

Bài tập ôn tập chương 2

Nguyễn Hữu Nam

Tóan rời rạc Chương 2

Câu 1:

a) Giả: $a_0 = 2, a_1 = 6$

$$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$$

có $a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 0$

đặt $R^2 - 3R + 2 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = 2 \\ R_2 = 1 \end{cases}$$

có CTTQ:

$$a_n = \lambda_1 R_1^n + \lambda_2 R_2^n$$

có $\begin{cases} 2 = \lambda_1 \cdot 2^0 + \lambda_2 \cdot 1^0 \\ 6 = \lambda_1 \cdot 2^1 + \lambda_2 \cdot 1^1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 4 \\ \lambda_2 = -2 \end{cases}$$

Vậy $a_n = 4 \cdot 2^n - 2$

b, a_n là xâu nhị phân độ dài n và m điều kiện

Vs A khác = 1, xâu là

có $n-1$ dài xâu và m để bài a_{n-1}

Vs B khác = 10, có

$n-2$ dài xâu và m để bài

$\rightarrow a_{n-2}$ cách

Vs c khác = 100, có $n-3$ dãy
 & lm độ dài, a cách

Vs D.k khác = 000,

xâu có độ dài $n-3$ & lm
 độ dài 2^{n-3} (cách)

$$\Rightarrow \text{có } a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$$

$$\text{có } a_1 = 0$$

$$a_2 = 0$$

$$a_3 = 1$$

$$a_4 = 0 + 0 + 1 + 2^{4-3} = 3$$

$$a_5 = 1 + 3 + 2^{5-3} = 8$$

$$c) a_6 = 8 + 3 + 1 + 2^{6-3} = 20$$

Câu 2:

$$a) \text{ Giải } a_0 = 6, a_1 = 9$$

$$a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}$$

$$\text{có: } a_n - 7a_{n-1} + 12a_{n-2} = 0$$

$$\text{Đã } R^2 - 7R + 12 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = 4 \\ R_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{có CTTQ: } a_n = \lambda_1 \cdot R_1^n + \lambda_2 \cdot R_2^n$$

$$\text{Xét } \begin{cases} 6 = \lambda_1 + \lambda_2 \\ 9 = 4\lambda_1 + 3\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = -9 \\ \lambda_2 = 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = (-9)4^n + 15 \cdot 3^n$$

b. Gọi a_n là số nhị phân độ dài n s/m đ.kiến

+ Khi x ầu k ết thúc = 1, \rightarrow có độ dài $n-1$ có a_{n-1} x ầu s/m đ.k.
+ Khi x ầu k ết thúc = 0, 1 là độ dài $n-2$, có a_{n-2} x ầu s/m đ.k.

+ Khi x ầu k ết thúc = 00, x ầu độ dài $n-2$, có 2^{n-2} cách s/m đ.k.

$$\Rightarrow a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-2}$$

$$\text{Coi } a_1 = 0$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = 0 + 1 + 2 = 3$$

$$a_4 = 1 + 3 + 4 = 8$$

$$a_5 = 8 + 3 + 1 \cdot 8 = 19$$

$$c) a_6 = 19 + 8 + 1 \cdot 16 = 43$$

Bài 3.

$$a) a_n = a_{n-1} + 2^n \text{ với } a_0 = 1$$

$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = 2^n$$

Khảo sát họ:

Bài 3:

$$a) \quad a_n = a_{n-1} + 2^n, \quad a_0 = 4.$$

$$a_1 = 4 + 2 = 6$$

$$a_2 = 6 + 4 = 10 = (4+2)+4$$

$$a_3 = 10 + 8 = 18 = (4+2+4)+8$$

$$a_4 = 18 + 16 = 34 = (4+2+4+8)+16$$

→ No công thức:

$$a_n = 4 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^n$$

$$= 4 + (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n)$$

$$= 4 + \frac{(2^{n+1} - 2)}{2^{n+1} - 2}$$

- Với

$$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n$$

$$= 2^{n+1} - 2$$

$$\text{do } S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{2(2^{n+1} - 1)}{1}$$

$$= 2 \cdot 2^{n+1} - 2$$

$$= 2^{n+1} - 2$$

$$b, \quad a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2} \\ a_n + 6a_{n-1} + 9a_{n-2} = 0$$

$$\text{Đã: } R^2 + 6R + 9 = 0$$

$$\Rightarrow R = -3.$$

Nó TQ đc:

$$a_n = \lambda_1 \cdot R_1^n + \lambda_2 \cdot R_2^n$$

$$\begin{cases} a_0 = 3 = \lambda_1 (-3)^0 + \lambda_2 \cdot 0 \cdot (-3)^0 \\ a_1 = -3 = -3\lambda_1 - 3\lambda_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 3 \\ \lambda_2 = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = 3 \cdot (-3)^n + (-2) \cdot (-3)^{n-1} \\ = (-3)^n (3 - 2n)$$

$$c) \quad a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3} \\ a_n - 2a_{n-1} - 5a_{n-2} + 6a_{n-3} = 0$$

$$\text{Đã: } R^3 - 2R^2 - 5R + 6 = 0$$

$$\begin{cases} R_1 = -2 \\ R_2 = 3 \\ R_3 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Nó TQ đc: } a_n = \lambda_1 \cdot R_1^n + \lambda_2 \cdot R_2^n + \lambda_3 \cdot R_3^n$$

$$\begin{cases} a_0 = 3 = \lambda_1 (-2)^0 + \lambda_2 (3)^0 + \lambda_3 \cdot 1 \\ a_1 = -4 = \lambda_1 (-2) + \lambda_2 (3) + \lambda_3 \cdot 1 \\ a_2 = 8 = \lambda_1 (-2)^2 + \lambda_2 (3)^2 + \lambda_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 3 \quad \lambda_2 = -1 \quad \lambda_3 = 5$$

$$\Rightarrow a_n = 3 \cdot (-2)^n + (-1)^n + 5 \cdot 3^n$$

Câu 4:

$$a) \quad a_n = -4a_{n-1} + 4a_{n-2}$$

$$a_n + 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$$

$$R^n + 4R + 4 = 0$$

$$R = -2$$

N. T. Qu. i

$$a_n = (-2)^n (\lambda_1 + \lambda_2 n)$$

$$\begin{cases} a_0 = 0 = \lambda_1 \\ a_1 = 15 = (\lambda_1 + \lambda_2)(-2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = -15/2$$

$$\Rightarrow a_n = -\frac{15}{2} n (-2)^n$$

$$b) \quad a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 2a_{n-3}$$

R. i. l.

$$c) \quad a_n - 2a_{n-1} - 5a_{n-2} + 2a_{n-3} = 0$$

$$R^3 - 2R^2 - 5R + 2 = 0$$

$$\Rightarrow R = 3, R = -1, R = -2$$

N. T. Qu. i

$$a_n = \lambda_1 \cdot 3^n + \lambda_2 (-1)^n + \lambda_3 (-2)^n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_0 = 9 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ a_1 = 10 = 3\lambda_1 + (-1)\lambda_2 + (-2)\lambda_3 \\ a_2 = 32 = \lambda_1 + 3^2\lambda_2 + (-1)(+4)\lambda_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = 3 \\ \lambda_3 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = 3^n + 3(-1)^n + 5(-2)^n$$

lưu ý:

a) Chọn 4 vị trí để đặt (số) trong 11 vị trí:

- Với 1 vị trí chữ cái có

26 lựa chọn: 26^4

- Các vị trí còn lại là c/số,

mỗi vị trí có 10 lựa chọn $(0-9) \cdot 10^4$

- Số lg từ mã máy tính:

$$\text{Cụ thể } 26^4 \cdot 10^4 =$$

$$= 1508021800000000$$

$$\text{b) } a_n = 10 \cdot a_{n-1} - 25a_{n-2}$$

$$\Rightarrow a_n = 10a_{n-1} + 25a_{n-2} = 0$$

$$\Rightarrow R^2 - 10R + 25 = 0$$

$$R = 5$$

$$\lambda_3 (-2)^n$$

N₀ TQuaⁱ:

$$a_n = (\lambda_1 + \lambda_2 n) 5^n$$

$$\begin{cases} a_0 = 3 = \lambda_1 \\ a_1 = -3 = (\lambda_1 + \lambda_2) 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = -3, 6$$

$$\Rightarrow a_n = [3 + (-3, 6)n] 5^n$$

(a) b:

a) a_n = số 'xâu' dài $n-1$ có
số' lg số' 0 chẵn
- Tổng số' xâu độ dài
 $n-1$ là 2^{n-1}

- Số' xâu độ dài $n-1$ có số'
lg số' 0 chẵn: $2^{n-1} - a_{n-1}$
 \Rightarrow Id thức truy hồi

$$a_n = 2^{n-1} - a_{n-1}$$

Vì $n=1$, chỉ 1 xâu: "0" đ/m.

$$\Rightarrow a_1 = 1.$$

$$b) a_n = 7a_{n-1} - 25a_{n-2}$$

$$R^3 - 7R + 25 = 0$$

$$(R-5)(R^2+5R+5)=0$$

$$\begin{cases} R=5 \\ R = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \\ R = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Not TQucó

$$a_n = \lambda_1 \cdot 5^n + \lambda_2 \left(\frac{-5+\sqrt{5}}{2} \right)^n + \lambda_3 \left(\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \right)^n$$

$$\begin{cases} a_0 = 9 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ a_1 = 10 = 5\lambda_1 + \left(\frac{-5+\sqrt{5}}{2} \right) \lambda_2 + \left(\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \right) \lambda_3 \\ a_2 = 32 = 25\lambda_1 + \left(\frac{-5+\sqrt{5}}{2} \right)^2 \lambda_2 + \left(\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \right)^2 \lambda_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1 \\ \lambda_2 = 4 \\ \lambda_3 = 4 \end{cases} \Rightarrow a_n = 5^n + 4 \left(\frac{-5+\sqrt{5}}{2} \right)^n + 4 \left(\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \right)^n$$

Câu 7:

a) Số thuận nghịch 9 CS:

abcdedba

+ theo đk: $a+b+c+d+e+d+c+e$
 $b+a=7$

$$2(a+b+c+d) + e = 7$$

$$S \rightarrow 2S + e = 7$$

17 Có e là số 'lẻ' vì $2S$ là số 'chẵn'

e có thể: 1, 3, 5, 7

$$\begin{array}{ll}
 \text{Khi: } e = 1, & 2s = 6 \quad s = 3 \\
 \text{Khi: } e = 3, & 2s = 4 \quad s = 2 \\
 \text{Khi: } e = 5, & 2s = 2 \quad s = 1 \\
 \text{Khi: } e = 7, & 2s = 0 \quad s = 0
 \end{array}$$

$$e = 1 \quad (s = 3) \quad C_{3+4-1}^3 = 20$$

$$e = 3 \quad (s = 2) \quad C_{4+2-1}^2 = 10$$

$$e = 5 \quad (s = 1) \quad C_{4+1-1}^1 = 5$$

$$e = 7 \quad (s = 0) \quad \text{chỉ có 1 cách}$$

$$\Rightarrow \text{Tổng} = 20 + 10 + 5 + 1 = 36$$

b, A là tập hợp các số nguyên chia hết cho 4
 B 5
 C 6

$$\begin{aligned}
 \text{Số } |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| \\
 &- (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C) + |A \cap B \cap C|
 \end{aligned}$$

|A| Các số chia hết cho 4: 120 / 4 = 30

$$|B| : 120 / 5 = 24$$

$$|C| = 120 / 6 = 20$$

$$|A \cap B| = 120 / 20 = 6$$

$$|A \cap C| = 120 / 12 = 10$$

$$|B \cap C| = 120 / 30 = 4$$

$$|A \cap B \cap C| = 120 / 60 = 2$$

$$|A \cup B \cup C| = 30 + 20 + 20$$

$$- 6 - 10 - 4 + 2 = 56$$

CE 8. + 1

$$a_1 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30(1)$$

Có k/n no ko am
 $\begin{cases} 2 \leq x_2 \leq 8; 2 \leq x_4 \leq 6 \end{cases}$

Đặt A: Số n của (1) và m:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 2, x_3 \geq 0, x_4 \geq 2, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0$$

Đặt B: Số n của (1) và m:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 9, x_3 \geq 0, x_4 \geq 2, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0$$

Đặt C: Số n của (1) và m:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0, x_4 \geq 7, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0$$

Đặt D: Số n của (1) và m:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \\ v_5 \geq 0, v_6 \geq 0$$

No ko am của pt Tlm

$$F = A - B - C + D$$

$$\rightarrow A: \begin{aligned} x_1' &= x_1 \\ x_2' &= x_2 - 3 \\ x_3' &= x_3 \\ x_4' &= x_4 - 2 \\ v_5' &= x_5 \\ v_6' &= x_6 \end{aligned}$$

$$P_0': x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$$

$$\rightarrow x_1' + x_2' + x_3' + x_4' + x_5' + x_6' = 23$$

$$A = C^{23}_{25} = 142506$$

$$TTu': B = C^{24}_{24} = 12504$$

$$C = C^{20}_{20} = 53130$$

$$D = C^{25}_{25} = 11628$$

$$F = 58500$$

Case 10

$$a) \quad x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 78 \quad (1)$$

$$x_1' = x_1 \leq 1$$

$$x_2' = x_2 - 2$$

$$x_3' = x_3 - 3$$

$$x_4' = x_4 - 4$$

$$x_5' = x_5 - 5$$

$$x_6' = x_6 - 6$$

Thay (1) được:

$$x_1' + x_2' + x_3' + x_4' + x_5' + x_6' = 2$$

\Rightarrow Số họ không âm.

$$C^* = 792$$

$$b) \quad 1 \leq x_1 \leq 6$$

$$x_6 \geq 6$$

$$4 \leq x_2 \leq 9$$

Đã A số họ $p + (1) + m$ số:

$$x_1 \geq 1 \quad x_2 \geq 4 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0 \quad x_6 \geq 6$$

Đã B ...

$$x_1 \geq 7, \quad x_2 \geq 4, \quad x_6 \geq 6$$

$$x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Đã C ...

$$x_1 \geq 7, \quad x_2 \geq 0, \quad x_6 \geq 6, \quad x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Đãi D số' n của p + (-1) g/m
 $x_1 \geq 7, x_2 \geq 10,$
 $x_6 \geq 6, x_3 - x_4 - x_5 \geq 0$

N₀ Ko em p + (-1) g/m đk

$$F = A - B - C + D$$

Xét A. Đãi $x'_1 = x_1 - 1$

$$x'_2 = x_2 - 4$$

$$x'_3 = x_3 \quad x'_4 = x_4 \quad x'_5 = x_5$$

$$x'_6 = x_6 - 6$$

Thay vào p + (-1) đk

$$x'_1 + x'_2 + x'_3 + x'_4 + x'_5 + x'_6 \geq 7$$

$$A = \frac{124}{6+12-1} = 2634$$

$$\text{TT}_1 \quad B = \frac{C_{11}}{16} = 4368$$

$$\text{TT}_2 \quad C = \frac{C_{11}}{16} = 4368$$

$$\text{TT}_3 \quad D = \frac{C_{11}}{10} = 252$$

$$N_0 \text{ Ko em p + (-1)}^{10} \\ = F = 12346$$