

Squadra 5/ Gruppo 30

Data: 18/04/2024

Luogo: Lab 3

Esperienza 3



**Politecnico  
di Torino**

# **Relazione di Laboratorio**

## **Moto armonico smorzato**

Autori:

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| • Satnam Singh             | s321687@studenti.polito.it |
| • Sestu Gaia               | s324249@studenti.polito.it |
| • Scramuzza Lorenzo        | s330018@studenti.polito.it |
| • Scauri Gianmario         | s327482@studenti.polito.it |
| • Satriano Mattia Giuseppe | s311203@studenti.polito.it |

## Indice

1.0	Introduzione dell'esperienza in laboratorio .....	2
1.1	Strumentazione.....	3
2.0	Modello teorico.....	4
3.0	Raccolta dati e analisi dell'esperienza .....	7
3.1	Calcolo della pulsazione naturale di un sistema.....	7
3.1.1	Lo pseudoperiodo.....	9
3.1.2	la pseudofrequenza $\omega_0$ e la relativa incertezza:.....	9
3.1.3	il coefficiente $\gamma$ e la relativa incertezza:.....	9
3.1.4	Il valore di $\omega_0$ e l'incertezza associata: .....	10
3.2	Caratterizzazione delle oscillazioni smorzate.....	11
3.2.1	Corrente ai freni di 0.3 A: .....	11
3.2.2	Corrente ai freni di 0.6 A: .....	13
3.2.3	Corrente ai freni di 0.8 A: .....	15
3.2.4	Corrente ai freni di 1,0 A: .....	17
3.3	Calcolo dello smorzamento critico .....	20
3.3.1	Calcolo fattore di smorzamento.....	20
3.3.2	Smorzamento critico a 2,04 A .....	21
3.3.3	Smorzamento critico a 1,93 A .....	22
4.0	Conclusioni .....	24

## 1.0 Introduzione dell'esperienza in laboratorio

L'esperienza eseguita in laboratorio consiste nell'analisi di un pendolo di torsione al variare delle condizioni del sistema: calcolo della pulsazione naturale del sistema, caratterizzazione delle oscillazioni smorzate dai freni a corrente e stima dello smorzamento critico.

Squadra 5/ Gruppo 30

Data: 18/04/2024

Luogo: Lab 3

Esperienza 3

L'esperienza è suddivisa in tre parti:

1. Calcolo della pulsazione naturale del sistema
2. Caratterizzazione delle oscillazioni smorzate
3. Calcolo dello smorzamento fisico

1) Dopo aver montato il set-up, attaccando il sensore di rotazione al software MOBILE-CASSY 2, che a sua volta viene collegato al computer dal quale si estrapolano i grafici del moto oscillatorio analizzato, si può calcolare la pulsazione naturale del sistema in condizione di minimo smorzamento della molla (freni non attivi).

2) Vengono attivati i freni connessi ad un alimentatore, inizialmente con una corrente pari a 0,3A e successivamente con correnti pari a 0,6A, 0,8A e 1A.

3) L'ultimo obiettivo permette di verificare lo smorzamento critico, condizione in cui il coefficiente di smorzamento eguaglia la pulsazione propria del sistema. In questa condizione, il pendolo si muove verso il punto di equilibrio lentamente, senza superarlo.

### 1.1 Strumentazione

In questo capitolo vengono mostrati gli strumenti utilizzati nel corso dell'esperienza per garantire un'analisi accurata del moto che si vuole studiare, ovvero il moto armonico smorzato. In generale gli strumenti utilizzati nell'esperienza sono:

- Pendolo di torsione:
  - Marca: Leybold
- Sensore di rotazione:
  - Marca: Leybold
  - Sensibilità: 0,1s
- Strumento di misura Mobile Cassy 2:
  - Marca: Leybold
  - Sensibilità: 0,01 rad
  - Fondo scala:  $\frac{3}{2}\pi$



Foto 1: Pendolo di torsione



Foto 2: Mobile Cassy 2

- Alimentatore:  
-Marca: PeakTech\_6205

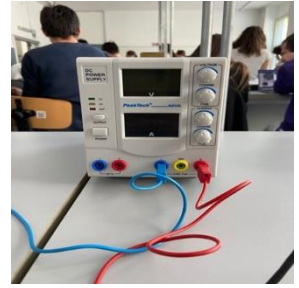


Foto 3: Alimentatore

Viene riportata una breve descrizione sugli strumenti utilizzati:

- **Pendolo di torsione:** costituito da un anello esterno, un corpo centrale affiancato da una molla a spirale, collegato con un'asta e dotato di un freno a corrente.
- **Sensore di rotazione:** collegato al pendolo di torsione.
- **Strumento di misura Mobile CASSY 2:** dopo averlo collegato al pendolo di torsione, è in grado di misurare  $\theta$  in funzione del tempo, inserendo una specifica frequenza.
- **Alimentatore peaktech6205:** usato per azionare i freni.

Qui di seguito viene riportata una foto del piano di lavoro:

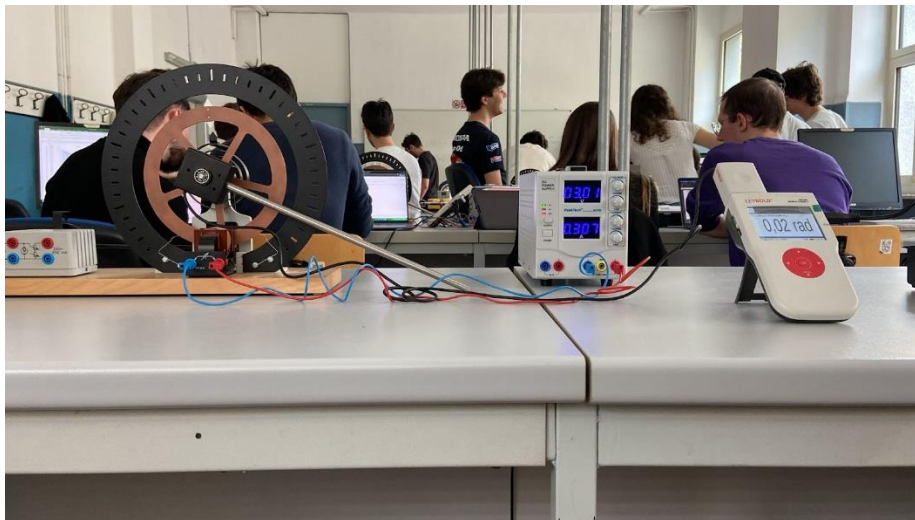


Foto 4: Set-up

## 2.0 Modello teorico

La descrizione delle leggi del moto del pendolo parte dalla seconda equazione della dinamica per il moto rotazionale:

$$\Sigma \overline{M} = I \overline{\alpha} \quad (2.0)$$

Il pendolo percorre un moto rotatorio lungo una circonferenza di un certo raggio che rimane costante, la soluzione migliore per descrivere il moto è evidentemente quella di adottare una coordinata angolare  $\overline{\theta}$ , la cui origine nel sistema di riferimento corrisponde alla posizione di equilibrio del pendolo.

Tutti i momenti che agiscono nel moto saranno diretti lungo la direzione tangente alla circonferenza, indicata dal versore trasverso  $\overline{u_\theta}$ , che segue il moto oscillatorio del pendolo, per questo motivo, escludendo ogni altra possibile direzione, sarà omessa la notazione vettoriale.

Nell'esperienza descritta, i momenti che agiscono sul pendolo sono: uno elastico di richiamo esprimibile con la forma  $M_{el} = -k_{el}\theta$ , in cui il segno meno indica che questo momento si oppone allo spostamento angolare, il suo verso sarà sempre quello rivolto verso la posizione di equilibrio; nel momento in cui vengono accesi i freni, compare un momento frenante proporzionale alla velocità angolare  $M_f = -k_f\omega = -k_f\frac{d\theta}{dt}$  con verso sempre contrario a quello del moto. È possibile quindi esprimere la (2.0) come:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -k_f \frac{d\theta}{dt} - k_{el}\theta \quad (2.1)$$

Questa è l'equazione differenziale del moto armonico smorzato, una volta risolta saranno ricavate le leggi orarie che caratterizzano il moto del pendolo. L'equazione può essere riscritta nella seguente forma:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k_f}{I} \frac{d\theta}{dt} + \frac{k_{el}}{I} \theta = \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad (2.2)$$

Dove con  $\gamma$  indichiamo il coefficiente di smorzamento e con  $\omega_0$  la frequenza naturale, che corrisponde alla pulsazione di oscillazione libera.

Si suppongono delle soluzioni della forma esponenziale:  $\theta(t) = e^{at}$ , le cui derivate rispetto al tempo sono:  $\frac{d\theta}{dt} = \alpha e^{at}$  e  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \alpha^2 e^{at}$ , quindi sostituendola nella (2.2), si ottiene l'equazione di secondo grado associata:

$$\alpha^2 + 2\alpha\gamma + \omega_0^2 = 0 \quad (2.3)$$

Le cui soluzioni sono:  $\alpha_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ .

Da qui è possibile distinguere varie tipologie di moto armonico smorzato, a seconda del segno del determinante, nel quale si nascondono la costante elastica  $k_{el}$ , il coefficiente di attrito dei freni  $k_f$  da cui nasce il coefficiente di smorzamento ed il momento d'inerzia del pendolo  $I$ .

Nella prima parte dell'esperienza, i freni non sono attivi, al fine di poter calcolare la pulsazione naturale del sistema.

Il pendolo sarà, ad ogni modo, soggetto ad uno smorzamento per via delle forze di attrito interne al pendolo che, per quanto piccole, non sono eliminabili e fanno sì che il sistema si fermi dopo un certo intervallo di tempo.

Ad ogni modo, il coefficiente di smorzamento  $\gamma$  sarà molto piccolo in questo caso e certamente minore di  $\omega_0$ , per cui il moto armonico sarà senza dubbio sottosmorzato.

L'equazione di secondo grado associata all'equazione differenziale avrà una coppia di soluzioni immaginarie ed è possibile esprimere la legge oraria della posizione angolare con l'equazione:

$$\theta(t) = Ae^{\alpha_1 t} + Be^{\alpha_2 t} \quad (2.4)$$

E nel caso descritto si possono riscrivere come:

$$\theta(t) = e^{-\gamma t} [Ae^{+i\omega t} + Be^{-i\omega t}] = e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi) \quad (2.5)$$

Dove si definisce la pseudofrequenza  $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$  e la fase  $\phi = \tan^{-1} \left( \frac{\omega}{\gamma} \right)$  (2.6) e (2.7)

Il moto è caratterizzato ancora da uno pseudoperiodo  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  (2.8)

Il grafico di un'oscillazione sottosmorzata è caratterizzata da una normale senoide che vede la propria ampiezza ridursi esponenzialmente fino ad annullarsi.

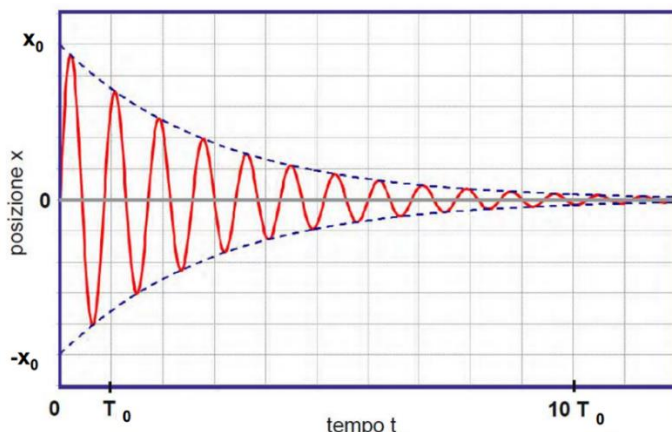


Foto 5: Oscillazione con smorzamento debole

Conoscendo lo pseudoperiodo, si ricava dalla (2.8) la pseudofrequenza, dopodiché noto il coefficiente di smorzamento si arriva alla frequenza naturale con la (2.6), obiettivo della prima parte dell'esperienza. È possibile ricavare  $\gamma$  dai dati ricavati sperimentali, poi combinati come:

$$\gamma = \frac{\ln \left( \frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} \right)}{T} \quad (2.9)$$

Successivamente, quando vengono accesi i freni, mediante un fit della curva  $\gamma(I)$ , è possibile ricavare la corrente  $I$  e quindi il coefficiente di attrito dei freni tale da produrre un moto armonico smorzato criticamente, che si ottiene con la condizione:  $\gamma^2 = \omega_0^2$ .

L'equazione di secondo grado associata in questo caso ha due soluzioni reali coincidenti, per cui la soluzione generale dell'equazione differenziale diventa:

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\gamma t} [\gamma t + 1] \quad (2.1.0)$$

Quest'equazione è descritta dal grafico:

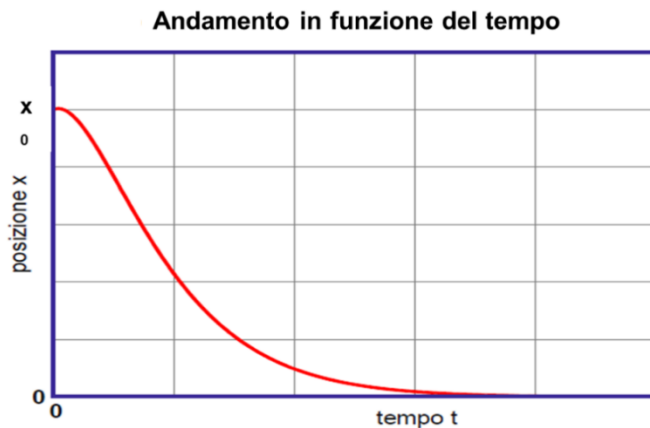


Foto 6: Andamento in funzione del tempo

In questa condizione, il pendolo si sposta dalla posizione imposta dall'operatore verso il punto di equilibrio, molto lentamente, senza superarlo.

Infine, seppur non faccia parte dell'esperienza descritta, è presente un'altra categoria di moto armonico che è quello sovrasmorzato, così chiamato in quanto  $\gamma^2 > \omega_0^2$  e perciò l'equazione associata ha una coppia di soluzioni reali distinte e l'equazione differenziale avrà come soluzione generale:

$$\theta(t) = e^{-\gamma t} \left[ A e^{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} + B e^{-\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} \right] \quad (2.11)$$

Descritta dal grafico:

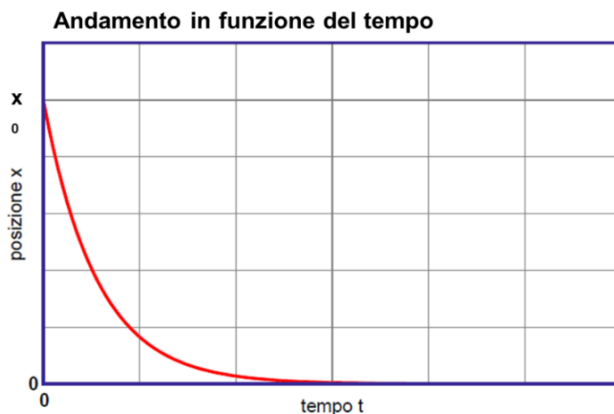


Foto 7: Andamento in funzione del tempo

### 3.0 Raccolta dati e analisi dell'esperienza

In questo capitolo vengono raccolti i dati utilizzati durante l'esperienza che a loro volta verranno commentati secondo le leggi opportunamente applicate.

#### 3.1 Calcolo della pulsazione naturale di un sistema

Nella prima parte dell'esperienza si procede preparando il set-up necessario per la realizzazione dell'esperimento. Si installa il sensore di rotazione inserendolo nella boccola sul retro del pendolo di torsione e si collegano i dispositivi che forniranno successivamente le varie misurazioni. In primo luogo, si collega Mobile Cassy 2 (vedi foto 3) al sensore di rotazione e al computer.

Dopo aver messo il sistema nella sua condizione di riposo, il quale non è perfettamente allineato in quanto il set-up presenta un montaggio non corretto (vedi foto), si azzerà il valore dell'angolo acquisito da CassyLab2, il software utilizzato durante tutta l'esperienza, e aver impostato un campo di lettura appropriato e la frequenza di 10 Hz per acquisizione continue si pone il pendolo in una posizione di stop (vedi foto). Durante questa fase si presta particolare attenzione a non urtare il sistema per non inficiare il risultato dell'esperienza e, solo dopo che il sistema è tornato in uno stato di quiete e quindi non oscilla più, vengono acquisiti i dati rilevati da CassyLab2 e vengono inseriti in un foglio di calcolo di Excel.

I valori dell'esperienza sono raccolti nel file Excel, si sottolinea che i dati presi dal software utilizzato sono stati perfezionati utilizzando un programma Python in modo da rendere l'elaborazione dati più accurata e precisa. Sempre utilizzando un foglio Excel i valori ottenuti durante la misurazione sono stati inseriti in un grafico a dispersione (vedi Grafico 1).

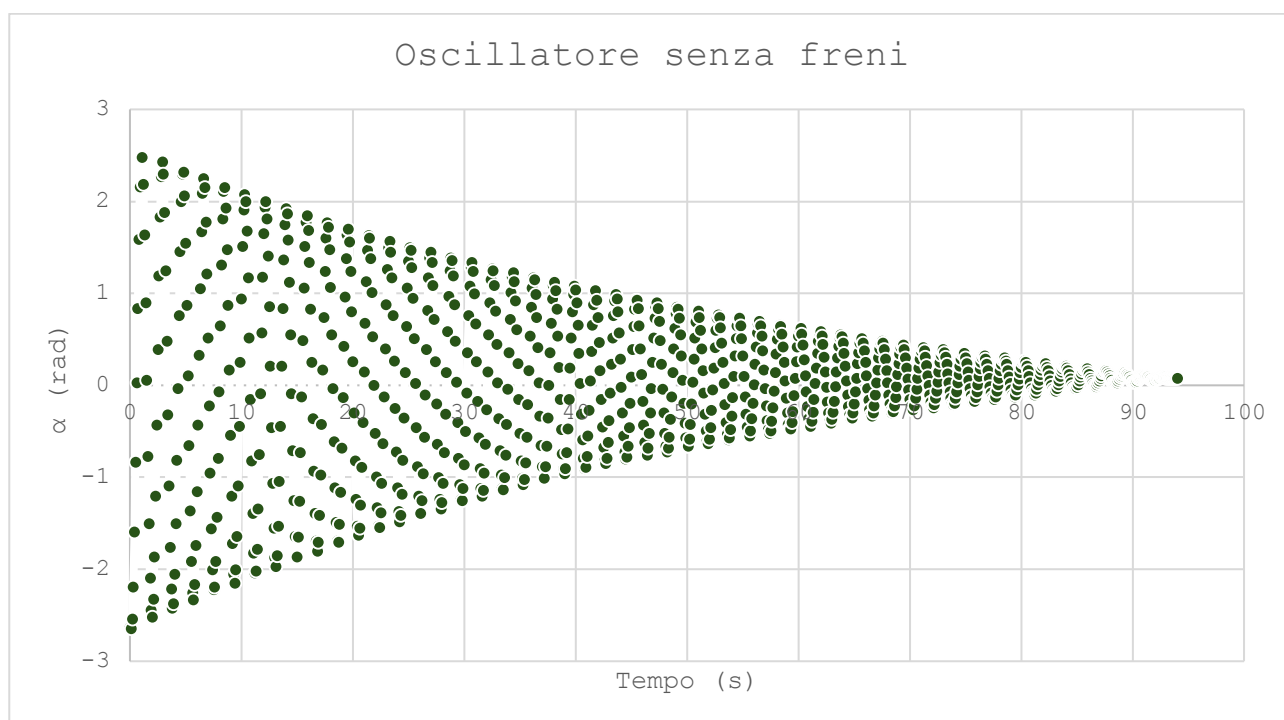


Grafico 1: Oscillatore senza freni

Dal grafico soprastante si nota chiaramente che, nonostante non siano ancora stati inseriti i freni durante la misurazione il moto del pendolo di torsione risulta comunque essere smorzato. Infatti, è bene sottolineare che il laboratorio non è un ambiente ideale e per questo anche il solo attrito dell'aria e gli attriti interni smorzano il moto del pendolo.

Successivamente vengono elaborati i dati riportati nella tabella e si calcolano:

- 3.1.1 lo pseudoperiodo  $T$  e la relativa incertezza;
- 3.1.2 la pseudofrequenza  $\omega$  e la relativa incertezza;



3.1.3 il coefficiente  $\gamma$  e la relativa incertezza;

3.1.4 Il valore di  $\omega_0$  e l'incertezza associata.

### 3.1.1 Lo pseudoperiodo

Per individuare il valore dello pseudoperiodo si è deciso di calcolare la distanza tra due picchi consecutivi della curva raffigurata nel Grafico 1. Per rendere la misura più accurata si è scelto di scartare il primo picco in quanto è più probabile che il suo valore sia stato influenzato dall'oscillazione del dito con cui è stato fatto partire il pendolo.

La formula utilizzata è stata dunque:

$$T = T_{\text{terzo picco}} - T_{\text{secondo picco}} \quad (3.1.1.0)$$

La sua incertezza invece è data da:

$$\delta T = \delta T_{\text{terzo picco}} + \delta T_{\text{secondo picco}} \quad (3.1.1.1)$$

Dove avendo posto la frequenza di acquisizione del software a 10Hz l'incertezza sulla singola misura temporale è di 0,1 secondi, per cui l'incertezza assoluta sullo pseudoperiodo sarà di 0,2 secondi.

### 3.1.2 la pseudofrequenza $\omega_0$ e la relativa incertezza:

Il valore della pseudofrequenza è stato calcolato utilizzando la seguente formula:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3.1.2.0)$$

Dove T è lo pseudoperiodo determinato nel punto (3.1.1). L'incertezza invece è fornita da:

$$\delta \omega = \frac{2\pi}{T^2} \delta T \quad (3.1.2.1)$$

### 3.1.3 il coefficiente $\gamma$ e la relativa incertezza:

Per calcolare il coefficiente  $\gamma$  è necessario ricordare che il fenomeno che si sta analizzando è quello di oscillazioni armoniche smorzate di un fattore:  $e^{-\gamma t}$ . Per questo è possibile ricavare il valore del coefficiente applicando le seguenti formule:

$$\frac{\theta_{n+1}}{\theta_n} = e^{-\gamma t} \quad (3.1.3.0)$$

Da questa relazione, noto lo pseudoperiodo calcolato nel punto 3.1.1, si ottiene:

$$\gamma = \frac{\ln\left(\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}}\right)}{T} \quad (3.1.3.1)$$

Per calcolare l'incertezza su  $\gamma$ , usiamo la formula per misure affette singolarmente da incertezze casuali ed indipendenti, in cui l'incertezza sull'angolo è data dalla sensibilità del software di acquisizione di 0,01 radianti:

$$\delta\gamma_{(\theta_n, \theta_{n+1}, T)} = \sqrt{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta_n}\delta\theta_n\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta_{n+1}}\delta\theta_{n+1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial T}\delta T\right)^2} \quad (3.1.3.2)$$

Ovvero:

$$\delta\gamma_{(\theta_n, \theta_{n+1}, T)} = \sqrt{\left(\frac{1}{T \cdot \theta_n}\delta\theta_n\right)^2 + \left(\frac{1}{T \cdot \theta_{n+1}}\delta\theta_{n+1}\right)^2 + \left(\frac{\ln\left(\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}}\right)}{T^2}\delta T\right)^2} \quad (3.1.3.3)$$

È opportuno ricordare che in prima battuta sono stati presi i valori degli angoli in gradi, tuttavia, questa unità di misura è risultata essere svantaggiosa durante l'elaborazione dei dati e per evitare di propagare l'errore di conversione si è scelto di riprendere tutte le misurazioni in radianti. Per quanto riguarda la scelta dei due angoli, è stato scelto di procedere nello stesso modo del periodo, quindi, sono stati presi due picchi consecutivi (escludendo sempre il primo, per le medesime ragioni sopracitate) e il calcolo si è basato su questi.

### 3.1.4 Il valore di $\omega_0$ e l'incertezza associata:

Il valore di  $\omega_0$  viene ricavato dalla formula:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (3.1.4.0)$$

Dalla quale si ricava:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \gamma^2} \quad (3.1.4.1)$$

La sua incertezza associata è:

$$\delta\omega_0 = \sqrt{\frac{(2\omega\delta\omega)^2 + (2\gamma\delta\gamma)^2}{4(\omega^2 + \gamma^2)}} \quad (3.1.4.2)$$

I quattro valori ottenuti sono riassunti nella seguente tabella:

ELABORAZIONE				
	Pseudo periodo (s)	Omega (rad/s)	Gamma (rad/s)	Omega zero (rad/s)
Valore	1.9	3.306939635	0.02438109	3.307029511

Incertezza	0.2	0.174049454	0.006591084	0.026316322
------------	-----	-------------	-------------	-------------

Tabella 1: Valori oscillatore senza freni

## 3.2 Caratterizzazione delle oscillazioni smorzate

Nella seconda parte dell'esperienza in laboratorio vi è l'utilizzo dei freni, per questo sono stati utilizzati dei cavi che hanno permesso il collegamento tra il pendolo di torsione (vedi foto 1) e l'alimentatore (vedi foto 4). I freni presentano un limite di funzionamento, infatti la massima corrente applicabile è pari a 1 A e la massima tensione è di 24 V.

Questa parte è suddivisa in base alla corrente che viene trasmessa ai freni, in particolare si hanno quattro intensità di I:

3.2.1 corrente di 0.3 A

3.2.2 corrente di 0.6 A

3.2.3 corrente di 0.8 A

3.2.4 corrente di 1 A

In generale il pendolo di torsione viene spostato dalla posizione di riposo al punto di stop e, come per la prima parte, si ha l'acquisizione continua della variazione angolare in CassyLab 2. L'acquisizione dei dati termina solo quando l'oscillatore torna nel suo stato di quiete.

Per ciascuna corrente viene creato un foglio di lavoro Excel e viene tracciato un grafico a dispersione relativo al tempo e alla posizione angolare. Inoltre, vengono calcolati, come nella sezione precedente, lo pseudoperiodo utilizzando la (3.1.1.0), la pseudofrequenza ricavandola dalla (3.1.4.0) e il coefficiente di smorzamento dalla formula (3.1.3.1), per cui l'incertezza segue invece la (3.1.3.3).

L'incertezza della pseudofrequenza si ricava, al solito, considerando le incertezze delle diverse misure come indipendenti e casuali:

$$\delta\omega = \sqrt{\frac{(2\omega_0\delta\omega_0)^2 + (2\gamma\delta\gamma)^2}{4(\omega_0^2 - \gamma^2)}} \quad (3.2.0)$$

Dai vari valori ottenuti per gamma e omega andremo a ricavarci l'ampiezza e la fase delle varie oscillazioni smorzate tramite le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \theta_{(t)} &= A \sin(\omega t + \varphi) \\ A &= \theta_0 \\ \varphi &= \text{atan} \frac{\omega}{\gamma} \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

### 3.2.1 Corrente ai freni di 0.3 A:

Tutti i dati acquisiti con una corrente di 0.3 A sono raccolti nella nel file Excel "Oscillatore con freni a 0,3A"

Mentre il grafico che si ottiene inserendo tutti i dati è il seguente:

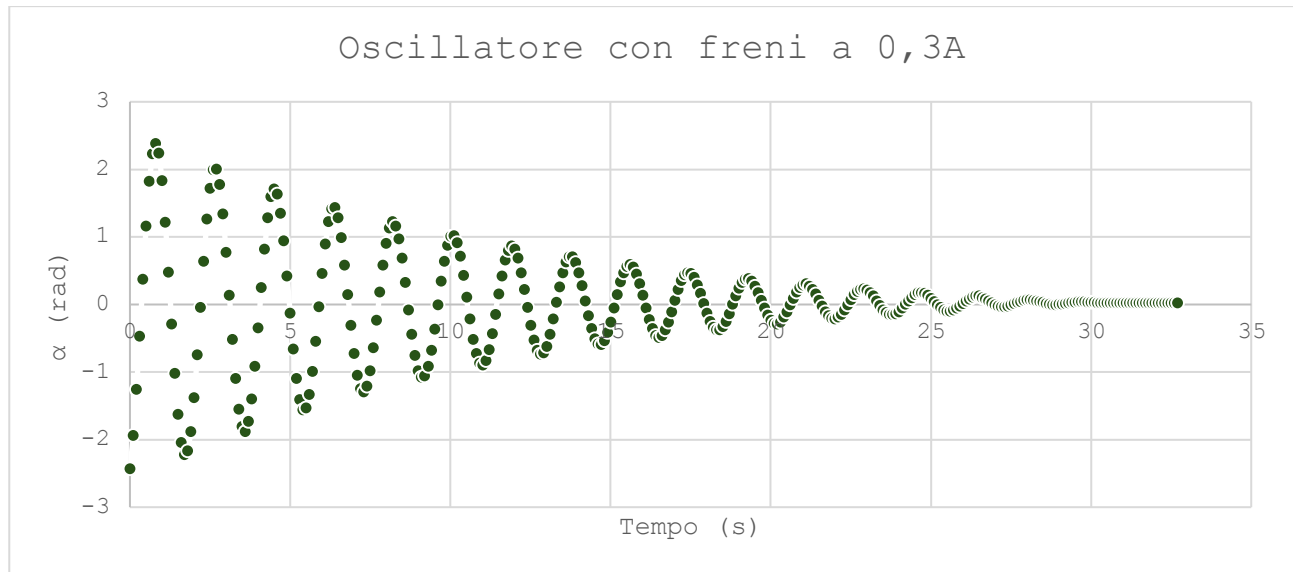


Grafico 2: Oscillatore con freni a 0.3A

Dal quale si ricavano i seguenti valori:

ELABORAZIONE				
	Pseudo periodo (s)	Omega (rad/s)	Gamma (rad/s)	Omega zero (rad/s)
Valori	1.8	3.490658504	0.087029894	3.307029511
Incertezza	0.2	0.193925472	0.018419786	0.026316322

Tabella 2: Valori oscillatore con freni 0.3A

Parametri	
A	2.43
Gama	0.087029894
Omega	3.307029511
Fase	1.544485763

Tabella 3: Parametri oscillatore

Dalle equazioni precedentemente elencate si può ricavare l'equazione dell'oscillazione:

$$\theta_{(t)} = -2,43 * e^{-0.08703 \cdot t} * \sin(3,49t + 1,54)$$

Il grafico teorico è il seguente:

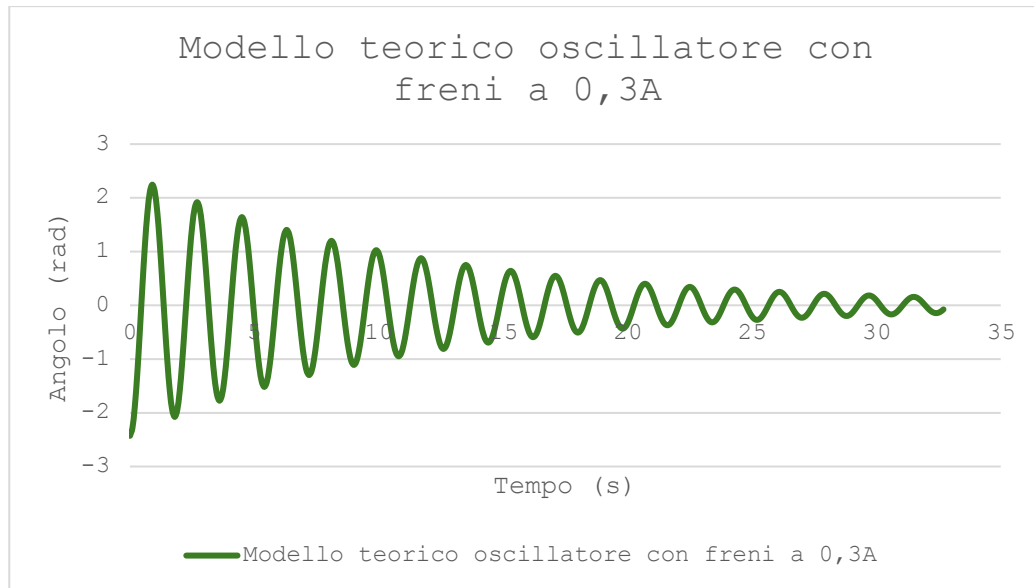


Grafico 3: Modello teorico dell'oscillatore con freni a 0.3 A

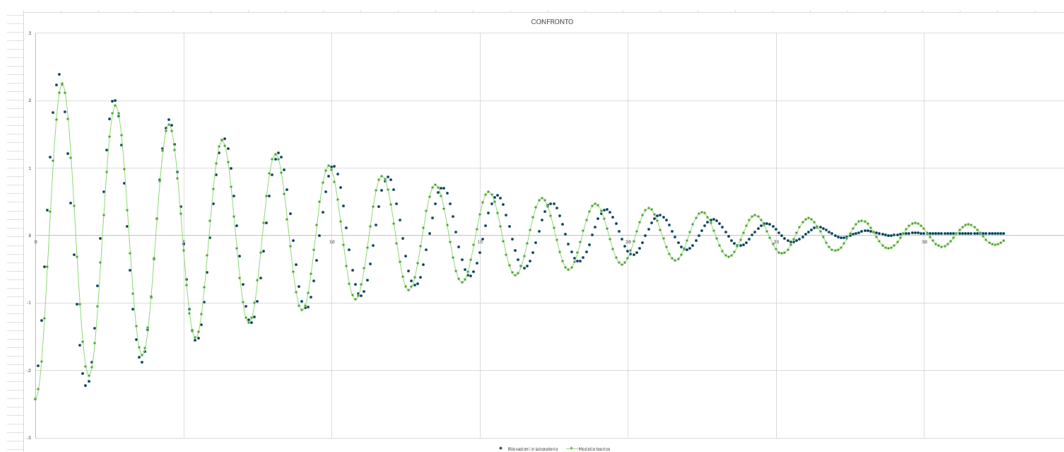


Grafico 4: Confronto grafico sperimentale (punti discontinui di colore blu) e teorico (linea continua di colore verde)

Analizzando il semiasse positivo delle ascisse del grafico (numero grafico), si può notare che inizialmente le due curve coincidono, tuttavia, a partire dal sesto picco in poi, si osserva una crescente discrepanza tra la curva teorica e quella rilevata da noi in laboratorio. Le motivazioni per cui si verifica questo discostamento sono legate alla propagazione degli errori legate all'ambiente del laboratorio e, come si evidenzierà nell'ultima parte della relazione, tutto ciò è dovuto anche ad un problema tecnico presentato dal pendolo.

### 3.2.2 Corrente ai freni di 0.6 A:

Tutti i dati acquisiti con una corrente di 0.6 A sono raccolti nel file Excel "Oscillatore armonico con freni a 0,6".

Mentre il grafico che si ottiene inserendo tutti i dati è:

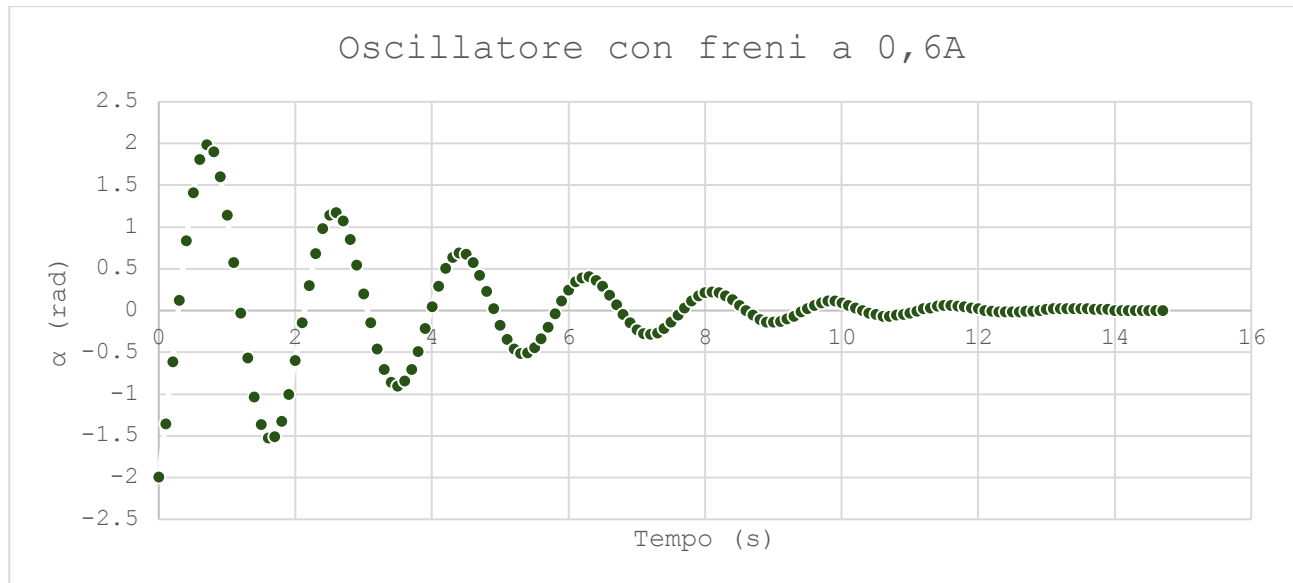


Grafico 5: Oscillatore con i freni a 0.6A

Riassumendo i valori ottenuti si ha:

ELABORAZIONE				
	Pseudoperiodo (s)	omega (rad/s)	gamma (rad/s)	omega zero (rad/s)
Valori	1.8	3.490658504	0.293370795	3.307029511
Incertezza	0.2	0.193925472	0.060054088	0.026316322

Tabella 4: Valori oscillatore con i freni 0.6A

Parametri	
A	2
Gama	0.293370795
Omega	3.307029511
Fase	1.482316672

Tabella 5: Parametri oscillatore

Dalle equazioni precedentemente elencate si può ricavare l'equazione dell'oscillazione:

$$\theta_{(t)} = -2 * e^{-0,2933t} * \sin(3,50t + 1,48)$$

Il grafico teorico è il seguente

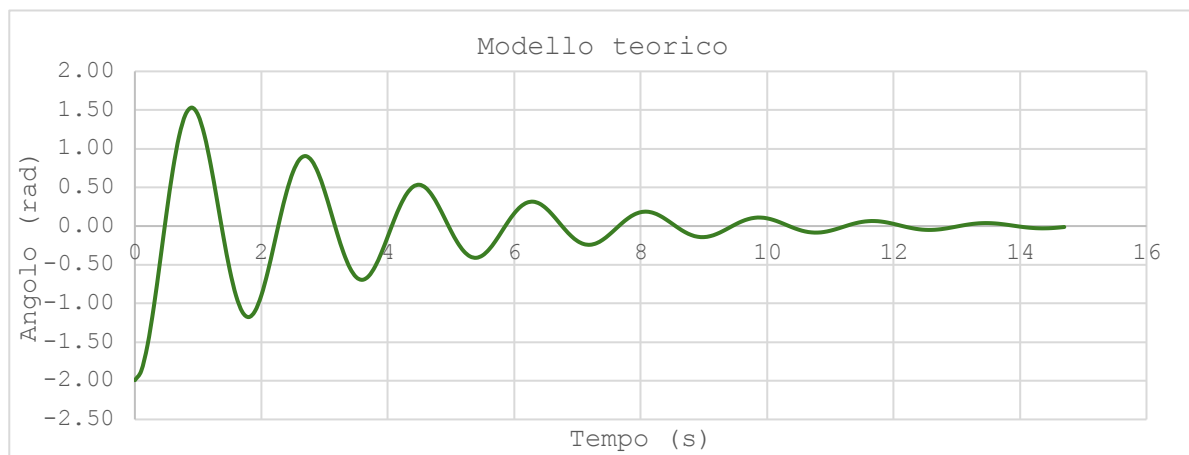


Grafico 6: Modello teorico oscillatore con freni a 0.6A

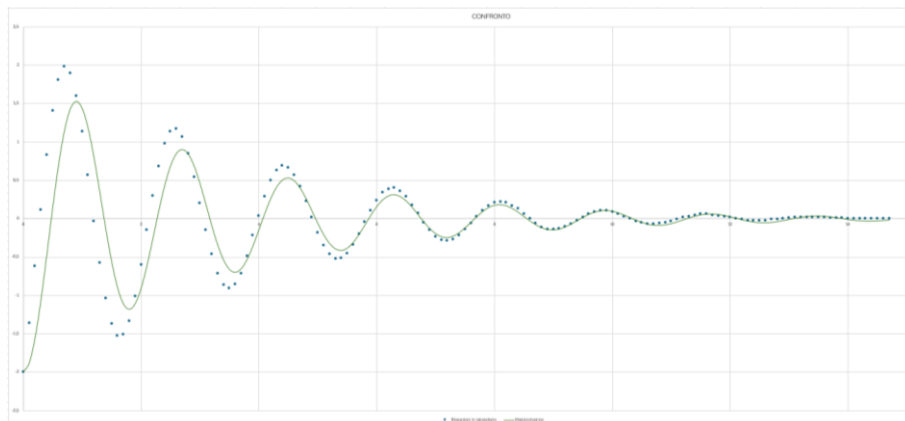


Grafico 7: Confronto grafico sperimentale (punti discontinui di colore blu) e teorico (linea continua di colore verde)

Studiando il semiasse positivo delle ascisse del grafico (numero grafico), si può notare che inizialmente le due curve si discostano, tuttavia, a partire dal quarto picco in poi, si osserva una coincidenza tra la curva teorica e quella rilevata da noi in laboratorio. Le motivazioni per cui si verifica questo discostamento sono legate alla propagazione degli errori legate all'ambiente del laboratorio e, come si evidenzierà nell'ultima parte della relazione, tutto ciò è dovuto anche ad un problema tecnico presentato dal pendolo.

### 3.2.3 Corrente ai freni di 0.8 A:

Tutti i dati acquisiti con una corrente di 0.8 A sono raccolti nel file Excel "Oscillatore con freni a 0,8A".

Mentre il grafico che si ottiene inserendo tutti i dati è:

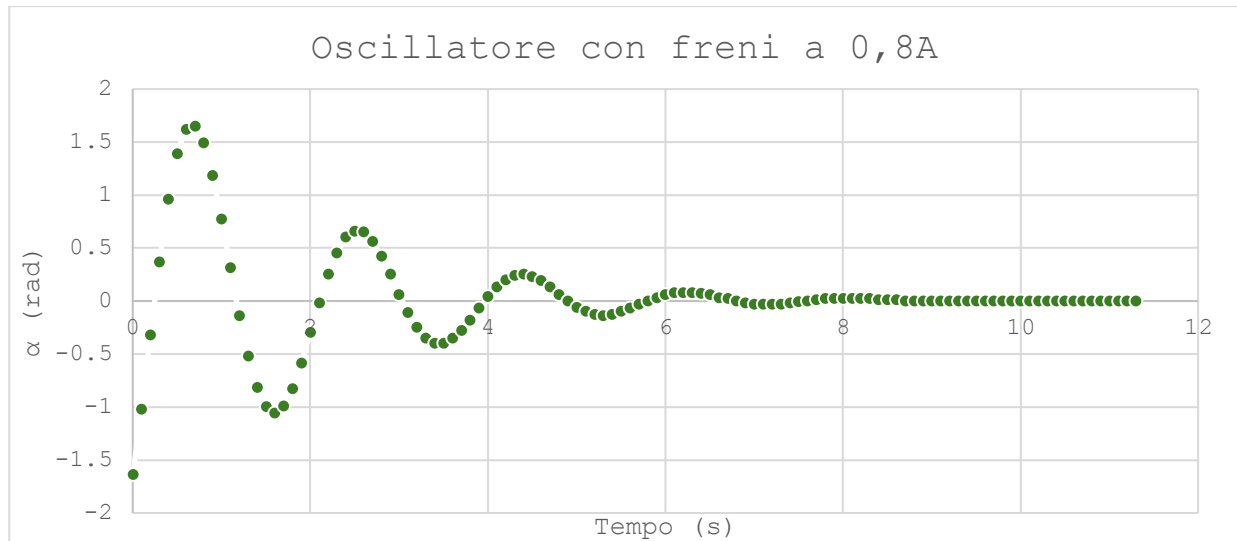


Grafico 8: Oscillatore con freni a 0.8A

Riassumendo i valori ottenuti si ha:

ELABORAZIONE				
	Pseudoperiodo (s)	Omega (rad/s)	Gamma (rad/s)	Omega zero (rad/s)
	1.9	3.306939635	0.510936272	3.307029511
Incertezza	0.2	0.174049454	0.106229978	0.026316322

Tabella 6: Valori oscillatore con i freni a 0.8A

Parametri	
A	1.65
Gama	0.510936272
Omega	3.307029511
Fase	1.41750827

Tabella 7: Parametri oscillatore

Dalle equazioni precedentemente elencate si può ricavare l'equazione dell'oscillazione:

$$\theta_{(t)} = -1,65 * e^{-0,5109t} * \sin(3,3416t + 1,41)$$

Il grafico teorico è il seguente:



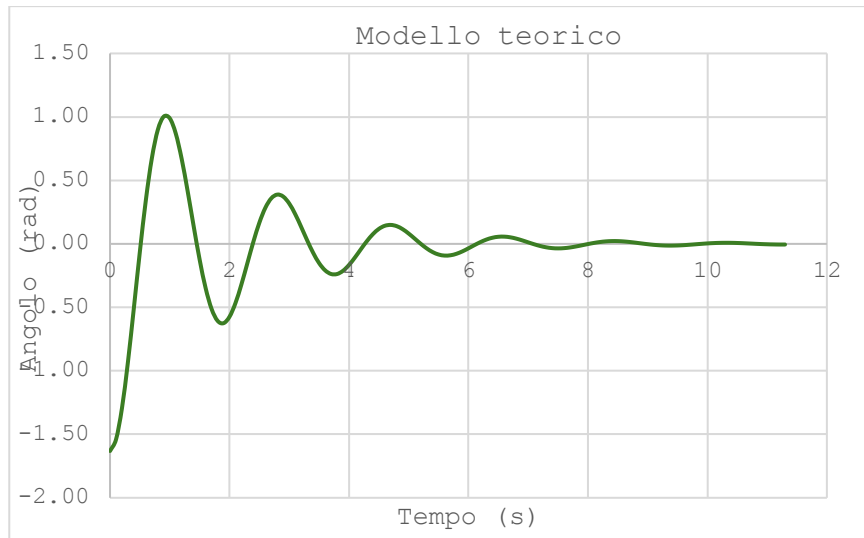


Grafico 9: Modello teorico oscillatore con freni 0.8A

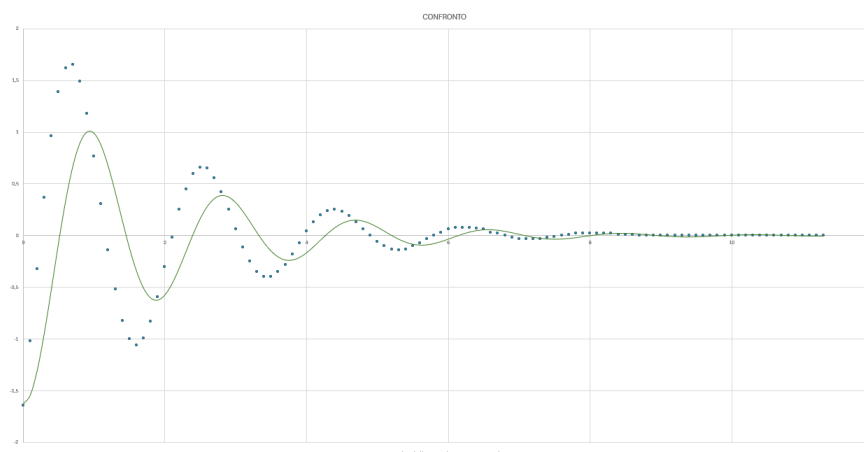


Grafico 10: Confronto grafico sperimentale (punti discontinui di colore blu) e teorico (linea continua di colore verde)

In questo caso il grafico sperimentale non combacia con quello teorico in quasi nessun punto, se non nelle ultime oscillazioni. Probabilmente questa notevole discrepanza è data sia da un'errata raccolta dei dati, sia dal set-up non perfettamente funzionante. Per quanto riguarda il valore di gamma è possibile notare dal grafico che il valore sperimentale risulta essere minore rispetto a quello teorico.

### 3.2.4 Corrente ai freni di 1,0 A:

Tutti i dati acquisiti con una corrente di 1 A sono raccolti nel file Excel "Oscillatore con freni a 1,0A"

Mentre il grafico che si ottiene inserendo tutti i dati è:

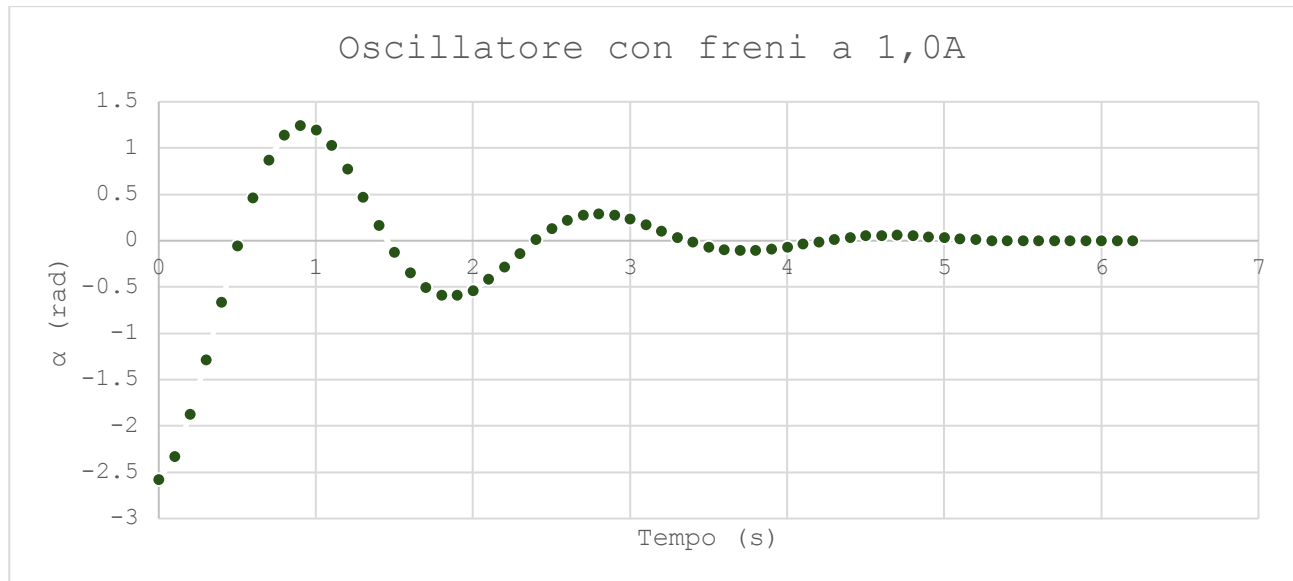


Grafico 11: Oscillatore con freni a 1.0A

Per quanto concerne lo studio dei valori, poiché il pendolo si arrestava in un brevissimo lasso di tempo, non è stato possibile prendere l'oscillazione che va dal secondo al terzo picco, per questo viene selezionata quella tra il primo ed il secondo.

Riassumendo i valori ottenuti si ha:

ELABORAZIONE				
	Pseudoperiodo (s)	Omega (rad/s)	Gamma (rad/s)	Omega zero (rad/s)
Valori	1.9	3.306939635	0.764729335	3.307029511
Incertezza	0.2	0.174049454	0.154576512	0.026316322

Tabella 8: Valori oscillatore con i freni a 1.0A

Parametri	
A	-2.58
Gama	0.764729335
Omega	3.307029511
Fase	1.343547163

Tabella 9: Parametri oscillatore

Dalle equazioni precedentemente elencate si può ricavare l'equazione dell'oscillazione:

$$\theta(t) = -1,65 * e^{-0,5109t} * \sin(3,3416t + 1,41)$$

Il grafico teorico è il seguente:

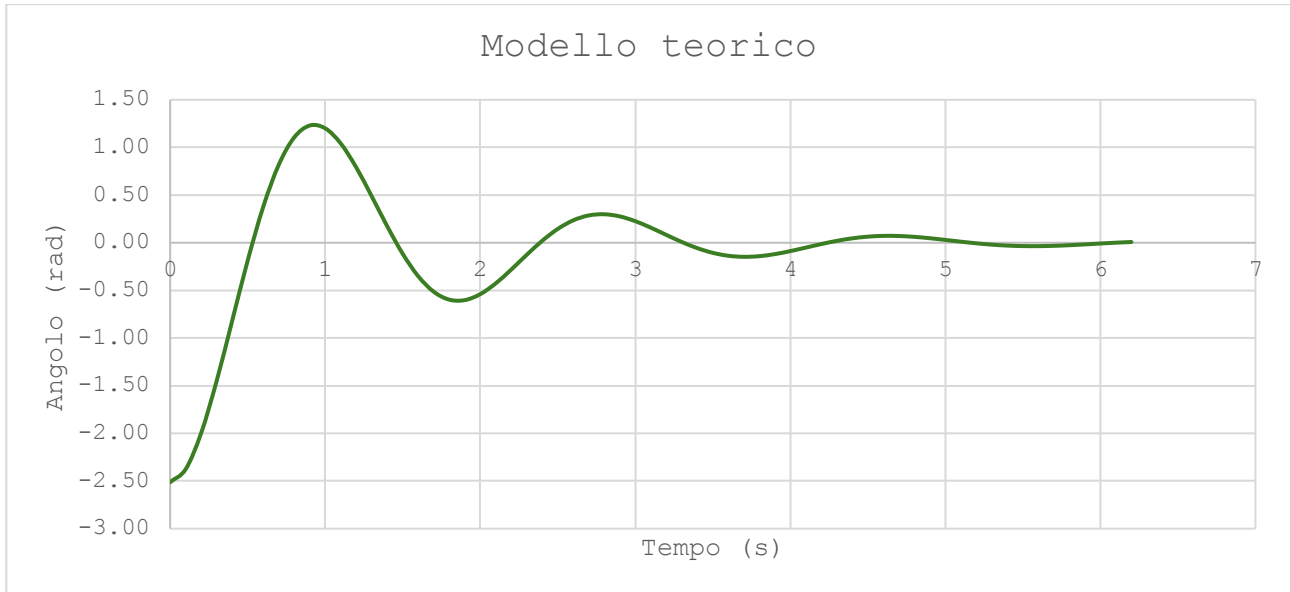


Grafico 12: Modello teorico oscillatore con freni 1.0A

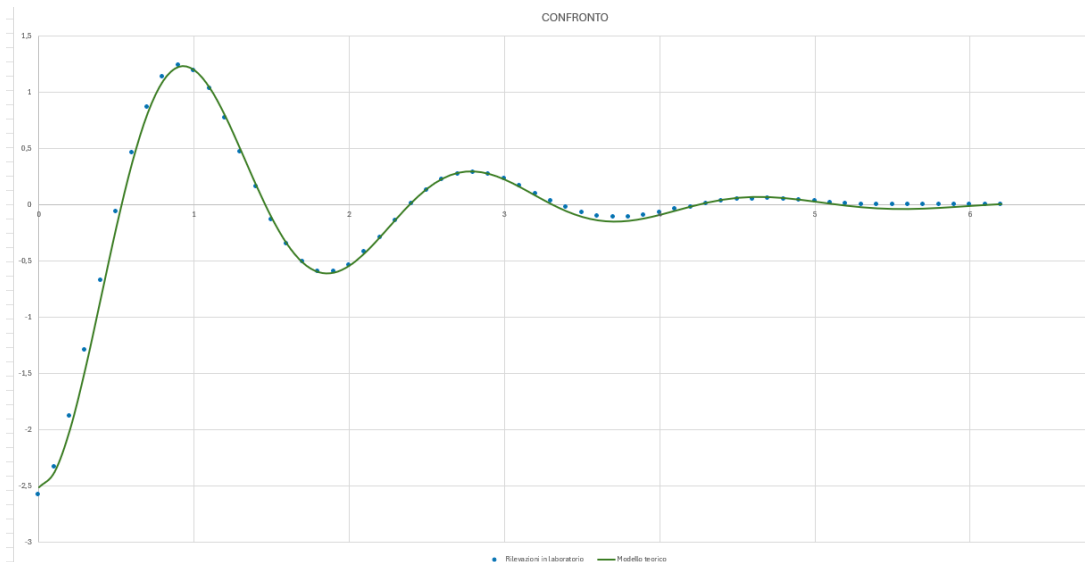


Grafico 13: Confronto grafico sperimentale (punti discontinui di colore blu) e teorico (linea continua di colore verde)

Rispetto a tutti gli altri grafici analizzati precedentemente si può notare che in questo caso il modello teorico e quello sperimentale coincidono. Ci si ritiene, quindi, molto soddisfatti delle misurazioni effettuate che hanno portato a questo grafico.

### 3.3 Calcolo dello smorzamento critico

In questa terza parte viene ricercato lo smorzamento critico, in cui il pendolo si sposta dalla posizione di stop verso il punto di equilibrio, molto lentamente, senza superarlo. Inizialmente per eseguire l'esperienza in maniera corretta si sarebbe dovuto ripetere l'esperimento più volte al fine di ridurre le incertezze. In realtà in questo caso particolare, a causa di un malfunzionamento del set-up, non è stato possibile replicare con la stessa intensità di corrente la misura.

#### 3.3.1 Calcolo fattore di smorzamento

Il primo passaggio prevede il calcolo del fattore di smorzamento raccogliendo i dati delle esperienze precedenti con freni in funzione (vedi tabella 10). Queste coppie di valori ( $I$ ,  $\gamma$ ) vengono riportate all'interno di un grafico (vedi grafico 14) e attraverso la funzione di fitting vengono rappresentati i valori.

Successivamente, si stima la relazione che intercorre tra lo smorzamento e l'intensità di corrente: al variare della corrente applicata il comportamento del sistema cambia, poiché ad una maggiore intensità di corrente corrisponde uno smorzamento più debole, quindi un valore maggiore del coefficiente di smorzamento.

CALCOLO CORRENTE	
Amperaggio	Gamma
0	0
0,3	0,08703
0,6	0,29337079
0,8	0,51093627
1	0,76472933

Tabella 10: Riassunto delle esperienze precedenti



Grafico 14: Relazione tra la tensione e lo smorzamento

ELABORAZIONE		
Omega zero	Gamma	A
3,30703	3,30703	2,14272422

Tabella 11: Parametri per il calcolo dello smorzamento critico

Interpolando i valori, la curva di fitting ottenuta è descritta dall'equazione di una parabola del tipo  $y = ax^2 + bx + c$ , dove in questo caso  $a=0,679$ ,  $b=0,0887$ ,  $c=-0,0005$ .

### 3.3.2 Smorzamento critico a 2,04 A

In seguito, si procede individuando il valore di  $\gamma$  per il quale si verifica la seguente uguaglianza:  $\gamma = \omega_0$ . Si traccia dunque una retta parallela all'asse delle ascisse  $y = \omega_0 = 3.3070$  in modo da trovare il valore di corrente da impostare per attivare i freni per verificare lo smorzamento critico. La corrente individuata è pari a 2,04 A, quindi, dopo un confronto con la docente di riferimento, sono stati attivati i freni prudentemente in quanto la corrente massima è di 1 A.

Una volta portato il pendolo nella posizione di stop e attivati i freni, si è subito notato un comportamento anomalo: il pendolo decelerava in modo non uniforme e ripetendo la procedura non si è comunque ottenuto alcun miglioramento. Si è deciso di riportare ugualmente il grafico  $\alpha(t)$  per poi confrontarlo con quello teorico.

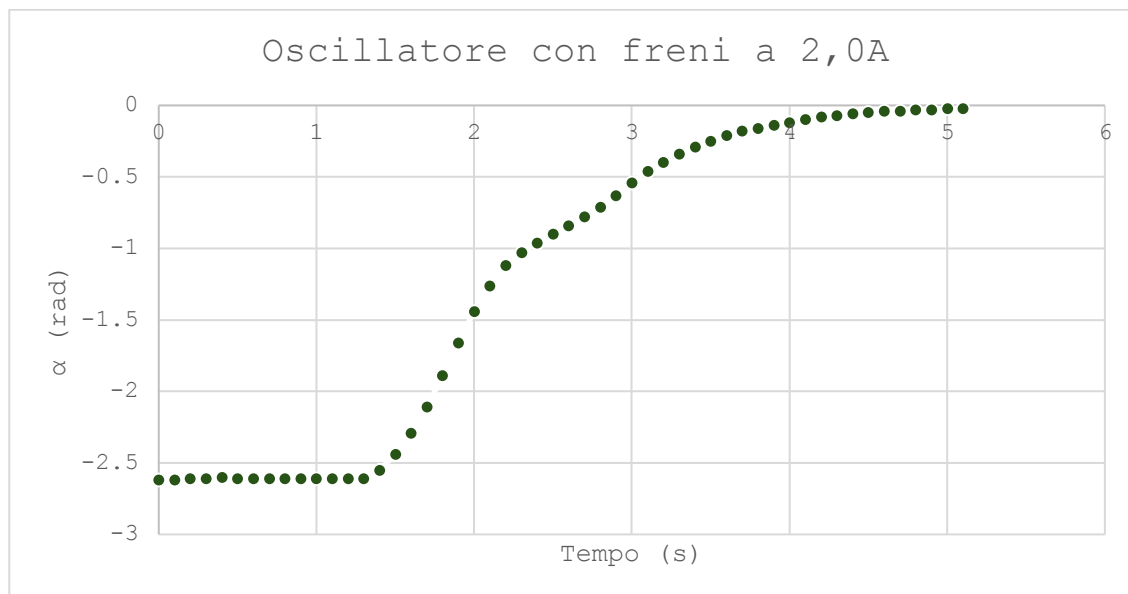


Grafico 15: Oscillatore con i freni a 2.0A

Per studiare il grafico teorico è necessario calcolare i valori di A, B e  $\gamma$ :

PARAMETRI	
B	-2,62
A	-8,646
$\gamma$	3,3

Tabella 12: Parametri dell'oscillatore

La funzione che rappresenta la curva teorica diventa dunque:  $\theta_{(t)} = e^{-3,3t}(-8,646t - 2,62)$

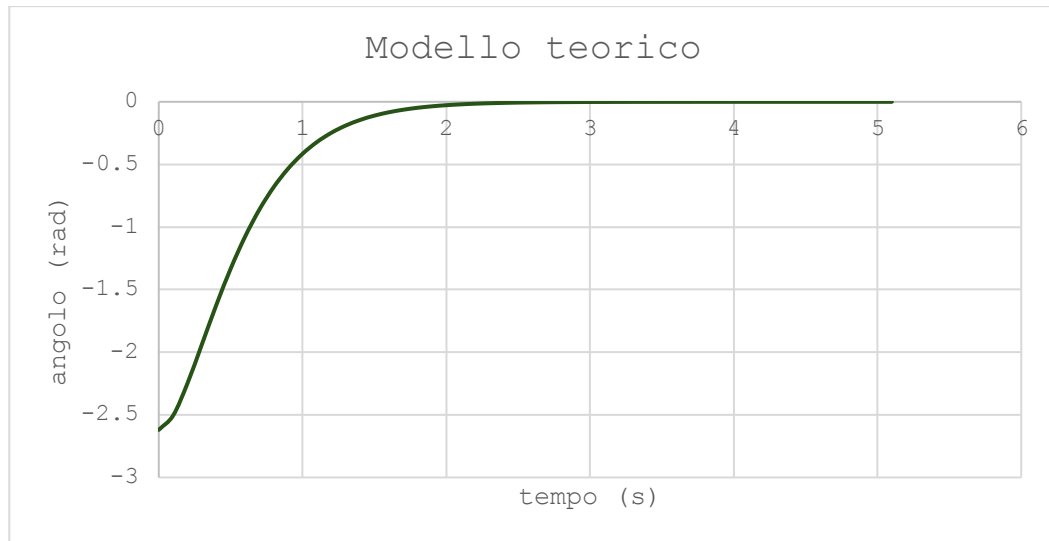


Grafico 16: Modello teorico dell'oscillatore con i freni a 2.0A

Confrontando i due grafici si ha:

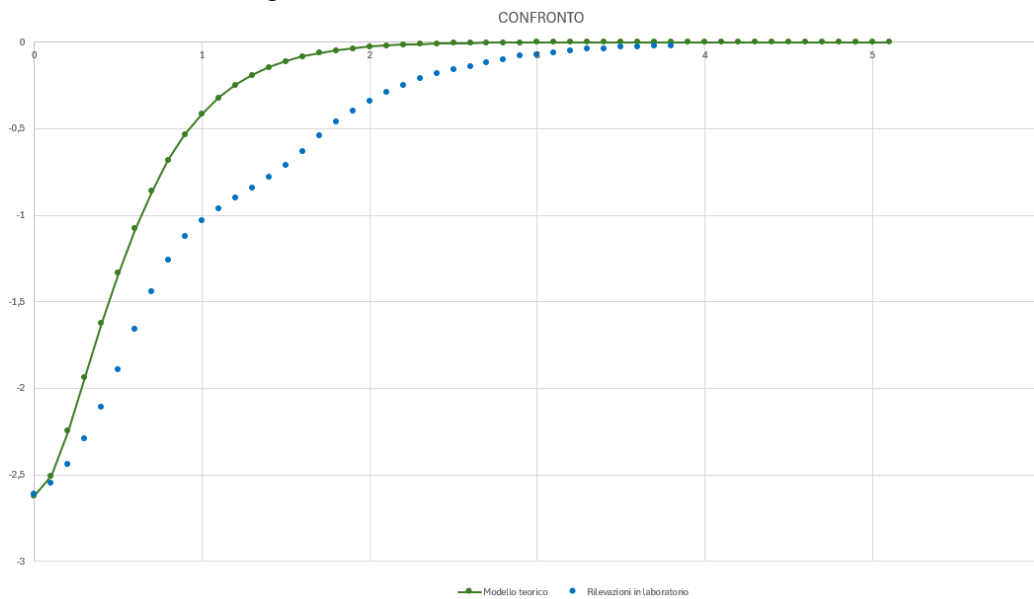


Grafico 17: Confronto grafico sperimentale (punti discontinui di colore blu) e teorico (linea continua di colore verde)

Risulta quindi evidente un discostamento tra le due curve dovuto, appunto, da una decelerazione non uniforme legata ad un mal funzionamento del set-up.

### 3.3.3 Smorzamento critico a 1,93 A

Viste le criticità della strumentazione, con il supporto del docente, si è cercato di individuare una corrente opportuna che mostrasse il fenomeno ricercato. Regolando l'alimentatore per vedere un rallentamento uniforme è stata trovata una corrente di 1.93 A. Il grafico  $\alpha(t)$  che corrisponde a questa intensità è il seguente:

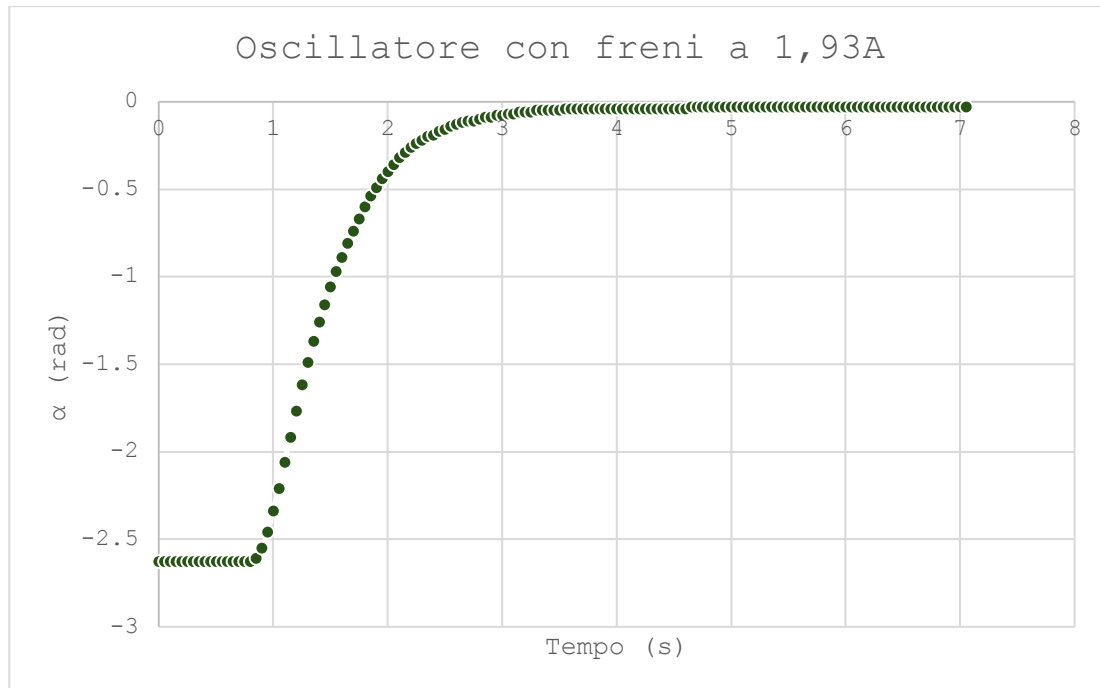


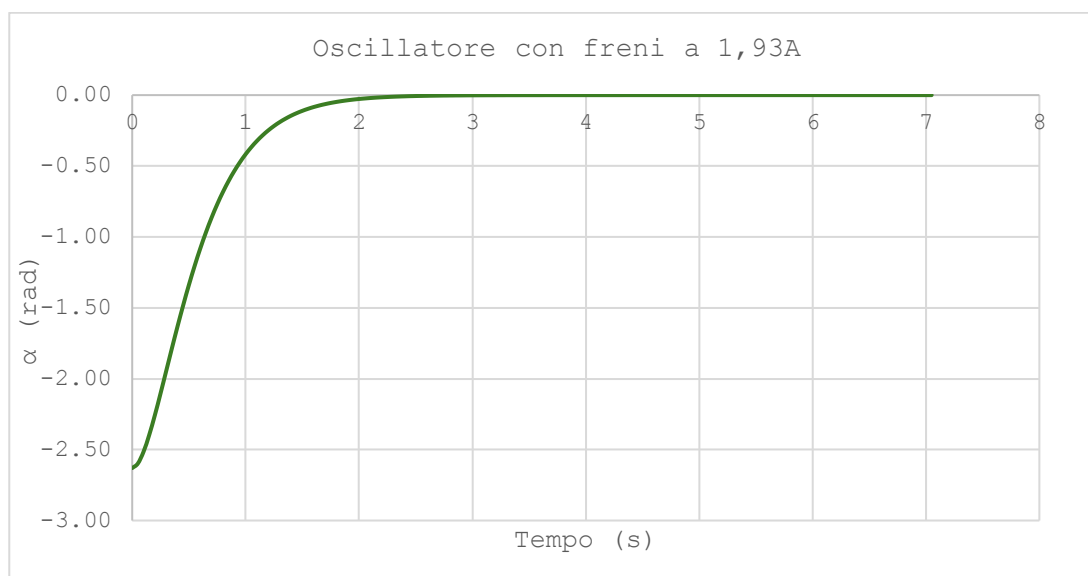
Grafico 18: Oscillatore con i freni a 1.93A

Per studiare il grafico teorico è necessario calcolare i valori di A, B e  $\gamma$ :

PARAMETRI	
A	-8,679
B	-2,63
$\gamma$	3,3

Tabella 13: Parametri dell'oscillatore

La funzione che rappresenta la curva teorica diventa dunque:  $\theta_{(t)} = e^{-3,3t} (-8,679t - 2,63)$



Squadra 5/ Gruppo 30

Data: 18/04/2024

Luogo: Lab 3

Esperienza 3

Grafico 19: Modello teorico oscillatore con freni a 1.93A

Confrontando i due grafici si ha:

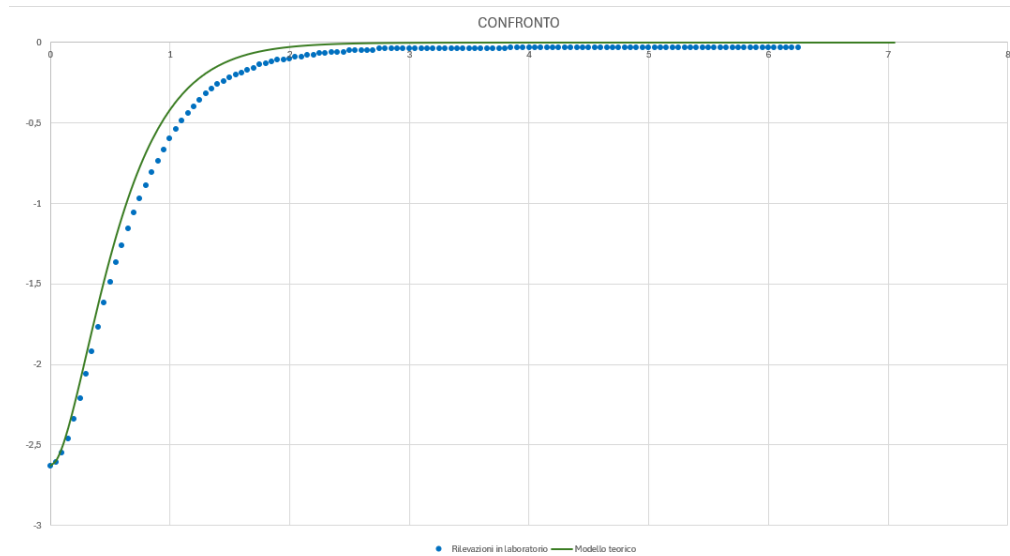


Grafico 20: Confronto grafico sperimentale (punti discontinui di colore blu) e teorico (linea continua di colore verde)

In questa situazione il grafico teorico e quello sperimentale coincidono ed il loro andamento è pressoché il medesimo.

## 4.0 Conclusioni

Dopo aver effettuato diversi tentativi, si può affermare di aver raggiunto gli obiettivi prefissati con risultati relativamente soddisfacenti, anche se nell'ultima parte sono emerse delle difficoltà.

Grazie ai grafici ottenuti dal programma MOBILE-CASSY 2, sottoponendo il sistema a graduali perturbazioni, si è studiato come quest'ultime, insieme ad altri fenomeni dissipativi, condizionino la natura del moto tramite la legge fisica:  $\theta(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ .

Il vantaggio dell'esperimento consiste nel poter monitorare il coefficiente di smorzamento e analizzare nello specifico il comportamento del moto, ponendo particolare attenzione al caso di smorzamento debole e alla situazione limite di smorzamento critico, mettendo in luce le leggi fisiche che descrivono tali sistemi.

Tuttavia nell'ultima parte dell'esperimento il setup si è rivelato essere, con conferma del tecnico di laboratorio, difettoso, in quanto provando a inserire la corrente da noi opportunamente calcolata, il moto non risultava essere criticamente smorzato.

L'elaborazione dei dati ha portato a valori generalmente soddisfacenti, salvo per l'ultima parte, per i quali ovviamente è stato necessario sottolineare la presenza di errori nella fase di assegnazione dei valori dati da un set-up difettoso.

Per quanto riguarda i valori dell'incertezza ottenuti si aggirano attorno al 10% della misura ottenuta.