相対粘度関数の導出

2024 年 1 月 24 日

流体が一定の圧力 p[Pa s] を受けて内半径 r[m], 長さ l[m] の毛管内を時間 θ[s] 要して流れる際，流体の体積 $V[m^3]$ には以下の Hagen–Poiseuille 式が成り立つ．

$$V = \frac{\pi p r^4 \theta}{8\mu l} \tag{1}$$

これを μ について解く．

$$\mu = \frac{\pi p r^4 \theta}{8Vl} \tag{2}$$

2 流体間の相対粘度即ち粘度比を求める．ここで，流体 0 には添字 0，流体 1 には添字 1 を付与する．

$$\frac{\mu_0}{\mu_1} = \frac{\frac{\pi p_0 r_0^4 \theta_0}{8V_0 l_0}}{\frac{\pi p_1 r_1^4 \theta_1}{8V_1 l_1}} \tag{3}$$

測定に際して，流体 0 および流体 1 には同一の Ostwald 粘度計を用い，体積を揃えたため，V, r, l は同一である．

$$\frac{\mu_0}{\mu_1} = \frac{p_0 \theta_0}{p_1 \theta_1} \tag{4}$$

ここで，圧力 p は定義より以下のように変形できる．

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V}{S} \tag{5}$$

上式で F[N] は流体に作用する力，$S[\mathrm{m}^2]$ は毛細管の断面積，m[kg] は流体の質量，$g[\mathrm{m\,s^{-2}}]$ は重力加速度，$\rho[\mathrm{kg\,m^{-3}}]$ は流体の密度である．(5) 式を用いて (4) 式を書き直す．

$$\frac{\mu_0}{\mu_1} = \frac{\frac{\rho_0 V}{S}\theta_0}{\frac{\rho_1 V}{S}\theta_1} \tag{6}$$

断面積 S は同一装置を用いたことによって内半径 r が等しいため同一，重力加速度 g についても定数であるため同一である．

$$\frac{\mu_0}{\mu_1} = \frac{\rho_0 \theta_0}{\rho_1 \theta_1} \tag{7}$$