선형대수 이해하기

1-1 기본 용어 이해하기

- ▶ 스칼라
- ▶ 벡터
- ▶ 행렬

1-1 기본 용어 이해하기

▶ 스칼라

원의 지름, 삼각형의 면적 등과 같은 주어진 양의 크기를 실수로 표시할 때 있다. 이때, 실수 값을 스칼라(scalar)이라 한다.

통상 r, s, t와 소문자 이탤릭체로 표시

1-1 기본 용어 이해하기

▶ 벡터

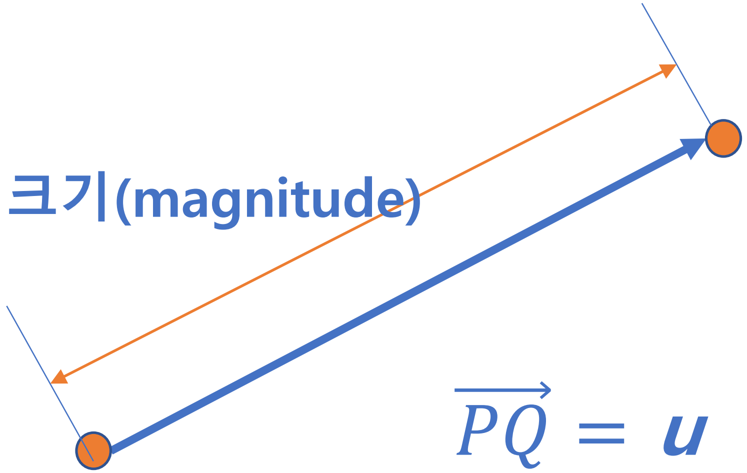
단 하나의 수만으로 나타낼 수 없는 또 다른 물리적 및 기하학적 양, 속도(velocity), 힘(force) 그리고 가속도(acceleration) 등의 크기 뿐만 아니라 방향까지 포함한 것들. 이러한 것들을 벡터(vector)이라 부른다.

통상 ***u*, *v*, *w*** 와 같은 굵은 글씨체의 소문자로 표시

1-1 기본 용어 이해하기

▶ 벡터

크기 + 방향



Q : 종점(terminal point, head)

$$\overrightarrow{PQ} = \boldsymbol{u}$$

P : 시점(initial point, tail))

1-1 기본 용어 이해하기

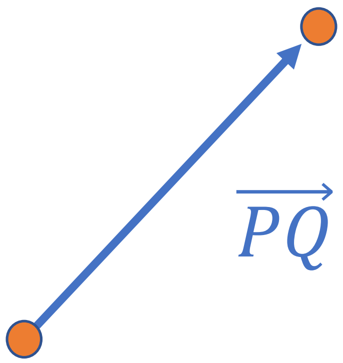
▶ **스칼라**

크기

▶ **벡터**

크기 + 방향

Q : 종점(terminal point, head)



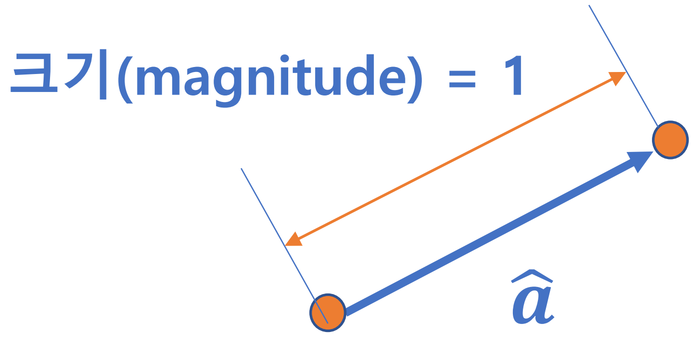
$\overrightarrow{PQ} = \boldsymbol{u}$

P : 시점(initial point, tail))

1-1 기본 용어 이해하기

▶ 단위 벡터(unit vector)

단위벡터(unit vector)는 크기가 1인 벡터



표기법은 문자에 모자(hat)을 사용해서 표시

1-1 기본 용어 이해하기

▶ 컬럼 벡터(column vector)와 행 벡터(Row Vector)

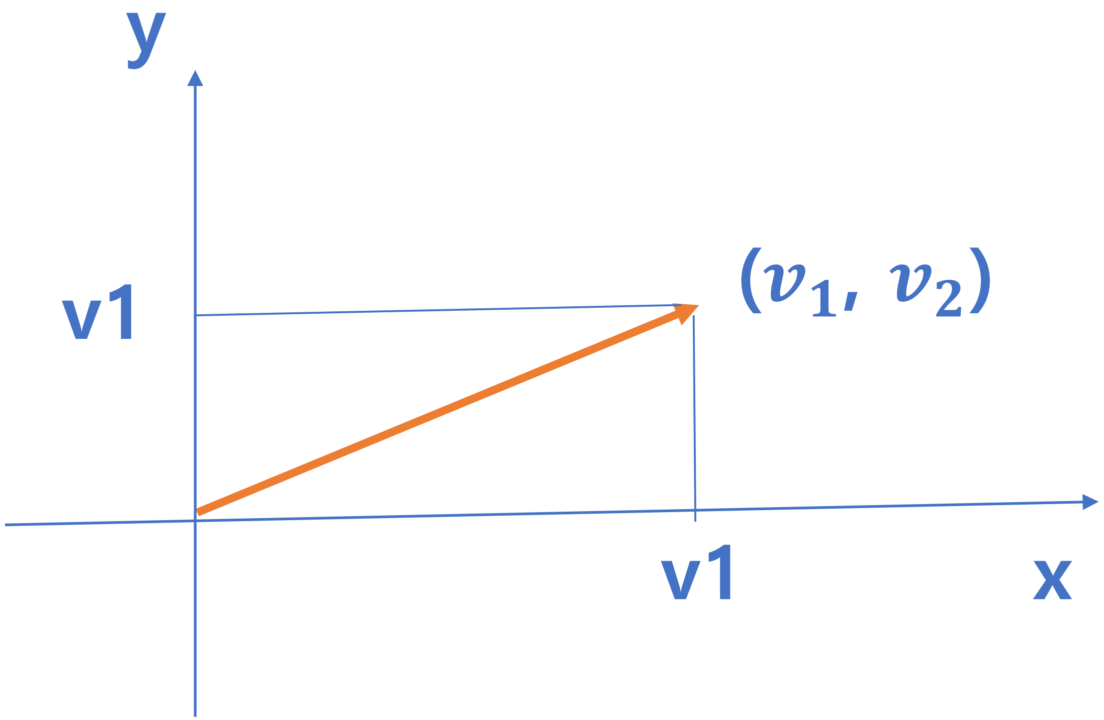
N차원의 벡터는 보통 컬럼 벡터이다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 \\ \dots \\ x_1 \end{bmatrix} \in \quad \boldsymbol{R^n} \qquad \boldsymbol{R^{n\,x\,1}}$$

$$\boldsymbol{X^T} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 \\ \dots \\ x_1 \end{bmatrix}^{\mathbf{T}}$$

행 벡터(Row vector)는 보통 Transpose로 쓰여진다.

1-2 벡터의 크기



$$\|v\| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2}$$

1-2 벡터의 크기

Vector 의 크기 계산

In [4]:
```
import math
import numpy as np
```

벡터의 크기는 원소 각각의 제곱을 한 이후에 이를 더하고 이에 대한 제곱근 구하기

In [5]:
```
x = np.array([2,2])
mag = lambda x:math.sqrt(sum(val**2 for val in x))
print(mag(x))
```

```
2.8284271247461903
```

1-3 벡터의 연산

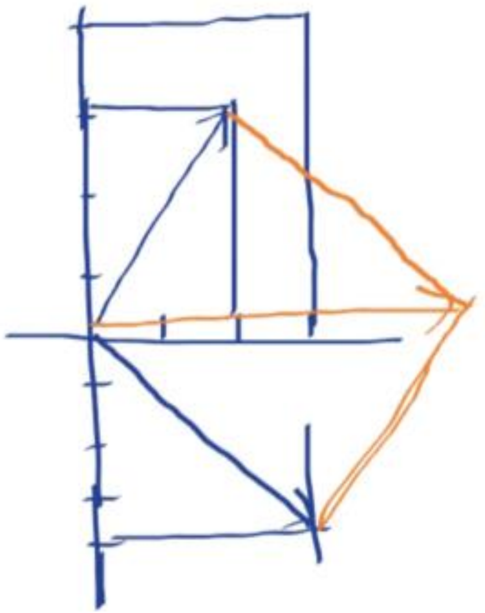
$C = A + B$

$u = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$v = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$

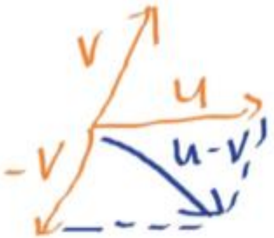
$u + v = \begin{bmatrix} 2+3 \\ 3-4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$



$C = A - B$

$u - v = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix}$



벡터의 차

1-3 벡터의 연산

▶ 스칼라 곱, 행렬과 행렬의 곱

$$2\begin{bmatrix}3\\2\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\4\\2\end{bmatrix} \qquad 2\begin{bmatrix}1&6\\3&4\\5&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&12\\6&8\\10&4\end{bmatrix}$$

행렬 X 행렬

$$\begin{bmatrix}1&6\\3&4\\5&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1\\2&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}13&5\\11&1\\-9&-3\end{bmatrix}$$

$(3\times2)(2\times2)=3\times2$

$$\begin{bmatrix}3&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\3\\5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14\end{bmatrix}$$

$(1\times3)(3\times1)=(1\times1)$

$$\begin{bmatrix}1\\3\\5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\end{bmatrix} = ?$$

1-3 벡터의 연산

▶ 스칼라 곱, 행렬과 행렬의 곱

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$$

1-4 교환법칙, 결합법칙

▶ 교환법칙

$AB \neq BA$

$A \in R^{2\times 3}$

$B \in R^{3\times 5}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \quad ?$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \quad ?$$

1-4 교환법칙, 결합법칙

▶ 교환법칙

$$AB \neq BA$$

$$A \in R^{2\times 3}$$

$$B \in R^{3\times 5}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 & 34 \\ 31 & 46 \end{bmatrix}$$

1-4 다른 법칙

▶ **기타**

$$A(B+C) = AB + AC$$

$$A(BC) = (AB)C$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

1-4 선형 방정식

▶ 기타

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$$

(변수 $x_1, \cdots, x_n$)

$$a^T x = b$$

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \text{ and } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

1-4 선형 방정식

▶ **선형방정식을 행렬로 표현**

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$$

(변수 $x_1, \cdots, x_n$)

$$a^Tx = b$$

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \text{ and } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$60x_1 + 5.5x_2 + 1\cdot x_3 = 66$$
$$65x_1 + 5.0x_2 + 0\cdot x_3 = 74$$
$$55x_1 + 6.0x_2 + 1\cdot x_3 = 78$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 60 & 5.5 & 1 \\ 65 & 5.0 & 0 \\ 55 & 6.0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 66 \\ 74 \\ 78 \end{bmatrix}}_{b}$$

1-5 방정식 풀이 방법

▶ **항등행렬(Identify matrix)**

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1-5 방정식 풀이 방법

▶ 항등행렬(Identify matrix)

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

▶ 역행렬(Inverse Matrix)

Inverse Matrix

$$A^{-1}A = A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad A^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

1-5 방정식 풀이 방법

▶ 방정식 풀기

$$Ax = b$$

$$Ax = b$$

$$A^{-1}Ax = A^{-1}b$$

$$I_n x = A^{-1}b$$

$$x = A^{-1}b$$