

Bài tập Toán rời rạc, 10.11

Họ Tên: Nguyễn Hữu Nam

Lớp: B23CQCC01-B

MSV: B123DCCC121

Bài làm

Bài 1. Sử dụng các phép biến đổi tương đương và các mệnh đề tương đương cơ bản, chứng minh sự tương đương logic sau:

1. $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \vee r)$
2. $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$
3. $p \vee q \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \Leftrightarrow p \vee q \vee r$

Bài tập 10.11

Bài 1:

1. $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \vee r)$

p	q	r	$\neg p$	$q \rightarrow r$	$\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \vee r$	$q \rightarrow (p \vee r)$
T	T	T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F	T	F
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	F	T

p	q	r	$p \vee r$	$q \rightarrow (p \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	F
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	T	T
F	F	F	F	T

$$2. (p \rightarrow q) \leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p}$$

p	q	$p \rightarrow q$	\bar{q}	\bar{p}	$\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
T	T	T	F	F	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

$$3. p \vee q \vee (\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge r)$$

p	q	r	\bar{p}	\bar{q}	$p \vee q$	$\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge r$	TQ
---	---	---	-----------	-----------	------------	-----------------------------------	----

$$3. p \vee q \vee (\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge r)$$

p	q	r	\bar{p}	\bar{q}	$p \vee q$	$\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge r$	TQ
T	T	T	F	F	T	F	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T	F	T
T	F	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	F	T	F	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T	F
F	F	F	T	T	F	F	F

p	q	r	$p \vee q$	$p \vee q \vee r$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

Bài 2.

$\neg (p \rightarrow q)$

Bài 2. Sử dụng phương pháp lập bảng chân trị, chứng minh sự tương đương logic sau:

1. $\neg(p \leftrightarrow q) = \neg p \leftrightarrow q$

2. $(p \rightarrow q) = (\neg p \vee q)$

3. $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) = \neg p \wedge \neg q$

4. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) = T$

5. $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) = q \rightarrow (p \vee r)$

Bài 2.

1. $(p \rightarrow q) = \neg p \vee q$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

$q \vee r$

$$2. (p \rightarrow q) = (p \bar{\vee} q)$$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

p	q	$p \bar{\vee} q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

$$3. (p \vee (q \wedge \bar{q})) = p \wedge \bar{q}$$

p	q	$p \vee (q \wedge \bar{q})$
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	F

$$3. (p \vee (q \wedge \bar{q})) = p \wedge \bar{q}$$

p	q	$p \vee (q \wedge \bar{q})$
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	F

p	q	$p \wedge \bar{q}$
T	T	F
T	F	T
F	T	F
F	F	F

4. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) = T$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

5. $\bar{p} \rightarrow (q \rightarrow r) = q \rightarrow (p \vee r)$

p	q	r	\bar{p}	$q \rightarrow r$	$\bar{p} \rightarrow (q \rightarrow r)$	$q \rightarrow (p \vee r)$
T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T

$q) = \neg$
 $q) \rightarrow (p \vee r)$

p	q	r	$p \vee r$	$q \rightarrow (p \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	T	T
F	F	F	F	T

$r \vee$
 $\rightarrow r$

Bài 3:

$$p \rightarrow q) \wedge \bar{q} \wedge \bar{r} \rightarrow (p \vee r)$$

Bài 3. Kiểm tra các suy luận sau:

1. $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q \wedge \neg r] \rightarrow \neg(p \vee r)$

2. $[(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p) \wedge p] \rightarrow r$

3. $[(p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge \neg r] \rightarrow q$

Handwritten truth table for the first statement:

$$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q \wedge \neg r] \rightarrow \neg(p \vee r)$$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$\neg r$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \wedge \neg r$	$p \vee r$	$\neg(p \vee r)$
T	T	T	T	F	F	F	T	F
T	T	F	T	F	T	F	T	F
T	F	T	F	T	F	F	T	F
T	F	F	F	T	T	F	T	F
F	T	T	T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F	T	T	F
F	F	F	T	T	T	T	F	T

Handwritten truth table for the second statement:

$$[(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p) \wedge p] \rightarrow r$$

p	q	r	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p) \wedge p$	r
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	F
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T	T	F
F	T	T	T	T	F	F	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	F	F

Handwritten truth table for the third statement:

$$[(p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge \neg r] \rightarrow q$$

p	q	r	$p \vee q$	$\neg q \vee r$	$\neg r$	$(p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge \neg r$	q
T	T	T	T	F	F	F	T
T	T	F	T	T	T	T	T
T	F	T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T	T	F
F	T	T	T	F	F	F	T
F	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F	F	F
F	F	F	F	T	T	F	F

2. $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (q \rightarrow \bar{q}) \wedge p$

p	q	r	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$(q \rightarrow \bar{q})$	p	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (q \rightarrow \bar{q}) \wedge p$
T	T	T	T	F	T	F
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F
F	F	F	T	T	F	F

$q \rightarrow \bar{p}$ $(\bar{q} \rightarrow \bar{p}) \wedge p$ K.L.

$q \rightarrow \bar{p}$	$(\bar{q} \rightarrow \bar{p}) \wedge p$	K.L.
T	F	T
F	T	T
F	F	T
F	F	T
T	T	F
T	F	F
T	F	F
T	F	F

3. $(p \vee q) \wedge (\bar{q} \vee r) \wedge \bar{p}$

p	q	r	$p \vee q$	$(\bar{q} \vee r)$	\bar{p}	$(p \vee q) \wedge (\bar{q} \vee r) \wedge \bar{p}$
T	T	T	T	F	F	F
T	T	F	T	F	F	F
T	F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	T	F	F
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F
F	F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T	F

\bar{p} \bar{p}

\bar{p}	\bar{p}
T	T
F	F
F	F
F	F
T	T
T	T
T	T
T	T

Bài 4. Ba sinh viên A, B, C bị nghi ngờ đã gian lận trong bài thi. Khi được hỏi đã trả lời như sau:

- A: "B đã chép bài còn C vô tội"
- B: "Nếu A có tội thì C cũng có tội"
- C: "Tôi không gian lận"

1. Nếu cả 3 đều đúng thì ai gian lận?
2. Nếu cả 3 không gian lận thì ai nói dối?
3. A nói thật, B nói dối thì ai gian lận?
4. Nếu cả 3 đều nói dối thì sao?

1. Trường hợp cả 3 đều nói thật:

- Xét lời C trước: C không gian lận là sự thật
- Kết hợp với lời A: B gian lận và C vô tội
- Lời B "nếu A có tội thì C có tội" cũng đúng (vì A không có tội) → Như vậy khi cả ba cùng nói thật, **chỉ có B gian lận**

2. Trường hợp không ai gian lận:

- Nếu không ai gian lận, lời C là thật
- B nói một câu điều kiện không thể sai (vì cả A và C đều không gian lận)
- Nhưng A nói B gian lận → điều này mâu thuẫn với giả thiết → Do đó **A là người nói dối**

3. Khi A nói thật và B nói dối:

- Từ lời A (đã biết là thật): B gian lận và C vô tội
- Lời B đã biết là dối nên không cần xét
- Điều này phù hợp với lời C → **B là người gian lận**

4. Khi cả ba cùng nói dối:

- C nói "tôi không gian lận" là dối → C phải gian lận
- Vì A nói dối nên hoặc B không gian lận, hoặc C không vô tội (nhưng ta đã biết C gian lận)
- B nói dối về mối quan hệ giữa A và C → **C chắc chắn gian lận**, có thể có thêm người khác

Bài 5. Cho các mệnh đề sau:

- $p = \text{"Tam giác ABC là tam giác cân"}$
- $q = \text{"Tam giác ABC là tam giác đều"}$
- $r = \text{"Tam giác ABC có 2 cạnh } BA = BC\text{"}$
- $s = \text{"Tam giác ABC có góc A bằng } 60^\circ\text{"}$

Viết các mệnh đề sau bằng ngôn ngữ tự nhiên và cho biết chân trị mệnh đề

1. $q \rightarrow p$
2. $r \wedge \neg s \rightarrow q$
3. $r \vee s \rightarrow p$

1. Chuyển thành ngôn ngữ thông thường:

- $q \rightarrow p$: "Một tam giác khi đã là tam giác đều thì chắc chắn là tam giác cân"
- $r \wedge s \rightarrow q$: "Tam giác có hai cạnh bằng nhau và góc A là 60° sẽ là tam giác đều"
- $r \vee s \rightarrow p$: "Một tam giác sẽ là tam giác cân nếu nó thỏa mãn ít nhất một trong hai điều kiện: có hai cạnh bằng nhau hoặc có góc A là 60° "

2. Kiểm tra tính đúng sai:

$q \rightarrow p$: **ĐÚNG**

- Hãy nghĩ về tam giác đều - nó có 3 cạnh bằng nhau
- Điều này tự động làm cho nó có ít nhất 2 cạnh bằng nhau
- Vì thế nó luôn là tam giác cân

$r \wedge s \rightarrow q$: **ĐÚNG**

- Khi một tam giác có:
 - Hai cạnh bằng nhau ($BA = BC$)
 - Góc giữa hai cạnh đó là 60°
- Theo tính chất hình học, đây chính là định nghĩa của tam giác đều

$r \vee s \rightarrow p$: **ĐÚNG**

- Xét trường hợp có hai cạnh bằng nhau: đây là định nghĩa của tam giác cân
- Xét trường hợp có góc 60° :

- Nếu kèm theo hai cạnh bằng nhau \rightarrow tam giác đều \rightarrow tam giác cân
 - Nếu không kèm theo hai cạnh bằng nhau \rightarrow tam giác cân
- Cả hai trường hợp đều dẫn đến tam giác cân