcentratie worden opgegeven. Het debiet is gelijk aan nul bij aanvang van de berekening. Omdat de waterbeweging binnen het systeem enige tijd nodig heeft om stabiel te worden, is het verstandig de berekening van het kwaliteitsmodel enige tijd na de berekening van het waterbewegingsmodel te laten beginnen.

Het is eenvoudig de opzet van het impliciete differentieschema zo te kiezen dat het model stabiel is, dus niet oscilleert of sterk afwijkt van de analytische oplossing.

De foutafschatting wordt gedaan door het vergelijken van resultaten bij verschillende tijdstappen.

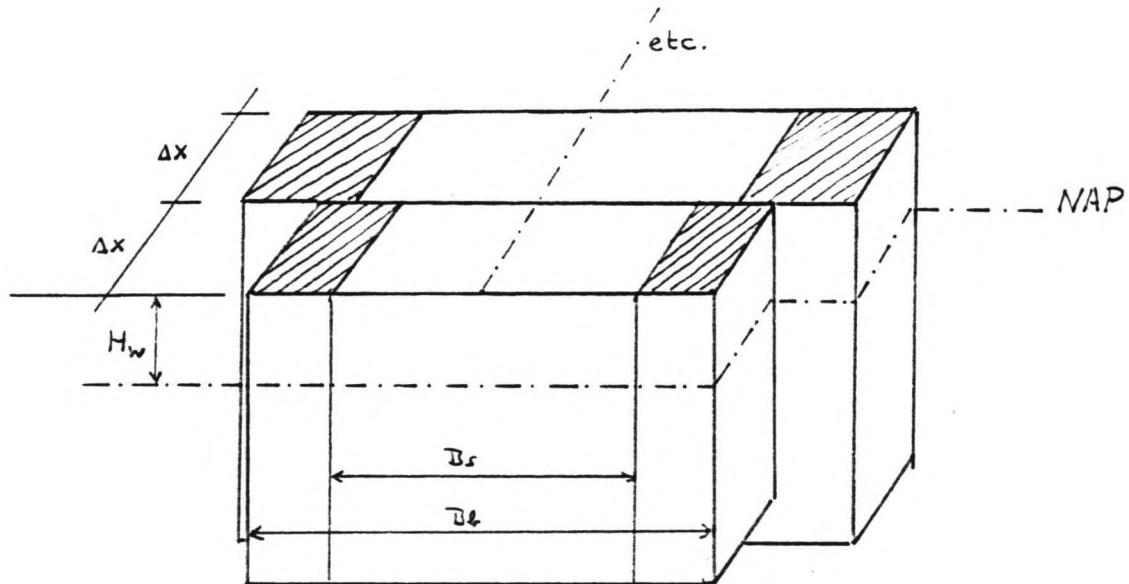
6.3 Schematisatie van de Andelse Maas

De geometrie is geschematiseerd volgens gegevens van RWS (zie bijlage 4). De Waaltak is onderverdeeld in 33 vakken van elk 125 m lang, van kmr 243,375 tot 247,500.

De vaklengte $\Delta x = 125$ m is gekozen omdat de metingen van RWS ook om de 125 m verricht zijn. Bovendien geeft de uitvoer van het programma "CALAM" de zoutconcentratie in de knooppunten tussen de vakken, zodat met een vaklengte van 125 m een gedetailleerde zoutdistributie wordt weergegeven.

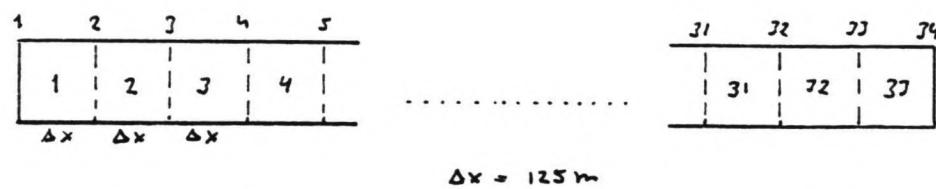
Elk vak heeft één stroomvoerende breedte en één bergende breedte. Het oppervlak wordt berekend met de waterstand en de diepte van het vak ten opzichte van NAP.

In eerste instantie is een gedeelte van de Waal aan het model toegevoegd om de Waalafvoer als randvoorwaarde te kunnen gebruiken, maar grote verschillen tussen debieten op de Waaltak zorgden voor instabiliteiten in het knooppunt van Waal en Andelse Maas.



Figuur 33.

Vervolgens zijn als randvoorwaarden aan de Waalzijde de waterstand en de zoutconcentratie ingevoerd en als randvoorwaarden aan de damzijde de zoutconcentratie bij het innamepunt en het nettopompdebiet richting Waal (= pompdebiet - sluisdebiet).



Damzijde kmr 243,375

randvoorwaarden:

$$Q(0,t)$$

$$\bar{c}(0,t)$$

Waalzijde beginvoorwaarden:

$$\bar{c}(x,0) = C_0$$

$$H(x,0) = H_0$$

$$H(L,t)$$

$$\bar{c}(L,t)$$

De longitudinale dispersiecoëfficiënt wordt door het pro-

gramma als volgt berekend:

$$D_L = D_x \cdot a \cdot u^*, \quad u^* = \frac{\sqrt{g}}{C} \cdot \bar{u} = \frac{\sqrt{9,81}}{45} \cdot \bar{u}$$

De evenredigheidsfactor D_x moet aan het programma worden opgegeven en is in principe identiek aan de factor α van het analytische model ($\alpha = 139$).

Door de koppeling van D_L aan de watersnelheid, wordt D_L gelijk aan nul rond het moment van kentering van het getij.

Omdat instabiliteiten in het model optreden als D_L een te lage waarde heeft, wordt voor de berekening van D_L een watersnelheid aangehouden van 0,01 m/s als de werkelijke watersnelheden een kleinere waarde hebben.

Dit verschijnsel is gedeeltelijk ondervangen door een iets lagere waarde voor D_x in te vullen in de relatie:

$$D_L = D_x \cdot a \cdot u^*, \text{ dan voor in } D_L = \alpha \cdot a \cdot u^* \text{ is ingevuld.}$$

De waarde van D_x is bepaald door middel van data-fitting met behulp van insteltijdberekeningen en berekeningen van evenwichtsdistributies.

Goede resultaten met betrekking tot de berekeningen van evenwichtsdistributies werden bereikt met:

$$D_x = \text{circa } 100 \text{ à } 120$$

De insteltijden bleken met deze waarde van D_x 10-20% korter te zijn dan de gemeten insteltijden, hetgeen als een veilige, aanvaardbare afwijking werd gekwalificeerd.

Om de tijdstappen (Δt) te bepalen waarbij de nauwkeurigheid niet te veel in het geding komt, zijn berekeningen naar insteltijden uitgevoerd met stapgrootte van 5, 10 en 20 minuten. Tussen 5 en 10 minuten ontstonden verschillen in het

resultaat van maximaal enkele procenten, tussen 10 en 20 minuten bedroeg het verschil 20-30%.

Alle verdere runs zijn dus met een stapgrootte van 10 minuten gemaakt.

Als beginvoorwaarde kan maar één vaste beginconcentratie voor de hele Waaltak worden gegeven. Om dus een gemeten beginwaarde te creëren, moet de berekeningsperiode circa tien dagen daarvoor aanvangen, zodat de gewenste begin zoutdistributie wordt gecreëerd. Van hieruit kan verder worden gerekend met bijvoorbeeld een gewijzigde bovenafvoer.

De berekening van het kwaliteitsmodel startte drie uur na de berekening van het waterbewegingsmodel, zodat instelverschijnselen in de waterbewegingsberekening geen invloed hadden op het kwaliteitsmodel.

6.4 Resultaten van de numerieke berekeningen

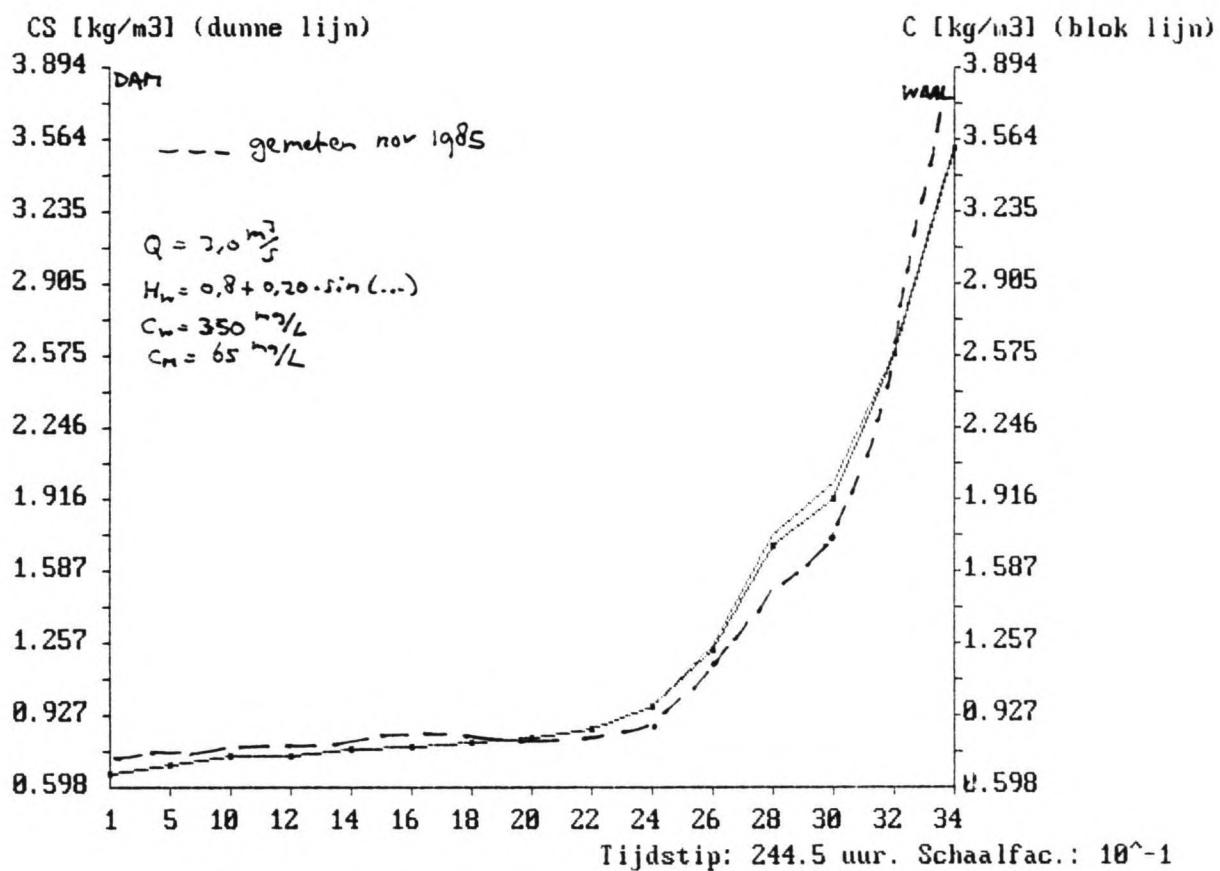
Met betrekking tot de zoutdistributie op de Waaltak zijn de volgende verschijnselen onderzocht:

- zoutconcentratieverloop bij een stationaire toestand;
- insteltijden voor geleidelijke veranderingen in de randvoorwaarden en sprongsgewijze veranderingen;
- hoogwatergolven.

In figuur 34 is een berekende zoutverdeling langs de Waaltak uitgezet naast de gemeten waarden bij een stationaire toestand.

De berekende waarden blijken in het algemeen goed overeen te komen met de waarden van de gemeten situatie.

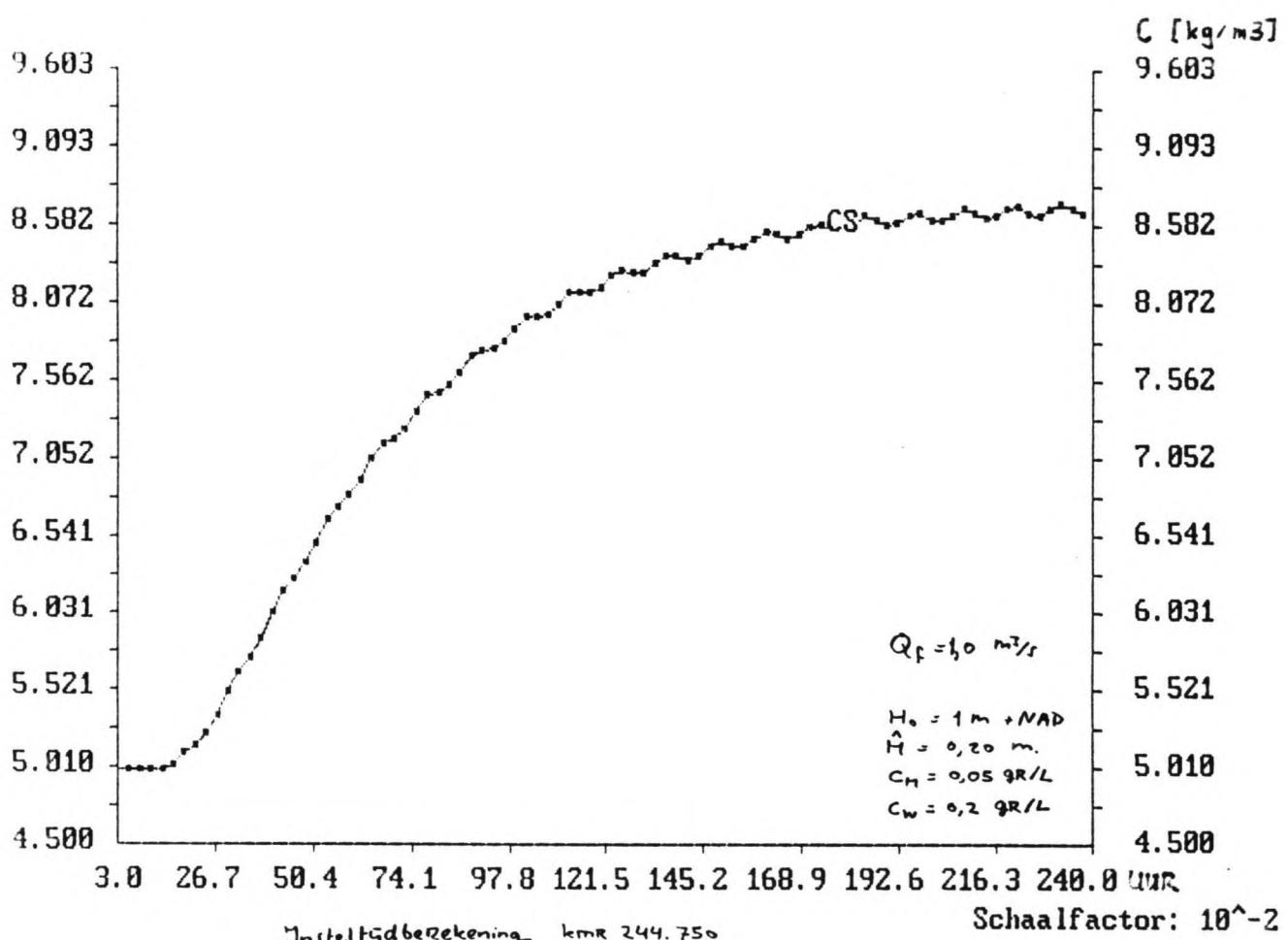
Insteltijden lagen in de orde van 10 dagen, afhankelijk van de bovenafvoer en de waterstand op de Waal. Door het vaak



Figuur 34.

sterk wisselend karakter van de randvoorwaarden van de Waaltak in de natuur, is het bijzonder moeilijk uit de metingen gestileerde situaties te vinden waaraan een berekende insteltijd geverifieerd kan worden. Als schatting kan gegeven worden dat de berekende insteltijden circa 30% kleiner waren dan de "gemeten" insteltijden.

Het doorrekenen van de maand augustus 1985 met variërende randvoorwaarden liet zien, dat de berekende (tussentijdse) zoutverdelingen overeen kwamen met de gemeten waarden. De berekende instelsnelheid bij het stapsgewijs veranderen van een randvoorwaarde (Q_f) was inderdaad circa 10-25% kleiner dan de werkelijke snelheid.

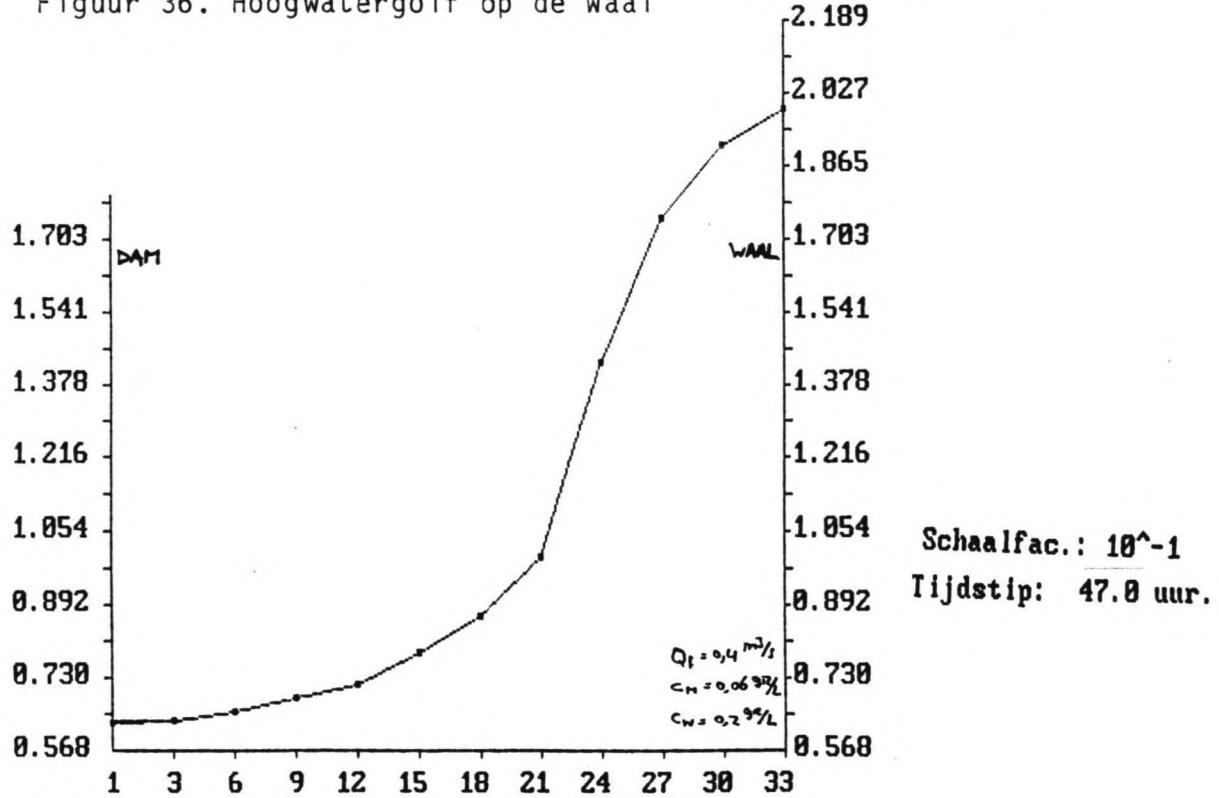
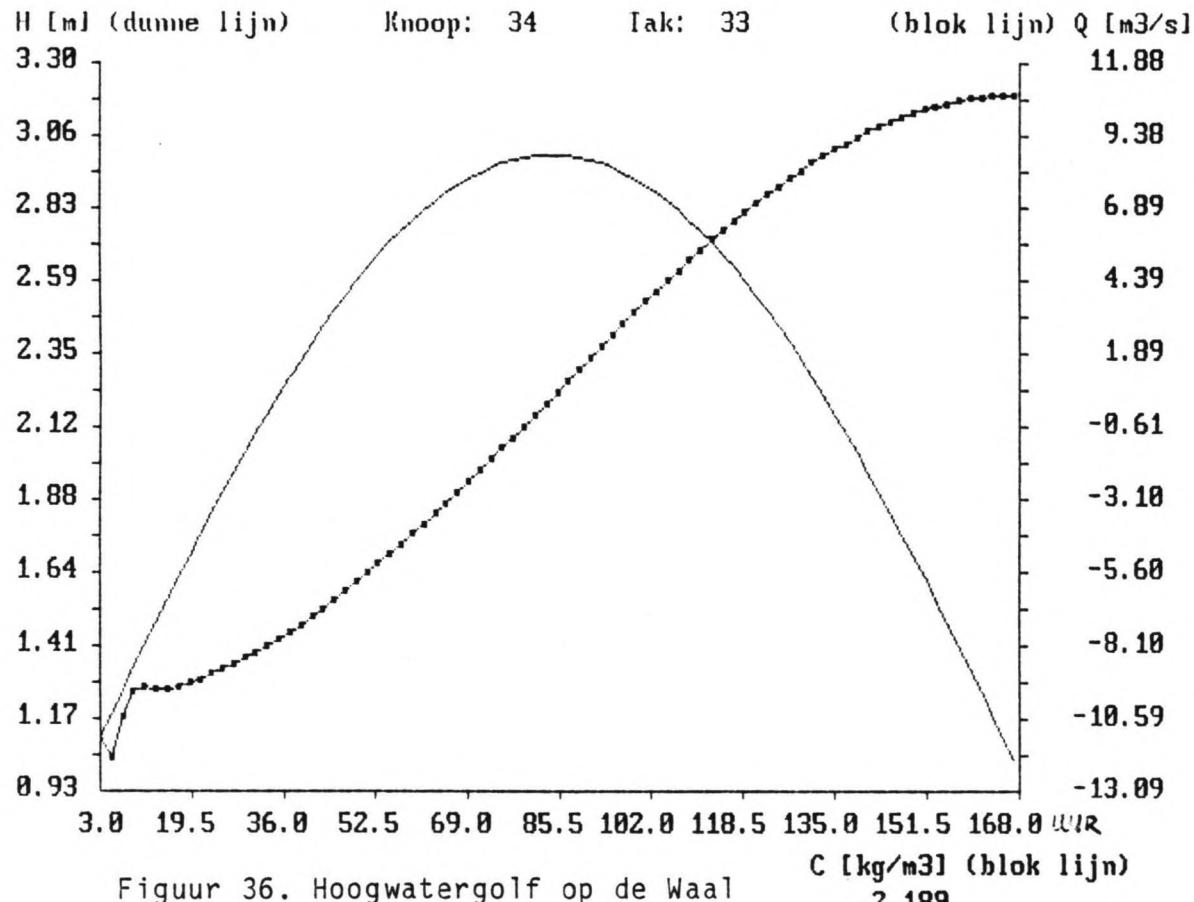


Figuur 35.

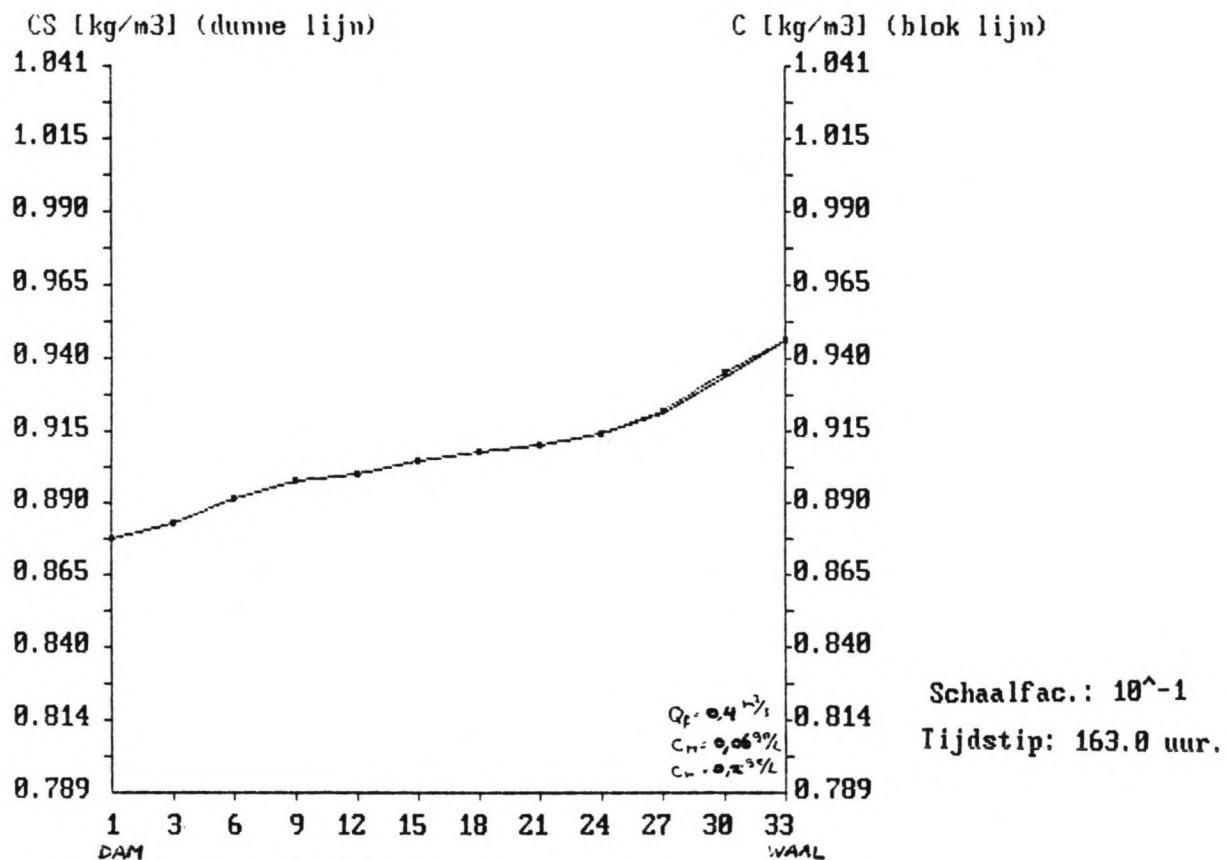
Als belangrijkste praktisch resultaat werd gevonden, dat hoogwatergolven geen grote invloed op de zoutconcentratie bij de dam hebben als het nettodebiet ($Q_p - Q_s$) groter dan nul kan blijven (zie Fig. 36, 37 en 38). Dat dit in de praktijk vaak niet het geval is bij hoogwatergolven, wordt veroorzaakt door twee verschijnselen:

- het pompdebiet zakt door een stijging na de opvoerhoogte;
- het lekdebiet door de sluis stijgt door een stijging van het waterstandsverschil.

Dat de resultaten zo goed overeenkomen met de werkelijkheid en dat er betrouwbare voorspellingen gedaan kunnen worden, is te danken aan enerzijds het model dat door schematisatie, ijking en structuur nauwkeurig genoeg is, en anderzijds aan



het inwendige evenwicht van het model. Dit evenwicht wordt veroorzaakt doordat de concentraties over de Waaltak altijd tussen de concentraties van Waal en Maas moeten liggen, en door de overgang van breed en diep naar smal en ondiep bij kmr 246.



Figuur 38. Zoutdistributie bij Fig. 36

6.5 Conclusies

Het programma is hier gebruikt voor een andere situatie dan waarvoor zij ontwikkeld is. Door de algemene opzet van het programma zijn er toch geen moeilijkheden gerezen met betrekking tot de gewenste invoermogelijkheden. Het impliciet differentiatieschema liet korte rekentijden toe. Bovendien kon de uitvoer, vergelijkbaar met de meetgegevens worden gepresenteerd.

Mochten er met dit programma meer van dergelijke "estuarium" modellen worden samengesteld, dan zou de volgende verbetering nuttig zijn:

- per vak een beginconcentratie invoeren in plaats van één algemene beginconcentratie.

7. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

7.1 Conclusies

Het blijkt dat het analytisch model zeer geschikt is om op een eenvoudige wijze voor een stationaire toestand de netto bovenafvoer te berekenen. Er kan dan een eis aan de zoutverdeling worden opgelegd als de randvoorwaarden bekend zijn. Op dezelfde wijze kan de zoutdistributie langs de Waaltak worden berekend, indien de randvoorwaarden bekend zijn.

Het analytisch model is niet geschikt om de invloed van hoogwatergolven te berekenen en dus te voorspellen. Ook voor de berekening van insteltijden van de zoutverdeling na wijzigingen van de randvoorwaarden is het analytisch model minder geschikt.

De beperkingen van het analytisch model maakten de ontwikkeling van een numeriek model gewenst.

Met het numeriek model kunnen goede voorspellingen worden gedaan met betrekking tot zoutverdelingen op de Waaltak en insteltijden bij veranderende randvoorwaarden. Door de stabiliteit van het systeem zijn voorspellingen van een maand te maken met slechts geringe afwijkingen van de werkelijk gemeten waarden.

Als praktisch resultaat werd gevonden dat het wekelijks meten van de zoutverdeling op de Andelse Maas voldoende is en dat een hoogwatergolf geen grote nadelige invloed op de zoutconcentratie bij het innamepunt heeft als het pompdebiet groter blijft dan het sluisdebiet.

Het ligt voor de hand om het numeriek model te gebruiken en verder te ontwikkelen voor de toepassing van deze resultaten op het pompbeheer. Door het programma uit te breiden tot het

door Ratsma ontwikkelde model, wordt een pompregiem mogelijk dat allerter en economischer kan inspelen op veranderingen van de situatie.

7.2 Aanbevelingen

- Afhankelijk van de eisen die DWL aan de zoutdistributie op de Waaltak stelt, kunnen met de analytische resultaten tafelen en grafieken worden opgesteld waarin de netto bovenafvoer kan worden afgelezen om een evenwicht in de zoutdistributie te handhaven afhankelijk van de randvoorwaarden.
- Het verdient aanbeveling het computerprogramma "CALAM" op enkele punten aan te passen, zodat het sterker gericht wordt op de situatie op de Waaltak:
 - * de meetwaarden van de zoutdistributie behoren rechtstreeks in het programma ingevoerd te kunnen worden om als aanvangswaarden voor een berekening gebruikt te worden;
 - * het programma is voor praktische toepassing beter geschikt als de in- en uitvoer gestandaardiseerd wordt, ideaal zou zijn indien een economisch en praktisch verantwoord pompregiem als uitvoer wordt gegeven.
- Er kan zelfs gedacht worden aan het weer in gebruik nemen van de zoutconcentratie-meetpaal die DWL bij kmr 246 heeft geplaatst. Het numeriek model (en ook een berekening met het analytisch model) heeft voldoende zoutconcentratiegegevens als de waarden op de Waal, bij kmr 246, en aan de dam bekend zijn. Er zouden dan minder vaak metingen met de meetboot nodig zijn.

- Het is belangrijk dat een verder te ontwikkelen model nauwkeurig wordt geijkt aan meetresultaten. Het verdient daarom aanbeveling bij de wekelijkse metingen de gemiddelde waterstand aan de Waalzijde en de Maaszijde van de dam te noteren samen met het tijdstip van meten. Het zou ideaal zijn, indien de zoutconcentraties op de Waaltak steeds bij hoogwater worden gemeten. Dit zal alleen niet altijd mogelijk zijn.
- Het blijkt, dat alleen onaanvaardbaar hoge zoutconcentraties aan de dam worden gemeten als sprake is van een hoogwatergolf op de Waal. Het zou daarom gewenst zijn als op een volgende hoogwatergolf wordt ingespeeld met een dagelijkse zoutdistributie meting op de Waal om daarna de werking van het computerprogramma aan de gevonden meetresultaten te toetsen.
- De belangrijkste aanbeveling die gedaan kan worden is het programma "CALAM", ter bepaling van het dispersiedebiet, samen met het model van De Mooy, ter bepaling van het sluisdebit, in te passen in het model van Ratsma ter optimalisering van het pompregiem.

LITERATUURLIJST

- Numerieke berekeningen in waterbouwkunde en hydrologie
C.B. Vreugdenhil, TH Delft 1985
- Lange Golven, college handleiding b73
C. Verspuy en M. de Vries, TH Delft 1981
- Jaarboeken der watergolven
RWS, dienst Getijdewateren
- Lek- en schutdebieten Wilhelminasluis te Andel
H.W. de Mooy, afstudeerverslag TH Delft 1985
- Dispersie van afbreekbare verontreinigingen in oxydatievijvers
B. Visser, afstudeerverslag TH Delft 1986
- Bedrijfsvoering Circulatiepompen Andelse Maas
K.J. Ratsma, afstudeerverslag TH Delft 1984
- Stromingsverschijnselen in de Andelse Maas
Aanvullend rapport, J. van Dijken, DWL-rapport 1976
- Dispersie van opgeloste stoffen in rivieren
A. van Mazijk, TH Delft 1984
- Jaarverslagen DWL 1982, 1983, 1984
- Mixing in inland and coastal waters
H.B. Fischer e.a.
Academic Press New York, 1979
- Vloeistofmechanica, college handleiding b72
M. de Vries, TH Delft 1979
- Calamiteitenmodel voor het Noordnederlands Delta-bekken
J. Urbanus en J. Vreeburg, TU Delft 1987

- Salinity Intrusion in Estuaries
D. Prandle 1981
- Longitudinale dispersie in een goed gemengd estuarium,
Aanvulling handleiding b82
C. Kranenburg, TH Delft 1984

SYMBOLENLIJST

| | |
|--------------------------|---|
| a (m) | waterdiepte |
| A (m^2) | doorsnede waterloop loodrecht op de stroomrichting |
| A_0 (m^2) | gelijk aan A ter plaatse van de riviermonding |
| B_b (m) | bergende breedte |
| B_s (m) | stroomvoerende breedte |
| \bar{c} (kg/m^3) | zoutconcentratie |
| c (m/s) | watersnelheid bij grensdiepte ($\sqrt{g}a$) |
| c_0 (kg/m^3) | zoutconcentratie op de Waal, ook wel c_{waal} genoemd |
| \bar{c}_1 (kg/m^3) | zoutconcentratie bij de dam, ook wel c_{dam} of c_{maas} genoemd |
| C (m/s) | bodemgladheidconstante ($\bar{u}/\sqrt{R \cdot i}$) |
| | R = hydraulische straal |
| | i = verhang |
| D_l (m^2/s) | longitudinale dispersiecoëfficiënt |
| D_x (-) | evenredigheidsfactor in numeriek model ($D_l/a.u^*$) |
| e (m^2/s) | moleculaire diffusiecoëfficiënt |
| E (m^2/s) | dispersiecoëfficiënt |
| Fr (-) | getal van Froude (= $\bar{u}/\sqrt{g}a$) |
| g (m/s^2) | versnelling t.g.v. de zwaartekracht |
| H (m) | waterstand t.o.v. NAP |
| H_0 (m) | getijgemiddelde waterstand op de Waal |
| H_w (m) | waterstand op de Waal |
| ΔH_S (m) | waterstandsverschil over de dam ($H(\text{Waal}) - H(\text{Maas})$) |
| \hat{H} (m) | getijamplitude |
| i_b | verhang waterlijn |
| k ($1/m$) | evenredigheidsfactor in $(\bar{c} - c_1)/(c_0 - c_1) = \exp(-k.x)$ |
| L (m) | lengte van de waterloop |
| P (m^3) | ingebrachte hoeveelheid water gedurende een getijperiode |

| | |
|---|---|
| Q (m^3/s) | debiet |
| Q_f (m^3/s) | netto bovenafvoer ($Q_p - Q_s$) |
| Q_p (m^3/s) | pompdebiet |
| Q_s (m^3/s) | gemiddeld lek-, schut- en spuidebiet door de sluis |
| R_{ie} (-) | Richardsongetal ($\Delta g \cdot a \cdot g \cdot Q_f / (\rho \cdot A \cdot \bar{u}_t^3)$) |
| t (s) | tijd, tijdsduur |
| T (s) | tijdsduur van getijperiode |
| \bar{u}, v, w (m/s) | watersnelheden |
| u^* (m/s) | schuifspanningssnelheid ($\sqrt{\rho \cdot \bar{u}} / C$) |
| \bar{u}_f (m/s) | Q_f / A_s |
| u_t (m/s) | watersnelheid t.g.v. het getij |
| u_{to} (m/s) | watersnelheid in het riviermond t.g.v. het getij |
| α (-) | $D_1 / a \cdot u^*$ |
| β (kg/m^4) | zoutgradiënt ter plaatse van $x = L$ |
| $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ (m) | ribben van riviervakken c.q. waterdeeltjes |
| Δt (s) | tijdstap |
| σ_{D_L} (m^2/s) | standaardafwijking D_1 |
| α (-) | standaardafwijking α |
| ε^* (m^2/s) | $e + e^x$ |
| φ (-) | faseverschuiving van het getij |
| θ (-) | $\arctan(Q_f / (A \cdot D_1))$ |
| λ (m) | getijlengte ($c \cdot T = \sqrt{g \cdot a} \cdot T$) |
| ρ (kg/m^3) | soortelijke massa |
| μ (-) | fractie van de riviervaklengte |
| Ω (-) | integratie constante |

BIJLAGEN:

1. De integratie van de drie-dimensionale differentiaalvergelijking van het stoftransport.
2. Relaties tussen waterstandsverschillen over de dam en het pompdebiet/sluisdebiet.
3. Invloed hoogwatergolf op de zoutdistributie.
4. Geometrie van de Andelse Maas.
5. Tabel error functies.
6. Gebruikershandleiding "CALAM".
7. Schematisatie van de geometrie van de Waaltak voor het numeriek model.

BIJLAGE 1

De integratie van de drie-dimensionale differentiaalvergelijking van het stoftransport

Indien gekeken wordt naar de zoutbalans in een klein element en de variaties in de dichtheid worden verwaarloosd, kan de "zout-balans"-vergelijking worden geschreven als:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u} \cdot \bar{c})}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{v} \cdot \bar{c})}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{w} \cdot \bar{c})}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ e \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ e \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right\} \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ e \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right\} - \frac{\partial (\bar{u}' c')}{\partial x} - \frac{\partial (\bar{v}' c')}{\partial y} - \frac{\partial (\bar{w}' c')}{\partial z} \dots \quad (1)$$

waarin u' , v' , w' en c' de turbulente fluctuaties aangeven, en \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} en \bar{c} de bijbehorende gemiddelde waarden.
 e is de moleculaire diffusiecoëfficiënt.

Volgens de diffusiewet van Fick, kunnen de diffusiecoëfficiënten: e_x , e_y en e_z worden gedefinieerd volgens:

$$(\bar{u}' c') = -e_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}, \quad (\bar{v}' c') = -e_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}, \quad (\bar{w}' c') = -e_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \quad \dots \quad (2)$$

Vgl. (1) en Vgl. (2), samen met de continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$$

geeft:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (e + e_x) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (e + e_y) \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (e + e_z) \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right\} \dots \quad (3)$$

Vgl. (3) is de algemene zoutbalans-vergelijking. Doordat de vergelijking niet-lineair is, en moeilijk oplosbaar, verdient een één-dimensionale vergelijking de voorkeur.

Dit kan worden bereikt door de snelheidscomponenten en de zoutconcentratie op te splitsen in een gemiddelde component over de doorsnede van de stroom loodrecht op de heersende stroomrichting en een variatie daarvan:

$$\bar{u} = \bar{\bar{u}} + u''$$

$$\bar{v} = v''$$

$$\bar{w} = w''$$

$$\bar{c} = \bar{\bar{c}} + c''$$

$$\bar{\bar{u}} \int_A \bar{u} \cdot dA$$

Vgl. (3) wordt nu term voor term geïntegreerd over de dwarsdoorsnede:

$$\begin{aligned} & \int_A \frac{\partial(\bar{\bar{c}} + c'')}{\partial z} \cdot dA + \int_A \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\bar{\bar{u}} + u'')(\bar{\bar{c}} + c'') \right\} dA + \int_A \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v''(\bar{\bar{c}} + c'') \right\} dA + \\ & \int_A \frac{\partial}{\partial z} \left\{ w''(\bar{\bar{c}} + c'') \right\} dA = \int_A (e+e^x) \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{\bar{c}} + c'' \right\} dA + \int_A (e+e^y) \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \bar{\bar{c}} + c'' \right\} dA + \int_A (e+e^z) \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \bar{\bar{c}} + c'' \right\} dA \end{aligned} \quad \dots (5)$$

Het kan bewezen worden, gelijk aan de afleiding van Leibnitz' regel dat:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_A f \cdot dA \right\} = \int_A \frac{\partial f}{\partial x} \cdot dA + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\int_{\Delta A} f \cdot dA}{\Delta x} \right] \quad \dots (6)$$

Als f constant is langs de rand van oppervlak A , gaat Vgl. (6) over in:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_A f \cdot dA \right] = \int_A \frac{\partial f}{\partial x} \cdot dA + f_A \frac{\partial A}{\partial x}$$

waarin f_A overeenkomt met de waarde van f langs de rand van A . De verschillende termen van Vgl. (5) kunnen nu worden geschreven als:

$$(i) \int_A \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\bar{c}} + c'') \cdot dA = A \cdot \frac{\partial \bar{\bar{c}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_A c'' \cdot dA \right\} = A \cdot \frac{\partial \bar{\bar{c}}}{\partial t}$$

$$(ii) \int_A \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\bar{\bar{u}} + u'')(\bar{\bar{c}} + c'') \right\} dA = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_A (\bar{\bar{u}} + u'') \cdot (\bar{\bar{c}} + c'') \cdot dA \right] - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\int_{\Delta A} (\bar{\bar{u}} + u'') \cdot (\bar{\bar{c}} + c'') \cdot dA}{\Delta x} \right]$$

Indien voor de tweede vergelijking wordt aangenomen dat:

$(u + u'')$ is gelijk aan nul langs de rand van A , en de waarde van $(u + u'').(c + c'')$ constant is langs het oppervlak van

het water; kan worden afgeleid dat:

$$\int_A \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\bar{u} + u'') (\bar{c} + c'') \right\} dA = \frac{\partial}{\partial x} (A \cdot \bar{u} \cdot \bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_A u'' \cdot c'' \cdot dA \right\}$$

$$- \left\{ (\bar{u} + u'') \cdot (\bar{c} + c'') \right\} \cdot B \cdot \frac{dh}{dx}$$

$Z = \text{wateroppervlak}$

B is de breedte van het wateroppervlak en dh/dx is de helling van het wateroppervlak langs de heersende stroomrichting.

Als de helling van het wateroppervlak verwaarloosbaar is:

$$\int_A \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\bar{u} + u'') \cdot (\bar{c} + c'') \right\} dA = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A \cdot \bar{u} \cdot \bar{c} \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_A u'' \cdot c'' \cdot dA \right\}$$

$$(iii) \quad \int_A \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v'' \cdot (\bar{c} + c'') \right\} dA = \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ v'' \cdot (\bar{c} + c'') \right\} dy \cdot dz = 0.$$

v'' is gelijk aan nul op y_1 en y_2 .

(y_2, z_1) en (y_2, z_2) zijn punten op de rand van A.

Op gelijke wijze geldt dan:

$$(iv) \quad \int_A \frac{\partial}{\partial z} \left\{ w'' (\bar{c} + c'') \right\} dA = 0$$

ε^x wordt gedefinieerd als:

$$(v) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \varepsilon^x \cdot A \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right\} = \int_A \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (e + e^x) \cdot \frac{\partial (\bar{c} + c'')}{\partial x} \right\} dA \quad \dots (8)$$

$\varepsilon^x = (e + e^x)$ als A niet afhankelijk is van x.

$$(vi) \quad \int_A \frac{\partial}{\partial y} \left[(e + e^y) \frac{\partial}{\partial y} (\bar{c} + c'') \right] dA + \int_A (e + e^y) \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\bar{c} + c'') \cdot dA$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} \left[(e + e^y) \frac{\partial}{\partial y} (\bar{c} + c'') \right]_{y_1}^{y_2} dz + \int_{y_1}^{y_2} \left[(e + e^y) (\bar{c} + c'') \right]_{z_1}^{z_2} dy$$

= de netto horizontale zoutdiffusie door de randen van A
+ de netto verticale zoutdiffusie door de randen van A.
= 0.

Met deze vergelijkingen kan Vgl. (5) worden herleid tot:

$$A \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A \cdot \bar{u} \cdot \bar{c} \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_A u'' c'' dA \right\} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\varepsilon^* \cdot A \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right] \quad \dots (9)$$

De integratie van Vgl. (5) om Vgl. (9) ter verkrijgen is uitgevoerd door Holley and Harleman (1965).

De term $\frac{\partial}{\partial x} (\int_A u'' c'' dA)$ staat voor het zouttransport ten gevolge van variaties in de concentratie en de stroomsnelheid over de dwarsdoorsnede van het beschouwde water.

Zo geldt voor een goed gemengd estuarium waar de zoutconcentratie constant is: $c'' = 0$, zodat ook het aandeel van de term gelijk aan nul is. In een estuarium met een bestaande zouttong, treden grote variaties in \bar{u} en \bar{c} op, zodat de term een belangrijk aandeel in de menging heeft.

De integraalvorm van de term, die de invloed van ruimtelijke snelheids- en concentratievariaties inbrengt, maakt een analytisch gebruik ervan lastig.

Taylor (1953/1954) toonde aan dat voor een stationaire stroom door rechte buizen - zowel turbulent als laminair - het aandeel van de term in Vgl. (9) kan worden beschreven als een soort diffusie recht evenredig met de longitudinale zoutgradiënt.

$$\int_A u'' c'' dA = - E \cdot A \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad \dots (10)$$

Door een nieuwe longitudinale dispersie-coëfficiënt te introduceren: D_l is $E + X$, gaat Vgl. (9) over in:

$$A \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A \cdot \bar{u} \cdot \bar{c} \right\} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A \cdot D_L \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right\} \quad \dots \quad (11)$$

Vgl. (11) is de één-dimensionale zoutbalans-vergelijking. Taylor heeft ook laten zien, dat deze afleiding gerechtvaardigd is en dat het aandeel van E in D_L overheerst boven het aandeel van moleculaire en turbulente diffusie.

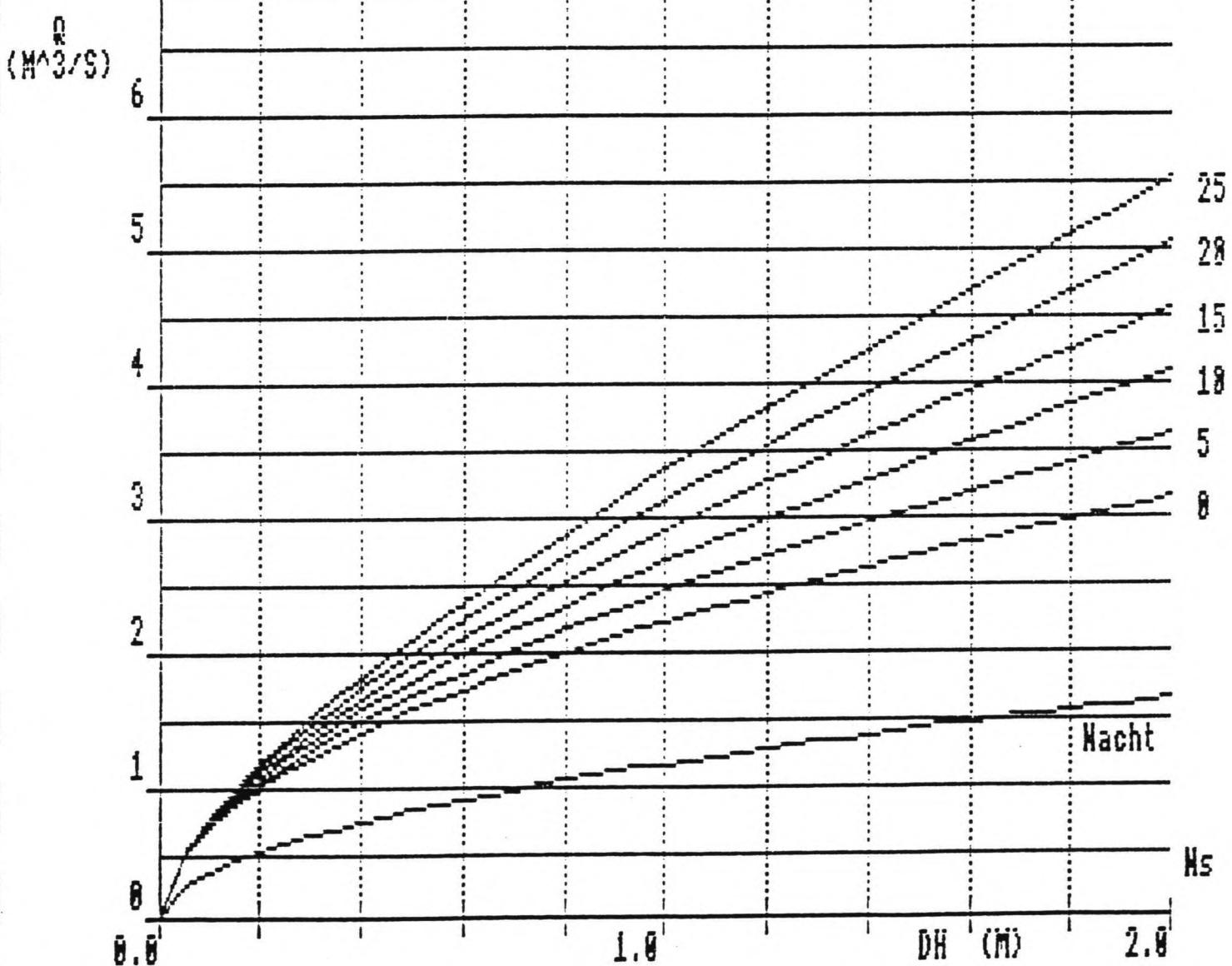
BIJLAGE 2

Relaties tussen waterstandsverschillen over de dam en het pompdebiet/sluisdebiet.

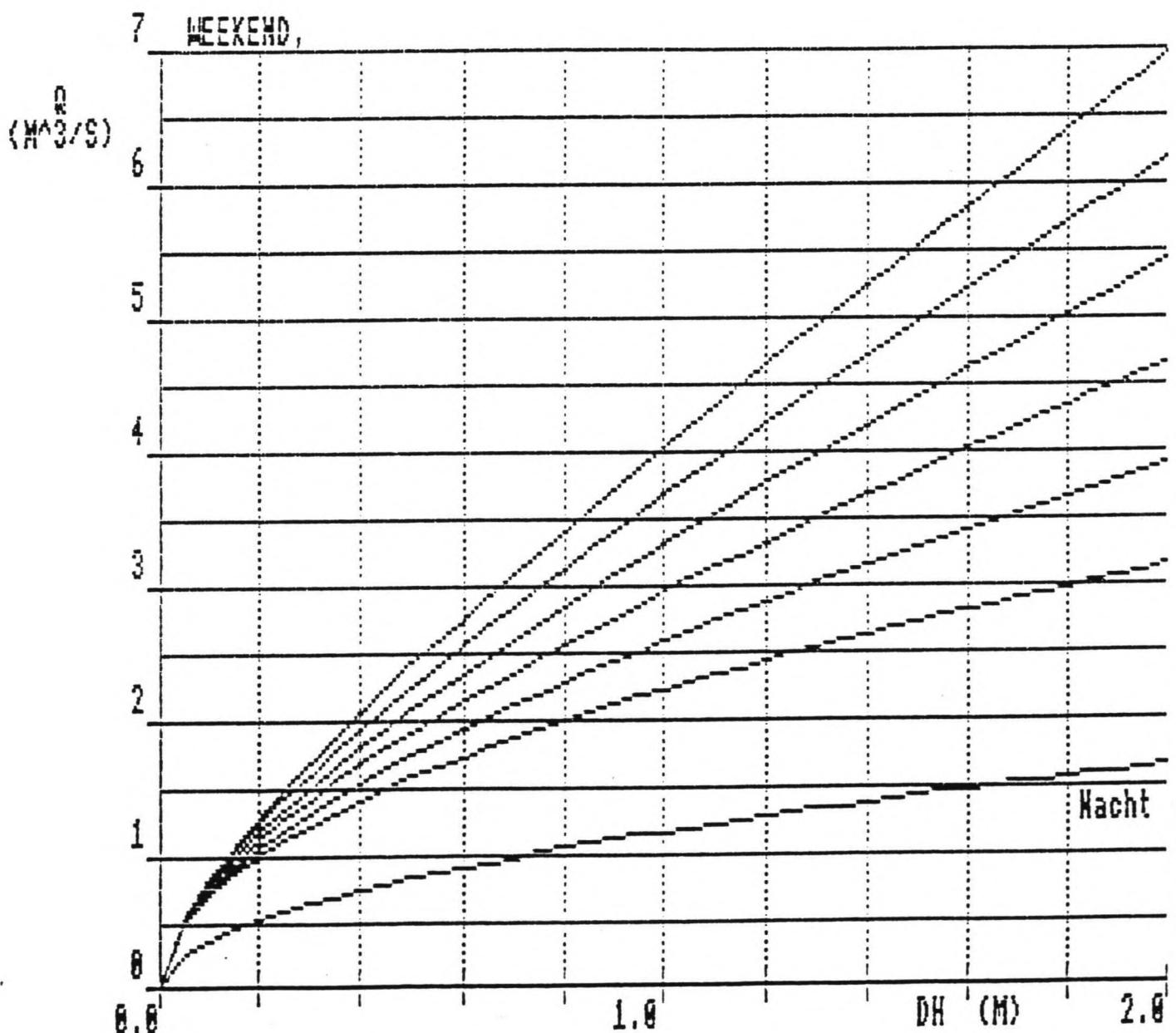
Relatie Q - dH - Ns.

Nomogrammen ter bepaling van de gemiddelde debieten tijdens en buiten schutbedrijf, afhankelijk van de scheepvaartintensiteit, het seizoen en de weekdag.

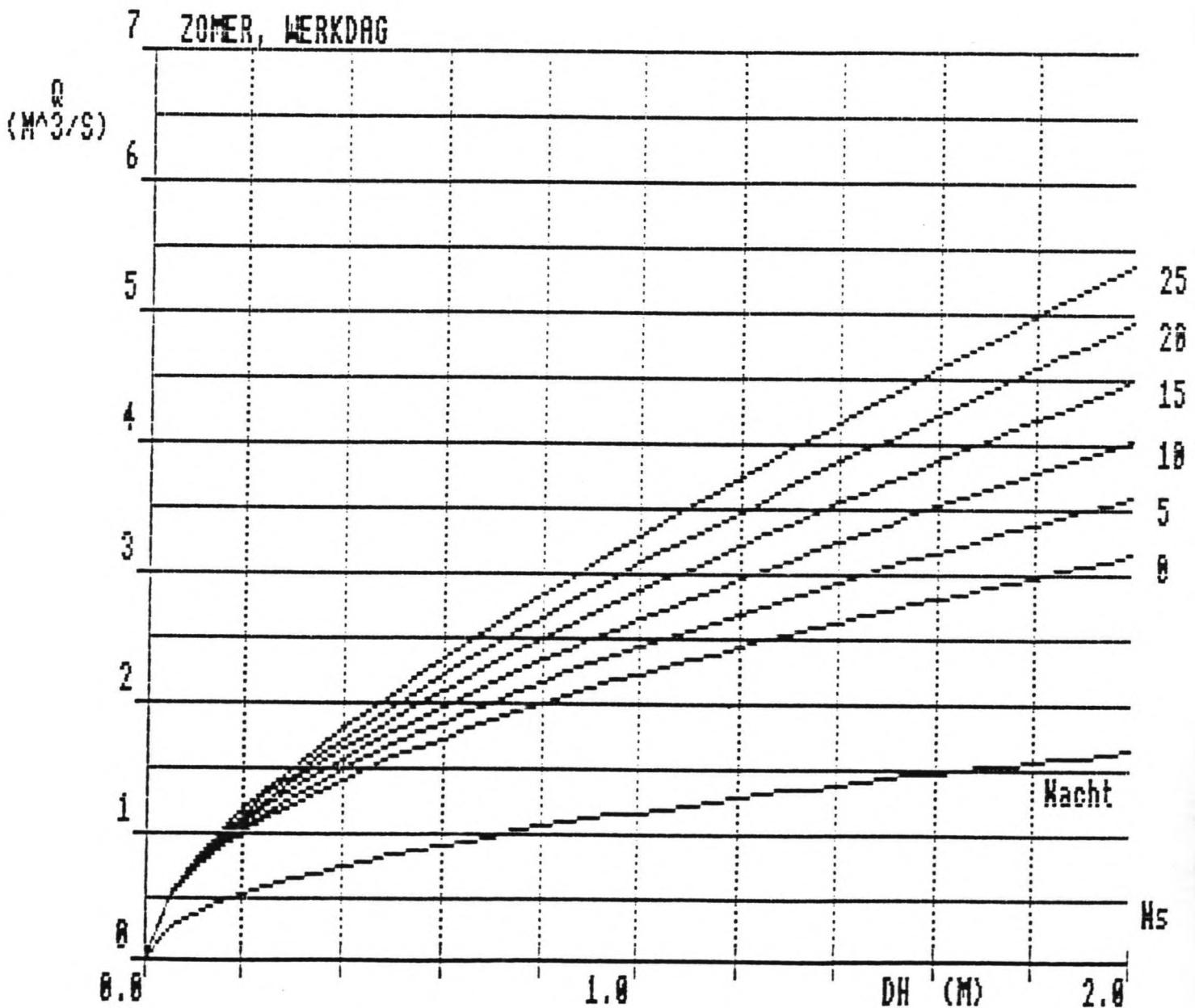
7 WINTER, WERKDAG

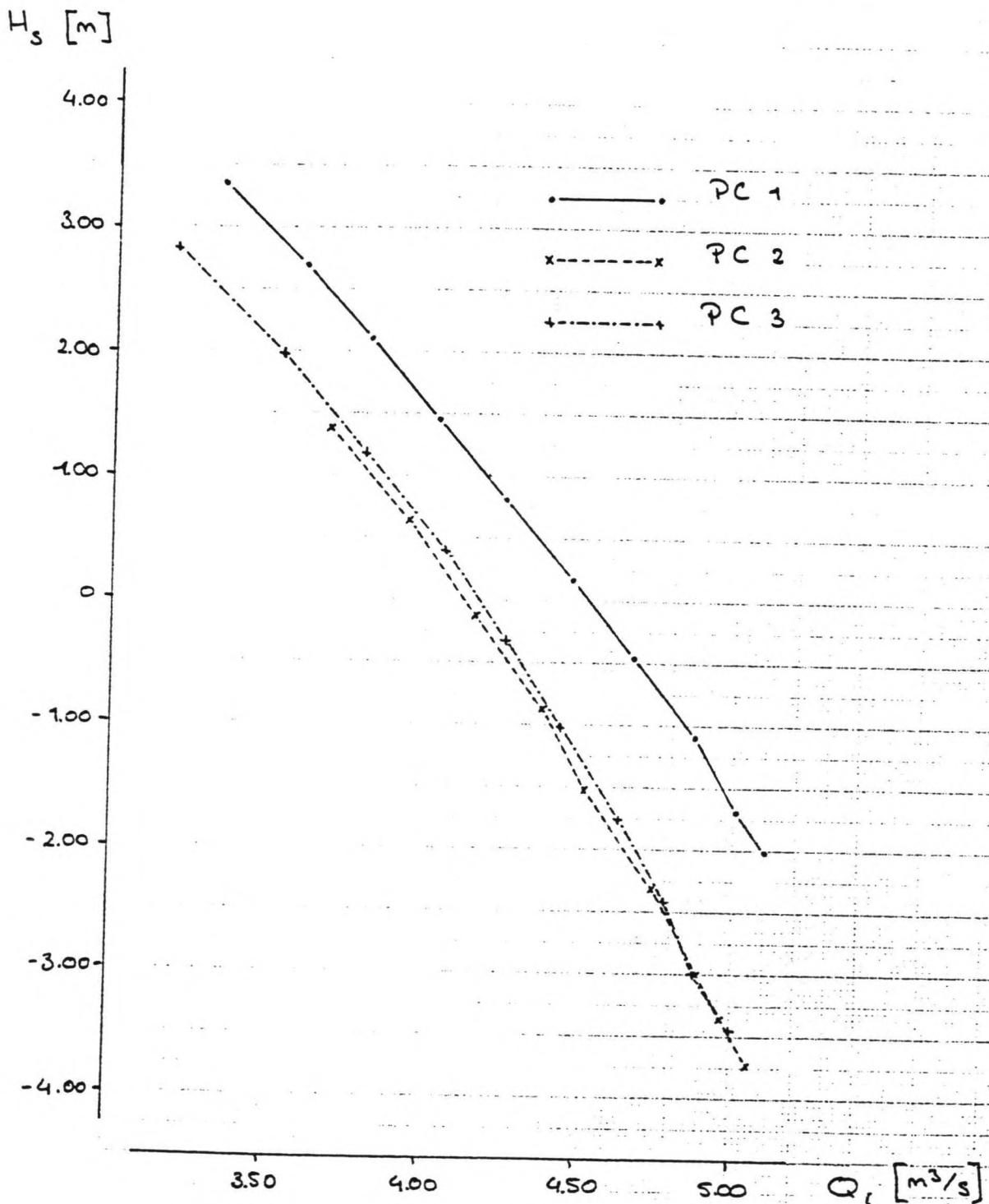


Relatie Q - dH - Ns.

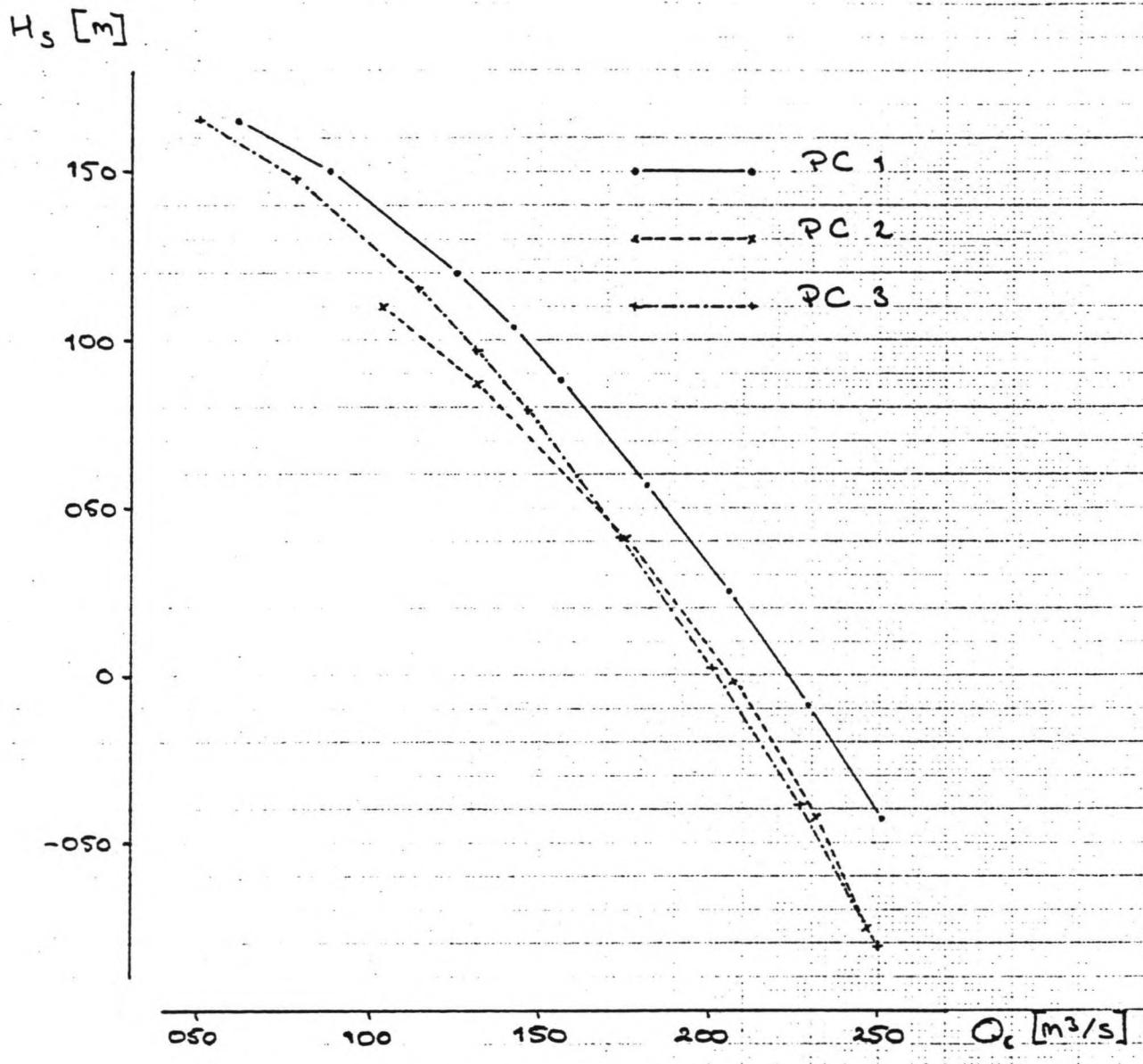


Relatie Q - dH - Ns.

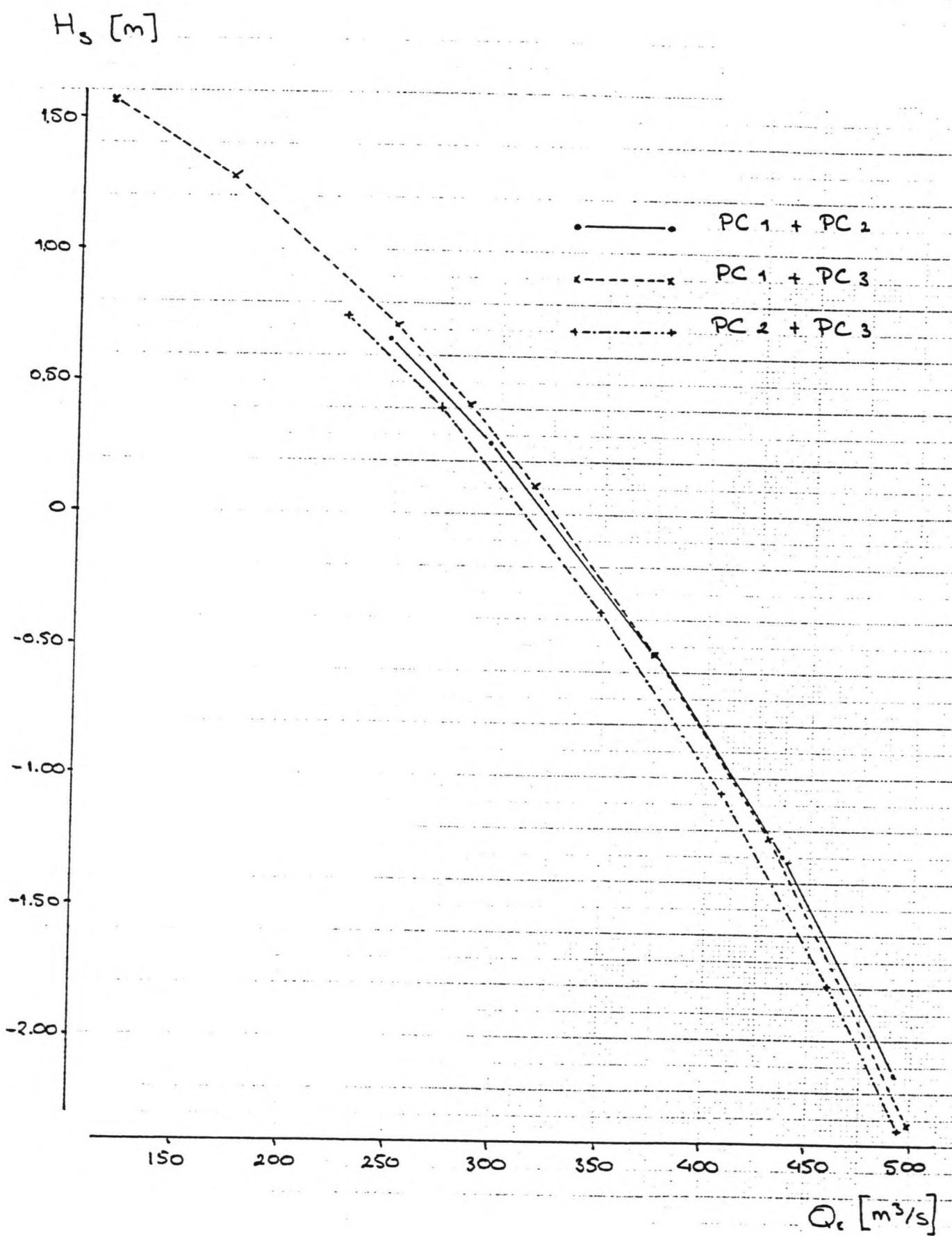




De Q_c - H_s -krommen van de circulatiepompen PC₁, PC₂ en PC₃ bij een toerental van 410 omw/min. De krommen zijn gekonstrueerd uit de karakteristieken van bijlage 3^c en de verlieskoëfficiënten, volgend uit -in 1985- geregistreerde waarden van Q_c - H_s -kombinaties



De Q_c - H_s -krommen van de circulatiepompen PC_1 , PC_2 en PC_3 bij een toerental van 203 omw/min. De krommen zijn gekonstrueerd uit de karakteristieken van bijlage 3^a en de verlieskoëfficiënten, volgend uit -in 1985- geregistreerde waarden van Q_c - H_s -kombinaties



De Q_c - H_s -krommen van de pompkombinaties PC_1/PC_2 , PC_1/PC_3 en PC_2/PC_3 bij een toerental van 203 omw/min. De krommen zijn gekonstrueerd uit de karakteristieken van bijlage 3^a en de verlieskoëfficiënten, volgend uit -in 1985- geregistreerde waarden van Q_c - H_s -kombinaties.

BIJLAGE 3

3. Invloed hoogwatergolf op de zoutdistributie.

| Hoogwatergolf | maximale waterstand |
|---------------------|---------------------|
| 4- 6 jan. 1984* | 210 cm + NAP |
| 17-24 jan. 1984* | 249 cm + NAP |
| 6-15 febr. 1984* | 405 cm + NAP |
| rond 1 juni 1984* | ca. 240 cm + NAP |
| 27-31 nov. 1984* | 210 cm + NAP |
| rond 10 febr. 1985* | ca. 200 cm + NAP |
| 13-20 jan. 1986 | ca. 255 cm + NAP |
| rond 2 april 1986 | ca. 265 cm + NAP |
| rond 10 juni 1986 | ca. 210 cm + NAP |

* Van betreffende maanden is de zoutdistributiemeting
bijgevoegd.

DUNN Waterleiding VAN 'SGRAVENHAGE

PRODUCTIE BRAKEL
Phi: thijssen

SUSS

MAAND JAN 1984

DAATUM INLAATPS C. m³/h/4

27-12 77
3-1 70
10-1 67
17-1 64
24-1 68

CIRCUITTE GEMAALE
m³/sec.

2.72
1.97
2.79
2.87
1.97

PL. IN
HOOFD
120

100

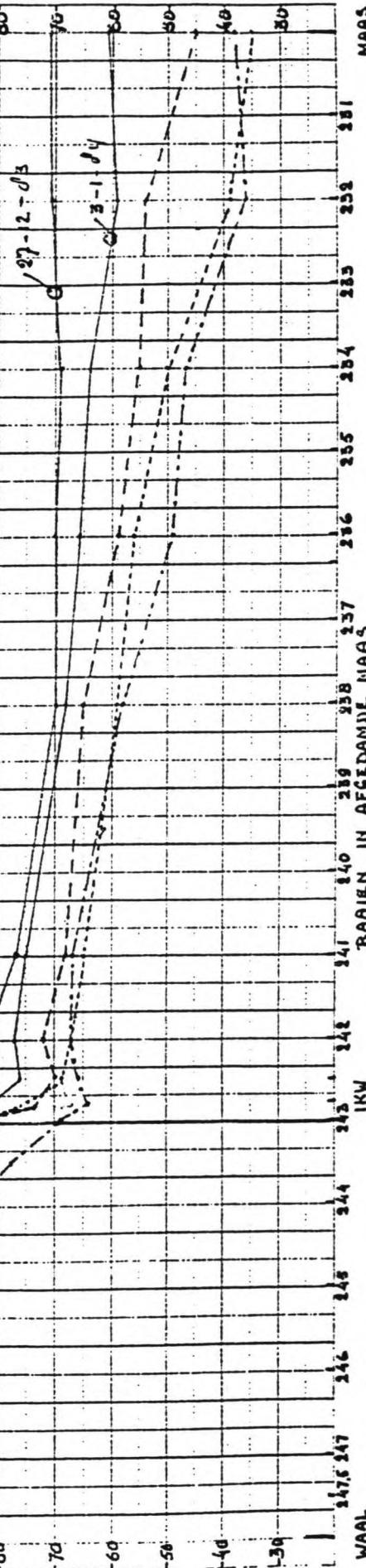
80

60

40

20

0



WAAL

147.5

146

145

144

143

142

141

140

139

138

137

136

135

134

133

132

131

130

129

128

127

126

125

124

123

122

121

120

119

118

117

116

115

114

113

112

111

110

109

108

107

106

105

104

103

102

101

100

99

98

97

96

95

94

93

92

91

90

89

88

87

86

85

84

83

82

81

80

79

78

77

76

75

74

73

72

71

70

69

68

67

66

65

64

63

62

61

60

59

58

57

56

55

54

53

52

51

50

49

48

47

46

45

44

43

42

41

40

39

38

37

36

35

34

33

32

31

30

29

28

27

26

25

24

23

22

21

20

19

18

17

16

15

14

13

12

11

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1

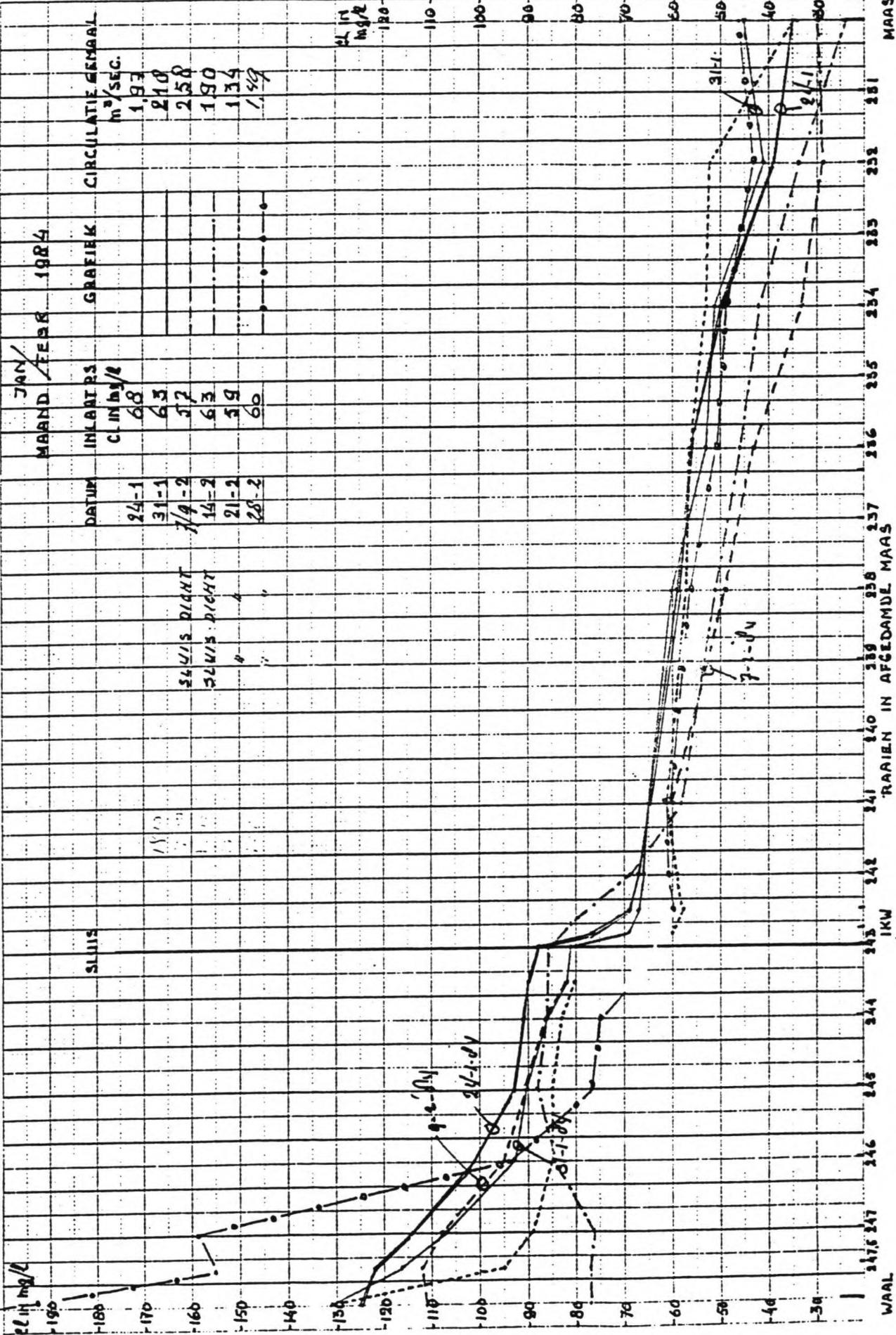
0

MAAS

H.G.S. Huyboom

DUINWATERLEIDING VAN 'S GRAVENHAGE

PRODUCTIE BRAKEL

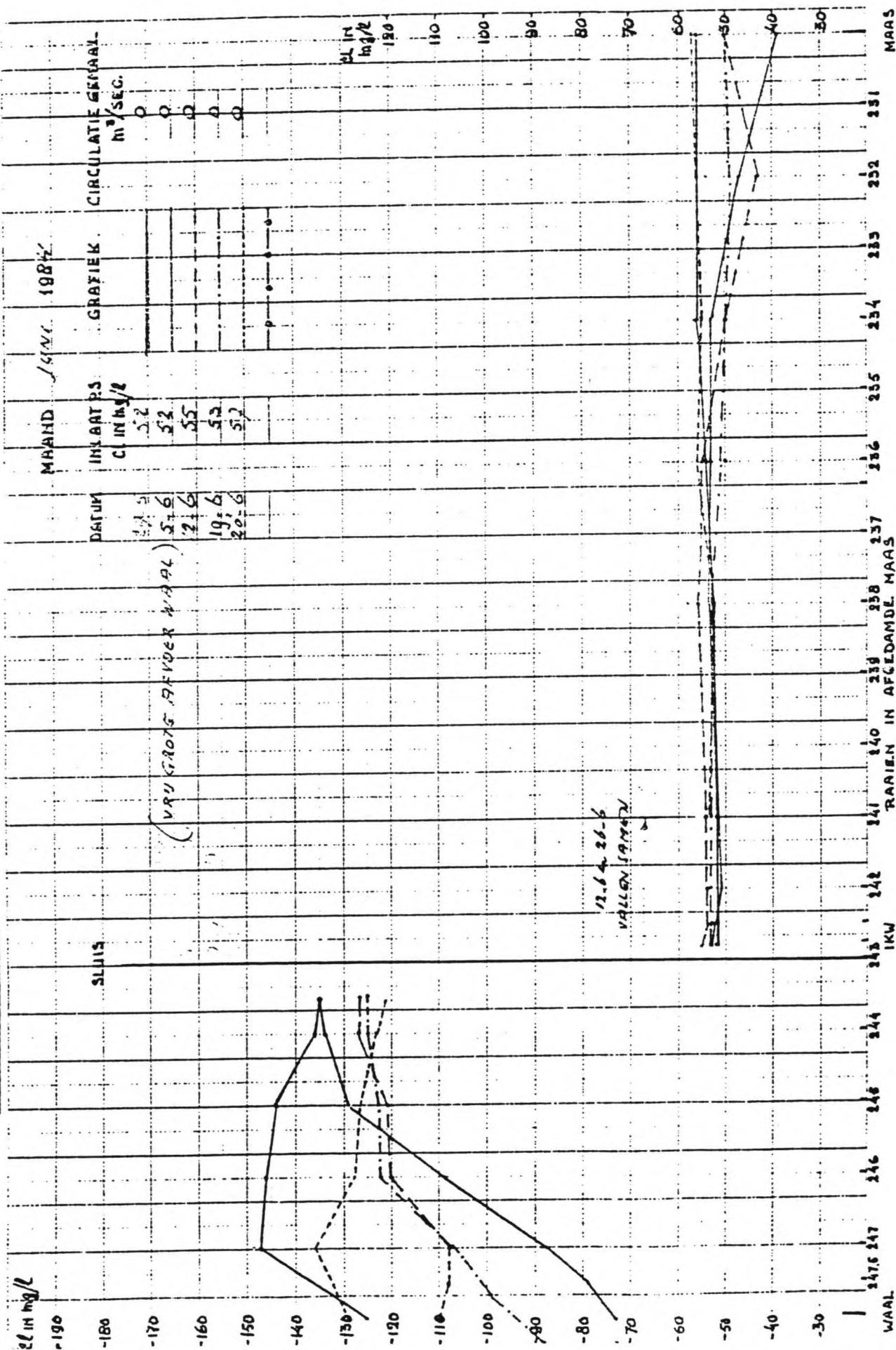


DRIEKWATERLEIDING

VAN 'SGRAVENHAGE

PRODUCEER BRAKEL

G.S. Huyssen

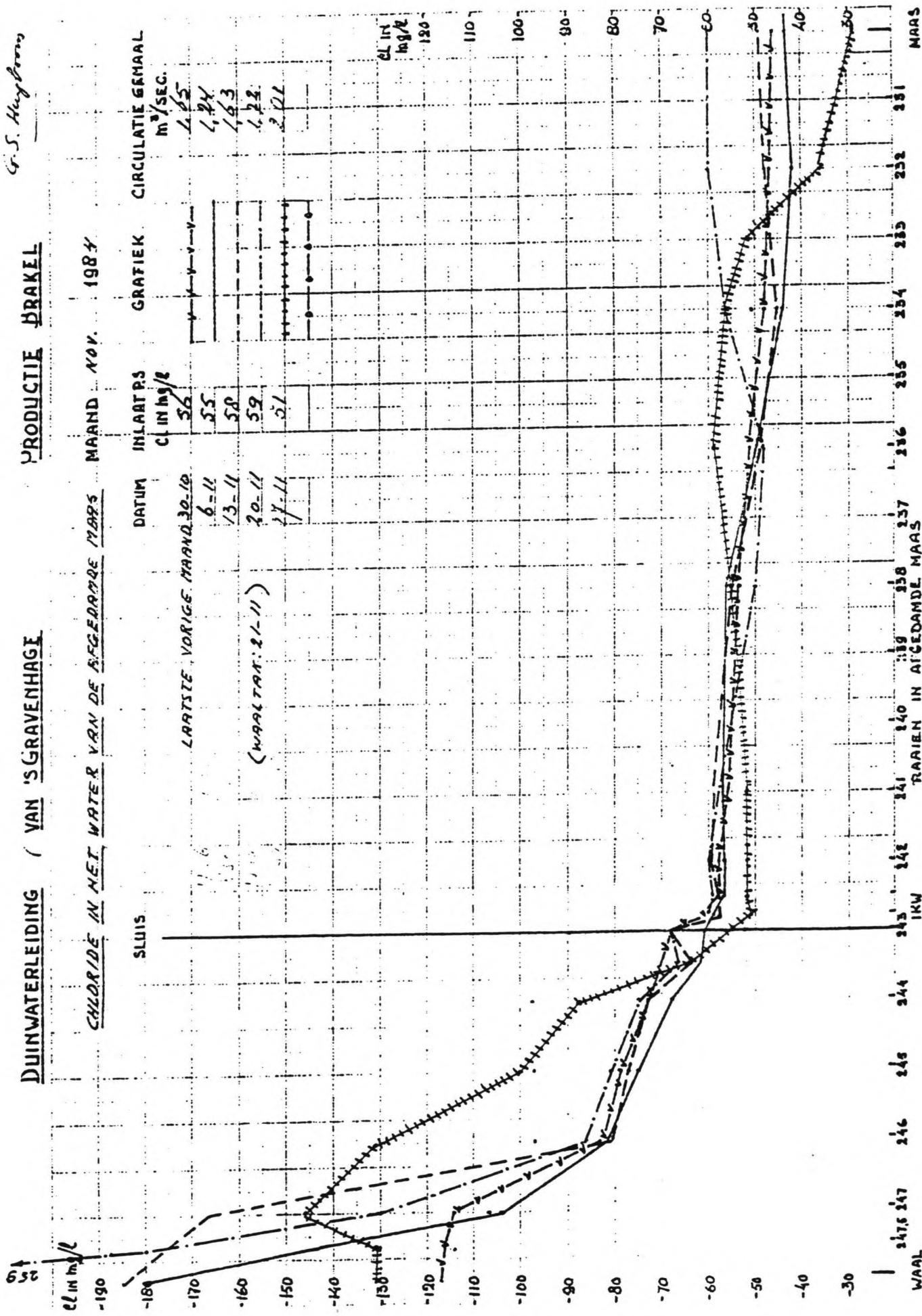


DUINWATERLEIDING / VAN 'S GRAVENHAGE

G. J. Huygen

PRODUCTIE BRAKEL

CHLORIDE IN HET WATER VAN DE AFGEARDE MARS ... MAAND NOV. 1984



BIJLAGE 4

4. Geometrie van de Andelse Maas.

De stroomvoerende doorsneden van de Waaltak worden bepaalde met de volgende vergelijking: $A_{sw} = a_{s1} + a_{s2} \cdot H_w$, waarin H_w de waterstand in de Waaltak (in m tov NAP) is. De koëfficiënten a_{s1} en a_{s2} worden afgeleid uit peilkaarten. De koëfficiënt a_{s1} is het produkt van de afstand tussen de meetpunten en de som van de peildieptes (onder NAP). De koëfficiënt a_{s2} is de afstand tussen de dijken. De koëfficiënten a_{s1} en a_{s2} , die zijn afgeleid van peilkaart 83.6496 van de Rijkswaterstaat, Directie Benedenrivieren zijn:

| kmr. | a_{s1} | a_{s2} | kmr. | a_{s1} | a_{s2} |
|---------|----------|-----------|-----------------------|----------|-----------|
| 243.500 | 871 | 248 (220) | 245.625 | 1197 | 385 (240) |
| 625 | 714 | 235 (160) | 750 | 962 | 320 (200) |
| 750 | 614 | 198 (130) | 875 | 670 | 275 (180) |
| 875 | 714 | 205 (140) | 246.000 | 466 | 235 (150) |
| 244.000 | 673 | 230 (160) | 125 | 451 | 195 (140) |
| 125 | 797 | 255 (190) | 250 | 390 | 160 (140) |
| 250 | 949 | 263 (200) | 375 | 449 | 185 (160) |
| 375 | 1185 | 285 (220) | 500 | 458 | 225 (150) |
| 500 | 1292 | 305 (240) | 625 | 405 | 223 (150) |
| 625 | 1603 | 305 (250) | 750 | 361 | 235 (170) |
| 750 | 1360 | 275 (220) | 875 | 335 | 218 (130) |
| 875 | 1190 | 273 (210) | 247.000 | 258 | 245 (80) |
| 245.000 | 1309 | 270 (220) | 125 | 209 | 80 (60) |
| 125 | 1269 | 308 (250) | 250 | 266 | 96 (80) |
| 250 | 1557 | 325 (290) | 375 | 356 | 123 (100) |
| 375 | 1523 | 360 (280) | 500 | 327 | 115 (90) |
| 500 | 1305 | 415 (290) | X | 803 | 245 (178) |
| | | | ~ | 439 | 73 (62) |
| | | | $\sum_{n=1}^{\infty}$ | | |

(tussen haakjes is de ondergrens van a_{s2} - het produkt van het aantal meetpunten en de afstand tussen de meetpunten - vermeld)

BIJLAGE 5

ERROR FUNCTION AND FRESNEL INTEGRALS

ERROR FUNCTION AND ITS DERIVATIVE

| x | $\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$ | $\operatorname{erf} x$ | x | $\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$ | $\operatorname{erf} x$ |
|------|--|--|------|--|--|
| 0.00 | 1.12837 91671 | 0.00000 00000 | 0.50 | 0.87878 25789 | 0.52049 98778 |
| 0.01 | 1.12826 63348 | 0.01128 34156 | 0.51 | 0.86995 15467 | 0.52924 36198 |
| 0.02 | 1.12792 79057 | 0.02256 45747 | 0.52 | 0.86103 70343 | 0.53789 86305 |
| 0.03 | 1.12736 40827 | 0.03384 12223 | 0.53 | 0.85204 34444 | 0.54646 40969 |
| 0.04 | 1.12657 52040 | 0.04511 11061 | 0.54 | 0.84297 51813 | 0.55493 92505 |
| 0.05 | 1.12556 17424 | 0.05637 19778 | 0.55 | 0.83383 66473 | 0.56332 33663 |
| 0.06 | 1.12432 43052 | 0.06762 15944 | 0.56 | 0.82463 22395 | 0.57161 57638 |
| 0.07 | 1.12286 36333 | 0.07885 77198 | 0.57 | 0.81536 63461 | 0.57981 58062 |
| 0.08 | 1.12118 06004 | 0.09007 81258 | 0.58 | 0.80604 33431 | 0.58792 29004 |
| 0.09 | 1.11927 62126 | 0.10128 05939 | 0.59 | 0.79666 75911 | 0.59593 64972 |
| 0.10 | 1.11715 16068 | 0.11246 29160 | 0.60 | 0.78724 34317 | 0.60385 60908 |
| 0.11 | 1.11480 80500 | 0.12362 28962 | 0.61 | 0.77777 51846 | 0.61168 12189 |
| 0.12 | 1.11224 69379 | 0.13475 83518 | 0.62 | 0.76826 71442 | 0.61941 14619 |
| 0.13 | 1.10946 97934 | 0.14586 71148 | 0.63 | 0.75872 35764 | 0.62704 64433 |
| 0.14 | 1.10647 82654 | 0.15694 70331 | 0.64 | 0.74914 87161 | 0.63458 58291 |
| 0.15 | 1.10327 41267 | 0.16799 59714 | 0.65 | 0.73954 67634 | 0.64202 93274 |
| 0.16 | 1.09985 92726 | 0.17901 18132 | 0.66 | 0.72992 18814 | 0.64937 66880 |
| 0.17 | 1.09623 57192 | 0.18999 24612 | 0.67 | 0.72027 81930 | 0.65662 77023 |
| 0.18 | 1.09240 56008 | 0.20093 58390 | 0.68 | 0.71061 97784 | 0.66378 22027 |
| 0.19 | 1.08837 11683 | 0.21183 98922 | 0.69 | 0.70095 06721 | 0.67084 00622 |
| 0.20 | 1.08413 47871 | 0.22270 25892 | 0.70 | 0.69127 48604 | 0.67780 11938 |
| 0.21 | 1.07969 89342 | 0.23352 19230 | 0.71 | 0.68159 62792 | 0.68466 55502 |
| 0.22 | 1.07506 61963 | 0.24429 59116 | 0.72 | 0.67191 88112 | 0.69143 31231 |
| 0.23 | 1.07023 92672 | 0.25502 25996 | 0.73 | 0.66224 62838 | 0.69810 39429 |
| 0.24 | 1.06522 09449 | 0.26570 00590 | 0.74 | 0.65258 24665 | 0.70467 80779 |
| 0.25 | 1.06001 41294 | 0.27632 63902 | 0.75 | 0.64293 10692 | 0.71115 56337 |
| 0.26 | 1.05462 18194 | 0.28689 97232 | 0.76 | 0.63329 57399 | 0.71753 67528 |
| 0.27 | 1.04904 71098 | 0.29741 82185 | 0.77 | 0.62368 00626 | 0.72382 16140 |
| 0.28 | 1.04329 31885 | 0.30788 00680 | 0.78 | 0.61408 75556 | 0.73001 04313 |
| 0.29 | 1.03736 33334 | 0.31828 34959 | 0.79 | 0.60452 16696 | 0.73610 34538 |
| 0.30 | 1.03126 09096 | 0.32862 67595 | 0.80 | 0.59498 57863 | 0.74210 09647 |
| 0.31 | 1.02498 93657 | 0.33890 81503 | 0.81 | 0.58548 32161 | 0.74800 32806 |
| 0.32 | 1.01855 22310 | 0.34912 59948 | 0.82 | 0.57601 71973 | 0.75381 07509 |
| 0.33 | 1.01195 31119 | 0.35927 86550 | 0.83 | 0.56659 08944 | 0.75952 37569 |
| 0.34 | 1.00519 56887 | 0.36936 45293 | 0.84 | 0.55720 73967 | 0.76514 27115 |
| 0.35 | 0.99828 37121 | 0.37938 20536 | 0.85 | 0.54786 97173 | 0.77066 80576 |
| 0.36 | 0.99122 10001 | 0.38932 97011 | 0.86 | 0.53858 07918 | 0.77610 02683 |
| 0.37 | 0.98401 14337 | 0.39920 59840 | 0.87 | 0.52934 34773 | 0.78143 98455 |
| 0.38 | 0.97665 89542 | 0.40900 94534 | 0.88 | 0.52016 05514 | 0.78668 73192 |
| 0.39 | 0.96916 75592 | 0.41873 87001 | 0.89 | 0.51103 47116 | 0.79184 32468 |
| 0.40 | 0.96154 12988 | 0.42839 23550 | 0.90 | 0.50196 85742 | 0.79690 82124 |
| 0.41 | 0.95378 42727 | 0.43796 90902 | 0.91 | 0.49296 46742 | 0.80188 28258 |
| 0.42 | 0.94590 06256 | 0.44746 76184 | 0.92 | 0.48402 54639 | 0.80676 77215 |
| 0.43 | 0.93789 45443 | 0.45688 66945 | 0.93 | 0.47515 33132 | 0.81156 35586 |
| 0.44 | 0.92977 02537 | 0.46622 51153 | 0.94 | 0.46635 05090 | 0.81627 10190 |
| 0.45 | 0.92153 20130 | 0.47548 17198 | 0.95 | 0.45761 92546 | 0.82089 08073 |
| 0.46 | 0.91318 41122 | 0.48465 53900 | 0.96 | 0.44896 16700 | 0.82542 36496 |
| 0.47 | 0.90473 08685 | 0.49374 50509 | 0.97 | 0.44037 97913 | 0.82987 02930 |
| 0.48 | 0.89617 66223 | 0.50274 96707 | 0.98 | 0.43187 55710 | 0.83423 15043 |
| 0.49 | 0.88752 57337 | 0.51166 82612 | 0.99 | 0.42345 08779 | 0.83850 80696 |
| 0.50 | 0.87878 25789 $\begin{bmatrix} (-5)^8 \\ 5 \end{bmatrix}$ | 0.52049 98778 $\begin{bmatrix} (-5)^1 \\ 5 \end{bmatrix}$ | 1.00 | 0.41510 74974 $\begin{bmatrix} (-5)^1 \\ 5 \end{bmatrix}$ | 0.84270 07929 $\begin{bmatrix} (-5)^1 \\ 5 \end{bmatrix}$ |

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0.88622 69255$$

ERROR FUNCTION AND FRESNEL INTEGRALS

ERROR FUNCTION AND ITS DERIVATIVE

| x | $\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$ | $\text{erf } x$ | x | $\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$ | $\text{erf } x$ |
|------|---------------------------------|-------------------------------|------|---------------------------------|-------------------------------|
| 1.00 | 0.41510 74974 | 0.84270 07929 | 1.50 | 0.11893 02892 | 0.96610 51465 |
| 1.01 | 0.40684 71315 | 0.84681 04962 | 1.51 | 0.11540 38270 | 0.96727 67481 |
| 1.02 | 0.39867 13992 | 0.85083 80177 | 1.52 | 0.11195 95356 | 0.96841 34969 |
| 1.03 | 0.39058 18368 | 0.85478 42115 | 1.53 | 0.10859 63195 | 0.96951 62091 |
| 1.04 | 0.38257 98986 | 0.85864 99465 | 1.54 | 0.10531 30683 | 0.97058 56899 |
| 1.05 | 0.37466 69570 | 0.86243 61061 | 1.55 | 0.10210 86576 | 0.97162 27333 |
| 1.06 | 0.36684 43034 | 0.86614 35866 | 1.56 | 0.09898 19506 | 0.97262 81220 |
| 1.07 | 0.35911 31488 | 0.86977 32972 | 1.57 | 0.09593 17995 | 0.97360 26275 |
| 1.08 | 0.35147 46245 | 0.87332 61584 | 1.58 | 0.09295 70461 | 0.97454 70093 |
| 1.09 | 0.34392 97827 | 0.87680 31019 | 1.59 | 0.09005 65239 | 0.97546 20158 |
| 1.10 | 0.33647 95978 | 0.88020 50696 | 1.60 | 0.08722 90586 | 0.97634 83833 |
| 1.11 | 0.32912 49667 | 0.88353 30124 | 1.61 | 0.08447 34697 | 0.97720 68366 |
| 1.12 | 0.32186 67103 | 0.88678 78902 | 1.62 | 0.08178 85711 | 0.97803 80884 |
| 1.13 | 0.31470 55742 | 0.88997 06704 | 1.63 | 0.07917 31730 | 0.97884 28397 |
| 1.14 | 0.30764 22299 | 0.89308 23276 | 1.64 | 0.07662 60821 | 0.97962 17795 |
| 1.15 | 0.30067 72759 | 0.89612 38429 | 1.65 | 0.07414 61034 | 0.98037 55850 |
| 1.16 | 0.29381 12389 | 0.89909 62029 | 1.66 | 0.07173 20405 | 0.98110 49213 |
| 1.17 | 0.28704 45748 | 0.90200 03990 | 1.67 | 0.06938 26972 | 0.98181 04416 |
| 1.18 | 0.28037 76702 | 0.90483 74269 | 1.68 | 0.06709 68781 | 0.98249 27870 |
| 1.19 | 0.27381 08437 | 0.90760 82860 | 1.69 | 0.06487 33895 | 0.98315 25869 |
| 1.20 | 0.26734 43470 | 0.91031 39782 | 1.70 | 0.06271 10405 | 0.98379 04586 |
| 1.21 | 0.26097 83664 | 0.91295 55080 | 1.71 | 0.06060 86436 | 0.98440 70075 |
| 1.22 | 0.25471 30243 | 0.91553 38810 | 1.72 | 0.05856 50157 | 0.98500 28274 |
| 1.23 | 0.24854 83805 | 0.91805 01041 | 1.73 | 0.05657 89788 | 0.98557 84998 |
| 1.24 | 0.24248 44335 | 0.92050 51843 | 1.74 | 0.05464 93607 | 0.98613 45950 |
| 1.25 | 0.23652 11224 | 0.92290 01283 | 1.75 | 0.05277 49959 | 0.98667 16712 |
| 1.26 | 0.23065 83281 | 0.92523 59418 | 1.76 | 0.05095 47262 | 0.98719 02752 |
| 1.27 | 0.22489 58748 | 0.92751 36293 | 1.77 | 0.04918 74012 | 0.98769 09422 |
| 1.28 | 0.21923 35317 | 0.92973 41930 | 1.78 | 0.04747 18791 | 0.98817 41959 |
| 1.29 | 0.21367 10145 | 0.93189 86327 | 1.79 | 0.04580 70274 | 0.98864 05487 |
| 1.30 | 0.20820 79868 | 0.93400 79449 | 1.80 | 0.04419 17233 | 0.98909 05016 |
| 1.31 | 0.20284 40621 | 0.93606 31228 | 1.81 | 0.04262 48543 | 0.98952 45446 |
| 1.32 | 0.19757 88048 | 0.93806 51551 | 1.82 | 0.04110 53185 | 0.98994 31565 |
| 1.33 | 0.19241 17326 | 0.94001 50262 | 1.83 | 0.03963 20255 | 0.99034 68051 |
| 1.34 | 0.18734 23172 | 0.94191 37153 | 1.84 | 0.03820 38966 | 0.99073 59476 |
| 1.35 | 0.18236 99865 | 0.94376 21961 | 1.85 | 0.03681 98653 | 0.99111 10301 |
| 1.36 | 0.17749 41262 | 0.94556 14366 | 1.86 | 0.03547 88774 | 0.99147 24883 |
| 1.37 | 0.17271 40811 | 0.94731 23980 | 1.87 | 0.03417 98920 | 0.99182 07476 |
| 1.38 | 0.16802 91568 | 0.94901 60353 | 1.88 | 0.03292 18811 | 0.99215 62228 |
| 1.39 | 0.16343 86216 | 0.95067 32958 | 1.89 | 0.03170 38307 | 0.99247 93184 |
| 1.40 | 0.15894 17077 | 0.95228 51198 | 1.90 | 0.03052 47404 | 0.99279 04292 |
| 1.41 | 0.15453 76130 | 0.95385 24394 | 1.91 | 0.02938 36241 | 0.99308 99398 |
| 1.42 | 0.15022 55027 | 0.95537 61786 | 1.92 | 0.02827 95101 | 0.99337 82251 |
| 1.43 | 0.14600 45107 | 0.95685 72531 | 1.93 | 0.02721 14412 | 0.99365 56502 |
| 1.44 | 0.14187 37413 | 0.95829 65696 | 1.94 | 0.02617 84752 | 0.99392 25709 |
| 1.45 | 0.13783 22708 | 0.95969 50256 | 1.95 | 0.02517 96849 | 0.99417 93336 |
| 1.46 | 0.13387 91486 | 0.96105 35095 | 1.96 | 0.02421 41583 | 0.99442 62755 |
| 1.47 | 0.13001 33993 | 0.96237 28999 | 1.97 | 0.02328 09986 | 0.99466 37246 |
| 1.48 | 0.12623 40239 | 0.96365 40654 | 1.98 | 0.02237 93244 | 0.99489 20004 |
| 1.49 | 0.12254 00011 | 0.96489 78648 | 1.99 | 0.02150 82701 | 0.99511 14132 |
| 1.50 | 0.11893 02892 [(-5)1] 5 | 0.96610 51465 [(-5)1] 5 | 2.00 | 0.02066 69854 [(-5)1] 5 | 0.99532 22650 [(-6)4] 5 |

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0.88622 69255$$

BIJLAGE 6

Gebruikershandleiding "CALAM".

Installatieprocedure

Om het programmapakket CALAMIT te kunnen gebruiken dient u te beschikken over een computer die compatibel is met de IBM-PC/XT en is voorzien van een mathematische co-processor (8087) en een grafische kaart. Een Tulio Extend met harddisk en 8087 voldoet uitstekend. Om het programma CALAM op uw harddisk te installeren moeten de volgende files van de floppy naar de door u gewenste directory gecopieerd worden:

CALAM.EXE
CALAMIT.BAT
SCHEMAT.DAT
VARIABEL.DAT
INVOER.BAS
TEKEN.BAS

N.B. . Alle files moeten in dezelfde directory staan.

. Met de meegeleverde schematisatie (SCHEMAT.DAT) kan alleen het Noordelijk Deltabekken worden doorgerekend. Wilt u een ander gebied doorrekenen, dan moet u zelf een schematisatie opstellen volgens de regels die in bijlage VII zijn gegeven.

Om een run te kunnen maken moet nog ongeveer 450 KB op de schijf vrij zijn.

Het maken van een run

Het programma wordt gestart door de directory waarnaar de files gecopieerd zijn de default-directory te maken en CALAMIT in te typen, gevolgd door <Return>. Dit batch-file zal nu GWBASIC laden en het programma INVOER.BAS runnen. Dit BASIC-programma zal VARIABEL.DAT inlezen en presenteert zich vervolgens met het onderstaande menu:

Invoer-programma CALAM

Maak uit onderstaand menu uw keuze.

1. Tekstregels in het datafile ter identificatie.
 2. Algemene rekengegevens.
 3. Randvoorwaarden.

4. Start de NOSTAT-berekening.

Toets het cijfer van uw keuze in:

Figuur VIII-1 Eerste invoer-menu

U moet een keuze maken uit de vier mogelijkheden

ad 1. Als u 1 intypt, gevolgd door <Return>, dan verschijnen de vijf tekstregels zoals die in VARIABEL.DAT staan op het scherm en er wordt aan u gevraagd of u die tekst wilt veranderen. Typt u n of N, dan krijgt u weer het eerste invoermenu voorgeshoteld; typt u daarentegen j of J dan kunt u 5 nieuwe tekstregels intypen, elk met een maximum lengte van 72 tekens en beëindigd met <Return>. Na de vijfde regel komt u weer terug in het eerste invoermenu.

ad 2. Als u 2 intypt, gevolgd door <Return>, dan dient u de algemene rekengegevens in te typen. Dat gaat als volgt. Allereerst ziet u op het scherm de volgende regel staan:

Aantal knopen [118]: 118

Op de plaats van de punt staat de cursor te knipperen. U kunt

een nieuwe waarde intypen voor het aantal knopen (op de plaats waar de cursor staat, gevolgd door <Return>) of u kunt de default-waarde (die achter de dubbele punt staat) ongewijzigd accepteren door eenvoudig <Return> te typen.

Als u <Return> getypt heeft verschijnt de volgende variabele. Zo verschijnen voor u één voor één de variabelen die u een nieuwe waarde kunt geven of ongewijzigd kunt accepteren.

- Aantal knopen

als u de standaard schematisatie gebruikt: 118

- Aantal takken

als u de standaard schematisatie gebruikt: 123

- Lengte van de rekenstap [min]

meestal 10 minuten

- Totale rekentijd [uur]

zoveel uur als u wilt doorrekenen

- Initiële waterstand [m]

afhankelijk van het totale debiet: ongeveer 3.5 m

- Wilt u de kwaliteit berekenen

0 als nee, 1 als ja

- Tijdstip begin kwaliteitsberekening [uur]

het is verstandig de waterbeweging enige tijd in te laten spelen alvorens met de kwaliteitsberekening te beginnen. 48 uur zal veelal voldoen.

- Dispersiecoëfficiënt in x-richting [m^2/s]

600 (nog te iijken)

- Dispersiecoëfficiënt in y-richting [m^2/s]

0.6 (nog te iijken)

- Eerste orde afbraakterm [1/d]

bij conservatieve stof: 0

- Initiële concentratie [g/l]

achtergrondsconcentratie, of in geval de stof voor de losing in het gebied niet voorkwam, ongeveer een factor miljoen kleiner dan de te verwachten maximum concentratie.

Vervolgens wordt u verzocht <Return> in te typen om verder te gaan: u komt weer in het eerste invoermenu terecht.

Als u merkt dat u ergens een verkeerde waarde hebt ingevuld, vul dan

eerst de nog resterende variabelen in, waarna u in het eerste invoer-menu nogmaals 2 kunt kiezen en de variabelen kunt doorlopen en het foute gegeven kunt corrigeren.

ad 3. U komt nu in het gedeelte waar u de gegevens van de randvoorwaarden voor de waterstanden, debieten en concentraties kunt invoeren. Eerst wordt u op eenzelfde manier als bij de algemene rekengegevens gevraagd de aantallen van de verschillende randvoorwaarden in te vullen, waarna u voor elke randvoorwaarde gevraagd wordt de verschillende gegevens te specificeren.

Niet voor elke randknoop hoeft een randvoorwaarde opgelegd te worden; alleen die randknopen waar een waterstand, debiet of concentratie opgelegd wordt, moeten worden opgegeven. De benedenstroomse randknopen zullen in het algemeen een randvoorwaarde voor de waterstand krijgen, de bovenstroomse voor het debiet. Voor het Noordelijk Delta Bekken betekent dat, dat voor de knopen bij Tiel, Lith, Hagestein en het Haringvliet het debiet wordt opgegeven en voor de Nieuwe Waterweg de waterstand. Bij een lozing op de Maas bovenstroms van Lith wordt alleen voor de knoop bij Lith een randvoorwaarde voor de concentratie opgegeven.

Randvoorwaarden kunnen een sinus- of blokvormig verloop hebben of kunnen (voor de waterstand en de concentratie) opgegeven zijn in een data-file waarin de waterstand of de concentratie in een bepaalde knoop bijvoorbeeld om de tien minuten gegeven zijn. Dit interval moet ook worden opgegeven.

Het programma vraagt achtereenvolgens naar de volgende variabelen:

- Aantal randknopen met een sinusvormige waterstand (H)
- Aantal randknopen met een constante waterstand (H)
- Aantal randknopen met een in file-vorm gegeven waterstand (H)
- Aantal randknopen met een sinusvormig debiet (Q)
- Aantal randknopen met een blokvormig debiet (Q)

Als u bij de algemene invoergegevens te kennen hebt gegeven dat u de kwaliteit wilt berekenen, wordt ook om de volgende gegevens gevraagd:

- Aantal randknopen met een sinusvormige concentratie (C)
- Aantal randknopen met een in file-vorm gegeven concentratie (C)
- Aantal interne knopen met een blokvormige vracht (C)

U komt nu weer in een volgend scherm terecht waar u per randknoop gevraagd wordt naar het betreffende knoopnummer. In geval van een randvoorwaarde voor de waterstand kan deze de vorm hebben van een constante waarde of een aantal gesuperponeerde sinussen. Er wordt u dan respectievelijk gevraagd naar die constante waarde of het aantal sinussen en per sinus de nulstand, de amplitude, de periode en de fasehoek.

Als er een randvoorwaarde voor het debiet wordt opgegeven, kan die de vorm hebben van een aantal gesuperponeerde sinussen of een aantal op elkaar aansluitende blokken. Bij de sinussen dient u het aantal op te geven en per sinus de nulstand, de amplitude, de periode en de fasehoek. In het geval van blokken geeft u het aantal blokken op en per blok de waarde en het begin- en eindtijdstip.

Randvoorwaarden voor de concentratie hebben de vorm van een aantal op elkaar aansluitende blokken of sinussen. Geef het aantal sinussen of blokken op en per sinus de nulstand, de amplitude, de periode, de fasehoek en de twee tijdstippen waartussen de sinus geldt; voor elk blok de waarde, het begin- en het eindtijdstip.

Indien u heeft opgegeven dat er waterstanden of concentraties uit een file worden ingelezen, dient u het tijdsinterval tussen twee waarden in deze files op te geven.

Als u de benodigde gegevens heeft ingevuld, wordt u verzocht op <Return> te drukken om verder gaan, waarna u weer in het eerste invoermenu terug bent.

ad 4. Deze keuze heeft als gevolg dat de door u ingetypte waarden naar schijf worden weggeschreven, opdat het eigenlijke rekenprogramma met de door u gewenste invoergegevens werkt. Het invoerprogramma wordt beëindigd, u verlaat BASIC en het batch-file CALAMIT.BAT zorgt dat het rekenprogramma wordt gestart.

Hierboven zijn de vier keuzemogelijkheden op numerieke volgorde besproken. U kunt echter een willekeurige keuze maken uit de eerste drie mogelijkheden, of zelfs hetzelfde item meerdere malen kiezen of helemaal niet; u moet wel als laatste item 4 kiezen, waarmee u het invoerdeel afsluit en het rekenprogramma start.

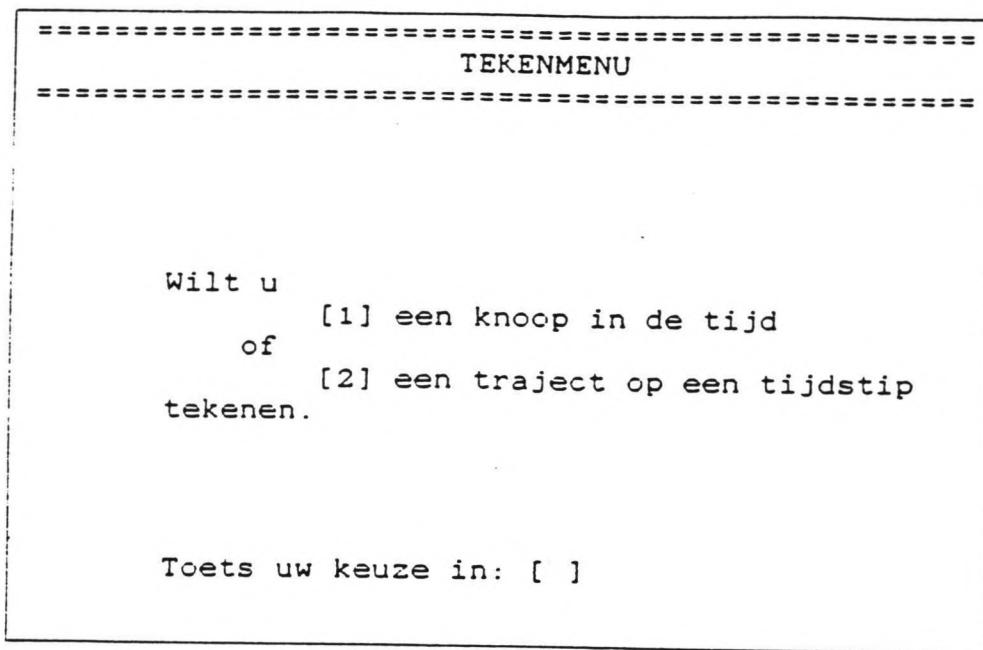
Het rekenprogramma

Dit programma begint met het vermelden van zijn naam. Vervolgens leest het de schematisatiegegevens in, waarbij op het scherm zichtbaar is hoeveel takken reeds zijn ingelezen. Hierna worden de variabele invoergegevens ingelezen.

Het programma berekent hoeveel rekenstappen in totaal moeten worden gemaakt en laat dit aantal, plus het nummer van de stap waar het mee bezig is, op het scherm zien. Als er ongeveer twaalf stappen zijn gemaakt, wordt er een schatting van de totale rekenduur van de run gemaakt. Na beëindiging van het rekenwerk wordt op het scherm getoond hoeveel tijd de berekening gekost heeft en wordt u gevraagd een toets in de drukken om verder te gaan. Als u dit gedaan heeft wordt het tekenprogramma gestart.

Het tekenprogramma

Voor u verschijnt het eerste tekenmenu.



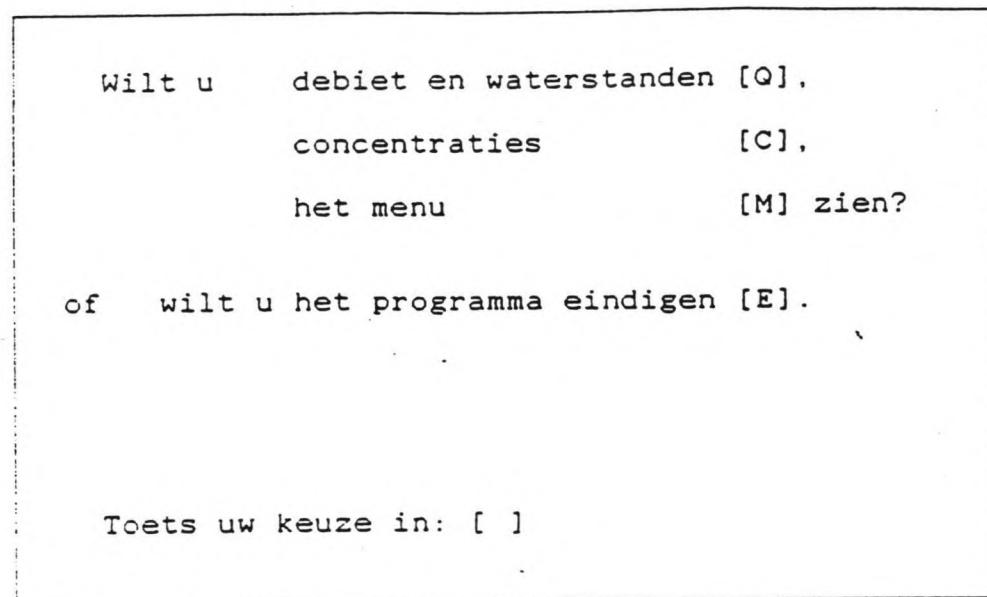
Figuur VIII.2 Eerste Tekenmenu

U moet hier 1 of 2 kiezen.

ad 1. Van één willekeurige knoop en 'n aansluitende tak kan een plaatje worden gemaakt, waarin het verloop van de waterstand en het debiet in de tijd zijn weergegeven. Van diezelfde knoop kan een plaatje worden gemaakt waarin C_s , C_b en C_{gem} tegen de tijd zijn uitgezet.

C_s is de concentratie in het stroomvoerende volume, C_b die in het kombergende volume en C_{gem} is het gewogen gemiddelde tussen C_s en C_b .

Heeft u een knoopnummer en een taknummer ingevoerd, dan verschijnt voor u het volgende tekenmenu, dat er als volgt uitziet:



Figuur VIII.2 Tweede tekenmenu

Keuzen Q en C spreken voor zich. Met M komt weer terug in het eerste tekenmenu. Kiest u voor E dan verlaat u het tekenprogramma en bent u weer terug in DOS; u kunt dan bijvoorbeeld nog een run maken.

- ad 2. Van een reeks van maximaal 15 (aansluitende) knopen en de tussenliggende takken kan een plaatje worden gemaakt waarin het verloop van de waterstand en het debiet op één tijdstip zijn uitgezet. In een ander plaatje kunnen C_s en C_{sm} worden uitgezet voor dezelfde knopen en voor hetzelfde tijdstip. Na deze keuze komt in een volgend menu terecht, waarin u maximaal 15 knoop- en 14 taknummer kunt opgeven. In principe kan dit een willekeurige rij knopen en takken zijn, mits die knoop- en taknummers ook werkelijk in de schematisatie voorkomen. De plaatjes die gemaakt worden hebben echter pas betekenis als de knopen en takken iets met elkaar te maken hebben, dus als ze bijvoorbeeld aansluitend zijn, of als er steeds een knoop/tak wordt overgeslagen. U beëindigt de reeks door voor het taknummer '0' in te typen of door het 15^e tak-

nummer in te vullen. Het laatste nummer dat u opgeeft is altijd een knoopnummer; de reeks wordt dus aan weerszijden begrensd door knopen.

U komt nu in het volgende menu terecht:

Van welk tijdstip wilt u plaatjes maken [132 -180 uur]: []

Figuur VIII.3 Tweede reeks-menu

Hier kunt u het tijdstip waarvan u de uitvoer wilt bekijken opgeven. Houdt er rekening mee dat het programma het door u opgegeven tijdstip naar beneden afrondt tot het dichtsbijzijnde tijdstip waarvan uitvoer beschikbaar is. Als u dit tijdstip heeft opgegeven, komt u in een volgend menu terecht:

| | | |
|------------------------|--|------|
| Wilt u | debit en waterstanden | [Q], |
| | concentraties | [C], |
| | het menu | [M], |
| | dezelfde reeks op 'n ander tijdstip [T] zien | |
| of | wilt u het programma eindigen | [E]? |
| Toets uw keuze in: [] | | |

Figuur VIII.4 Derde reeks-menu

Keuze Q en C spreken voor zich; met keuze M komt u weer in het eerste tekenmenu terecht, met keuze T kunt u dezelfde reeks nog eens tekenen, maar dan op een ander tijdstip. Met keuze E verlaat u het tekenprogramma en komt u weer terug in DOS, waar u bijvoorbeeld het hele programma nog eens kunt draaien.

Korte samenvatting

U kunt het programma op twee manieren draaien:

1. Type CALAMIT in. Dit batch-file zal eerst INVOER draaien. Als u daarmee klaar bent, zal het automatische het rekenprogramma CALAM starten. Als dat programma is uitgerekend wordt automatisch TEKEN gestart.
2. U kunt de verschillende modules ook zelf oproepen. Het invoerprogramma roept u aan door GWBASIC INVOER <Return> in te typen.

Om het rekenprogramma te starten typt u CALAM <Return> in. Om te tekenen dient u GWBASIC TEKEN <Return> in te typen.

Handleiding voor de standaard run, dat wil zeggen met de standaard schematisatie, rekenstapgrootte, dispersie- en afbraakcoëfficiënten.

- Type CALAMIT <Return> (of GWBASIC INVOER <Return>)
- Vul eventueel nieuwe tekstregels in
- Kies in het menu: rekengegevens
- Neem overal de default waarde over (type dus alleen <Return>), behalve bij de gewenste rekentijd, het begin van de kwaliteitsberekening (houdt rekening met ongeveer 2 dagen inspeeltijd voor de waterbeweging) en de initiële concentratie.
- Kies in het menu: randvoorwaarden. Vul dit volledig in, maar neem waar mogelijk de default-waarden over.
- Als u geen verdere veranderingen wilt aanbrengen: kies dan de optie 'Start de CALAM-berekening'.

- Als u CALAMIT had ingetyped, start nu automatisch de rekenmoduul; had u zelf INVOER gestart, dan moet u nu CALAM <Return> intypen om de rekenmoduul te starten.

- In het geval u CALAMIT had ingetyped, start nu automatisch het tekenprogramma; in het andere geval moet u nu GWBASIC TEKEN <Return> intypen. Volg de hierboven gegeven gebruiksaanwijzing.

Als u van een plaatje dat op het scherm staat een copy op papier wilt hebben, dient u, terwijl het gewenste plaatje op het scherm staat, tegelijkertijd de SHIFT-toets en de PrtSc-toets indrukken, gevolgd door 0 (nul). Als de matrixprinter 'aan' staat en er zit papier in, dan wordt er een plaatje door uw printer geproduceerd. Zolang de printer bezig is kunt u niet met het programma verder gaan. Op een gegeven moment gaat de cursor onder in het scherm weer knipperen; dit is het teken dat u weer verder kunt met het programma.

BIJLAGE 7

Schematisatie van de geometrie van de Waaltak voor het numeriek model.

Betekenis getalposities per vak:

1e regel: vaknaam, k, vaknr., beginknoopnr.,
eindknoopnr. vaklengte, basisniveau beginknoop
t.o.v. NAP, basisniveau eindknoop t.o.v. NAP,
waarde van c, idem

2e regel: w, bodemdiepte t.o.v. basisniveau, -, -, -, -,
-, -, -, -, -,

3e/4e regel: stroomvoerend oppervlak, gegeven om de 0,50 m,
te beginnen met het basisniveau, dus van -1,50
m tot 8,00 + NAP

5e/6e regel: idem voor bergende breedte

7e/8e regel: idem voor waterdiepte

| | K | 1 | 1 | 2 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|
| W | -3.96 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 1541. | 651. | 761. | 871. | 981. | 1091. | 1201. | 1311. | 1421. 1531. |
| | 1641. | 1751. | 1861. | 1971. | 2081. | 2191. | 2301. | 2411. | 2521. 2631. |
| BB | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. |
| | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. | 248. |
| R | 2.46 | 2.96 | 3.46 | 3.96 | 4.46 | 4.96 | 5.46 | 5.96 | 6.46 6.96 |
| | 7.46 | 7.96 | 8.46 | 8.96 | 9.46 | 9.96 | 10.46 | 10.96 | 11.46 11.96 |
| | K | 2 | 2 | 3 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -4.46 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 474. | 554. | 634. | 714. | 794. | 874. | 954. | 1034. | 1114. 1194. |
| | 1274. | 1354. | 1434. | 1514. | 1594. | 1674. | 1754. | 1834. | 1914. 1994. |
| BB | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. |
| | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. |
| R | 2.96 | 3.46 | 3.96 | 4.46 | 4.96 | 5.46 | 5.96 | 6.46 | 6.96 7.46 |
| | 7.96 | 8.46 | 8.96 | 9.46 | 9.96 | 10.46 | 10.96 | 11.46 | 11.96 12.46 |
| | K | 3 | 3 | 4 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -4.72 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 419. | 484. | 549. | 614. | 679. | 744. | 809. | 874. | 939. 1004. |
| | 1069. | 1134. | 1199. | 1264. | 1329. | 1394. | 1459. | 1524. | 1589. 1654. |
| BB | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. |
| | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. | 198. |
| R | 3.22 | 3.72 | 4.22 | 4.72 | 5.22 | 5.72 | 6.22 | 6.72 | 7.22 7.72 |
| | 8.22 | 8.72 | 9.22 | 9.72 | 10.22 | 10.72 | 11.22 | 11.72 | 12.22 12.72 |
| | K | 4 | 4 | 5 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -5.10 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 504. | 574. | 644. | 714. | 784. | 854. | 924. | 994. | 1064. 1134. |
| | 1204. | 1274. | 1344. | 1414. | 1484. | 1554. | 1624. | 1694. | 1764. 1834. |
| BB | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. |
| | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. | 205. |
| R | 3.60 | 4.10 | 4.60 | 5.10 | 5.60 | 6.10 | 6.60 | 7.10 | 7.60 8.10 |
| | 8.60 | 9.10 | 9.60 | 10.10 | 10.60 | 11.10 | 11.60 | 12.10 | 12.60 13.10 |
| | K | 5 | 5 | 6 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -4.21 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 433. | 513. | 593. | 673. | 753. | 833. | 913. | 993. | 1073. 1153. |
| | 1233. | 1313. | 1393. | 1473. | 1553. | 1633. | 1713. | 1793. | 1873. 1953. |
| BB | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. |
| | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. | 230. |
| R | 2.71 | 3.21 | 3.71 | 4.21 | 4.71 | 5.21 | 5.71 | 6.21 | 6.71 7.21 |
| | 7.71 | 8.21 | 8.71 | 9.21 | 9.71 | 10.21 | 10.71 | 11.21 | 11.71 12.21 |
| | K | 6 | 6 | 7 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -4.20 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 512. | 607. | 702. | 797. | 892. | 987. | 1082. | 1177. | 1272. 1367. |
| | 1462. | 1557. | 1652. | 1747. | 1842. | 1937. | 2032. | 2127. | 2222. 2317. |
| BB | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. |
| | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. | 255. |
| R | 2.70 | 3.20 | 3.70 | 4.20 | 4.70 | 5.20 | 5.70 | 6.20 | 6.70 7.20 |
| | 7.70 | 8.20 | 8.70 | 9.20 | 9.70 | 10.20 | 10.70 | 11.20 | 11.70 12.20 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|
| 13E | K | 13 | 13 | 14 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -5.95 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 979. | 1089. | 1199. | 1309. | 1419. | 1529. | 1639. | 1749. | 1859. 1969. |
| | 2079. | 2189. | 2299. | 2409. | 2519. | 2629. | 2739. | 2849. | 2959. 3069. |
| BB | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. |
| | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. | 270. |
| R | 4.45 | 4.95 | 5.45 | 5.95 | 6.45 | 6.95 | 7.45 | 7.95 | 8.45 8.95 |
| | 9.45 | 9.95 | 10.45 | 10.95 | 11.45 | 11.95 | 12.45 | 12.95 | 13.45 13.95 |
| 14E | K | 14 | 14 | 15 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -5.08 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 894. | 1019. | 1144. | 1269. | 1394. | 1519. | 1644. | 1769. | 1894. 2019. |
| | 2149. | 2269. | 2394. | 2519. | 2644. | 2769. | 2894. | 3019. | 3144. 3269. |
| BB | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. |
| | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. | 308. |
| R | 3.58 | 4.08 | 4.58 | 5.08 | 5.58 | 6.08 | 6.58 | 7.08 | 7.58 8.08 |
| | 8.58 | 9.08 | 9.58 | 10.08 | 10.58 | 11.08 | 11.58 | 12.08 | 13.58 14.08 |
| 15E | K | 15 | 15 | 16 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -5.37 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 1122. | 1269. | 1412. | 1557. | 1702. | 1847. | 1992. | 2137. | 2282. 2427. |
| | 2572. | 2717. | 2862. | 3007. | 3152. | 3297. | 3442. | 3587. | 3732. 3877. |
| BB | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. |
| | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. | 325. |
| R | 3.87 | 4.37 | 4.87 | 5.08 | 5.87 | 6.37 | 6.87 | 7.37 | 7.87 8.37 |
| | 8.87 | 9.37 | 9.87 | 10.37 | 10.87 | 11.37 | 11.87 | 12.37 | 13.87 4.37 |
| 16E | K | 16 | 16 | 17 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -5.44 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 1103. | 1243. | 1383. | 1523. | 1663. | 1803. | 1943. | 2083. | 2223. 2363. |
| | 2503. | 2643. | 2783. | 2923. | 3063. | 3203. | 3343. | 3483. | 3623. 3763. |
| BB | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. |
| | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. | 360. |
| R | 3.94 | 4.44 | 4.94 | 5.44 | 5.94 | 6.44 | 6.94 | 7.44 | 7.94 8.44 |
| | 8.94 | 9.44 | 9.94 | 10.44 | 10.94 | 11.44 | 11.94 | 12.44 | 12.94 13.44 |
| 17E | K | 17 | 17 | 18 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -4.50 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 870. | 1015. | 1160. | 1305. | 1450. | 1595. | 1740. | 1885. | 2030. 2175. |
| | 2320. | 2465. | 2610. | 2755. | 2900. | 3045. | 3190. | 3335. | 3480. 3625. |
| BB | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. |
| | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. | 415. |
| R | 3.00 | 3.50 | 4.00 | 4.50 | 5.00 | 5.50 | 6.00 | 6.50 | 7.00 7.50 |
| | 8.00 | 8.50 | 9.00 | 9.50 | 10.00 | 10.50 | 11.00 | 11.50 | 12.00 12.50 |
| 18E | K | 18 | 18 | 19 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -4.99 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 837. | 957. | 1077. | 1197. | 1317. | 1437. | 1557. | 1677. | 1797. 1917. |
| | 2037. | 2157. | 2277. | 2397. | 2517. | 2637. | 2757. | 2877. | 2997. 3117. |
| BB | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. |
| | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. | 385. |
| R | 3.49 | 3.99 | 4.49 | 4.99 | 5.49 | 5.99 | 6.49 | 6.99 | 7.49 7.99 |
| | 8.49 | 8.99 | 9.49 | 9.99 | 10.49 | 10.99 | 11.49 | 11.99 | 12.49 12.99 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|
| 19E | K | 19 | 19 | 20 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -4.81 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 662. | 762. | 862. | 962. | 1062. | 1162. | 1262. | 1362. | 1462. 1562. |
| | 1662. | 1762. | 1862. | 1962. | 2062. | 2162. | 2262. | 2362. | 2462. 2562. |
| BB | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. 320. |
| | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. | 320. 320. |
| R | 3.31 | 3.81 | 4.31 | 4.81 | 5.31 | 5.81 | 6.31 | 6.81 | 7.31 7.81 |
| | 8.31 | 8.81 | 9.31 | 9.81 | 10.31 | 10.81 | 11.31 | 11.81 | 12.31 12.81 |
| 20E | K | 20 | 20 | 21 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -3.72 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 400. | 490. | 580. | 670. | 760. | 850. | 940. | 1030. | 1120. 1210. |
| | 1300. | 1390. | 1480. | 1570. | 1660. | 1750. | 1840. | 1930. | 2020. 2110. |
| BB | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. 275. |
| | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. | 275. 275. |
| R | 2.22 | 2.72 | 3.22 | 3.72 | 4.22 | 4.72 | 5.22 | 5.72 | 6.22 6.72 |
| | 7.22 | 7.72 | 8.22 | 8.72 | 9.22 | 9.72 | 10.22 | 10.72 | 11.22 11.72 |
| 21E | K | 21 | 21 | 22 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -3.11 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 241. | 316. | 391. | 466. | 541. | 616. | 691. | 766. | 841. 916. |
| | 991. | 1066. | 1141. | 1216. | 1291. | 1366. | 1441. | 1516. | 1591. 1666. |
| BB | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. 235. |
| | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. 235. |
| R | 1.61 | 2.11 | 2.61 | 3.11 | 3.61 | 4.11 | 4.61 | 5.11 | 5.61 6.11 |
| | 6.61 | 7.11 | 7.61 | 8.11 | 8.61 | 9.11 | 9.61 | 10.11 | 10.61 11.11 |
| 22E | K | 22 | 22 | 23 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -3.22 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 241. | 311. | 381. | 451. | 521. | 591. | 661. | 731. | 801. 871. |
| | 941. | 1011. | 1081. | 1151. | 1221. | 1291. | 1361. | 1431. | 1501. 1571. |
| BB | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. 195. |
| | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. | 195. 195. |
| R | 1.72 | 2.22 | 2.72 | 3.22 | 3.72 | 4.22 | 4.72 | 5.22 | 5.72 6.22 |
| | 6.72 | 7.22 | 7.72 | 8.22 | 8.72 | 9.22 | 9.72 | 10.22 | 10.72 11.22 |
| 23E | K | 23 | 23 | 24 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -2.79 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 180. | 250. | 320. | 390. | 460. | 530. | 600. | 670. | 740. 810. |
| | 880. | 950. | 1020. | 1090. | 1160. | 1230. | 1330. | 1400. | 1470. 1540. |
| BB | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. 160. |
| | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. | 160. 160. |
| R | 1.29 | 1.79 | 2.29 | 2.79 | 3.29 | 3.79 | 4.29 | 4.79 | 5.29 5.79 |
| | 6.29 | 6.79 | 7.29 | 7.79 | 8.29 | 8.79 | 9.29 | 9.79 | 10.29 10.79 |
| 24E | K | 24 | 24 | 25 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -2.81 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 209. | 289. | 369. | 449. | 529. | 609. | 689. | 769. | 849. 929. |
| | 1009. | 1089. | 1169. | 1249. | 1329. | 1409. | 1489. | 1569. | 1649. 1729. |
| BB | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. 185. |
| | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. | 185. 185. |
| R | 1.31 | 1.81 | 2.31 | 2.81 | 3.31 | 3.81 | 4.31 | 4.81 | 5.31 5.81 |
| | 6.31 | 6.81 | 7.31 | 7.81 | 8.31 | 8.81 | 9.31 | 9.81 | 10.31 10.81 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|
| 25E | K | 25 | 25 | 26 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -3.05 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 233. | 308. | 383. | 458. | 533. | 608. | 683. | 758. | 833. 908. |
| | 983. | 1058. | 1133. | 1208. | 1283. | 1358. | 1433. | 1508. | 1583. 1658. |
| BB | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. 225. |
| | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. | 225. 225. |
| R | 1.55 | 2.05 | 2.55 | 3.05 | 3.55 | 4.05 | 4.55 | 5.05 | 5.55 6.05 |
| | 6.55 | 7.05 | 7.55 | 8.05 | 8.55 | 9.05 | 9.55 | 10.05 | 10.55 11.05 |
| 26E | K | 26 | 26 | 27 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -2.70 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 180. | 255. | 330. | 405. | 480. | 555. | 630. | 705. | 780. 855. |
| | 930. | 1005. | 1080. | 1155. | 1230. | 1305. | 1380. | 1455. | 1530. 1605. |
| BB | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. 223. |
| | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. | 223. 223. |
| R | 1.20 | 1.70 | 2.20 | 2.70 | 3.20 | 3.70 | 4.20 | 4.70 | 5.20 5.70 |
| | 6.20 | 6.70 | 7.20 | 7.70 | 8.20 | 8.70 | 9.20 | 9.70 | 10.20 10.70 |
| 27E | K | 27 | 27 | 28 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -2.12 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 106. | 191. | 276. | 361. | 446. | 531. | 616. | 701. | 786. 871.. |
| | 956. | 1041. | 1126. | 1211. | 1296. | 1381. | 1466. | 1551. | 1636. 1721. |
| BB | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. 235. |
| | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. | 235. 235. |
| R | 0.62 | 1.12 | 1.62 | 2.12 | 2.62 | 3.12 | 3.62 | 4.12 | 4.62 5.12 |
| | 5.62 | 6.12 | 6.62 | 7.12 | 7.62 | 8.12 | 8.62 | 9.12 | 9.62 10.12 |
| 28E | K | 28 | 28 | 29 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -2.58 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 140. | 205. | 270. | 335. | 400. | 465. | 530. | 695. | 660. 725. |
| | 790. | 855. | 920. | 985. | 1050. | 1115. | 1180. | 1245. | 1310. 1375. |
| BB | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. 218. |
| | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. | 218. 218. |
| R | 1.08 | 1.58 | 2.08 | 2.58 | 3.08 | 3.58 | 4.08 | 4.58 | 5.08 5.58 |
| | 6.08 | 6.58 | 7.08 | 7.58 | 8.08 | 8.58 | 9.08 | 9.58 | 10.08 10.58 |
| 29E | K | 29 | 29 | 30 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -3.23 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 138. | 178. | 218. | 258. | 298. | 338. | 378. | 418. | 458. 498. |
| | 538. | 578. | 618. | 658. | 698. | 738. | 778. | 818. | 858. 898. |
| BB | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. 245. |
| | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. | 245. 245. |
| R | 1.73 | 2.23 | 2.73 | 3.23 | 3.73 | 4.23 | 4.73 | 5.23 | 5.73 6.23 |
| | 6.73 | 7.23 | 7.73 | 8.23 | 8.73 | 9.23 | 9.73 | 10.23 | 10.73 11.23 |
| 30E | K | 30 | 30 | 31 | 125 | -1.50 | -1.50 | 45.00 | 45.00 |
| W | -3.48 | 00.00 | 0.00 | .00 | .00 | 0.002 | 1.000 | 0.0 | |
| A | 119. | 149. | 179. | 209. | 239. | 269. | 299. | 329. | 359. 389. |
| | 419. | 449. | 479. | 509. | 539. | 569. | 599. | 629. | 659. 689. |
| BB | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. 80. |
| | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. | 80. 80. |
| R | 1.98 | 2.48 | 2.98 | 3.48 | 3.98 | 4.48 | 4.98 | 5.48 | 5.98 6.48 |
| | 6.98 | 7.48 | 7.98 | 8.48 | 8.98 | 9.48 | 9.98 | 10.48 | 10.98 11.48 |

