MSV: B23DCCC121

Họ và tên: Nguyễn Hữu Nam

Lớp: D23CQCC01-B

BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC – 19/08/2024

I. Bài toán “Fibonacci”

1. **What**: Bài toán sinh sản thỏ là gì? Đây là một mô hình toán học về sự phát triển quần thể thỏ trong điều kiện lý tưởng, với các giả định:

- Bắt đầu với một cặp thỏ non (đực và cái).
- Mỗi cặp thỏ trưởng thành sinh ra một cặp thỏ non mỗi tháng.
- Thỏ non mất một tháng để trưởng thành và bắt đầu sinh sản.
- Thỏ không chết và sinh sản vô hạn.

2. Lịch sử ra đời: Fibonacci giới thiệu bài toán này trong cuốn "Liber Abaci" năm 1202 để minh họa cho dãy số mà sau này mang tên ông.

3. **Why**: Tại sao cần có và tại sao ra đời?

- Minh họa một mô hình tăng trưởng phức tạp bằng ví dụ dễ hiểu.
- Giúp hiểu về dãy số đặc biệt và mối quan hệ đệ quy.
- Thể hiện cách áp dụng toán học để mô hình hóa hiện tượng tự nhiên.

4. **How**: Dùng thế nào? Công thức: $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$, với $n \geq 3$ Điều kiện ban đầu: $F(1) = 1$, $F(2) = 1$

   Giải thích:

- $F(n)$ là số cặp thỏ sau n tháng.
- $F(n-1)$ là số cặp thỏ ở tháng trước đó.
- $F(n-2)$ là số cặp thỏ ở hai tháng trước đó.

   Áp dụng công thức:

   - Tháng 1 (n=1): $F(1) = 1$ (1 cặp thỏ non ban đầu)
   - Tháng 2 (n=2): $F(2) = 1$ (cặp thỏ ban đầu đã trưởng thành)

  - Tháng 3 (n=3): F(3) = F(2) + F(1) = 1 + 1 = 2
  - Tháng 4 (n=4): F(4) = F(3) + F(2) = 2 + 1 = 3
  - Tháng 5 (n=5): F(5) = F(4) + F(3) = 3 + 2 = 5
  - Tháng 6 (n=6): F(6) = F(5) + F(4) = 5 + 3 = 8

  Lưu ý:

- Mỗi số trong dãy là tổng số cặp thỏ (cả trưởng thành và non) tại thời điểm đó.
- Số cặp thỏ mới sinh mỗi tháng bằng số cặp trưởng thành tháng trước [F(n-2)].
- Tổng số cặp thỏ mỗi tháng bằng số cặp tháng trước cộng số cặp mới sinh.

5. **When**: Dùng khi nào?

- Giải thích về sự tăng trưởng theo cấp số nhân trong tự nhiên.
- Giới thiệu khái niệm về dãy đệ quy trong toán học.
- Minh họa cách áp dụng toán học vào mô hình hóa hiện tượng sinh học đơn giản.
- Trong giáo dục, giúp học sinh hiểu về dãy số và tư duy toán học.

II. Bài toán “Xếp khách”

1. **What**: Bài toán Xếp khách là gì? Bài toán Xếp khách, còn gọi là Bài toán Xếp chỗ ngồi, là một bài toán tổ hợp trong toán học rời rạc. Nó đếm số cách sắp xếp n người vào n ghế với một số ràng buộc nhất định.
2. Lịch sử ra đời: Bài toán này được đề xuất bởi nhà toán học Pháp Jacques Touchard vào năm 1934. Sau đó, nó được phát triển thêm bởi nhiều nhà toán học khác.
3. **Why**: Tại sao cần có và tại sao ra đời?

- Để nghiên cứu các vấn đề tổ hợp phức tạp trong toán học rời rạc.
- Để mô hình hóa các tình huống thực tế liên quan đến việc sắp xếp và hoán vị.
- Để phát triển các kỹ thuật đếm và giải quyết vấn đề trong lý thuyết xác suất.

4. **How**: Dùng thế nào? Công thức cơ bản: D(n) = (n-1)[D(n-1) + D(n-2)] Với điều kiện ban đầu: D(1) = 0, D(2) = 1

   Giải thích:

- D(n) là số cách xếp n người sao cho không ai ngồi đúng vị trí ban đầu.

- (n-1) là số vị trí mà người thứ n có thể chọn.
- D(n-1) là số cách xếp n-1 người khi người thứ n đã chọn một vị trí không phải của mình.
- D(n-2) là số cách xếp n-2 người còn lại khi người thứ n và người ở vị trí của n đã hoán đổi cho nhau.

  Ví dụ tính toán:

  - D(1) = 0 (không thể xếp 1 người khác vị trí)
  - D(2) = 1 (chỉ có 1 cách xếp 2 người khác vị trí)
  - D(3) = 2 * [D(2) + D(1)] = 2 * (1 + 0) = 2
  - D(4) = 3 * [D(3) + D(2)] = 3 * (2 + 1) = 9
  - D(5) = 4 * [D(4) + D(3)] = 4 * (9 + 2) = 44

5. **When**: Dùng khi nào?

- Trong các bài toán tổ chức sự kiện, sắp xếp chỗ ngồi.
- Trong lý thuyết xác suất để tính toán khả năng xảy ra các sự kiện ngẫu nhiên.
- Trong thiết kế thuật toán, đặc biệt là các thuật toán liên quan đến hoán vị và tổ hợp.
- Trong mật mã học, để phân tích các phương pháp mã hóa dựa trên hoán vị.

III. Bài toán "Tháp Hà Nội"

1. **What**: Bài toán Tháp Hà Nội là gì? Bài toán Tháp Hà Nội là một trò chơi toán học và câu đố, bao gồm ba cọc và một số đĩa có kích thước khác nhau. Mục tiêu là di chuyển toàn bộ chồng đĩa từ cọc đầu tiên sang cọc thứ ba, tuân theo các quy tắc:

- Chỉ được di chuyển một đĩa mỗi lần.
- Mỗi lần di chuyển chỉ lấy đĩa trên cùng của một chồng.
- Không được đặt đĩa lớn hơn lên trên đĩa nhỏ hơn.

2. Lịch sử ra đời: Bài toán này được nhà toán học Pháp Édouard Lucas giới thiệu vào năm 1883. Ông lấy cảm hứng từ một huyền thoại về một ngôi đền ở Hà Nội, Việt Nam.
3. **Why**: Tại sao cần có và tại sao ra đời?

- Để minh họa khái niệm về đệ quy trong toán học và khoa học máy tính.
- Để nghiên cứu về thuật toán và độ phức tạp của thuật toán.
- Để phát triển kỹ năng giải quyết vấn đề và tư duy logic.
- Để giới thiệu các khái niệm cơ bản về lập trình đệ quy.

4. **How**: Dùng thế nào? Công thức: Số bước di chuyển tối thiểu = 2^n - 1, với n là số đĩa.

   Giải thuật đệ quy:

1. Di chuyển n-1 đĩa từ cọc nguồn sang cọc trung gian.
2. Di chuyển đĩa cuối cùng từ cọc nguồn sang cọc đích.
3. Di chuyển n-1 đĩa từ cọc trung gian sang cọc đích.

   Ví dụ:

- Với 1 đĩa: 2^1 - 1 = 1 bước
- Với 2 đĩa: 2^2 - 1 = 3 bước
- Với 3 đĩa: 2^3 - 1 = 7 bước
- Với 4 đĩa: 2^4 - 1 = 15 bước

   Lưu ý: Số bước tăng theo cấp số mũ, nên với số đĩa lớn, số bước sẽ rất nhiều.

5. **When**: Dùng khi nào?

- Trong giáo dục để dạy về đệ quy và thuật toán.
- Trong lập trình để minh họa cách triển khai giải thuật đệ quy.
- Trong nghiên cứu về độ phức tạp của thuật toán.
- Trong phát triển tư duy logic và kỹ năng giải quyết vấn đề.
- Như một bài tập trí óc hoặc trò chơi giải trí.