

Inhalt

| | | |
|-------|--|----|
| 1. | Kurzbeschreibung | 2 |
| 2. | Ausgangssituation und Problemstellung..... | 2 |
| 3. | Forschungsziel und wissenschaftliche Bedeutung | 3 |
| 4. | Wälzlagerdynamiksimulation: Stand der Technik | 4 |
| 5. | Lösungsweg | 7 |
| 6. | Berechnungsansätze..... | 12 |
| 6.1 | Normalkraft | 12 |
| 6.2 | Kontakt | 14 |
| 6.3 | Reibung..... | 15 |
| 6.3.1 | Elastohydrodynamische Schmierung (EHD) | 19 |
| 6.3.2 | Schmierstoffe | 23 |
| 6.3.3 | Parameter für die Reibungsberechnung | 25 |
| 7. | Modellerstellung | 26 |
| 7.1 | Lagermodellierung..... | 26 |
| 7.2 | Wälzlagermodul..... | 27 |
| 7.3 | Toolbox | 28 |
| 7.4 | Aufbau der User Force (uforce)..... | 29 |
| 7.5 | Routinen des Berechnungskerns..... | 31 |
| 7.5.1 | Kontaktberechnung | 31 |
| 7.5.2 | Normalkraft | 31 |
| 7.5.3 | Geschwindigkeiten | 33 |
| 7.5.4 | Dämpfung..... | 35 |
| 7.5.5 | Reibung..... | 36 |
| 7.6 | Systemanbindung | 38 |
| 7.7 | Käfige | 38 |
| 7.7.1 | Virtueller Käfig..... | 39 |
| 7.7.2 | Kontaktkäfig..... | 39 |
| 8. | Quellenverzeichnis | 41 |

1. Kurzbeschreibung

Ziel dieses Forschungsvorhabens ist es, wissenschaftliche Grundlagen zur Erstellung eines Wälzlager-Dynamikmodells in dem Mehrkörpersimulationsprogramm (MKS) Simpack (Standard-MKS-Programm der FVA) am Beispiel eines Rillenkugellagers zu entwickeln und eine benutzerfreundliche Oberfläche zu schaffen. Mit einem solchen Berechnungsmodell werden sowohl Detailsimulationen im Wälzlager als auch vertiefte Systemsimulationen möglich sein. Weiterhin werden Einblicke in die inneren Kräfte des Lagers im Betrieb möglich, welche durch Versuche und Messung nur unter sehr großem Aufwand oder gar nicht zugänglich sind. Insbesondere dynamische Vorgänge können mittels solcher Modelle untersucht und besser verstanden werden. Die Ergebnisse solcher Untersuchungen können zur weiteren Optimierung verwendet werden. Derartige Berechnungsmöglichkeiten stehen den FVA-Mitgliedern derzeit nicht zur Verfügung.

2. Ausgangssituation und Problemstellung

Zur Simulation von komplexen Systemen wie mehrstufigen Getrieben, Planetengetrieben oder ganzen Antriebssträngen können Mehrkörpersimulations- (MKS) oder auch Finite-Elemente- (FE) Programme verwendet werden. Aufgrund der geringeren Anzahl an Freiheitsgraden ist besonders die MKS zur Simulation für antriebstechnische Fragestellungen geeignet. Um den wachsenden Bedarf an Systemsimulation innerhalb der FVA zu befriedigen, wurde in einer Studie [FVA551] das MKS-Programm Simpack als Standard festgelegt. Das Element „Wälzlager“ wird dabei in der Regel als vereinfachte Komponente in Form eines linearen oder nichtlinearen, ein- oder mehrdimensionalen Kennfeldes abgebildet. Die Ermittlung solcher Steifigkeitskennwerte ist für FVA-Mitglieder mit Hilfe von LAGER2 [FVA364/I, FVA364/II] möglich. Darüber hinaus existieren weitere Programme wie beispielsweise Bearinx, wobei speziell entwickelte Kraftelemente sogar die Kopplung zwischen Simpack und Bearinx ermöglichen. Diese Möglichkeit steht jedoch nicht allen Mitgliedern zur Verfügung, da es sich nicht um eine FVA-Entwicklung handelt (Lizensierung). Des Weiteren gestaltet sich auch die Abbildung des Lagers bereits als lineares Federelement als schwierig, da die einzelnen Steifigkeiten gekoppelt sind und somit voneinander abhängen.

Die FVA hat in den vergangenen Jahren ihre Forschungsergebnisse oft durch Eigenentwicklungen in technische Software umgesetzt, die sich durch einen hohen Grad an Detailtreue und Genauigkeit auszeichnen und durch Berechnungsmöglichkeiten, die bisher in kommerziellen Produkten nicht oder nur unzureichend vorhanden sind. Bezüglich der Wälzlagerberechnung ist hier vor allem das Programm LAGER2 zu nennen, mit dem *statische* Berechnungen für die meisten existierenden Wälzlager wie die Bestimmung von Steifigkeiten, Lastverteilung im Wälzlager und in einzelnen Kontakten sowie die Berechnung der Lebensdauer durchgeführt werden können [FVA364/I, FVA364/II]. Darüber hinaus besteht eine Kopplung zu RIKOR zur *statischen* Berechnung von Wellensystemen.

In vielen Fragestellungen ist jedoch die *dynamische* Simulation der Wälzlagerkomponenten inkl. aller Kontaktgrößen notwendig, vgl. beispielsweise [FVA589, FVA597, FVA22/III, FVA22/IV, FVA22/V]. Simpack ist zwar hierfür geeignet, anwenderorientierte Wälzlagermodule für Simpack existieren jedoch nicht. In früheren FVA-Vorhaben wurde das Problem durch eigenständiges Aufstellen und Lösen der entsprechenden Bewegungsgleichungen gelöst [FVA22/III, FVA22/IV, FVA22/V]. Diese Vorgehensweise hat jedoch den Nachteil, dass solche Modelle i. d. R. nur für Detailuntersuchungen geeignet sind und zur Systemsimulation nicht verwendet werden können. Eine Detailsimulation bzw.

erweiterte Systemsimulation mit Detaillagern im Rahmen der FVA-Simpack-Lizenz ist daher wünschenswert.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass ein Bedarf zur Erweiterung der Möglichkeiten durch MKS-Wälzlagerdynamiksimulation besteht. Es werden standardisierte Modelle zur Wälzlagersimulation in Simpack zur Nutzung in dynamischen Systemsimulationen (z. B. Getriebe) gewünscht, die benutzerfreundlich aufrufbar und in ein Gesamtmodell integrierbar sind. Mit solchen Modellen lassen sich Lagerkenngrößen auch in einer Systemumgebung gewinnen, die aus LAGER2 nicht ermittelbar sind. Dazu zählen beispielsweise Größen zur inneren Lagerkinematik und –dynamik (Wälzkörper und Käfig), Reibung oder Schlupf. Darüber hinaus können aber auch erweiterte Lebensdaueruntersuchungen unter realitätsnahen Systembedingungen wie beispielsweise wechselnden Lasten oder Vibrationen durchgeführt werden. Des Weiteren können dynamische 3D-Lastkollektive aus der Gesamtsystems simulation unter Berücksichtigung von Systemrückwirkungen ermittelt werden. Durch Einbinden flexibler Körper in die MKS-Umgebung Simpack können auch Verformungen im System und Lager (Wellen, Gehäuse) berücksichtigt werden. Solche Möglichkeiten stehen den FVA-Mitgliedern im Rahmen der bei der FVA vorhandenen Softwaremöglichkeiten derzeit nicht zur Verfügung.

3. Forschungsziel und wissenschaftliche Bedeutung

Ziel des Vorhabens ist die Entwicklung eines MKS-Wälzlagermoduls für das *MKS-Tool Simpack* zur lizenzfreien Nutzung in Detail- und vertieften Systemsimulationen durch die FVA-Mitglieder (nutzbar mit FVA-Lizenz). Das MKS-Tool Simpack bildet die Basis für dieses Vorhaben, das die Bewegungsgleichungen des Systems mit Hilfe des Modellaufbaus im Preprocessor selbst erstellt und entsprechende Solver zur Lösung dieser zur Verfügung stellt.

Im geplanten Vorhaben sollen die Grundlagen zur Integration von Lagermodellen in MKS-Umgebungen (unter Benutzung von Simpack) erarbeitet werden. Am Beispiel des Rillenkugellagers wird hierfür ein unabhängiger *Berechnungskern* für Rillenkugellager implementiert, welcher auch in komplexe Systemmodelle eingebaut werden kann. Mit diesem MKS-Wälzlagermodell können in der MKS-Umgebung Steifigkeit, Reibung oder die Lagerkinematik berechnet und untersucht werden. Da die Reibung in Wälzlagern eine wichtige Größe darstellt, sollen unterschiedliche Reibmodelle implementiert werden. Der Benutzer kann dabei zwischen einfachen Reibmodellen (Reibwert-Relativgeschwindigkeitsverläufe) oder komplexen Reibmodellen (EHD, mit Diskretisierung der Kontaktfläche) wählen. Des Weiteren hängt die Lastverteilung und somit die Reibung aber auch die Lebensdauer des Wälzlagers von der Elastizität der Umgebungs konstruktion ab, was ebenfalls berücksichtigt werden soll. Letztendlich hat auch der Käfig einen Einfluss auf das innere dynamische Verhalten des Wälzlagers, der in dem aufzubauenden Wälzlagermodell in einer ersten, vereinfachten Ausbaustufe für unterschiedliche Käfigarten implementiert werden soll.

Zur Einbindung des unabhängigen Berechnungskerns für Rillenkugellager in Simpack wird ein *Interface* geschaffen. Auf dieses Interface und letztendlich auf den Berechnungskern greift eine einheitliche *Toolbox* für Simpack (grafische Oberfläche) zu, die einer einfachen Handhabung für die Lagerauswahl sowie für das Einfügen des Modells in ein Systemmodell sowie der Festlegung der Randbedingungen dient. Auf eine einfache Benutzung und Handhabung wird dabei sehr großen Wert gelegt.

Komplexe Systeme wie Getriebe, Planetengetriebe oder Antriebsstränge werden entweder mit Hilfe von statischen oder dynamischen Berechnungsprogrammen ausgelegt. Im statischen Fall wird dabei das Maschinenelement Wälzlager zur Berechnung der Steifigkeit, der Belastungen und der Lebensdauer i. d. R. hinreichend genau abgebildet. Bei dynamischen Berechnungen werden Wälzlager durch vereinfachte Feder-Elemente ersetzt, die im günstigsten Fall alle Steifigkeiten (in alle Raumrichtungen) beinhalten. Dadurch können jedoch gegenseitige Rückwirkungen nicht vollständig abgebildet werden. Darüber hinaus sind mit statischen Modellen Betrachtungen zu dynamischen 3D-Lastkollektiven, zur inneren Lagerdynamik, zum Käfig, aber auch zur Reibung oder Schlupf nicht möglich.

Zur Systemsimulation steht den FVA-Mitgliedsfirmen das MKS-Programm Simpack zur Verfügung. Mit Hilfe des zu entwickelnden MKS-Wälzlagersimulationsmodells wird den Mitgliedern eine Möglichkeit gegeben, detaillierte Wälzlagermodelle in ein Gesamtsystem einzubinden und so die Nachteile von statischen Programmen zu überwinden. Mit solchen dynamischen Modellen kann das Verhalten eines mechanischen Systems (sowohl Detailbetrachtungen als auch Umgebungs konstruktion) genauer untersucht werden. Solche Möglichkeiten stehen derzeit nicht zur Verfügung.

Die im Getriebe- und Anlagebau dominierend vertretenen kmU sind auf Grund ihrer begrenzten Personal- und finanziellen Ressourcen nicht in der Lage, die zur Lösung der Problematik notwendigen Schritte zum Aufbau eines wie in diesem Vorhaben geplanten Modells selbst durchzuführen. Das in diesem Vorhaben resultierende Wälzlagermodul für Simpack kommt demnach gerade diesen Unternehmen besonders zu Gute, da sie die Möglichkeit haben werden, bereits im Entwicklungsprozess kritische Betriebszustände zu erkennen, die Zuverlässigkeit der Anwendung zu erhöhen und Risiken bezüglich der Gebrauchsdauer abzubauen. Solche Möglichkeiten liefern einen Beitrag zur Qualitätssicherung und damit letztlich zur Steigerung der Wettbewerbsfähigkeit auch gegenüber der ausländischen Konkurrenz.

4. Wälzlagerdynamiksimulation: Stand der Technik

Die Dynamiksimulation von Wälzlagern kann auf zwei Wegen verfolgt werden. Die erste Möglichkeit besteht darin, eine Simulationsumgebung zu erschaffen und darin die Modelle der Wälzlager aufzubauen. Dies erlaubt einerseits die Spezialisierung und Anpassung der Umgebung an die Bedürfnisse der Wälzlagersimulation, andererseits ist dies mit einem nicht unerheblichen Aufwand verbunden, da das analytische Aufstellen und Lösen von Differentialgleichungen in einer eigenentwickelten Simulationsumgebung durchgeführt und die Gleichungslöser (Solver) sowie die graphischen Oberflächen für Pre-/Postprocessing selbst entwickelt werden müssen. Diesen Weg beschreiten zum Beispiel die großen Wälzlagerhersteller mit ihren MKS-Umgebungen, über die auch in [Vess03] berichtet wird. Bekannte Entwicklungen sind von der Schaeffler-Gruppe «CABA 3D», von SKF «BEAST» und von NSK «BRAIN» [StFrNo99, Vess03] (siehe Abbildung 4.1). Diese Entwicklungen stehen allerdings Anwendern, Forschern oder auch Unternehmen nicht zur Verfügung. Da diese Entwicklungen ein Teil des Firmen-Knowhows sind, gibt es über diese Programme weder detaillierte Informationen, noch werden hieraus erzielte Forschungsergebnisse für die Wissenschaft sichtbar. Neben diesen von Firmen entwickelten Umgebungen existiert an Forschungsstellen im deutschsprachigen als auch im internationalen Raum eine Vielzahl an Wälzlagermodellen ([Bart97, FVA22/III, FVA22/IV, FVA22/V, Ghai03, GhWaSa04, Gupt84, Gupt88, Sahe01, Vess03]). Viele dieser Modelle sind für eine spezielle Fragestellung entwickelt worden und somit nicht beliebig erweiterbar oder auf andere Fragestellungen übertragbar. So beschränken sich viele Modelle auf eine

zweidimensionale Beschreibung (z. B. in [FVA22/III, FVA22/V]) oder berücksichtigen kein Kippen oder Schrägen der Wälzlagerkomponenten.

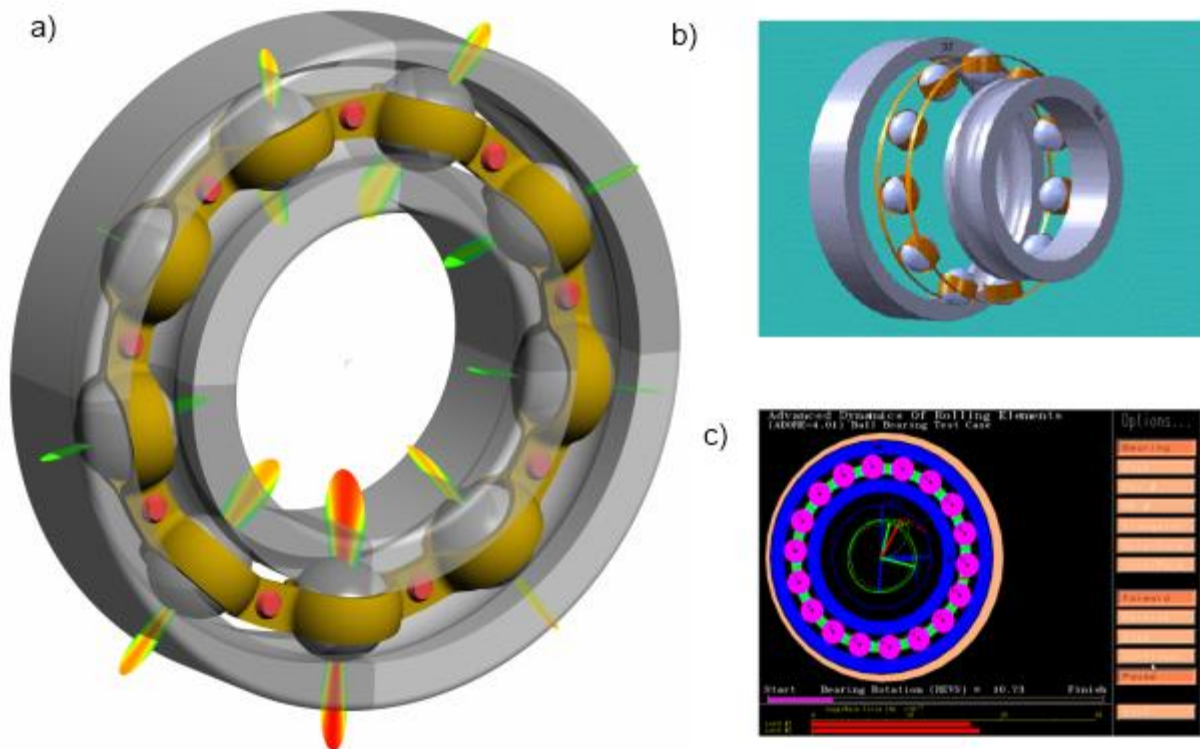


Abbildung 4.1: Simulationsprogramme im Vergleich: a) CABA3D [CABA10]; b) BEAST [BEAST11]; c) ADORE [ADORE11]

Der zweite Weg besteht darin, ein kommerzielles MKS-Programm als Entwicklungsbasis zu benutzen. Damit kann ein einfacherer Aufbau des Modells erreicht werden und es können die hochentwickelten Solver sowie die grafische Benutzeroberfläche für Pre- und Postprocessing genutzt werden. Auch ist die Zeitschrittintegration sehr effizient und wird durch die Softwareanbieter ständig weiterentwickelt. Ein weiterer Vorteil dieser Vorgehensweise liegt in der Möglichkeit, das Lagermodell in eine Systemumgebung auf einfachem Wege zu integrieren, die z. B. ein ganzes Maschinensystem abbildet (vgl. Abbildung 4.2). Kommerzielle MKS-Programme können durch Zusatzroutinen an die Bedürfnisse hinsichtlich Genauigkeit oder Modularität angepasst und erweitert werden. Dieser Weg wurde z. B. von der beantragenden Forschungsstelle MEGT der TU Kaiserslautern eingeschlagen. So wurden in der Vergangenheit auf dem Gebiet der Wälzlagersimulation eine Reihe von Arbeiten durchgeführt, z. B. [AuSa05, BHMLB04, Hahn05, HaNiSa03, HaSa04/1, HaSa04/2, HTNS03, SaHaTe05/1, SaHaTe05/2, SHTN0, Teut05, THAS02, TeSa04, ScSa09]. Der Lehrstuhl verfügt daher über umfangreiche Erfahrungen in der Modellentwicklung von Wälzlagern.

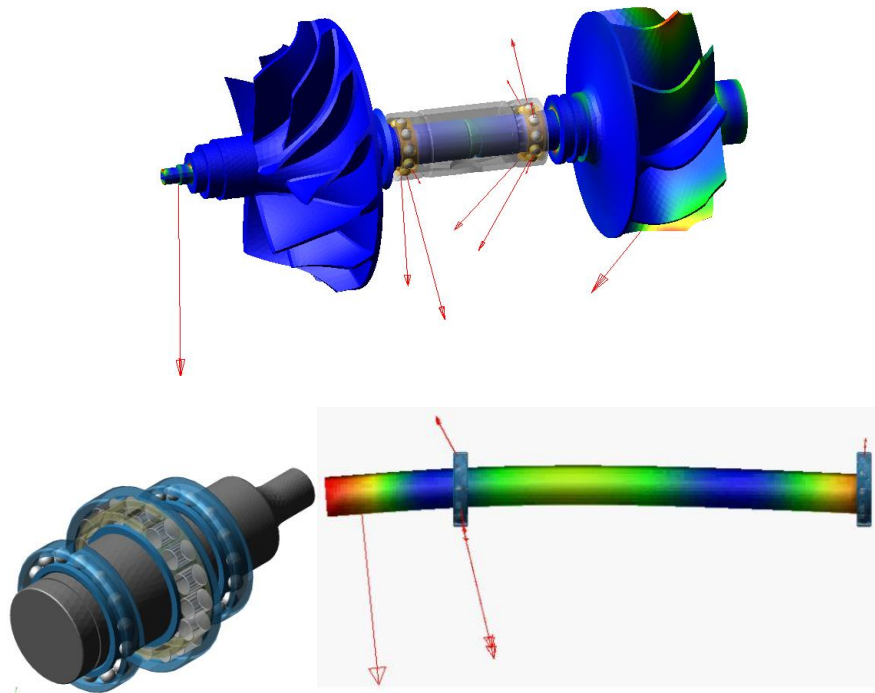


Abbildung 4.2: Beispiele zur Integration von Wälzlagermodellen in Systeme

Die an der TU Kaiserslautern entwickelten Simulationsmodelle werden mit einem frei am Markt verfügbaren Mehrkörpersimulationsprogramm ausgeführt. Bei Dynamiksimulationen von Wälzlagern sind neben dem Lösen der Bewegungsgleichungen vor allem die Kontakterkennung und Kontaktkraftberechnung (Normal- und Reibkraft) elementar wichtig [BHMLB04, HaSa04/1, HaSa04/2, SaHaTe05/1]. Wissenschaftliche Eigenentwicklungen der Forschungsstelle sind die zur Wälzlagersimulation notwendigen Kontakt- und Kraftrouninen. Diese können nur zum Teil mit den heute verfügbaren MKS-Systemen direkt formuliert werden. Durch eigenentwickelte Routinen, die in das MKS-System integriert wurden, wird die Berührfläche ermittelt und daraus die lokale Verteilung der Pressungen und Reibkräfte berechnet. Die mit diesen Modellen gewonnenen Ergebnisse sind mit denen der Programme vergleichbar, die von den großen Wälzlagerherstellern entwickelt wurden. Die MKS-Umgebung wird dabei benutzt, um:

1. das Modell mit grafischer Benutzeroberfläche parametrisch aufzubauen,
2. die Bewegungsgleichungen zu generieren und
3. das Gleichungssystem zu integrieren.

Die innere Dynamik der Wälzlager, die unter anderem umfasst:

- a. Kontakterkennung,
- b. Berechnung der Pressungsverteilung,
- c. Berechnung der Reib- und der Dämpfungskräfte in den Kontakten mit ihren geometrischen und physikalischen Nichtlinearitäten

wurden eigenständig entwickelt, programmiert und in das MKS-System integriert [Hahn05, SaHaTe05/1, SaHaTe05/2, Teut05].

Weitere Forschungsarbeiten am MEGT-Lehrstuhl, wie z. B. in [NSKKL05] vorgestellt, haben gezeigt, dass die Standard-Funktionalitäten kommerzieller MKS-Systeme ohne grundlegende Probleme weit ausgebaut werden können und dass das hier eingesetzte Konzept zukunftsweisend ist. Zu weiteren Einzelheiten zum Stand der Technik zur Dynamiksimulation von Wälzlagern wird auf die Literaturstellen [Hahn05, SaHaTe05/1, SaHaTe05/2, Teut05] hingewiesen, die den aktuellen Stand zusammenfassen.

5. Lösungsweg

Abbildung 5.1 zeigt eine Übersicht über das MKS-Wälzlagermodul, das für Simpack erstellt werden soll. Es besteht aus den vier Komponenten MKS-Tool Simpack, Toolbox, Interface und Berechnungskern, die folgende Funktionen besitzen (die letzten drei Komponenten stellen Neuentwicklungen für die FVA dar):

- *MKS-Tool Simpack*: Das Programm stellt die Basis für das zu entwickelnde MKS-Wälzlagermodul dar. In diesem sind Systeme mit Hilfe eines Preprocessors frei definierbar. Es bringt sowohl Solver zur Lösung der Bewegungsgleichungen als auch einen Postprocessor mit. Solver, Pre- und Postprocessor werden von der Firma Simpack ständig weiterentwickelt.

Zur visuellen Darstellung der einzelnen Körper können zwei Wege verfolgt werden. Einerseits besteht die Möglichkeit des Importes einer CAD-Datei (step, iges). Andererseits können Körper mit Hilfe der Simpack-Möglichkeiten (einfache Geometrien, Extrusion eines Querschnittes, ...) erstellt werden.

- *Toolbox*: Die entwickelnde Toolbox stellt die grafische Benutzeroberfläche dar und dient der einfachen Lagerdefinition und/oder -auswahl und Einbindung im MKS-Gesamtmodell. Dabei ist eine benutzerfreundliche Eingabe sehr wichtig, d. h. dass – ähnlich wie in der FVA Workbench – neben der Möglichkeit, alle Daten (Geometrie, Werkstoffe, ...) einzeln eingeben zu können, auch Kataloglager und vorgegebene Werte ausgewählt werden können (Nutzung von Lagerdatenbanken). Mit Hilfe der Toolbox können auch Betriebsparameter (Belastung, Drehzahl) und erweiterte Modellparameter definiert werden wie beispielsweise Reibungsgrößen und Schmierstoffeigenschaften.
- *Interface*: Das Interface stellt eine Datenschnittstelle zur Anbindung des Berechnungskerns dar. Es soll einen standardisierten Aufbau für Wälzlagermodelle der FVA darstellen und für eine einheitliche Gestaltung der Berechnungsroutinen für Wälzlagermodelle sorgen. Durch Anpassung des Interface kann der Berechnungskern auch in anderen MKS-Programmen genutzt werden, was mit einer erhöhten Kompatibilität und einer vereinfachten Wartung einhergeht.

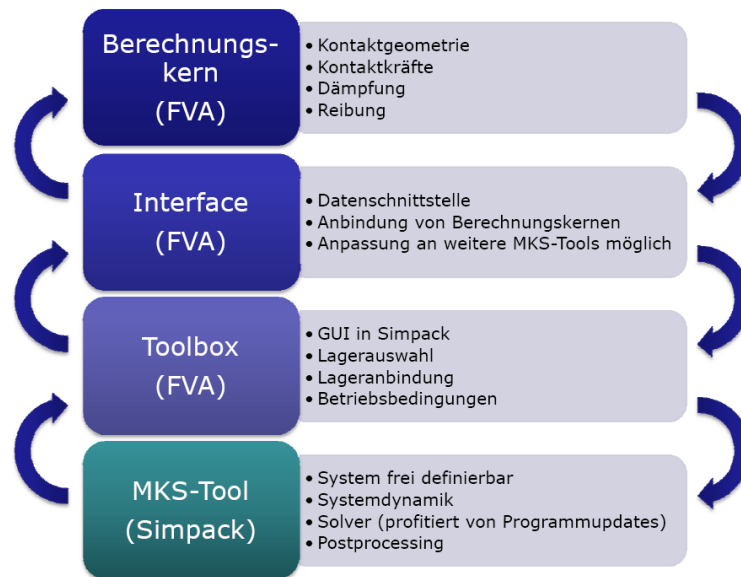


Abbildung 5.1: Übersicht MKS-Wälzlagermodul für Simpack

- Berechnungskern:** Für das Beispiel eines vollparametrischen Rillenkugellagers beinhaltet der Berechnungskern die Lösung der Teilaufgaben für die Dynamiksimulation von Wälzlagern, zu denen die Kontaktpunktfindung, Normal- und Reibkraftberechnung in Abhängigkeit der Wälzlagergeometrie und der vorgegebenen Randbedingungen (Belastung, Drehzahl, Schmierstoff, ...) zählen (vgl. Abbildung 5.2). Da nicht für jede Untersuchung (beispielsweise in einem Gesamtsystem) die höchste Detailstufe des Wälzlagermodells notwendig ist, wird eine Auswahlmöglichkeit für zwei Modelle vorgesehen: ein Basismodell und ein erweitertes Modell (einzelne Eigenschaften der Modelle können miteinander auch kombiniert werden). Beide Modelle werden eine stabile, genaue und schnelle Kontaktpunktfindung beinhalten. Die Normalkraftberechnung erfolgt nach Hertz, wobei auch Dämpfungskräfte über einen einfachen, kubischen Ansatz mit berücksichtigt werden.

In Rillenkugellagern werden wälzkörpergeführte Käfige bzw. innen- oder außenbordgeführte Massivkäfige eingesetzt, die auch im Modell berücksichtigt werden. Neben den vordefinierten Werkstoffeigenschaften (Stahl, Messing) hat der Anwender die Möglichkeit, eigene Werkstoffdaten zu anzugeben (Dichte, Elastizitätsmodul, Querkontraktionszahl).



Abbildung 5.2: Teilaufgaben bei der Dynamiksimulation von Wälzlagern und Lösungsansätze des MEGT

Die beschriebene Vorgehensweise zur Erstellung eines FVA-Wälzlagermoduls bietet folgende Vorteile:

- **Lizensierung:** Das erstellte FVA-Wälzlagermodul ist lizenzfrei (nutzbar mit FVA-Lizenz für Simpack).
- **Transparenz:** Die mathematischen Grundlagen und die numerische Umsetzung sind durch die genaue Dokumentation genau ersichtlich und nachvollziehbar.
- **Freie Gestaltungs- bzw. Erweiterungsmöglichkeiten:** Die Vorgehensweise lässt eine Implementierung eigener Kontakt-, Dämpfungs- und Reibungsroutinen zu. Des Weiteren sind weitere Lagerbauformen jederzeit umsetzbar.
- **Einbinden von FVA-Ergebnissen:** Die Anpassung des Entwicklungsstandes des Modells an neue Erkenntnisse ist gegeben.

Gemäß den oben aufgeführten Inhalten lässt sich das gesamte Arbeitsprogramm in folgende Arbeitspakete A bis E gliedern:

A – Definition Programmstruktur

Im ersten Arbeitsschritt ist eine Analyse der Möglichkeiten zur Lagermodellierung in Simpack durchzuführen. Hierbei sind die Möglichkeiten zur Übergabe von Parametern an die Simpack-Kraft-routinen zu prüfen. Des Weiteren muss geprüft werden, mit welchen Befehlen welche Zustandsgrößen (Positionen, Geschwindigkeiten, Kräfte, ...) der einzelnen Körper aus der Routine heraus aufgerufen werden können. Daraus ist eine Modellierungsstrategie zur Umsetzung des Berechnungskerns zu entwickeln.

In Simpack selbst ist auch zu prüfen, welche Möglichkeiten zur Erzeugung von Körpern zur Verfügung stehen (Import von CAD-Dateien, Boolesche Operationen an einfachen Körpergeometrien, ...) und

wie die Berechnung der Masse und Trägheiten automatisiert durchgeführt werden kann. Hierfür ist u. U. ein Berechnungskern zu entwickeln.

B – Interface

Im zweiten Schritt werden die für die Wälzlagersimulation notwendigen Parameter festgelegt, die von Simpack an den Berechnungskern übergeben werden. Hierbei stellt das Interface die Schnittstelle zwischen dem Berechnungskern und dem in Simpack aufgebauten Wälzlagermodell dar. In diesem werden die programmspezifischen Befehle definiert, die beispielsweise zum Auslesen der Zustandsgrößen in der Routine notwendig sind. Durch Anpassung der programmspezifischen Befehle im Interface wird ein Aufrufen der Berechnungskerne in anderen MKS-Tools möglich.

C – Berechnungskern Rillenkugellager

Im Berechnungskern, das für das geplante Vorhaben am Beispiel des Rillenkugellagers umgesetzt wird, werden folgende Berechnungsmöglichkeiten implementiert:

C.1 Basismodell

Im Basismodell wird eine stabile, genaue und schnelle *Kontaktpunktfindung* implementiert. Die *Normalkraftberechnung* erfolgt nach Hertz unter Berücksichtigung von Dämpfungskräften. Die *Reibkraftberechnung* wird mit Hilfe von Reibwert-Relativgeschwindigkeitskurven (Coulomb-Reibung) durchgeführt.

Das Basismodell beruht auf so genannten Basisgeometriedaten, die in der Lagerdatenbank der FVA-Workbench (xml-Datei) enthalten sind oder die – nach Bedarf – von den Lagerherstellern über eine xml-Datei zur Verfügung gestellt werden.

C.2 EHD-Schmierung

Zur genaueren Analyse der Schmierfilmbildung im Kontakt werden die einfachen Reibgesetze aus dem Basismodell um die EHD-Schmierung, beispielsweise nach Chittenden et al. [CDDT85/1, CDDT85/2], erweitert.

C.3 Käfigmodelle

Zur realitätsnahen Abbildung des Wälzlagers ist eine Berücksichtigung des Käfigs notwendig. Hierzu werden folgende drei Modellstufen umgesetzt:

- Masseloser, starrer Käfig (Abstandshalter über Zwangsbedingungen)
- Massebehafteter, starrer Käfig
- Massebehafteter, elastischer Käfig (Federkäfig)

Die Ermittlung der Massen und Trägheiten erfolgt mit Hilfe der aus Arbeitspaket A gewonnenen Erkenntnisse, wobei sinnvolle Annahmen zur Vereinfachung der Käfiggeometrie getroffen werden müssen, da Feingeometrien von den Lagerherstellern nicht zur Verfügung gestellt werden können. Das Treffen der Annahmen erfolgt während der Laufzeit in enger Zusammenarbeit mit den Lagerherstellern. Zur Abbildung der Elastizität mit Hilfe von Federelementen, die zwischen zwei

benachbarten Wälzkörpern wirken, müssen ebenfalls geeignete Berechnungsmöglichkeiten erarbeitet werden (Steifigkeit einer Käfigtasche).

C.4 Flexible Anschlusskonstruktion

Da die Verformung der Anschlusskonstruktion einen Einfluss auf die Lastverteilung im Wälzlager besitzt und sich somit auf die Lebensdauer, Steifigkeit und innere Lagerdynamik auswirkt, soll in diesem Arbeitsschritt eine Möglichkeit zur Berücksichtigung von flexiblen Anschlusskonstruktionen bzw. von flexiblen Ringen und ihre Anbindung an die (System-)Umgebung erarbeitet werden. Hierzu stehen entweder analytische Methoden [Harri91] zur Verfügung oder es werden die Möglichkeiten von Simpack genutzt (Einbinden flexibler FE-Körper, Federmodelle). Die geeignetere Methode ist zu überprüfen.

Wichtig bei der Erstellung eines eigenständigen Programmmoduls ist die **Validierung** der Simulationsergebnisse, die zeitgleich mit dem Modellaufbau durchgeführt wird. Die Größen Steifigkeit, Wälzkörper-Laufbahn-Kräfte, Reaktionskräfte am Lager, Schmierstathöhe, Kappa-Wert, Lebensdauer, Lastzonenausbildung und Überrollfrequenzen können mit Hilfe der Ergebnisse aus LAGER2 abgeglichen werden. Reibungsmomente oder kinematische Größen können mit Ergebnissen aus älteren FVA-Vorhaben verifiziert werden.

D – Toolbox

Das letzte Arbeitspaket zur Modellerstellung beinhaltet folgende zwei Punkte:

D.1 Integration in Simpack

Mit Hilfe einer anwenderfreundlichen Bedienoberfläche (Toolbox) können sämtliche Einstellungen (Geometrieeingaben, Lagerauswahl aus Lagerdatenbank, Positionierung und Orientierung im Gesamtsystem, Systemanbindung, Werkstoffauswahl, ...) für das aufzubauende Lagermodell vorgenommen werden. Der (parametrische) Modellaufbau erfolgt im Anschluss automatisiert, so dass das Modell schließlich in das Gesamtsystem integriert wird.

Des Weiteren soll die Toolbox Möglichkeiten zur Auswertung, Darstellung und Visualisierung von Berechnungsergebnissen wie Steifigkeit, Kräften (Wälzkörper-Laufbahn-Kräfte, Reaktionskräfte am Lager), Schmierstathöhe, kinematische Größen oder Reibmoment bieten.

D.2 Lagerdatenbankanbindung

Neben der Möglichkeit zur selbstständigen Eingabe der Geometriedaten des Wälzlagers, die man beispielsweise aus einer Lagervermessung erhält, erfolgt eine Anbindung der Lagerdatenbank der FVA Workbench (xml-Datei) an die Toolbox. Darüber hinaus wird eine Schnittstelle erstellt, mit deren Hilfe Geometriedaten über eine xml-Datei eingelesen werden können. Damit werden eine benutzerfreundliche Lagerauswahl für den Anwender und der Aufbau eines Standardlagers (Basislager mit Basisgeometrie) wie in LAGER2 gewährleistet.

6. Berechnungsansätze

6.1 Normalkraft

Die Grundlage für die Berechnung relevanter Größen wie beispielsweise die Annäherung und Flächenpressung punktförmiger Kontakte bildet im elastischen Bereich die Hertz'sche Theorie (Abbildung 6.1) [Hert82]. Für die Berechnung der Kontaktkraft müssen der reduzierte Elastizitätsmodul E' , die Summe der Krümmungen $\sum \rho$ und die reduzierten Radien der im Kontakt stehenden Körper bekannt sein. Diese berechnen sich wie folgt [BEHW09]:

$$E' = \frac{2}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}}$$

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} = \frac{1}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}}$$

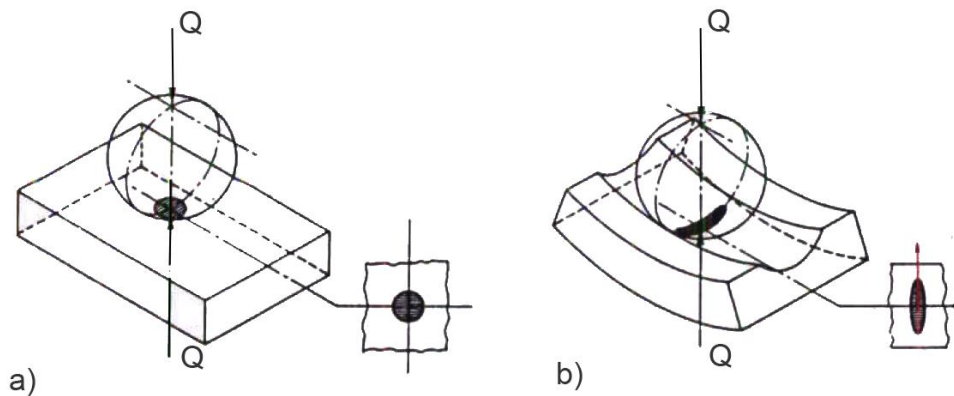


Abbildung 6.1: Unter Belastung entstehende Druckflächen a) Kugel-Platte b) Wälzkörper-Wälzlagererring [HaBr83]

Im Falle des Rillenkugellagers gilt für die reduzierten Radien in x und y Richtung [BEHW09]:

$$R_x = \frac{1}{\frac{1}{r_{WK}} + \frac{1}{r_{LFB}}}$$

$$R_y = \frac{1}{\frac{1}{r_{WK}} + \frac{1}{-r_{PROF}}}$$

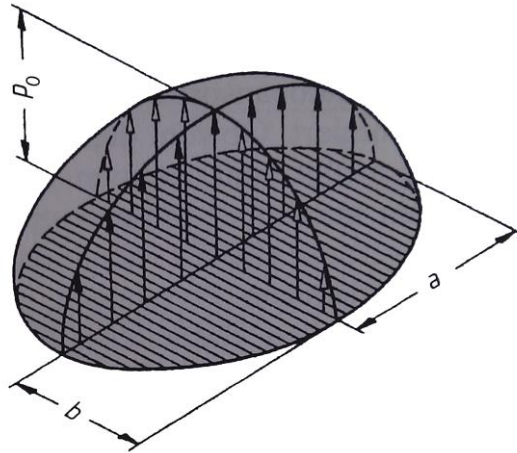


Abbildung 6.2 - Hertz'sche Druckverteilung und zugehörige Druckellipse [WMJV09]

Zur Berechnung der Halbachsen der entstehenden Druckellipse (Abbildung 6.2) sind Beiwerte erforderlich. Diese stellen keine kontinuierliche Funktion dar und müssten somit interpoliert werden. Eine numerisch günstigere Berechnungsmethode bieten die Näherungs- und Regressionmethoden nach Hamrock und Brewe [BEHW09]:

$$\alpha_H = \begin{cases} \frac{R_x}{R_y} \text{ für } R_x \geq R_y \\ \frac{R_y}{R_x} \text{ für } R_y > R_x \end{cases}$$

Unter der Bedingung $1 < \alpha_H \leq 100$ können die elliptischen Integrale \mathcal{E} und \mathfrak{I} angenähert berechnet werden

$$\mathcal{E} = 1 + \frac{q_H}{\alpha_H}$$

$$\mathfrak{I} = \frac{\pi}{2} + q_H \cdot \ln(\alpha_H)$$

mit

$$q_H = \frac{\pi}{2} - 1$$

Die Kontaktkraft Q ergibt sich mit der in WK_LB_Kontakt berechneten Durchdringung δ zu:

$$Q = \sqrt{\left(\frac{\delta}{\mathfrak{I}}\right)^3 \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot R'}{4,5} \cdot \pi \cdot k \cdot E'}$$

Die für die Flächenpressung nötigen Halbachsen lassen sich nach Hamrock und Brewe wie folgt bestimmen:

$$a = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot k^2 \cdot \mathcal{E} \cdot Q \cdot R'}{\pi \cdot E'}}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot \varepsilon \cdot Q \cdot R'}{\pi \cdot k \cdot E'}}$$

Damit können nun die mittlere p_m und maximale p_0 Flächenpressung ermittelt werden

$$p_m = \frac{Q}{a \cdot b \cdot \pi}$$

$$p_0 = 1,5 \cdot p_m$$

6.2 Kontakt

In der WK_LB_Kontakt Routine werden die Durchdringung zwischen Laufbahn und Wälzkörper, die Kontaktnormale und der Kontaktpunkt bestimmt. Abbildung 6.3 zeigt exemplarisch die grundlegenden Geometriewerte, die für die Kontaktbeschreibung zwischen Außenring und Wälzkörper notwendig sind. Der dargestellte Schnitt verläuft senkrecht zur Wälzlagerachse in der Lagermitte, am tiefsten Punkt der Laufbahn.

Der Hilfsbeiwert h_{xy} wird aus den entsprechenden Mittelpunktsabständen von Wälzkörper und Laufbahn t_{disp} bestimmt:

$$h_{xy} = \sqrt{t_{disp,x}^2 + t_{disp,y}^2}$$

Die Mittelpunktsabstände t_{disp} werden über Simpack ausgelesen und der Routine weitergegeben. Es wird zuerst die Kontaktnormale $\vec{c}_{n,Schnitt}$ (Abbildung 6.5, Schnitt A-A Abbildung 6.3) bestimmt und über eine geeignete Koordinatentransformation in das Koordinatensystem des Außenrings transformiert:

$$\vec{c}_{n,Schnitt} = \begin{pmatrix} 0 \\ -(-h_{xy} - (r_{LFB} - r_{prof})) \\ -t_{disp,z} \end{pmatrix}$$

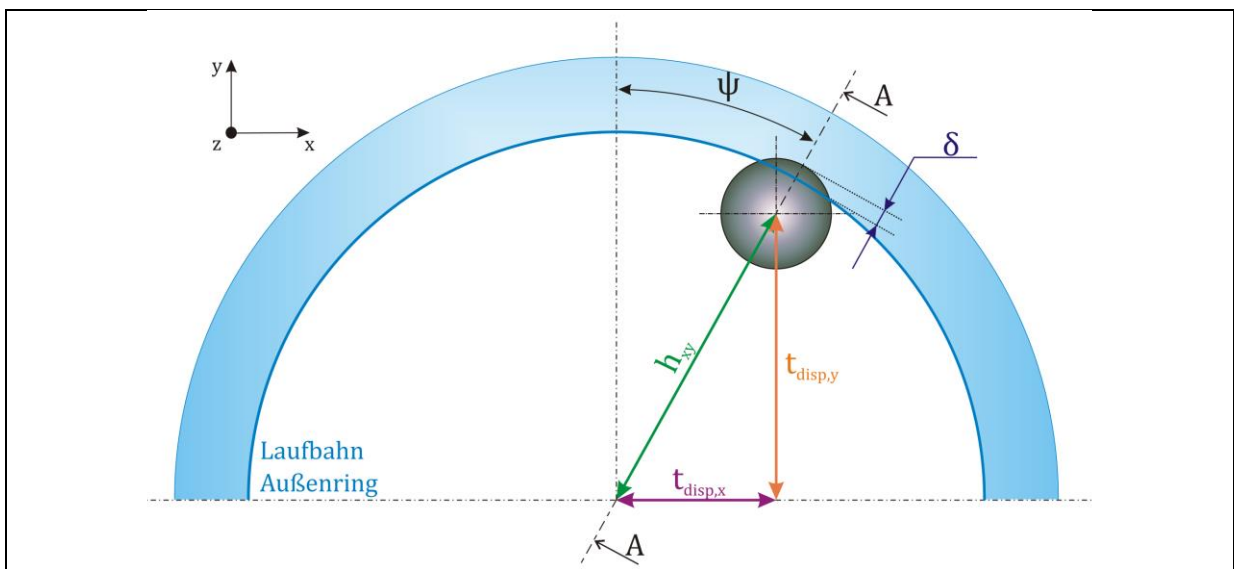


Abbildung 6.3: Geometrische Randbedingungen zur Kontaktbestimmung [FrKi10]

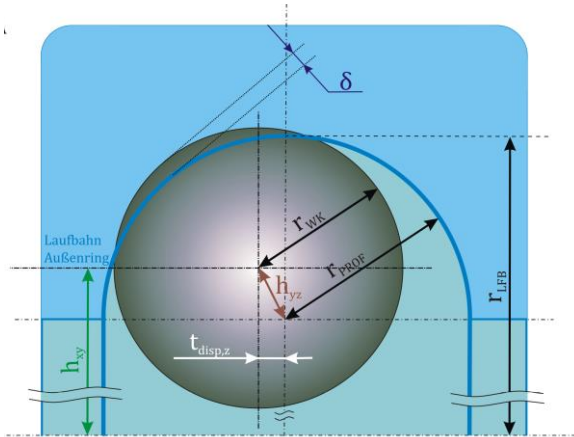


Abbildung 6.4: Kontaktbestimmung [FrKi10]

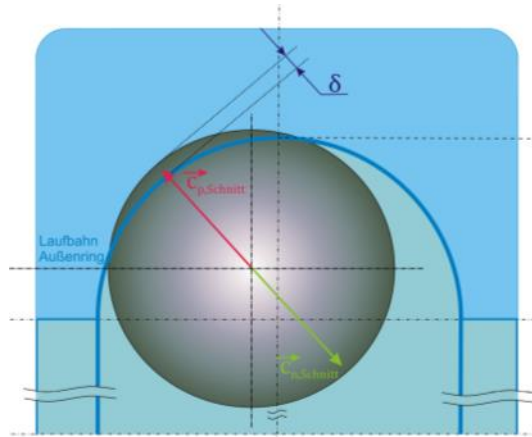


Abbildung 6.5: Kontaktnormale [FrKi10]

Die Durchdringung δ (siehe Abbildung 6.4) ergibt sich dann zu:

$$\delta = -r_{prof} + \sqrt{t_{disp,z}^2 + \left(h_{xy} - (r_{LFB} - r_{prof})\right)^2} + r_{WK}$$

Analog erfolgt die Bestimmung am Innenring, mit:

$$\vec{c}_{n,Schnitt} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\left((r_{LFB} + r_{prof}) - h_{xy}\right) \\ -t_{disp,z} \end{pmatrix}$$

$$\delta = -r_{prof} + \sqrt{t_{disp,z}^2 + \left((r_{LFB} + r_{prof}) - h_{xy}\right)^2} + r_{WK}$$

6.3 Reibung

Die Wälzlagerreibung ist der Widerstand, den ein Wälzlager seiner Drehung entgegensetzt. Reibungsvorgänge werden nach ihrer Art in Bewegungs- und Ruhereibung unterschieden. Während die Ruhereibung die Relativbewegung zweier im Kontakt befindlicher Körper unter Einwirkung einer äußeren Kraft verhindert, entsteht die Bewegungsreibung durch die tangentielle Oberflächenverschiebung zweier Körper, die sich bereits relativ zueinander bewegen [Teut05]. Die Bewegungsreibung lässt sich in unterschiedliche Reibungsarten unterteilen, welche in Abbildung 6.6 dargestellt sind.

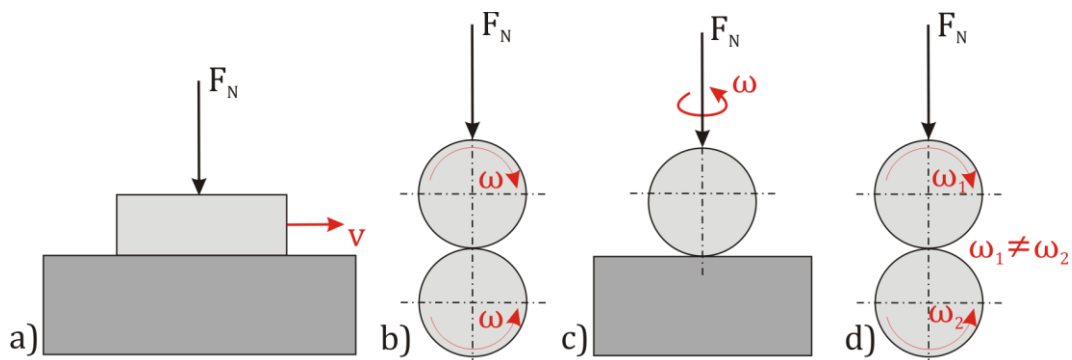


Abbildung 6.6: Reibungsarten: a) Gleitreibung, b) Rollreibung, c) Bohrreibung, d) Wälzreibung [Rode80]

Aus einer im Kontaktbereich stattfindenden tangentialen Relativbewegung resultiert die Gleitreibung (Abbildung 6.6a). Bei der Rollreibung (Abbildung 6.6b) sind die Körpergeschwindigkeiten nach Betrag und Richtung gleich groß, während sich mindestens eine Körperdrehachse in der Berührfläche befindet. Als Wälzreibung (Abbildung 6.6d) wird die Überlagerung von Roll- und Gleitreibung bezeichnet. Steht mindestens eine der Drehachsen der im Kontakt stehenden Körper senkrecht zur Berührfläche, wird diese Reibungsart als Bohrreibung (Abbildung 6.6c) bezeichnet [EvJo86].

Die bisher im Modell implementierte Gleitreibung basiert auf dem Coulomb'schen Gesetz, nach welchem die Gleitreibungskraft F_R proportional zur wirkenden Normalkraft F_N , aber unabhängig von der Größe der Kontaktfläche ist:

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

Der Reibungskoeffizient ist sowohl von der Werkstoffpaarung, als auch von der Oberflächenbeschaffenheit und Schmierung der Körper abhängig. In aller Regel ist der Reibungskoeffizient eine Funktion der Gleit- beziehungsweise Relativgeschwindigkeit ($v_{gl}; v_{rel}$). Bei geringer Gleitgeschwindigkeit ($v_{gl} \approx 0$) nimmt der Reibungskoeffizient beim Kontakt zweier Stahlkörper seinen Maximalwert μ_0 an (Abbildung 6.7). Der Maximalwert μ_0 wird als Haftreibungskoeffizient bezeichnet. Aufgrund der Unstetigkeit des Reibwertes μ bei Gleitgeschwindigkeit $v_{gl} = 0$ ist es schwierig den Reibwert μ numerisch zu bestimmen. Aus diesem Grund wurden Modellierungsverfahren entwickelt, welche basierend auf stetigen Funktionen den Übergangsbereich annähern und numerisch glatter gestalten.

Sjö beschreibt in seinen Arbeiten mehrere Methoden zur Modellierung einfacher Reibungsgesetze. Mittels einer stetig differenzierbaren Arkustangensfunktion kann, wie in Abbildung 6.8 dargestellt, der betrachtete unstetige Übergang von Haftreibungs- zu Gleitreibungskoeffizient modelliert werden [JoTe77]:

$$\mu = \mu_d \cdot \arctan\left(\frac{v_d \cdot v_{gl}}{\mu_d} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{2}{\pi}$$

Die Parameter μ_s, μ_d, v_s und v_d sind frei wählbare Parameter, die den Verlauf der Kurve beeinflussen.

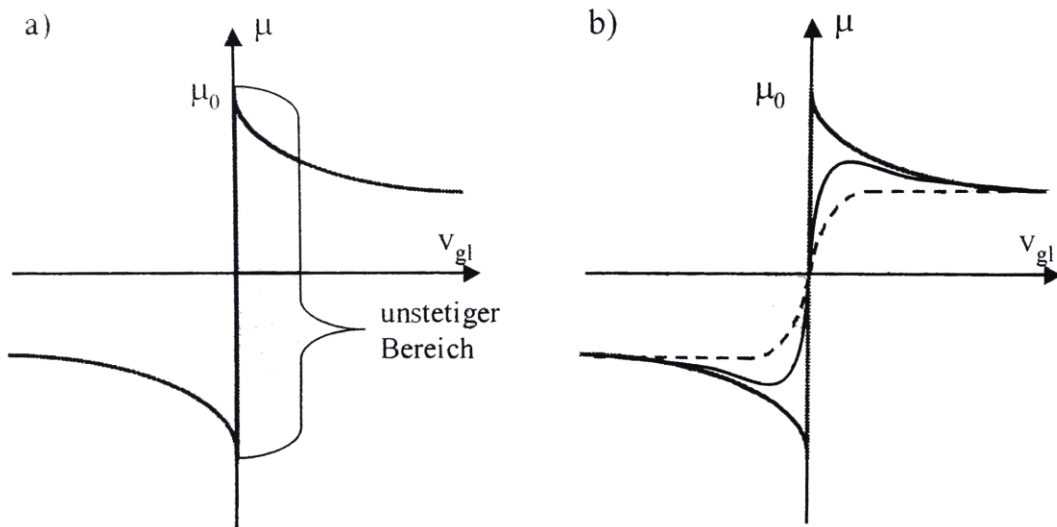


Abbildung 6.7: Reibungskoeffizient μ als Funktion der Gleitgeschwindigkeit v_{gl} :

a) Unstetigkeit bei $v_{gl} = 0$

b) Möglichkeiten stetiger Modellierung [Teut05]

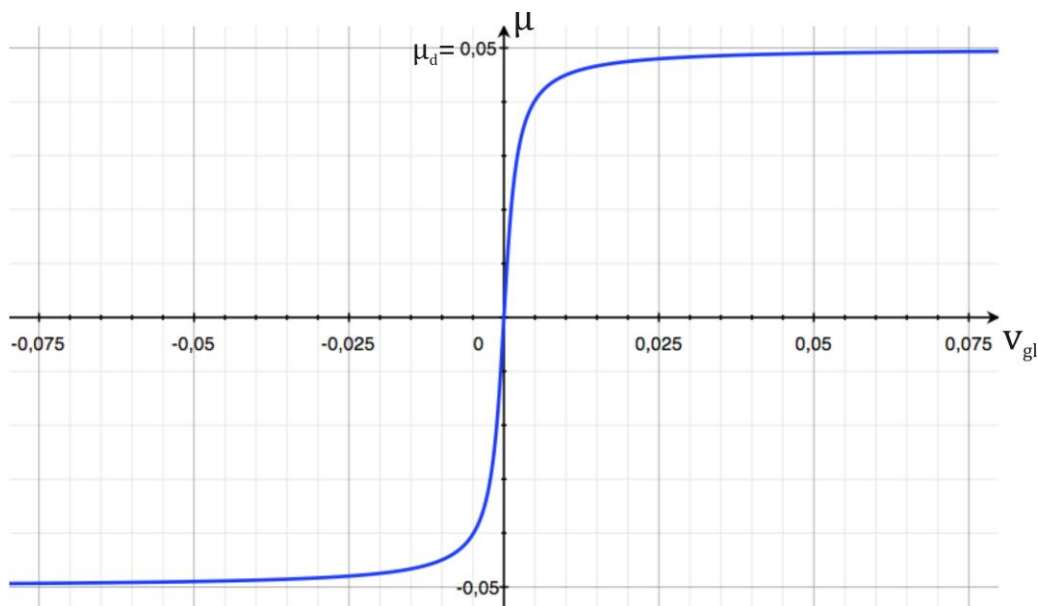


Abbildung 6.8: Die Glättung der Reibungskoeffizientenkurve durch Arkustangens-Annäherung

Eine weitere Möglichkeit der Modellierung ist die Annäherung durch stückweise kubische oder lineare Funktionen. Der Übergang der einzelnen Funktionen erfolgt tangentialstetig (Abbildung 6.9).

$$\mu = \begin{cases} h_{cubic} + a_{cubic} \cdot \delta_{cubic}^2 \cdot (3 - 2 \cdot \delta_{cubic}) & \text{für } |v_{gl}| < v_s \text{ oder } v_s \leq |v_{gl}| < v_d \\ \mu_d & \text{für } |v_{gl}| \geq v_d \end{cases}$$

Für den Fall $|v_{gl}| < v_s$ werden die Hilfsparameter a_{cubic} , h_{cubic} und δ_{cubic} wie folgt gewählt:

$$a_{cubic} = 2 \cdot \mu_s$$

$$h_{cubic} = -\mu_s$$

$$\delta_{cubic} = \frac{v_{gl} + v_s}{2 \cdot v_s}$$

Für den Fall $v_s < |v_{gl}| < v_d$ gilt für die genannten Hilfsparameter a_{cubic} , h_{cubic} und δ_{cubic} :

$$a_{cubic} = \mu_d - \mu_s$$

$$h_{cubic} = \mu_s$$

$$\delta_{cubic} = \frac{v_{gl} - v_s}{v_d - v_s}$$

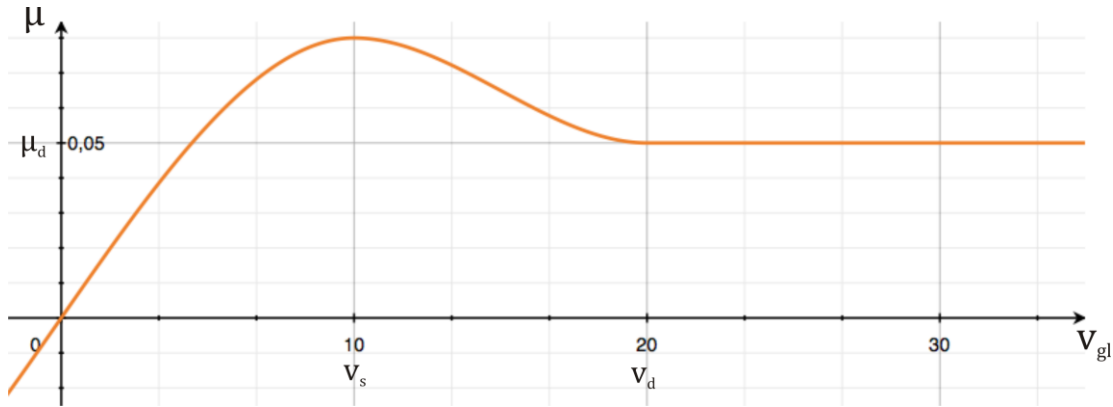


Abbildung 6.9: Die Glättung der Reibungskoeffizientenkurve durch Annäherung mittels stückweise definierter kubischer Funktion

Analog zum bereits vorgestellten kubischen Näherungsverfahren wird die Stetigkeit bei der linearen Modellierung mittels stückweise linearer Funktionen erreicht. Auf einen tangenzenstetigen Übergang zwischen den Funktionsabschnitten wird hierbei verzichtet (vgl. Abbildung 6.10) [Teut05].

$$\mu = \begin{cases} a_{lin} \cdot |v_{gl}| & \text{für } |v_{gl}| < v_s \\ c_{lin} \cdot |v_{gl}| + d_{lin} & \text{für } v_s \leq |v_{gl}| < v_d \\ \mu_d & \text{für } |v_{gl}| \geq v_d \end{cases}$$

Für den Fall $|v_{gl}| < v_s$ werden die Hilfsparameter a_{lin} , c_{lin} und d_{lin} wie folgt gewählt:

$$a_{lin} = \frac{\mu}{v_s}$$

$$c_{lin} = \frac{\mu_d - \mu_s}{v_d - v_s}$$

$$d_{lin} = \frac{\mu_s - (\mu_d - \mu_s)}{(v_d - v_s) \cdot v_s}$$

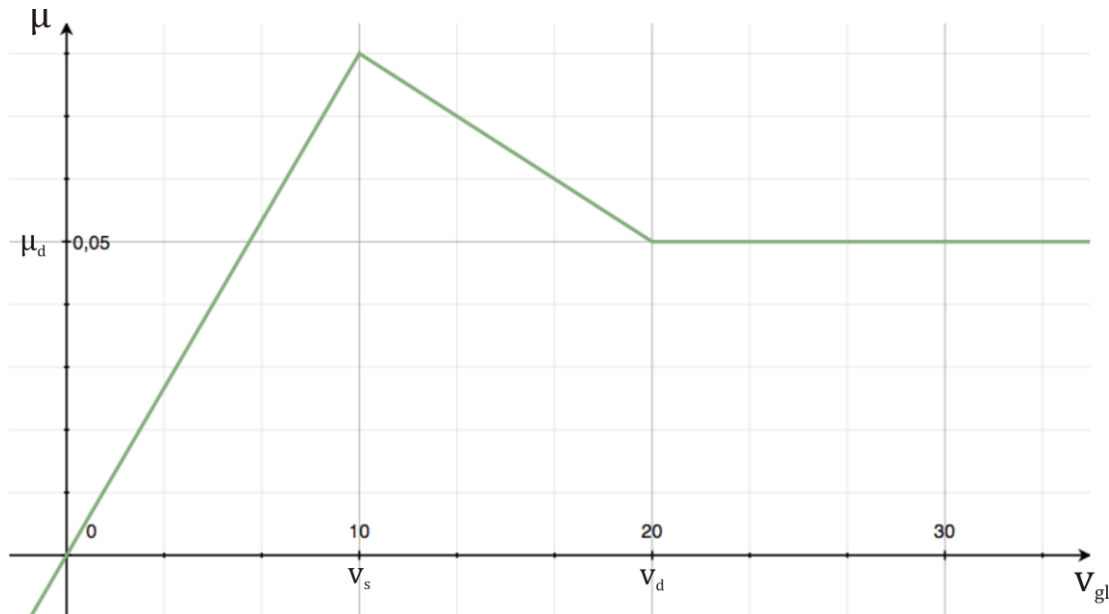


Abbildung 6.10: Die Glättung der Reibungskoeffizientenkurve durch Annäherung stückweiser linearer Funktion

Durch eine geeignete Wahl der Parameter μ_s, μ_d, v_s und v_d können das kubische und das lineare Modellierungsverfahren an experimentell ermittelte Schlupfkurven angepasst werden. Die Parameter μ_s und μ_d sind hierbei der Haft- sowie der Gleitreibungskoeffizient und v_s beziehungsweise v_d die näherungsweise ermittelten Relativgeschwindigkeiten, welche den Übergangsbereich zwischen Haft- und Gleitreibung kennzeichnen.

- μ -Schlupfkurve
 - Vorteil schnell
 - Nachteil nur für radial belastete Modelle
- Diskretisierung der Kontaktfläche in Streifen
 - Bohr- und Differentialschlupf werden abgebildet

Bei der Diskretisierung der Kontaktfläche aus Hertz in Streifen können unterschiedliche Geschwindigkeiten in der Kontaktfläche bestimmt werden, so dass hiermit Bohr- und Differentialschlupf aufgezeigt werden können.

6.3.1 Elastohydrodynamische Schmierung (EHD)

Die elastohydrodynamische Schmierung (EHD) befasst sich mit der Ausbildung des Schmierfilms in hochbelasteten Kontaktstellen von Körpern, die mit hoher Geschwindigkeit aufeinander Abrollen [BEHW09]. Betrachtet werden hierbei das Verhalten verformbarer Körper und eine druckabhängige Viskosität. Bei der elastohydrodynamischen Schmierung spielen elastische Verformungen im Punkt- und Linienkontakt eine wesentliche Rolle. Dadurch weicht der Druckverlauf von dem nach HERTZ berechneten etwas ab [StSa08].

Für den isothermen Fall ist zur Bestimmung der relevanten Berechnungsparameter die Lösung der folgenden gekoppelten Gleichungen erforderlich:

- Reynolds'sche Differentialgleichung (Kontinuitätsgleichung des Schmiermittels)

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(h^3 \cdot \frac{\delta p}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(h^3 \cdot \frac{\delta p}{\delta z} \right) = 6\eta(u_1 + u_2) \cdot \frac{\delta h}{\delta x}$$

- Schmierspaltgleichung (Kontaktgeometrie und elastische Verformung)
- Zustandsgleichungen des Schmierstoffs (Druckabhängigkeit von Dichte und Viskosität)

Die simultane Lösung der EHD-Zustandsgleichungen ist allerdings sehr aufwendig und derzeit nur für eine einzelne Kontaktfallbetrachtung durchführbar. Im Allgemeinen werden deshalb zur Schmierfilmdickenberechnung Näherungsgleichungen herangezogen, welche sich in der Regel aus numerischen Berechnungen der EHD-Gleichungen ableiten [Teut05]. In Abbildung 6.11 ist schematisch der Schmierfilm und die Druckverteilung zwischen Wälzkörper und Laufbahn dargestellt. Nach der Theorie von DOWSON und HIGGINSON kann die Schmierfilmdicke h berechnet und überprüft werden, ob der Schmierfilm die Oberflächenrauheiten der Kontaktpartner genügend übersteigt. h_{\min} ist in dieser Darstellung die kleinste Schmierfilmdicke im Rollkontakt.

6.3.1.1 Berechnung der EHD-Schmierfilmdicke in punktförmigen Kontakten

Ein numerisches Modell zur Lösung von EHD-Schmierproblemen in Linienkontakten wurde 1959 von DOWSON und HIGGINSON entwickelt. Ihnen gelang es auf Basis einer Parameterstudie Näherungsgleichungen für die Ermittlung der minimalen Schmierfilmdicke unter isothermen Bedingungen und bei unbegrenztem Ölangebot abzuleiten. Eine breite Anwendbarkeit der abgeleiteten Näherungsgleichungen wird durch die Einführung von dimensionslosen Parametern erreicht, welche sich ebenfalls für die hier betrachteten Punktkontakte eignen.

Belastungsparameter: $W = \frac{Q}{E' \cdot R_e^2}$

Geschwindigkeitsparameter: $U = \frac{\eta_0 \cdot u_{e,m}}{E' \cdot R_e}$

Werkstoffparameter: $G = \alpha_p \cdot E'$

Schmierfilmdickenparameter: $H_{iso} = \frac{h_{iso}}{R_e}$

Die zentrale Schmierfilmdicke $H_{0,iso}$ im EHD-Punktkontakt ergibt sich zu:

$$H_{0,iso} = 4,31 \cdot \frac{U^{0,68} \cdot G^{0,49}}{W^{0,073}} \cdot \left(1 - e^{-1,23 \cdot \left(\frac{R_s}{R_e} \right)^{\frac{2}{3}}} \right)$$

Diese Gleichung gilt für eine beliebige Lage der Druckellipse zur Bewegungsrichtung. Die beiden Radien R_s und R_e sind die reduzierten Radien senkrecht beziehungsweise parallel zur Bewegungsrichtung:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{\sin^2 \theta}{R_x} + \frac{\cos^2 \theta}{R_y}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{\cos^2 \theta}{R_x} + \frac{\sin^2 \theta}{R_y}$$

In diesen Gleichungen ist θ der Winkel der mittleren Anströmgeschwindigkeit im EHD-Kontakt. Unter der Annahme, dass die mittlere Anströmgeschwindigkeit parallel zur Hauptbewegungsrichtung der Wälzkörper verläuft, ergibt sich:

$$R_s = R_y$$

und

$$R_e = R_x$$

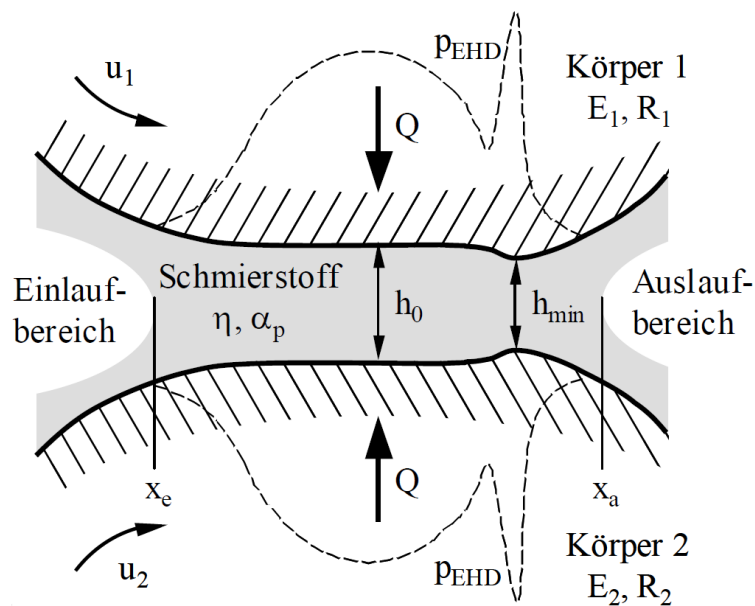


Abbildung 6.11: Die EHD Druckverteilung und die damit verbundene Schmierfilmdicke im EHD Kontakt [Teut05]

6.3.1.2 Thermische Einflüsse

Um auch der Berücksichtigung thermischer Einflüsse wie der unterschiedlichen Schmiermittelviskosität bei sich verändernder Schmiermitteltemperatur gerecht zu werden, kann ein thermischer Korrekturfaktor ϕ_θ eingeführt werden [MuWi75]. Dieser ermöglicht die Berechnung der Schmierfilmdicke auch bei nicht-isothermen Vorgängen.

$$h_{th} = C_T \cdot h_{iso}$$

Zur Bestimmung des Korrekturfaktors gibt es Ansätze nach Murch und Wilson [MuWi75]. Der Korrekturfaktor C_T ist gleich

$$C_T = \frac{h_{thermal}}{h_{isothermal}} = \frac{3,94}{3,94 + L^{0,62}}$$

Wobei L durch

$$L = \frac{\eta_0 \beta u^2}{K}$$

definiert ist. Dabei ist η_0 die Viskosität bei Oberflächentemperatur, u ist die Geschwindigkeit der Oberfläche, K die Wärmeleitfähigkeit und β der Temperaturviskositätskoeffizient. Dieser lässt sich nach Schmidt approximieren [Enge02]

$$\beta = \left(\frac{\ln \left(\frac{\eta_0(T_2)}{\eta_0(T_1)} \right)}{T_1 - T_2} \right)$$

Die jeweilige dynamischen Viskosität bei Temperatur T_1 und T_2 können experimentell bestimmt werden.

6.3.1.3 Mischreibung

Die Mischreibung beschreibt den Übergangsbereich zwischen Festkörperreibung (Grenzreibung) und elastohydrodynamischer Reibung. Beide Reibungsarten sind maßgeblich von der Oberflächenstruktur der im Kontakt stehenden Körper abhängig. Die Oberflächenrauheit beeinflusst die Schmierfilmbildung im Kontaktbereich. Kleine Schmierfilmdicken ermöglichen den direkten Kontakt einzelner Rauheitsspitzen, was eine Lastaufnahme durch die Festkörper sowie den Schmierfilm zur Folge hat [Teut05].

Der Anteil der Festkörperreibung im Mischreibungsgebiet kann in erster Näherung aus dem Lasttraganteil der Oberflächenprofile bestimmt werden:

$$\Psi_{MR} = \frac{Q_F}{Q} = e^{B_{ZH} \cdot \Lambda^{C_{ZH}}}$$

In dieser Gleichung ist Q_F der Anteil der von Festkörperkontakten übertragenen Normalkraft im Kontakt und Q die Gesamtbelastung. Die von Zhou und Hoeprich ermittelten Lasttraganteilkurven sind in Abbildung 6.12 als Funktion der spezifischen Schmierfilmdicke Λ für drei Oberflächen unterschiedlicher Güte dargestellt.

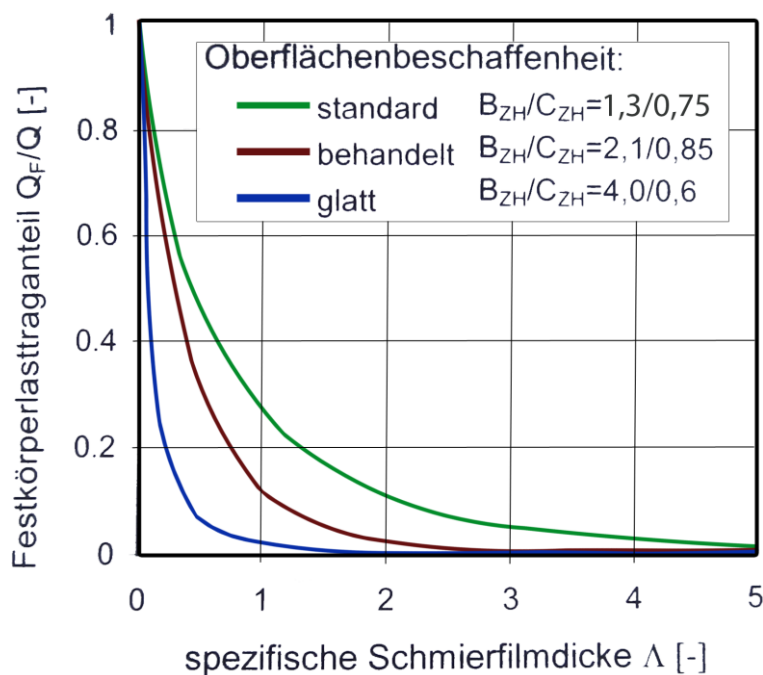


Abbildung 6.12: Festkörperlasttraganteil in Abhängigkeit der spezifischen Schmierfilmdicke für unterschiedliche Oberflächen [Teut05]

6.3.2 Schmierstoffe

Die Schmierstoffdaten werden aus dem FVA 400 Vorhaben entnommen. Für die Berücksichtigung hoher Pressungen werden die Untersuchungen der Dissertation von Carsten Meyer [Mey10] herangezogen.

Schmieröle werden grundsätzlich in mineralische und synthetische unterschieden. Während Mineralöle Gemische unterschiedlicher Kohlenwasserstofftypen sind, weisen synthetische Schmieröle eine spezifische Molekülverteilung auf. Nach ihrer kinematische Zähigkeit eingeteilt, werden flüssige Industrieschmierstoffe in der DIN51519 mit relevante Werten und Kurzbezeichnungen aufgelistet.

Die Verhältnisse in elastohydrodynamischen Kontakten werden maßgeblich durch die Eigenschaften der verwendeten Schmiermittel beeinflusst. Die wichtigste Kenngröße ist hierbei die dynamische Viskosität, welche Verformungs- und Fließeigenschaften eines Stoffes unter Einwirkung einer Scherspannung beschreibt [Teut05].

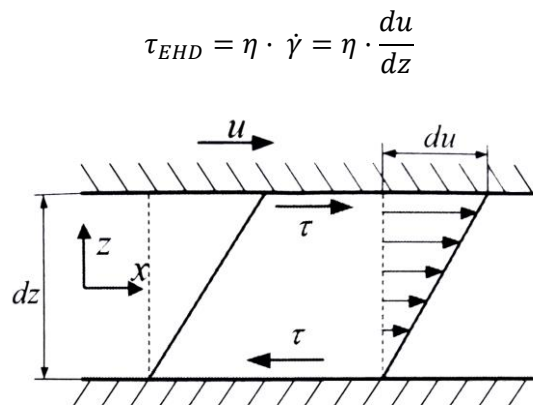
Die Viskosität von Flüssigkeiten ist maßgeblich von der Temperatur und in geringerem Maße auch vom Druck abhängig. Im Regelfall nimmt mit steigender Temperatur und abnehmendem Druck die Viskosität ab. Unter der Annahme eines konstanten atmosphärischen Drucks p_a kann die Temperaturabhängigkeit durch die Gleichung nach Vogel beschrieben werden [Rode80].

$$\eta_0(\vartheta) = A_v \cdot e^{\frac{B_v}{C_v + \vartheta}}$$

Thermische Einflüsse werden nach [Rode80] durch die Einführung eines Temperatur-Viskositätskoeffizienten berücksichtigt. Dieser wird aus der folgenden Näherungsgleichung bestimmt und beinhaltet ebenfalls das Temperatur- und Druckviskositätsverhalten der Schmierstoffe.

$$\eta(\vartheta, p) = A_v \cdot e^{\frac{B_v}{C_v + \vartheta} \cdot \left(\frac{p}{p_R} + 1\right)^{(D_R + E_R \cdot \frac{B_v}{C_v \cdot \vartheta})}}$$

Nach [Teut05] zeigt ein Vergleich mit Messwerten gute Übereinstimmungen und belegt damit die Eignung dieser Näherungsformel für diverse Mineralöle. Bei Newton'schen Flüssigkeiten ist die Schubspannung τ im Schmierstoff linear von der dynamischen Viskosität η und dem Schergefälle $\dot{\gamma}$ abhängig (Abbildung 6.13).



$$\tau_{EHD} = \eta \cdot \dot{\gamma} = \eta \cdot \frac{du}{dz}$$

Abbildung 6.13: Schubspannung und Schergefälle in Newton'schen Flüssigkeiten

Da bei hohen Werten für das Schergefälle das Verhalten realer Flüssigkeiten sich von dem der Newton'schen unterscheidet, gibt es mehrere Modelle, die dieses Verhalten zu beschreiben versuchen (vgl. Abbildung 6.14). Viele Schmierstoffe weisen bei hohem Schergefälle ein strukturviskoses Verhalten auf, bei welchem die Scherspannung trotz steigendem Schergefälle kaum weiter ansteigt. Ergänzend dazu besitzt jeder Schmierstoff eine Grenzscherungsspannung, welche nicht überschritten werden kann [EvJo86].

Nach [JoTe77] kann das Verhalten von Schmierstoffen durch eine Überlagerung eines elastischen und eines viskosen Scheranteils beschrieben werden:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_e + \dot{\gamma}_v = \frac{\dot{\tau}_{EHD}}{G_s} + f(\tau_{EHD})$$

Der viskose Anteil am Schergefälle $f(\tau_{EHD})$ kann durch das REE-EYRING-Modell ausgedrückt werden:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_{EHD}}{\eta} \cdot \sinh\left(\frac{\tau_{EHD}}{\tau_E}\right)$$

Und somit:

$$\tau_{EHD} = \tau_E \cdot \operatorname{arcsinh}\left(\eta \cdot \frac{\dot{\gamma}_v}{\tau_E}\right)$$

τ_E ist die EYRING-Scherungsspannung, bei welcher mit steigendem Schergefälle der Schmierstoffe erstmals signifikant vom Verhalten einer Newton'schen Flüssigkeit abweicht [Teut05].

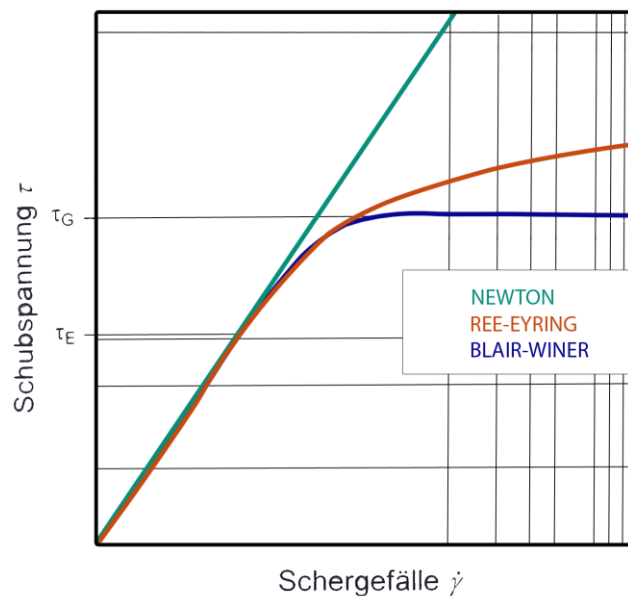


Abbildung 6.14: Modelle zur Beschreibung des viskosen Verhaltens von Schmierstoffen [HaBr83]

Für die im Modell hinterlegte Berechnung der Schubspannung (τ_{EHD}) wird der Ansatz nach Ree-Eyring genutzt [FVA625-12/11].

$$\tau_{EHD} = \tau_E \cdot \operatorname{arcsinh} \left(\eta \cdot \frac{\dot{\gamma}_v}{\tau_E} \right)$$

Für die Bestimmung der hierzu notwendigen Grenzschubspannung (τ_E) hat Rost [Rost55] einen Ansatz über die molare Masse (M_M), die Dichte (ρ) und die Temperatur (T) aufgestellt.

$$\tau_E = \frac{k_B \cdot T}{V_\tau}$$

$$V_m = \frac{M_M}{\rho}$$

$$V_\tau = \frac{V_M}{2 \cdot N_A}$$

Die Berechnung erfolgt unter Berücksichtigung der Boltzmann-Konstante $k_B = 1,38066 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ und Avogadro-Konstante $N_A = 6,0221 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$. Für das FVA3-Referenzöl ergeben sich mit den Werten aus FVA400 [FVA625-12/11, FVA400] Grenzschubspannungen nach Tabelle 1.

Tabelle 1: Grenzschubspannungsberechnung τ_E nach Rost [Rost55] für FVA3-Referenzöl bei verschiedenen Temperaturen

| Temperatur [°C] | τ_E [Mpa] |
|-----------------|----------------|
| 15 | 8,1020 |
| 40 | 8,8050 |
| 60 | 9,3673 |
| 100 | 10,4920 |

6.3.3 Parameter für die Reibungsberechnung

Für die Beschreibung der Schmierstoffeigenschaften sind zwei Ansätze im Modell implementiert. Die erste Möglichkeit ist die Definition der Schmierstoffeigenschaften nach den Parametern aus „FVA400 – Schmierfilmdicke“. Diese Option ist als Standard definiert. Außerdem sind alle Öldaten aus diesem Vorhaben in der grafischen Benutzeroberfläche hinterlegt. Daneben lassen sich die Schmierstoffeigenschaften auch über Reibwert-Schlupf-Kurven [FVA625-7/11] bzw. über Schmierstoffparameter nach Vogel und Rodermund beschreiben [Teut05]. Die Modellierung der Mischreibung erfolgt nach einem Ansatz von Zhou und Hoeprich [ZhHo91].

Die Beschreibung nach FVA400 basiert auf den folgenden Grundlagen. Die Modulgleichung nach Dicke für die Abhängigkeit der dynamischen Viskosität η eines Schmierstoffes von Temperatur ϑ und Druck p lautet [FVA400]

$$\eta(p, \vartheta) = \eta_0 \cdot \exp \left(\frac{p}{a_1 + a_2 \cdot \vartheta + (b_1 + b_2 \cdot \vartheta) \cdot p} \right)$$

Um den Temperatureinfluss bei Umgebungsdruck einzubringen, setzt man die Vogelgleichung

$$\eta(\vartheta) = \eta_{0(\vartheta)} = K \cdot \exp \left\{ \frac{B}{\vartheta + C} \right\}$$

in die Modulgleichung ein:

$$\eta(p, \vartheta) = K \cdot \exp \left\{ \left(\frac{B}{\vartheta + c} \right) + \frac{p}{a_1 + a_2 \cdot \vartheta + (b_1 + b_2 \cdot \vartheta) \cdot p} \right\}$$

Die Werte für a_1, a_2, b_1 und b_2 können aus FVA 400 entnommen werden. In diesem Vorhaben wurden auch Abschätzungen für die Parameter der Vogelgleichung angenommen. C wird auf 95°C gesetzt. K wird über

$$K = \exp \left\{ \ln(\eta_{40^\circ\text{C}}) - 13 \cdot \left(\frac{\ln(\eta_{100^\circ\text{C}}) - \ln(\eta_{40^\circ\text{C}})}{4} \right) \right\}$$

und Parameter B über

$$B = -1755 \cdot \frac{[\ln(\eta_{100^\circ\text{C}}) - \ln(\eta_{40^\circ\text{C}})]}{4}$$

abgeschätzt.

Für die druckabhängige Viskositätsänderung können auch die Ansätze nach Rodermund [Rode80] verwendet werden. Die Parameter D_R und E_R können über lineare Regression weniger Messwerte bestimmt werden. Mit der Vogelgleichung ergibt sich dann daraus eine druck- und temperaturabhängige Gleichung für die Viskosität

$$\eta(\vartheta, p) = A_V \cdot \exp \left(\frac{B_V}{C_V + \vartheta} \cdot \left(\frac{p}{p_R} + 1 \right)^{D_R + E_R \cdot \frac{B_V}{C_V + \vartheta}} \right)$$

7. Modellerstellung

7.1 Lagermodellierung

Für die grafische Darstellung des Wälzkörperlagers, werden den Markern Körper zugeteilt. Für die Erzeugung von Körpern in Simpack werden für den Innen- und Außenring Rotationskörper benutzt, die Wälzkörper werden mit Kugeln dargestellt. Die dazu nötigen Parameter für Simpack, werden über die Toolbox automatisch erstellt. Beispielhaft ist in Abbildung 7.1 ein solches generiertes Modell aufgezeigt.

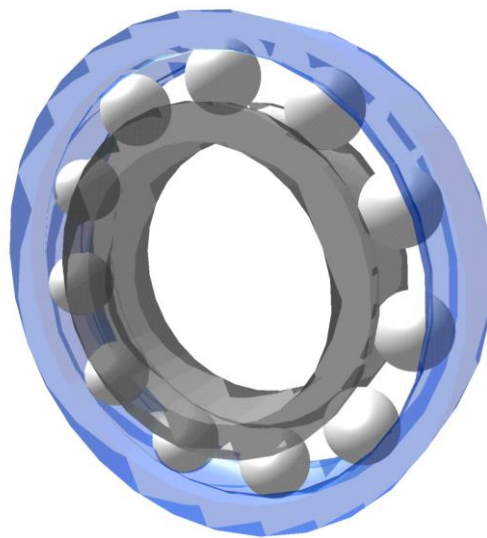


Abbildung 7.1: Grundmodell des Rillenkugellagers in Simpack

7.2 Wälzlagermodul

Abbildung 7.2 zeigt eine Übersicht über das MKS-Wälzlagermodul, das für Simpack erstellt werden soll. Es besteht aus den vier Komponenten MKS-Tool Simpack, Toolbox, Interface und Berechnungskern, die folgende Funktionen besitzen:

- **MKS-Tool Simpack:** Das Programm stellt die Basis für das zu entwickelnde MKS-Wälzlagermodul dar.
- **Toolbox:** Die Toolbox stellt die grafische Benutzeroberfläche dar und dient der einfachen Lagerdefinition und/oder -auswahl und Einbindung im MKS-Gesamtmodell
- **Interface:** Das Interface stellt eine Datenschnittstelle zur Anbindung des Berechnungskerns dar. Der Aufbau des Interface ist allgemein gehalten und kann ohne Veränderung auch für andere Lagerarten verwendet werden. Somit legen die Arbeiten dieses Vorhabens einen Grundstein für die Umsetzung weitere Lagerarten innerhalb der FVA.
- **Berechnungskern:** Der Berechnungskern beinhaltet die Lösung der Teilaufgaben für die Dynamiksimulation des Rillenkugellagers, zu denen die Kontaktpunktfindung, Normal- und Reibkraftberechnung in Abhängigkeit der Wälzlagergeometrie und der vorgegebenen Randbedingungen (Belastung, Drehzahl, Schmierstoff, ...) zählen. Die Berechnungsroutinen liegen in Form einer DLL vor. Diese DLL bildet mit dem uforce-Element von Simpack zusammen das Interface.

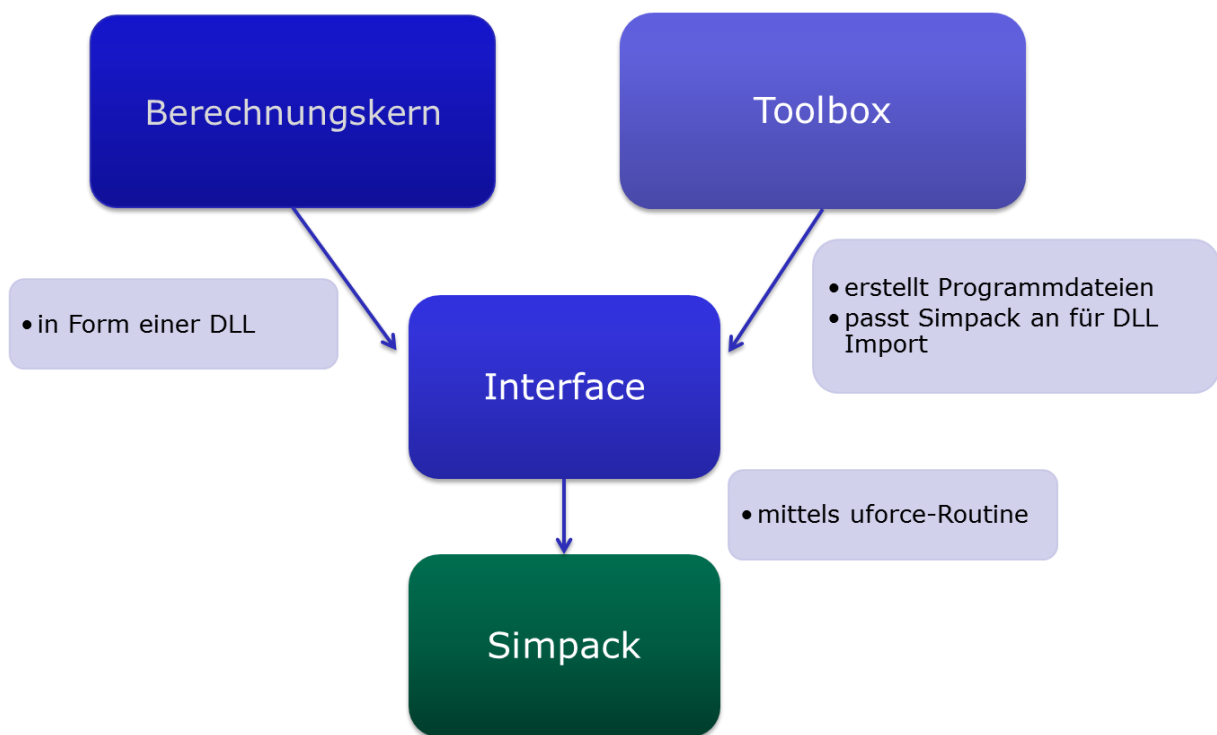


Abbildung 7.2: Übersicht MKS-Wälzlagermodul für Simpack

7.3 Toolbox

Die Toolbox (**Abbildung 7.3**) übernimmt alle Schritte, die für die Erstellung eines Wälzlagermodells nötig sind:

- Benutzeroutine mit Schnittstelle zum Berechnungskern erstellen
- Erstellen der Marker und die Zuordnung der Kräfte zueinander
- Erstellen der Wälzlagerkörper
- Erstellen der Animationsdatei, die für die Farbgestaltung und Darstellung in Simpack nötig ist
- Erstellen der Parameterdatei, die alle Parameter des Wälzlagermodells enthält. Diese können bei Bedarf auch ohne Toolbox mit einem Texteditor verändert werden.

Die Lagerdefinition erfolgt über die Eingabe der Geometriedaten des Wälzlagers oder über die Auswahl des Lagertyps aus der Datenbank der FVA Workbench (**Abbildung 7.4**). Ein Speichern und Wiedereinladen der eingegebenen Daten ist ebenfalls möglich. Neben der FVA Datenbank können auch Lagergeometrien über XML Dateien von den Lagerherstellern eingelesen werden.

Für die Schmierstoffauswahl werden neben einer Benutzereingabe die Schmierstoffparameter aus dem FVA Vorhaben 400 „Schmierfilmdicke“ [FVA400] zur Auswahl angeboten.

| Außenring | | Innenring | | Wälzkörper | |
|--------------------------|------------|--------------------------|------------|--------------------------|------------|
| Außendurchmesser [mm] | 180.000 | Borstdurchmesser [mm] | 125.200 | Durchmesser [mm] | 25.400 |
| Außenringbreite [mm] | 34.000 | Innenringbreite [mm] | 34.000 | Anzahl | 10 |
| Borstdurchmesser [mm] | 154.800 | Innendurchmesser [mm] | 100.000 | E-Modul [N/mm²] | 210000.000 |
| Laufbahndurchmesser [mm] | 165.41400 | Laufbahndurchmesser [mm] | 114.58600 | Querkontraktionszahl [-] | 0.300 |
| Profilradius [mm] | 13.460 | Profilradius [mm] | 13.210 | Dichte [kg/m³] | 7850.000 |
| E-Modul [N/mm²] | 210000.000 | E-Modul [N/mm²] | 210000.000 | | |
| Querkontraktionszahl [-] | 0.300 | Querkontraktionszahl [-] | 0.300 | | |
| Dichte [kg/m³] | 7850.000 | Dichte [kg/m³] | 7850.000 | | |

| Sonstige Parameter | | Simulationseinstellungen | |
|-----------------------------|------------------|--|--|
| Radiales Betriebsspiel [µm] | 28.000 | <input type="radio"/> Systemlager | <input checked="" type="radio"/> Einzellager |
| Axiales Betriebsspiel [µm] | 376.100 | <input type="checkbox"/> ASCII-Ausgabe | <input type="checkbox"/> Flexibler Außenring |
| Käfigtyp | Virtueller Käfig | Simulationszeit [s] | 0.300 |
| Berechnungsmodell | Streifen | Ausgabeschritte | 1000 |
| Reibungsbeschreibung | EHD/Mischreibung | Rampenzeit [s] | 0.100 |
| Drehzahl [U/min] | 0.000 | | |
| Axialkraft [N] | 0.000 | | |
| Radialkraft [N] | 0.000 | | |

Lese Lagermodell Schreibe Lagermodell Lagerdaten aus Datenbank

Lagerdaten des Lagers '6220' geladen.

Abbildung 7.3: Toolbox Hauptbildschirm

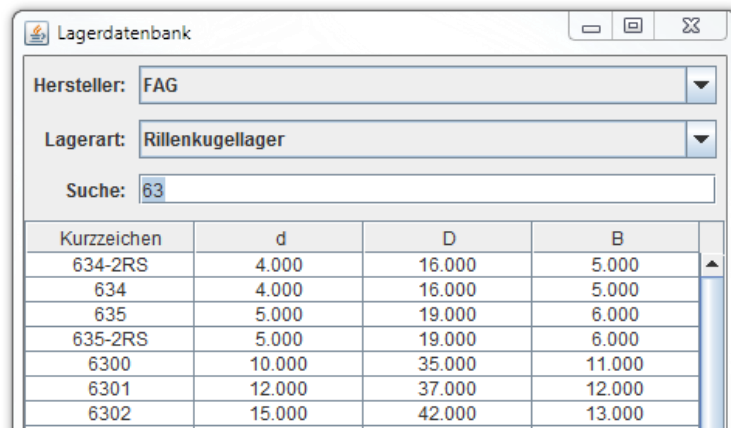


Abbildung 7.4: Auswahl aus Lagerdatenbank mit Suchfunktion

7.4 Aufbau der User Force (uforce)

Die Hauptroutine des Wälzlagers ist in einem uforce-Element von Simpack umgesetzt. Diese Routine bildet die Schnittstelle zu Simpack. In dieser werden die Zustände der jeweiligen Körper ausgelesen und die Routinen des Berechnungskerns aufgerufen. Wegen der auf 20 beschränkten Anzahl der uforce-Elemente in Simpack wird für die Wälzlagersimulation nur ein uforce-Element belegt. Dies hat zwar den Nachteil eines komplexeren und unübersichtlicheren Aufbaus, jedoch verbleiben die restlichen 19 uforce-Elemente für andere benutzerspezifische Kraftelemente.

Die Berechnung der Kräfte zwischen den einzelnen Körpern des Wälzkörpers wird über die User Force (uforce) gesteuert. Diese ruft für jeden Kontakttyp, Wälzkörper-Laufbahn, Wälzkörper-Käfig und Käfig-Laufbahn, die entsprechenden Routinen im Berechnungskern auf.

Der Aufbau des uforce Teils für den Wälzkörper-Laufbahn-Kontakt ist in Abbildung 7.5 prinzipiell dargestellt. Dieser Grundaufbau der Hauptroutine ist in einem uforce-Element nach Simpack Vorgabe umgesetzt. In dieser uforce-Routine werden die Zustände der jeweiligen Körper ausgelesen und die Berechnungsroutinen aufgerufen.

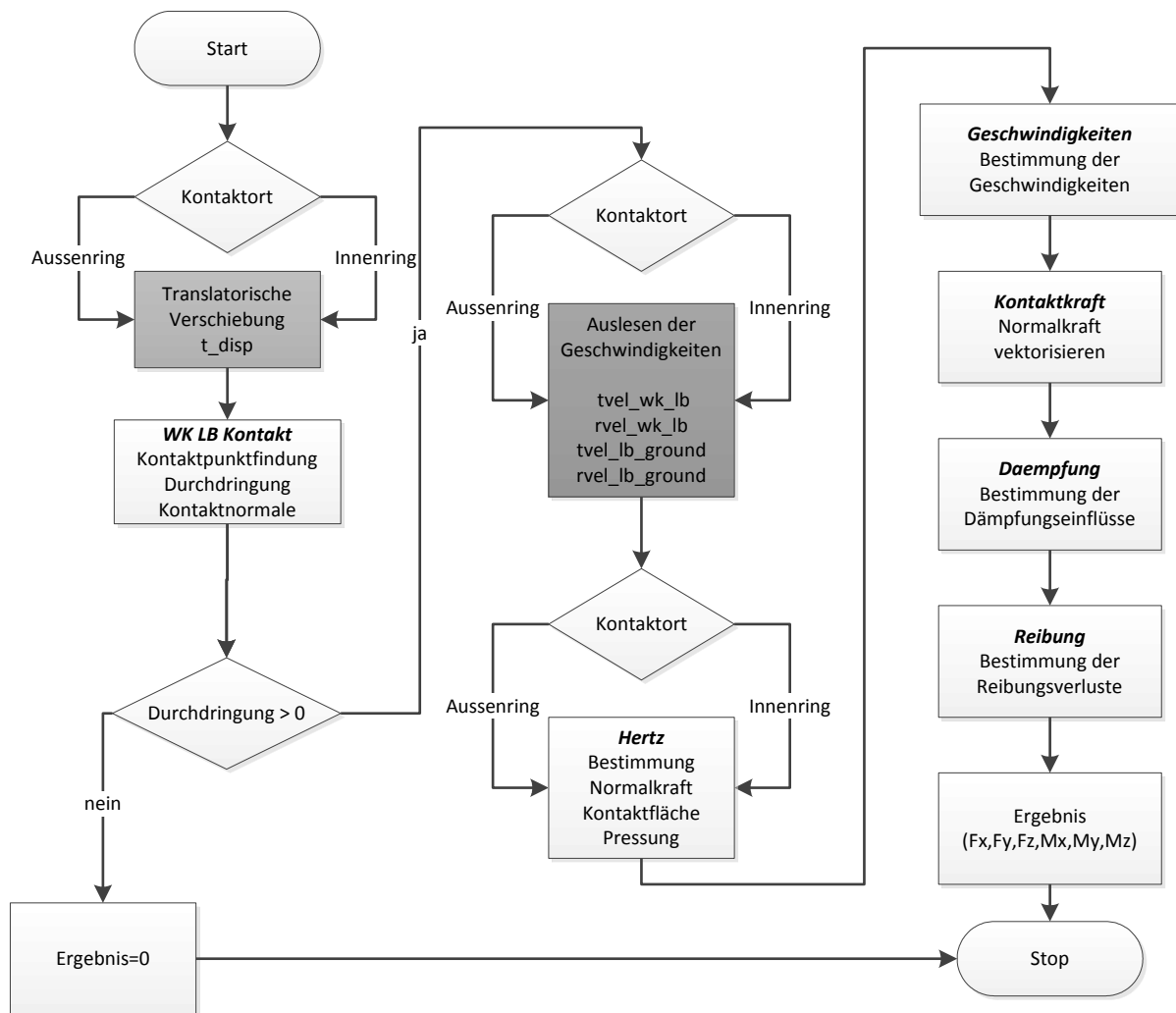


Abbildung 7.5: Flussdiagramm des Berechnungsablaufs für einen Wälzkörper-Laufbahn-Kontakt

Neben einer integralen Berechnung, bei der pro Kontakt eine Gesamtkraft und –moment berechnet werden, gibt es die Möglichkeit ein Streifenmodell zu nutzen. Bei diesem Ansatz wird die Kontaktfläche in Streifen aufgeteilt (Abbildung 7.6) und für jeden Streifen separat die Normalkraft, Dämpfung und Reibung bestimmt. Durch diese Aufteilung kann Bohrreibung und Differentialschlupf abgebildet werden. Die Reibung kann mit Hilfe von Reibwert-Schlupf-Kurven oder Schmierstoffparameter für eine Berechnung nach elastohydrodynamischer Theorie (EHD) erfolgen. Die EHD Theorie befasst sich mit der Ausbildung des Schmierfilms in hochbelasteten Kontaktstellen von Körpern, die mit hoher Geschwindigkeit aufeinander abrollen. Durch den hohen Druck in der Kontaktstelle verformen sich die Körper und die Viskosität des Öles steigt. Für die EHD Berechnung werden Näherungsgleichungen nach Dowson und Higginson herangezogen [Teut05]. Nach diesem Ablauf aus Abbildung 7.5 werden auch der Kontakt zwischen Wälzkörper und Käfig bzw. zwischen Käfig und Bord bei einem ringgeführten Käfig berechnet.

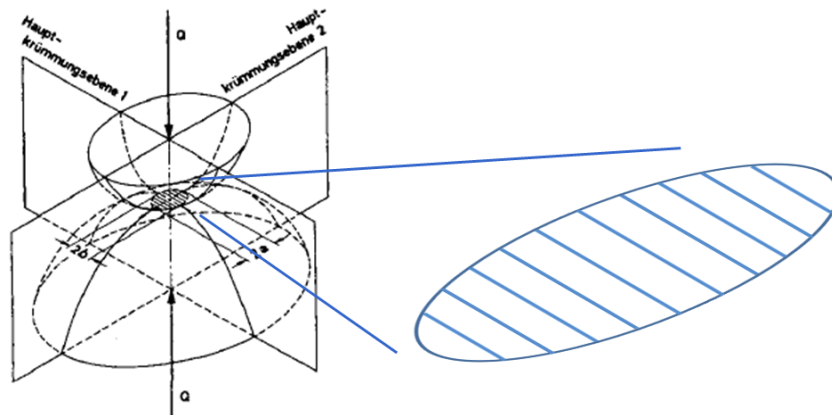


Abbildung 7.6: Unterteilung der Kontaktfläche in Streifen

7.5 Routinen des Berechnungskerns

Für die Simulation des Rillenkugellagers werden spezifische Berechnungsgrundlagen benötigt, die die Kräfte bestimmen, die aus den Bewegungen der einzelnen Bauteile resultieren. Diese Berechnungsroutinen, die in der DLL vorliegen, werden im Folgenden erklärt.

7.5.1 Kontaktberechnung

In der Kontaktberechnungs-Routine werden die Durchdringung zwischen Laufbahn und Wälzkörper, die Kontaktnormale und der Kontaktpunkt bestimmt. Abbildung 7.7 zeigt exemplarisch die grundlegenden Geometriewerte, die für die Kontaktbeschreibung zwischen Außenring und Wälzkörper notwendig sind. Der dargestellte Schnitt verläuft senkrecht zur Wälzlagerachse in der Lagermitte, am tiefsten Punkt der Laufbahn

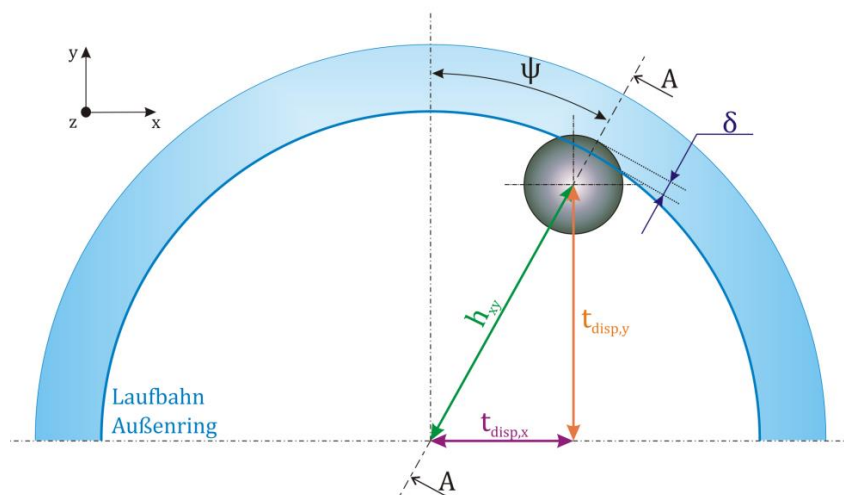


Abbildung 7.7: Geometrische Randbedingungen zur Kontaktbestimmung zwischen Außenring und Wälzkörper [FrKi10]

7.5.2 Normalkraft

Die Grundlage für die Berechnung relevanter Größen wie beispielsweise die Annäherung und Flächenpressung punktförmiger Kontakte bildet im elastischen Bereich die Hertz'sche Theorie [Hert82]. Zur Berechnung der Halbachsen der entstehenden Druckellipse sind Beiwerte erforderlich (siehe

Abbildung 7.8). Diese stellen keine kontinuierliche Funktion dar und müssten somit interpoliert werden. Eine numerisch günstigere Berechnungsmethode bieten die Näherungs- und Regressionmethoden nach Hamrock und Brewe [HaBr83]. Damit lassen sich die Normalkraft, die Halbachsen der Druckellipse, die mittlere und die maximale Flächenpressung ermitteln.

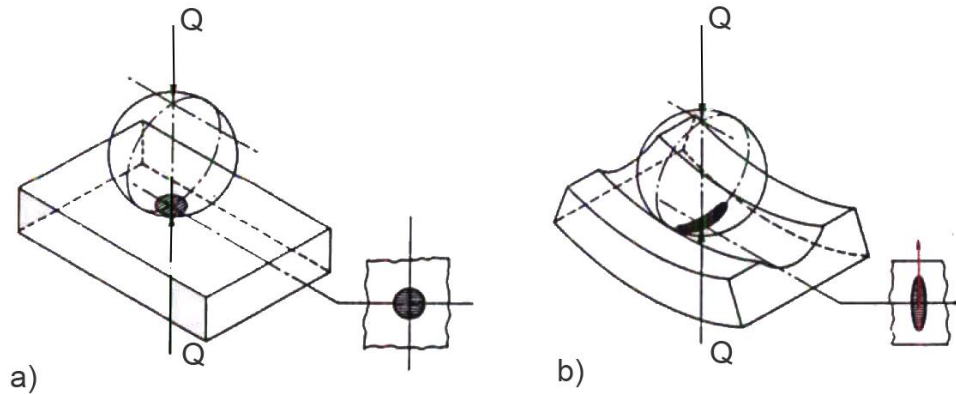


Abbildung 7.8: Unter Belastung entstehende Druckflächen a) Kugel-Platte b) Wälzkörper-Wälzlagererring [HaBr83]

Für die Berechnung der Kontaktkraft müssen das reduzierte Elastizitätsmodul E' , die Summe der Krümmungen $\sum \rho$ und die reduzierten Radien der im Kontakt stehenden Körper bekannt sein, diese berechnen sich wie folgt [GaWaSa04]:

$$E' = \frac{2}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}}$$

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22} = \frac{1}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}}$$

Im Falle des Rillenkugellagers gilt für die reduzierten Radien in x und y Richtung [GaWaSa04]:

$$R_x = \frac{1}{\frac{1}{r_{WK}} + \frac{1}{r_{LFB}}}$$

$$R_y = \frac{1}{\frac{1}{r_{WK}} + \frac{1}{-r_{PROF}}}$$

Zur Berechnung der Halbachsen der entstehenden Druckellipse (Abbildung 7.8b) sind Beiwerte erforderlich. Diese stellen keine kontinuierliche Funktion dar und müssten somit interpoliert werden. Eine numerisch günstigere Berechnungsmethode bieten die Näherungs- und Regressionmethoden nach Hamrock und Brewe [HaBr83]:

$$\alpha_H = \begin{cases} \frac{R_x}{R_y} & \text{für } R_x \geq R_y \\ \frac{R_y}{R_x} & \text{für } R_y > R_x \end{cases}$$

Unter der Bedingung $1 < \alpha_H \leq 100$ können die elliptischen Integrale \mathcal{E} und \mathfrak{J} angenähert berechnet werden

$$\mathcal{E} = 1 + \frac{q_H}{\alpha_H}$$

$$\mathfrak{J} = \frac{\pi}{2} + q_H \cdot \ln(\alpha_H)$$

mit

$$q_H = \frac{\pi}{2} - 1$$

Die Kontaktkraft Q ergibt sich mit der in WK_LB_Kontakt berechneten Durchdringung δ zu:

$$Q = \sqrt{\left(\frac{\delta}{\mathfrak{J}}\right)^3 \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot R'}{4,5} \cdot \pi \cdot k \cdot E'}$$

Die für die Flächenpressung nötigen Halbachsen lassen sich nach Hamrock und Brewe wie folgt bestimmen:

$$a = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot k^2 \cdot \mathcal{E} \cdot Q \cdot R'}{\pi \cdot E'}}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot \mathcal{E} \cdot Q \cdot R'}{\pi \cdot k \cdot E'}}$$

Damit können nun die mittlere p_m und maximale p_0 Flächenpressung ermittelt werden

$$p_m = \frac{Q}{a \cdot b \cdot \pi}$$

$$p_0 = 1,5 \cdot p_m$$

7.5.3 Geschwindigkeiten

In der Routine werden die rotatorischen und translatorischen Geschwindigkeitskomponenten von Laufbahn und Wälzkörper zueinander berechnet. Abbildung 7.9 veranschaulicht die Berechnung der translatorischen Geschwindigkeit \vec{v}_{rotLFB} , welche aus der Rotation des Lagerrings und somit der Laufbahn bezüglich des Referenzkoordinatensystems resultiert.

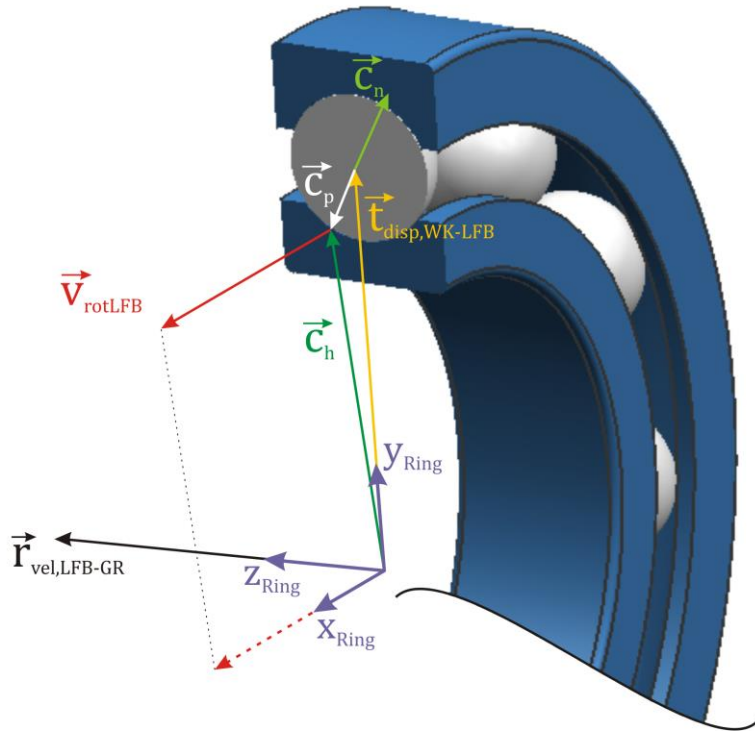


Abbildung 7.9: Bestimmung der translatorischen Geschwindigkeitskomponente \vec{v}_{rotLFB} aus Rotation der Laufbahn [FrKi10]

\vec{v}_{rotLFB} berechnet sich wie folgt:

$$\vec{v}_{rotLFB} = \vec{c}_h \times \vec{r}_{vel,LFB-GR}$$

mit dem Anstandsvektor c_h zwischen Laufbahnmittelpunkt und Kontaktpunkt

$$\vec{c}_h = \vec{t}_{disp,WK-LFB} + \vec{c}_p$$

Die Rotationsgeschwindigkeit der Laufbahn bezüglich des Referenzsystems Ground $\vec{r}_{vel,LFB-GR}$ sowie die translatorische Verschiebung des Wälzkörpers bezüglich des Lagerrings $\vec{t}_{disp,WK-LFB}$ werden aus Simpack ausgelesen. Um die Tangentialgeschwindigkeit $\vec{v}_{t,rotLFB}$ bestimmen zu können, wird zunächst mittels Vektorprojektion der Anteil von \vec{v}_{rotLFB} in Richtung der Kontaktnormalen \vec{c}_n bestimmt $\vec{v}_{norm,rotLFB}$ und anschließend subtrahiert.

$$\vec{v}_{norm,rotLFB} = \frac{\vec{c}_n \cdot \vec{v}_{rotLFB}}{\|\vec{c}_n\|^2} \cdot \vec{c}_n$$

$$\vec{v}_{t,rotLFB} = \vec{v}_{rotLFB} - \vec{v}_{norm,rotLFB}$$

Auch aus der Rotation des Wälzkörpers resultiert eine translatorische Geschwindigkeitskomponente \vec{v}_{rotWK} (siehe Abbildung 7.10)

$$\vec{v}_{rotWK} = \vec{c}_p \times \vec{r}_{vel,WK-LFB}$$

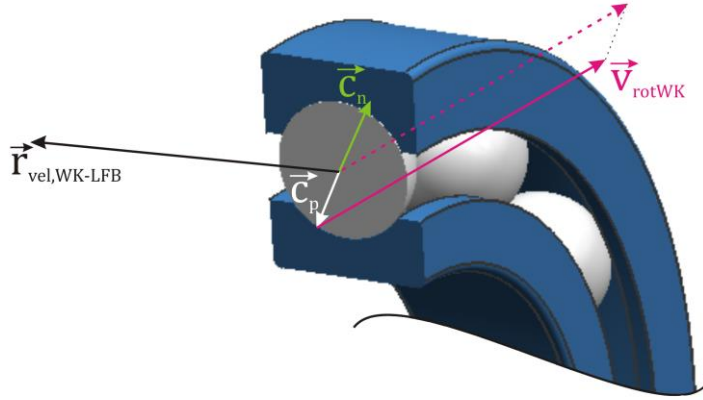


Abbildung 7.10: Bestimmung der translatorischen Geschwindigkeit \vec{v}_{rotWK} aus Rotation des Wälzkörpers [FrKi10]

Die Rotationsgeschwindigkeit des Wälzkörpers bezüglich der Laufbahn $\vec{r}_{vel,WK-LFB}$ wird aus Simpack ausgelesen. Wie auch bei der Bestimmung translatorischen Geschwindigkeit aus Rotation der Laufbahn, wird der Geschwindigkeitsanteil in Richtung der Kontaktnormalen bestimmt und subtrahiert, um die resultierende Tangentialgeschwindigkeit $\vec{v}_{t,rotWK}$ zu erhalten:

$$\vec{v}_{norm,rotWK} = \frac{\vec{c}_n \cdot \vec{v}_{rotWK}}{\|\vec{c}_n\|^2} \cdot \vec{c}_n$$

$$\vec{v}_{t,rotWK} = \vec{v}_{rotWK} - \vec{v}_{norm,rotWK}$$

Die translatorische Geschwindigkeit des Wälzkörpers bezüglich der Laufbahn $\vec{v}_{WK,LFB}$ wird von Simpack aus den Lagekoordinaten der Körpermittelpunkte übergeben. Zur Bestimmung der resultierenden Tangentialgeschwindigkeit wird der Anteil von $\vec{v}_{WK,LFB}$ in Kontaktnormalenrichtung bestimmt und von der translatorischen Geschwindigkeit $\vec{v}_{WK,LFB}$ subtrahiert

$$\vec{v}_{norm,WK,LFB} = \frac{\vec{c}_n \cdot \vec{v}_{WK,LFB}}{\|\vec{c}_n\|^2} \cdot \vec{c}_n$$

$$\vec{v}_{t,WK,LFB} = \vec{v}_{WK,LFB} - \vec{v}_{norm,WK,LFB}$$

Mit den berechneten Geschwindigkeiten können die Relativgeschwindigkeit sowie die Summengeschwindigkeit im Kontaktpunkt wie folgt ausgedrückt werden:

$$\vec{v}_{t,rel} = \vec{v}_{t,WK,LFB} + \vec{v}_{t,rotWK} - \vec{v}_{t,rotLFB}$$

$$\vec{v}_{t,sum} = \vec{v}_{t,WK,LFB} - \vec{v}_{t,rotWK} - \vec{v}_{t,rotLFB}$$

7.5.4 Dämpfung

Wälzlager und Wälzführungen haben in Strukturen eine dämpfende Wirkung, welche nach Zeilinger maßgeblich von den Kontaktstellen im Inneren bestimmt wird [Zeil95]. Die folgenden Effekte haben hierbei einen maßgeblichen Einfluss auf das Dämpfungsverhalten [DiZeSp96]:

- Materialdämpfung (Hysterese) infolge der Verformung und den unvollkommen elastischen Eigenschaften der Kontaktpartner
- Dämpfung durch Reibungsvorgänge beim Kontakt metallischer Oberflächen im Misch- und Grenzreibungsgebiet
- Schmierfilmdämpfung in der Einlaufzone des elastohydrodynamischen Kontaktes zwischen Wälzkörper und Laufbahn

Exakte Dämpfungswerte sind nur schwer zu ermitteln. Aus diesem Grund werden in der Dynamiksimulation häufiger Parametermodelle verwendet. In der Dämpfungs-Routine wird die Kontaktdämpfung durch eine bereichsweise definierte Funktion mit einem kubischen Mittelteil beschrieben (Abbildung 7.11). Dabei ist zu beachten, dass bei einem positiven Durchdringungswert $\delta > 0$ Kontakt vorliegt. Liegt keine Durchdringung vor, ist der Dämpfungsbeiwert d gleich null. Überschreitet die Durchdringung einen definierten positiven Maximalwert δ_{max} , wird der maximale Dämpfungsbeiwert d_{max} angenommen.

WK_LB_Daempfung berechnet zwischen diesen beiden Randwerten den Dämpfungsbeiwert d durch eine kubische Funktion, wobei v_N die Eindringgeschwindigkeit entlang der Kontaktnormalen ist. Die Dämpfungskraft $F_D = -v_N \cdot d$ wird somit wie folgt bestimmt:

$$F_D(v_N, \delta_{max}, d_{max}) = -v_N \cdot \begin{cases} 0 & \text{für } \delta < 0 \\ f_k(\delta_{max}, d_{max}, \delta) & \text{für } 0 \leq \delta < \delta_{max} \\ d_{max} & \text{für } \delta \geq \delta_{max} \end{cases}$$

Durch die Wahl von zwei Parametern (δ_{max} , p_{max}) ist diese von der Durchdringung abhängige Funktion f_k eindeutig bestimmt.

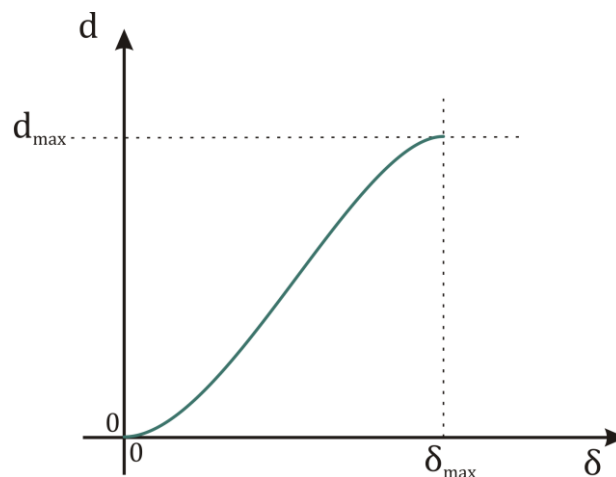


Abbildung 7.11: Kubische Funktion zur Ermittlung des Dämpfungbeiwertes

7.5.5 Reibung

Die Wälzlagerreibung ist der Widerstand, den ein Wälzlager seiner Drehung entgegensetzt. Reibungsvorgänge werden nach ihrer Art in Bewegungs- und Ruhereibung unterschieden. Während die Ruhereibung die Relativbewegung zweier im Kontakt befindlicher Körper unter Einwirkung einer äußeren Kraft verhindert, entsteht die Bewegungsreibung durch die tangentielle Oberflächenverschiebung zweier Körper, die sich bereits relativ zueinander bewegen [Teut05]. Die Bewegungsreibung lässt sich in unterschiedliche Reibungsarten unterteilen.

Aus einer im Kontaktbereich stattfindenden tangentialen Relativbewegung resultiert die Gleitreibung. Bei der Rollreibung sind die Körpergeschwindigkeiten nach Betrag und Richtung gleich groß, während sich mindestens eine Körperdrehachse in der Berührfläche befindet. Als Wälzreibung wird die Überlagerung von Roll- und Gleitreibung bezeichnet. Steht mindestens eine der Drehachsen der im Kontakt stehenden Körper senkrecht zur Berührfläche, wird diese Reibungsart als Bohrreibung bezeichnet.

Die im Modell implementierte Gleitreibung basiert auf dem Coulomb'schen Gesetz $F_R = \mu \cdot F_N$, nach welchem die Gleitreibungskraft F_R proportional zur wirkenden Normalkraft F_N , aber unabhängig von der Größe der Kontaktfläche ist. Der Reibungskoeffizient ist sowohl von der Werkstoffpaarung, als auch von der Oberflächenbeschaffenheit und Schmierung der Körper abhängig. In aller Regel ist der Reibungskoeffizient eine Funktion der Gleit- beziehungsweise Relativgeschwindigkeit (v_{gl}, v_{rel}). Bei geringer Gleitgeschwindigkeit ($v_{gl} \approx 0$) nimmt der Reibungskoeffizient beim Kontakt zweier Stahlkörper seinen Maximalwert μ_0 an (Abbildung 7.12). Der Maximalwert μ_0 wird als Haftreibungskoeffizient bezeichnet. Aufgrund der Unstetigkeit des Reibwertes μ bei Gleitgeschwindigkeit $v_{gl}=0$ ist es schwierig den Reibwert μ numerisch zu bestimmen. Aus diesem Grund wurden Modellierungsverfahren entwickelt, welche basierend auf stetigen Funktionen den Übergangsbereich annähern und numerisch glatter gestalten. Die drei entwickelten Annäherungen basieren auf einer Arkustangens-Annäherung, einer partiell kubischen Funktion oder einer Annäherung durch mehrerer linearer Funktionen.

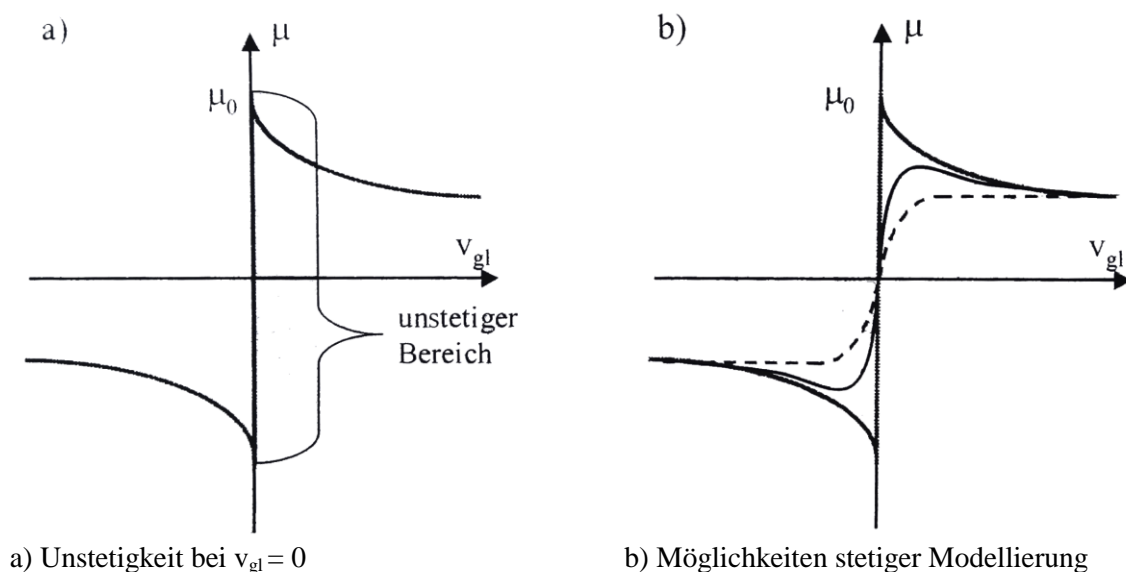


Abbildung 7.12: Reibungskoeffizient μ als Funktion der Gleitgeschwindigkeit v_{gl}

Die elastohydrodynamische Schmierung (EHD) befasst sich mit der Ausbildung des Schmierfilms in hochbelasteten Kontaktstellen von Körpern, die mit hoher Geschwindigkeit aufeinander Abrollen. Betrachtet wird hierbei das Verhalten verformbarer Körper und eine druckabhängige Viskosität. Bei der elastohydrodynamischen Schmierung spielen elastische Verformungen im Punkt- und Linienkontakt eine wesentliche Rolle. Dadurch weicht der Druckverlauf von dem nach Hertz berechneten etwas ab (Abbildung 7.13).

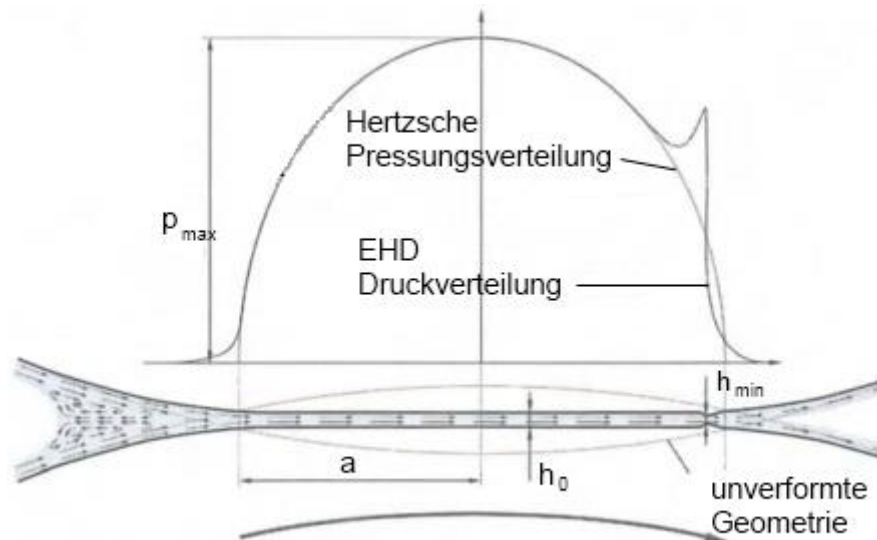


Abbildung 7.13: EHD Kontakt am Beispiel eines Kugel-Kugel-Kontaktes

Die simultane Lösung der EHD-Zustandsgleichungen ist allerdings sehr aufwendig und derzeit nur für eine einzelne Kontaktfallbetrachtung durchführbar. Im Allgemeinen werden deshalb zur Schmierfilmdickenberechnung Näherungsgleichungen herangezogen, welche sich in der Regel aus numerischen Berechnungen der EHD-Gleichungen ableiten. Nach der Theorie von DOWSON und HIGGINSON kann die Schmierfilmdicke h berechnet und überprüft werden, ob der Schmierfilm die Oberflächenrauheiten der Kontaktpartner genügend übersteigt. h_{min} ist in dieser Darstellung die kleinste Schmierfilmdicke im Rollkontakt [Teut05].

Den Übergang zwischen Festkörperreibung und elastohydrodynamischer Reibung beschreibt die Mischreibung. Beide Reibungsarten sind maßgeblich von der Oberflächenstruktur der im Kontakt stehenden Körper abhängig. Die Oberflächenrauheit beeinflusst die Schmierfilmbildung im Kontaktbereich. Kleine Schmierfilmdicken ermöglichen den direkten Kontakt einzelner Rauheitsspitzen, was eine Lastaufnahme durch die Festkörper sowie den Schmierfilm zur Folge hat [Zeil95]. Die Abschätzung der Mischreibungsanteile erfolgt nach den Lasttraganteilskurven von Zhou und Hoeprich [ZhHo91].

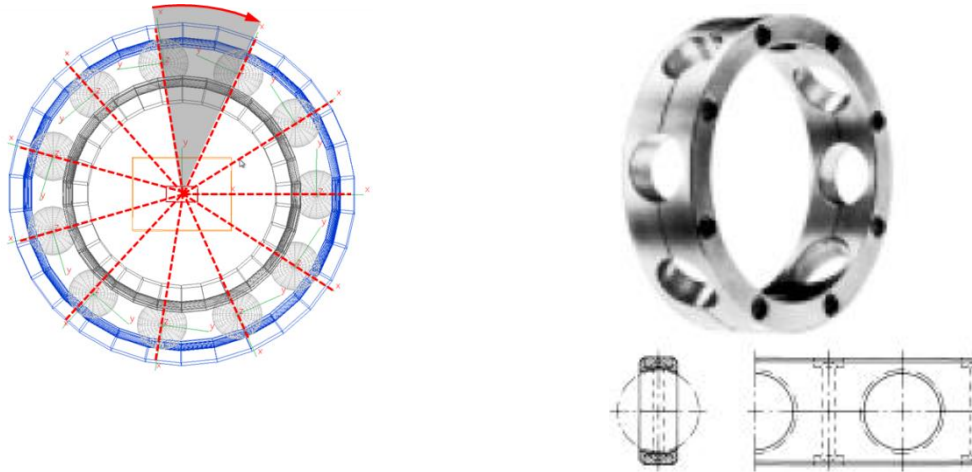
7.6 Systemanbindung

Für die Umgebung des Lagers in Simpack sind zwei Möglichkeiten vorgesehen. Die erste Variante ist die Betrachtung des Einzellagers. Dabei wird als Standard der Außenring des Lagers im Ursprung mit einem 0-Freiheitsgrad-Joint fixiert. Die Drehzahl und Belastung des Innenrings können vom Benutzer über die grafische Oberfläche vorgegeben werden. Die zweite Möglichkeit ist die Einbindung eines oder mehrerer Lager in ein Gesamtsystem. Dazu muss je ein Marker für Innen- und Außenring im bestehenden System auf Welle bzw. Gehäuse angelegt werden. Über diese kann das Lager dann mit den entsprechenden Joints im System angebunden werden. Die Belastungen und Drehzahlen werden über das System auf das Lager aufgebracht und es lassen sich die Wechselwirkungen zwischen Lager und System in der Simulation berücksichtigen. Für die Systemeinbindung ist eine eigene Hilfe in der grafischen Oberfläche vorhanden.

7.7 Käfige

Zur realitätsnahen Abbildung des Wälzlagers ist die Berücksichtigung des Käfigs notwendig. Für den Modellaufbau sind zwei Modellierungstiefen umgesetzt, der virtuelle, und der Kontakt-Käfig.

Beim virtuellen Käfig werden die Wälzkörper über Einschränkung der Freiheitsgrade in einem konstanten Winkelabstand zueinander gehalten (Abbildung 7.14a). Der zweite Käfigtyp ist der Kontaktkäfig (Abbildung 7.14b). Dabei sind wälzkörpergeführte Nietkäfige und innenring- und außenringgeführte Massivkäfige vorgesehen. Die Berechnung des Kontaktes zwischen Wälzkörper und Käfig (WK-KF) wird wie die Berechnung von Wälzkörper und Laufbahn (WK-LB) in separate Berechnungsroutinen unterteilt. Die Reibung des ringgeführten Käfigs wird im Wälzkörper-Käfig Kontakt und Käfig-Laufbahn-Kontakt mit Hilfe von Reibwert-Schlupf-Kurven berechnet.



a) Virtueller Käfig

b) Kontaktkäfig

Abbildung 7.14: Käfigvarianten des Simpack MKS Modells

7.7.1 Virtueller Käfig

Bei dem virtuellen Käfig werden die Freiheitsgrade der Wälzkörper über Randbedingungen im MKS-Modell eingeschränkt, indem die translatorische Bewegung in tangentialer Richtung zueinander eingeschränkt wird. Damit wird ein konstanter Winkelabstand der Wälzkörper zueinander erzwungen.

7.7.2 Kontaktkäfig

Für die Kontaktkäfige sind ein Nietkäfig, wälzkörpergeführt (JN; Abbildung 7.15) und Massivkäfige, wälzkörper-, innenring- und außenringgeführt (M, MB, MA; Abbildung 7.16) umgesetzt. Die Berechnung des Kontaktes zwischen Wälzkörper und Käfig (WK-KF) wird wie die Berechnung von Wälzkörper und Laufbahn (WK-LB) in separate Berechnungsroutinen unterteilt. Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Berechnungsroutinen und deren Ablaufreihenfolge ist in Abbildung 7.17 dargestellt.

Die Normalkraftberechnung erfolgt in der Hertz-Routine, die auch im WK-LB Kontakt verwendet wird. In der WK_KF_Kontakt Routine werden die Durchdringung, der Kontaktpunkt und die Kontaktnormale zwischen Wälzkörper und Käfigtasche berechnet. In der Kontaktkraftberechnungsroutine WK_LB_Kontaktkraft wird die betragsfreie Normalkraft aus der Hertzroutine in die Komponenten der Kontaktnormalen aufgeteilt. Der Kontakt zwischen ringgeführtem Massivkäfig und Ring wird über eine separate WK_KF_Bord Routine bestimmt. Die Bestimmung der Geschwindigkeitsvektoren erfolgt über die Berechnungsroutine WK_KF_Geschwindigkeiten. Dabei werden die Relativgeschwindigkeiten und Summengeschwindigkeit im Kontaktpunkt berechnet. Die Dämpfung wird analog der Dämpfungsberechnung aus dem WK-LB Kontakt mit Hilfe einer kubischen Funktion zur Ermittlung

des Dämpfungsbeiwertes. Die Reibungsberechnung erfolgt über eine Reibwert-Relativgeschwindigkeits-Kurve.

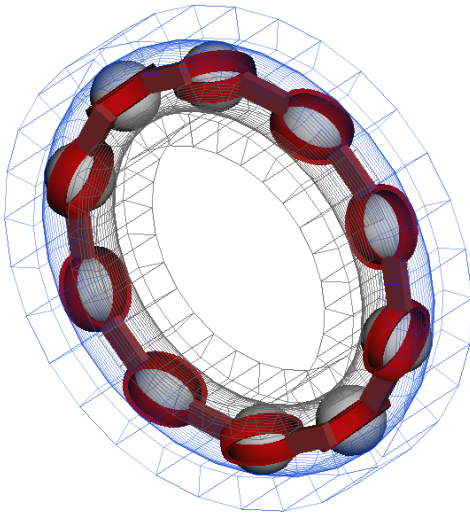


Abbildung 7.15: JN-Nietkäfig wälzkörpergeführt

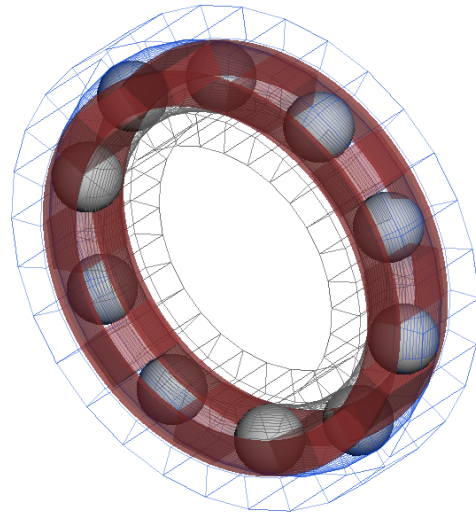


Abbildung 7.16: MA-Massivkäfig außenringgeführt

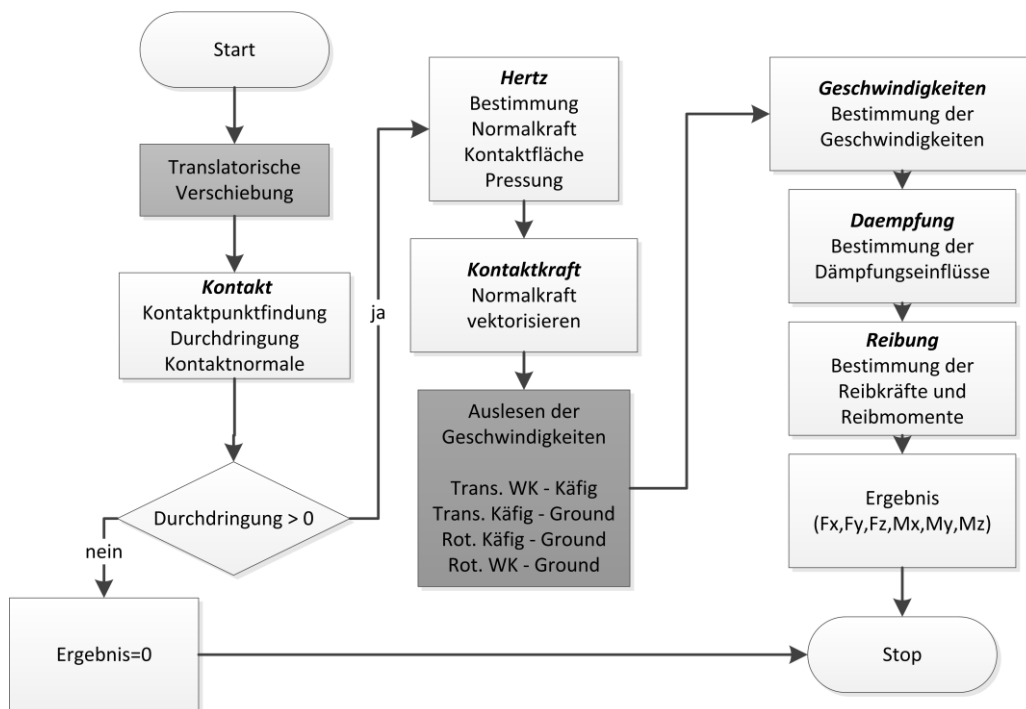


Abbildung 7.17: Flussdiagramm der Realkäfigberechnung

8. Quellenverzeichnis

- [ADORE11] Pradeep K. Gupta Inc. - ADORE. <http://www.pradeepkguptainc.com/images/hpict.gif>. Version: August 2011
- [AuSa05] Aul, E.; Sauer, B.: Analyse des Reibmoments von Wälzlager unter komplexen Beanspruchungen. In: Gold, P.W. (Hrsg.) Tagungsband 32K 2005, Verlag Mainz, Aachen.
- [Bart97] Bartels, T.: Instationäres Gleitwälzkontaktmodell zur Simulation der Reibung und Kinematik von Rollenlagern. Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1997.
- [BEAST11] SKF GmbH - BEAST. <http://www.skf.com/cmimages/237539.gif>. Version: August 2011
- [BEHW09] Brändlein, J. ; Eschmann, P. ; Hasbargen, L. ; Weigand, K.: Die Wälzlagerpraxis. 2. unveränderter Nachdruck der korrigierten 3. Auflage von 1998. Mainz : Vereinigte Fachverlage GmbH, 2009
- [BHMLB04] Bozkurt, H.; Hahn, K.; Madan, I.; Li, X.; Birkhofer, H.; Sauer, B.: Ein neuer Ansatz zur Verbesserung der Lebensdauervorhersage feststoffgeschmierter Kugellager. In: Tribologie + Schmierungstechnik, Heft 4/2004, S. 38-43.
- [CABA10] INA-Schaeffler KG - CABA3D. http://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/products/calculation_and_interpretation/00015cf8.jpg Version: August 2010
- [CDDT85/1] Chittenden, R. J.; Dowson, D., Dunn, J. F.; Taylor, C. M.: A Theoretical Analysis of the Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Concentrated Contacts, Part I. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 397, S. 245-269, 1985.
- [CDDT85/2] Chittenden, R. J., Dowson, D., Dunn, J. F., Taylor, C. M.: A Theoretical Analysis of the Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Concentrated Contacts, Part II. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 397, pp. 271-294, 1985.
- [DiZeSp96] Dietl, P. ; Zeilinger, R. ; Springer, H.: experimentelle Identifikation und Berechnung des Dämpfungsvermögens von Kugellagern. VDI Berichte 1285 (1996)
- [Enge02] Engel, S.: Reibungs- und Ermüdungsverhalten des Rad-Schiene-Systems mit und ohne Schmierung. Dissertation, Universität Magdeburg, 2002.
- [EvJo86] Evans, C. R. ; Johnson, K. L.: The rheological properties of elastohydrodynamic lubricants. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part C. Mechanical engineering science 200 (1986), Nr. 5, S. 303-312
- [FrKi10] Fruth T., Kiebusch T.: Interner Bericht MEGT - Entwicklung eines Simulationsmodells zur Untersuchung dynamischer Vorgänge in Rillenkugellagern, TU Kaiserslautern, 2010
- [FVA22/III] Abschlussbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 22/III: Vollrollige Zylinderrollenlager – Anwendungsgrenzen vollrolliger Planetenrad-Wälzlager. Verfasser: H. Potthoff. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Heft 238, 1986.
- [FVA22/IV] Abschlussbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 22/IV: Planetenrad-Wälzlager – Reibmomente in Planetenradwälzlager. Verfasser: T. Siepmann. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Heft 270, 1989.
- [FVA22/V] Abschlussbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 22/V: Vollrollige Zylinderrollenlager – Fresstragfähigkeit vollrolliger Planetenradwälzlager. Verfasser: G. Hansberg. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Heft 366, 1992.

- [FVA364/I] Abschlussbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 364/I: Lebensdauer-Industrie-Wälzlager I – EDV-Unterprogramm zur Berechnung der Steifigkeit und der Lebensdauer von Wälzlagern LAGER2, Version 1.0. Verfasser: T. Hertter. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Heft 674, 2002.
- [FVA364/II] Abschlussbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 364/II: Lebensdauer-Industrie-Wälzlager II – Erweiterung der FVA-Programme RIKOR und LAGER2 zur Bestimmung der Lebensdauer von Wälzlagern in Industriegetrieben. Verfasser: R. Weitzl. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Heft 848, 2008.
- [FVA400] Abschlussbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 400: Einfluss von Grundölart, Additivierung und Gebrauchszustand auf Viskositätsverhalten und Schmierfilmbildung. Verfasser: T. Walbeck. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 2003.
- [FVA551] Abschlussbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 511: MKS-Studie – Entwicklung einer Grundlage zur Entscheidung, wie in der Zukunft die Entwicklungsarbeiten in der FVA im Themenfeld der Mehrkörpersimulation gestaltet werden sollen und welche Möglichkeiten zur Nutzung durch kmUs realisierbar sind. Verfasser: V. Aul; R. Augustino; T. Haehnel; J. Vidner. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Heft 822, 2007.
- [FVA589] Zwischenbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 589: Vibrationsanregung Wälzlager – Einfluss von Vibrationsanregung auf Wälzlager. Verfasser: S. John; T. Kiekbusch. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Dezember 2009.
- [FVA597] Zwischenbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 597: Langsamlaufverschleiß Simulationsmodell – Verschleißmechanismen in langsam laufenden, vollrolligen Zylinderrollenlager. Verfasser: V. Aul. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, Dezember 2009.
- [FVA625-12/11] Sachstandsbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 625: Entwicklung von Berechnungsmodulen zur Mehrkörpersimulation von Wälzlagern in Simpack Verfasser: V. Spägle. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 12-2011.
- [FVA625-7/11] Sachstandsbericht zum FVA-Forschungsvorhaben Nr. 625: Entwicklung von Berechnungsmodulen zur Mehrkörpersimulation von Wälzlagern in Simpack Verfasser: V. Spägle. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main, 07-2011.
- [GaWaSa04] Ghaisas, N. V.; Wassgren, C. R.; Sadeghi, F.: Cage Instabilities in Cylindrical Roller Bearings. Zeitschriftenaufsatz: Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Band 126, S. 681-689, 2004.
- [Ghai03] Ghaisas, N. V.: Dynamics of Cylindrical and Tapered Roller Bearings Using the Discrete Element Method. MS Thesis, School of Mech. Eng., Purdue University, 2003.
- [GhWaSa04] Ghaisas, N. V.; Wassgren, C. R.; Sadeghi, F.: Cage Instabilities in Cylindrical Roller Bearings. Zeitschriftenaufsatz: Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Band 126, S. 681-689, 2004.
- [Gupt84] Gupta, P. K.: Advanced Dynamics of Rolling Elements. Springer-Verlag, 1984.
- [Gupt88] Gupta, P. K.: Frictional Instabilities in Ball Bearings. Zeitschriftenaufsatz: ASLE Transactions, Band 31, Heft 2, Seite 258-268, 1988.
- [HaBr83] Hamrock, B. J. ; Brewe, D.: Simplified Solution for Stresses and Deformation. In: ASME Journal Lubrication Technology 105 (1983), S. 171 177
- [Hahn05] Hahn, K.: Dynamik-Simulation von Wälzlagerkäfigen. Dissertation TU Kaiserslautern, Shaker Verlag, Reihe Konstruktionstechnik, 2005.

- [HaNiSa03] Hahn, K.; Nicola, A.; Sauer, B.: Gelenkeigeneigenschaften von parallelkinematischen Werkzeugmaschinen. Zeitschrift „Antriebstechnik“, Heft 10/2003, S. 52-56.
- [Harri91] Harris, T. A.: Rolling Bearing Analysis. Hohn Wiley & Sons, Inc. Third Edition, 1991.
- [HaSa04/1] Hahn, K.; Sauer, B.: Berechnung der Taschenreibung bordgeführter Kugellagerkäfige. Zeitschrift „Tribologie & Schmierungstechnik“, Heft 5/2004, S. 39-43.
- [HaSa04/2] Hahn, K.; Sauer, B.: Simulation des Reibungs- und Dämpfungsverhaltens der Kontaktstellen eines bordgeführten Kugellagerkäfigs. GfT Tribologie-Fachtagung 2004, 27.-29. September 2004.
- [Hert82] Hertz, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. In: Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal) 92 (1882), Nr. 92, S. 156 171
- [HTNS03] Hahn, K.; Teutsch, R.; Nicola, A.; Sauer, B.: Der Einfluss von Gelenk- und Lagersteifigkeiten auf die Genauigkeit einer Parallelkinematischen Maschine – Modellierung von wälzgelagerten Gelenken in ADAMS. MSC.Software Virtual Product Development Conference, 24.-26. Juni 2003, Bad Neuenahr.
- [JoTe77] Johnson, K. L. ; Tevaarwerk, J. L.: Shear behaviour of elastohydrodynamic oil lms. In: Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences 356 (1977), Nr. 1685, S. 215236
- [Meye10] C. Meyer: Reibung in hoch belasteten EHD-Wälzkontakten, Universität Hannover, Diss., 2010
- [MuWi75] Murch, L. E. ; Wilson, W. R. D.: A thermal EHD inlet zone analysis. In: ASME Journal Lubrication Technology (1975), S. 212-216
- [NSKKL05] Nicola, A.; Sauer, B.; Kirchner, E.; Köster, H.; Langer, F.: Modellgestützte Analyse des „Cold-Start-Squeal“-Phänomens von Kupplungen. Zeitschrift „Automobiltechnische Zeitschrift (ATZ)“, Heft 9/2005.
- [Rode80] Rodermund, H.: Extrapolierende Berechnung des Viskositätsverlaufes unter hohen Drücken. In: Schmiertechnik und Tribologie 27 (1980), Nr. 1
- [Rost55] Rost, U.: Das Viskositäts-Temperatur-Verhalten von Flüssigkeiten. In: Kolloid-Zeitschrift 142 (1955) 2/3, S. 132-150.
- [SaHaTe05/1] Sauer, B.; Hahn, K.; Teutsch, R.: Dynamiksimulation von Maschinenelementen mit Gleit-Wälz-Kontakten. Teil 1, Zeitschrift „Konstruktion“, Springer Verlag Heft 08/2005.
- [SaHaTe05/2] Sauer, B.; Hahn, K.; Teutsch, R.: Dynamiksimulation von Maschinenelementen mit Gleit-Wälz-Kontakten. Teil 2, Zeitschrift „Konstruktion“, Springer Verlag Heft 09/2005.
- [Sahe01] Saheta, V.: Dynamics of Rolling Element Bearings using Discrete Element Method. MS Thesis, School of Mech. Eng., Purdue University, 2001.
- [ScSa09] Scheuermann, M.; Sauer, B.: Dynamische Simulation einer Rollenschienenführung. Gleit- und Wälzlagerungen, VDI-Berichte 2069, 2009.
- [SHTN03] Sauer, B.; Hahn, K.; Teutsch, R.; Nicola, A.: Untersuchungen zur Gelenk- und Lagersteifigkeit zur Anwendung in neuen Maschinenkonzepten. Papers for the workshop of „New Trends in Engineering Design“, Balatonfüred, June 27-28, 2003, HU ISSN 0026 1890.
- [StFrNo99] Stacke, L.-E., Fritzson, D., Nordling, P.: BEAST – A Rolling Bearing Simulation Tool. Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 213, K, pp. 63-71, 1999.
- [StSa08] Steinhilper, W. ; Sauer, B.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2. 6. Auflage. Berlin : Springer, 2008
- [TeSa04] Teutsch, R.; Sauer, B.: An Alternative Slicing Technique to Consider Pressure Concentrations in Non-Hertzian Line Contacts. Transactions of the ASME – Journal of Tribology. Vol. 126, July 2004, S. 436 – 442.

- [Teut05] Teutsch, R.: Kontaktmodelle und Strategien zur Simulation von Wälzlager und Wälzföhrungen. Dissertation. TU Kaiserslautern, Maschinenelemente und Getriebetechnik Berichte Bd. 01/2005, 2005.
- [THAS02] Teutsch, R.; Hahn, K.; Aul, E.; Sauer, B.: Dynamische Simulation von Maschinenelementen unter Berücksichtigung der spezifischen Einbausituation. VDI Tagung „Gleit- und Wälzlagerungen 2002“, 10. u. 11.09.2002, Fulda.
- [Vess03] Vesselinov, V.: Dreidimensionale Simulation der Dynamik von Wälzlager. Forschungsberichte des mkl, Bd.9, ISSN 1615-8113, Karlsruhe 2003.
- [WMJV09] Wittel, H. ; Muhs, D. ; Jannasch, D. ; Vossiek, J.: Roloff/Matek Maschinenelemente. 19. überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Vieweg, 2009
- [Zeil95] Zeilinger, R.: Zum Dämpfungsvermögen von Wälzlager und Wälzlagerverbindungen, TU Wien, Diss., 1995
- [ZhHo91] Zhou, R. S.; Hoeprich, M. R.: Torque of tapered roller bearings. In: ASME Journal of Tribology 113 (1991), S. 590597