

中国地质大学（武汉）物理实验教学中心实验报告

姓名	杨勇	班号	A0000	学 号	000000000
日期	20210305	指导老师	丫丫	成绩	95
课程名称	大学物理实验 A				
实验项目	拉伸法测量金属的杨氏模量				

友情提示：1.实验报告务必按时按要求提交；2.请勿旷课。

一、实验目的

- 1.学会用拉伸法测量杨氏模量；
- 2.掌握光杠杆法测量微小伸长量的原理；
- 3.学会用逐差法处理实验数据；
- 4.学会不确定度的计算方法，结果的正确表达；
- 5.学会实验报告的正确书写；
- 6.了解主要仪器设备；探索改进方法（改善精确度，简化测试方法）

二、实验主要仪器设备：

YMC-IV-C 杨氏模量测试仪（应力计、光杠杆）、钢卷尺、游标卡尺、千分尺

三、实验原理及内容：（包括基本原理阐述、主要的原理公式和数据处理方法、相关电路、光路及实验装置示意图）

金属丝长 L ，截面积为 S ，若沿长度方向施力 $F = mg$ 后，钢丝伸长 ΔL ，则在钢丝的弹性限度内，有：
$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L}, E \text{称为杨氏模量(弹性模量)}, \text{可计算出：} E = \frac{F}{S} \times \frac{L}{\Delta L}$$

其中伸长 ΔL 微小，可以用光杠杆法测量，其原理如图 1 所示：

$$\Delta L \ll D, \Delta x \ll H, H \gg D$$

$$\Delta x \approx H \cdot 2\theta \quad \therefore \theta \approx \frac{\Delta x}{2H}$$

$$\therefore \Delta L \approx D \cdot \theta \approx \frac{D}{2H} \Delta x \quad (1)$$

$$\therefore \Delta x \approx \frac{2H}{D} \Delta L$$

即光杠杆将微小拉伸 ΔL 放大为 Δx ，放大倍数是 $2H / D$ ，放大后易测量。

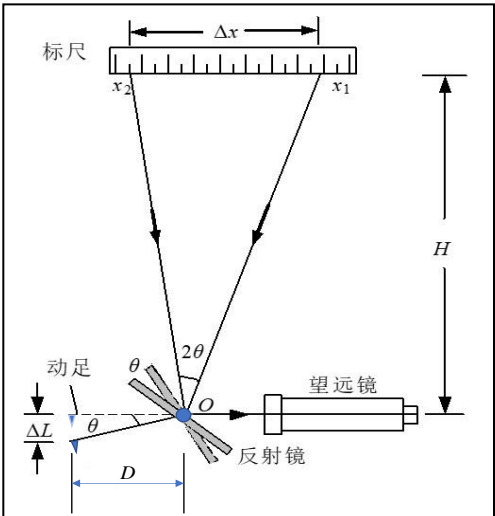


图 1 光杠杆原理

若测量出钢丝长度 L ，直径 d ，光杠杆臂长 D ，加力 $F = mg$ 后望远镜中刻度位移 Δx ，

$$\text{则可计算出弹性系数: } E = \frac{F}{S} \times \frac{L}{\Delta L} = \frac{mg}{\pi(d/2)^2} \times \frac{L}{\frac{D}{2H} \Delta x} = \frac{8mgLH}{\pi d^2 D} \frac{1}{\Delta x} \quad (2)$$

四、主要实验步骤

如图 2:

1、按 A 通电，检测标尺灯亮，拉力计显示屏亮，否则检测连线，使导线与插座接触良好。

2、调整望远镜系统（光杠杆系统）

(1) 放开所有三个 B 钉，用桌面平面作为初始平面标准，三个 B 钉分布应与镜筒轴方向对称，方便左右前后的倾斜调整。镜筒轴正对反光镜；

(2) 调 C 使目镜聚焦出清晰叉丝，松开 D 固定钮，旋转镜筒使叉丝在水平和垂直方向，然后固定，固定处远离 E，避免妨碍 E 调焦。

(3) 松开 F 使望远镜镜筒与反光镜尽量等高，再固定 F。

(4) 调反光镜 G 使眼睛在镜筒方向能目视到标尺 2，调调焦轮 E (或前后移望远镜) 和 G，配合三 B 钉使标尺清晰，对称。若有必要重复 (2) 并使叉丝平行标尺刻度线。完成后光杠杆系统不要再触动。

3、松开加力钮 8 到钢丝刚好开始松弛，

按拉力计清零键 H 清零。注意加力杆能自由活动，否则手动调整一下杆的位置。

4、加 2-3kg 力（不宜太小）使钢丝充分拉直，再按 H 钮清零，以此作为开始加力 0kg 基准。

5、调反光镜 G 使叉丝处于 1.00cm 处，注意以后始终读叉丝同一位置对应的读数。

6、每加一次 1kg 在叉丝同一位置读标尺刻度 x_i ，直到加到 7.00kg。注意加力过程不得有减力，尽量保证力单调升高（有些仪器实际难以做到）。

7、加力到 8kg 后降到 7.00kg，从 7.00kg 减到 0.00，重复 6，保证力单调减小，记录各 x_i 。

8、用钢卷尺测钢丝上下夹具之间长 L ，记录 L (cm)；测标尺平面到反光镜转轴的垂直距离 H （或测量标尺下表面到平台上表面的垂直距离，再减去反射镜转轴到平台垂距 28.0mm），记录 H (cm)；用游标卡尺测光杠杆常数 D ，实际是测反光镜左侧替代物光杠杆 D 标尺 J 的长度，记录 D (mm)；用千分尺测量钢丝直径 d ，在不同位置和方向测量 6 次，记录 d (mm)。

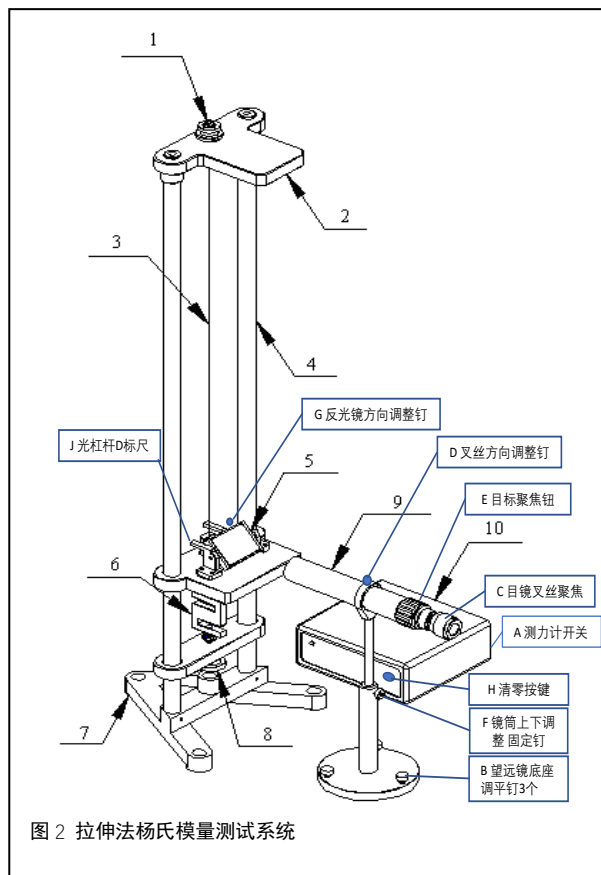


图 2 拉伸法杨氏模量测试系统

五、实验数据：（要求列表，将整理后的原始数据填入表内，注意标明单位和测量数据的有效位数，并将老师签字的原始数据单附在此页）

预加力前测量： $L = 67.25$ (cm)， $H = 69.25$ (cm)， $D = 37.96$ (mm)

表 1 螺旋测微计（千分尺）测量不同部位和方向的钢丝直径 d 千分尺零位读数 -0.040mm

测量次数	1	2	3	4	5	6	\bar{d} (mm)
读数(mm)	0.455	0.457	0.461	0.462	0.463	0.458	
校零后 d_i (mm)	0.495	0.497	0.501	0.502	0.503	0.498	0.4993

表 2 拉力计质量 m 与标尺刻度 x 的关系

测量次数 i	0	1	2	3	4	5	6	7
$m(\text{kg})$	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00
$x_i^+(\text{cm})$	1.00	1.73	2.30	2.89	3.45	4.12	4.67	5.30
$x_i^-(\text{cm})$	1.29	1.90	2.52	3.26	3.86	4.50	5.17	5.83
$\bar{x}_i = (x_i^+ + x_i^-) / 2$	1.14	1.82	2.41	3.08	3.66	4.31	4.92	5.56

指导老师签字： 丫丫

日期： 2023. 02. 08

六、数据处理及实验结果：（按照要求处理实验数据，要有主要的计算过程以及最后的实验结果，可以用计算机辅助作图）

1、计算 L 、 H 、 D 的不确定度（暂时多保留一位有效数字）

表 3. L 、 H 、 D 的单个测量不确定度计算

参数	钢丝有效长度 L	标尺到反光镜转轴的距离 H	光杠杆常数 D
测量值	67.25 (cm) =672.5mm	69.25 (cm) =692.5mm	37.96 (mm)
不确定度	单次测量： $u_A=0, \therefore U_A=0$ ；钢卷尺最小分度 $d=1\text{mm}, \therefore U_{B1}=1/10=0.1\text{mm}$ 钢卷尺误差限 $a=0.8\text{mm}, \therefore U_{B2}=0.8\text{mm}$ $\therefore U_L = \sqrt{U_{B1}^2 + a^2} = \sqrt{0.1^2 + 0.8^2} \approx 0.81\text{mm}$ $P \approx 100\%$	单次测量： $u_A=0, \therefore U_A=0$ ；钢卷尺最小分度 $d=1\text{mm}, \therefore U_{B1}=1/10=0.1\text{mm}$ 钢卷尺误差限 $a=0.8\text{mm}, \therefore U_{B2}=0.8\text{mm}$ $\therefore U_H = \sqrt{U_{B1}^2 + a^2} = \sqrt{0.1^2 + 0.8^2} \approx 0.81\text{mm}$ $P \approx 100\%$	单次测量： $u_A=0, \therefore U_A=0$ ；50分度游标卡尺的最小分度 $d=0.02\text{mm}, \therefore U_{B1}=d/b=0.02/1=0.02\text{mm}$ 卡尺误差限 $a=0.02\text{mm}, \therefore U_{B2}=0.02\text{mm}$ $\therefore U_D = \sqrt{U_{B1}^2 + U_{B2}^2} = \sqrt{0.02^2 + 0.02^2} \approx 0.028\text{mm}$ $P \approx 100\%$

2、计算钢丝直径的不确定度（暂时多保留一位有效数字）

由表 1 测量数据有：

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (d_i - \bar{d})^2}{6-1}} = 0.0031\text{mm}, \quad u_A = \frac{s_d}{\sqrt{n}} = \frac{0.0031}{\sqrt{6}} = 0.0013\text{mm},$$

扩展不确定度 $U_A = t_{0.95,5} \cdot u_A = 2.571 \times 0.0013 = 0.0033(\text{mm})$

多次测量不计 u_{B1} , 千分尺误差限 $a=0.004\text{mm}, \quad U_{B2} = a = 0.004\text{mm}$

\therefore 钢丝直径的不确定度是：

$$U_{\bar{d}} = \sqrt{U_A^2 + U_{B2}^2} = \sqrt{0.0033^2 + 0.004^2} = 0.0052\text{mm} \quad P = 95\%$$

\therefore 钢丝直径是： $d = 0.4993 \pm 0.0052 \quad (\text{mm}) \quad , \quad P = 95\%$

3、逐差法处理数据

(1) 计算质量及不确定度(暂时多保留一位有效数字)

 x_i 分成两组, 逐差法处理数据, 对应质量 $m=4.00\text{kg}$, 各质量是单次测量 $U_A=0$,理论质量误差限为: $a=0.01\text{kg}$ \therefore 质量差的不确定度是: $U_{\Delta m} = \sqrt{U_A^2 + 2U_{B1}^2 + U_{B2}^2}$

$$\therefore U_{\Delta m} = \sqrt{0 + 2 \times 0.01^2 + (0.01)^2} = 0.017\text{kg}$$

 \therefore 4阶逐差对应质量是:

$$m = 4.00 \pm 0.017 \text{ kg}, \quad P = 100\% \quad (\text{由于仪器问题实际不确定度大于} \pm 0.017)$$

(2) 计算标尺刻度变化(暂时多保留一位有效数字)

① 计算刻度的扩展不确定度(读每个 x_i 条件相同, 不确定度同, 统称 x) x 也是单次测量, $U_{xA}=0$. 标尺最小分度 $d=1\text{mm}$, $\therefore U_{xB1} = 1/10 = 0.1\text{mm}$ 塑料标尺误差限无资料, 参照钢板尺取 $a=0.1\text{mm}$, $\therefore U_{xB2} = 0.1\text{mm}$ 合成单次测量 x 扩展不确定度是:

$$U_x = \sqrt{U_{xB1}^2 + U_{xB2}^2} = \sqrt{0.1^2 + 0.1^2} = 0.14\text{mm}, \quad P = 100\%$$

(或 $\therefore a$ 未知, 按 a 未知时的不确定度估算规则, 直接取 $U_x = U_B = d/2 = 0.5\text{mm}$, 但若按此法取 U_x 是 0.5mm , 则扩展不确定度会明显劣于实际情况, 不予采信)② 逐差法计算 $\Delta \bar{x}$

$$\Delta \bar{x} = \frac{(\bar{x}_4 - \bar{x}_0) + (\bar{x}_5 - \bar{x}_1) + (\bar{x}_6 - \bar{x}_2) + (\bar{x}_7 - \bar{x}_3)}{4} \quad (3)$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{(3.66 - 1.14) + (4.31 - 1.82) + (4.92 - 2.41) + (5.56 - 3.08)}{4}$$

$$\therefore \Delta \bar{x} = \frac{2.52 + 2.49 + 2.51 + 2.48}{4} = 2.50\text{cm} = 25.0\text{mm}$$

③ 计算 $\Delta \bar{x}$ 的不确定度

由 (3) 式不确定度传递公式是

$$U_{\Delta \bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=0}^7 \left(\frac{\partial \Delta \bar{x}}{\partial \bar{x}_i} \Delta x_i \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=0}^7 \left(\frac{\Delta x_i}{4} \right)^2} = \frac{1}{4} \sqrt{\sum_{i=0}^7 (U_x)^2} = \frac{1}{4} \times 0.14 \sqrt{8} = 0.099\text{mm}$$

 \therefore 测得每 4kg 作用下钢丝长度变化对应的标尺刻度变化是

$$\Delta \bar{x} = 25.0 \pm 0.099\text{mm}, \quad P \approx 100\%$$

4、计算钢丝杨氏模量(拉伸弹性模量)

① 计算杨氏模量平均值

武汉 $g=9.79385\text{m/s}^2$

$$\text{由 (2)} \quad E = \frac{8mgLH}{\pi d^2 D} \frac{1}{\Delta x} = \frac{8 \times 4.00 \times 9.794 \times 0.6725 \times 0.6925}{\pi \times 0.0004993^2 \times 0.03796 \times 0.0250} = 1.964 \times 10^{11} (\text{N/m}^2)$$

②计算 E 的不确定度(由于 E 的计算式是乘除, 为方便先取对数计算相对不确定度)

$$E = \frac{8mgLH}{\pi d^2 D} \frac{1}{\Delta x} \quad \therefore \ln E = \ln \frac{8g}{\pi} + \ln m + \ln L + \ln H - 2\ln d - \ln D - \ln \Delta x$$

$$\therefore \frac{dE}{E} = \frac{dm}{m} + \frac{dL}{L} + \frac{dH}{H} - 2\frac{dd}{d} - \frac{dD}{D} - \frac{d\Delta x}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{U_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{U_{\Delta m}}{m}\right)^2 + \left(\frac{U_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{U_H}{H}\right)^2 + 4\left(\frac{U_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{U_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{U_{\Delta x}}{\Delta x}\right)^2}$$

$$\therefore \frac{U_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{0.017}{4.00}\right)^2 + \left(\frac{0.81}{672.5}\right)^2 + \left(\frac{0.81}{692.5}\right)^2 + 4\left(\frac{0.0052}{0.499}\right)^2 + \left(\frac{0.028}{37.96}\right)^2 + \left(\frac{0.099}{25.0}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(0.00425)^2 + (0.0012)^2 + (0.0012)^2 + 4(0.0104)^2 + (0.00073)^2 + (0.004)^2} = 0.0217 \quad (4)$$

由(4)式可见钢丝直径 d 的测量不确定度对杨氏模量不确定度起决定性作用, 可简算:

$$\frac{U_E}{E} \approx \sqrt{4(0.0104)^2} = 0.0208$$

最后的合成不确定度保留一位非0有效位, 且只进不舍, 由相对不确定度得不确定度:

$$\therefore U_E = 0.0217E = 0.0217 \times 1.97 \times 10^{11} = 0.0427 \times 10^{11} \rightarrow 0.05 \times 10^{11} (N/m^2)$$

由于对不确定度起决定性作用的钢丝直径不确定度的置信度是95%, 且其它参量的不确定度的置信度都约为100%, 所以 U_E 的置信度约为95%

弹性模量测试结果是: $E = (1.96 \pm 0.05) \times 10^{11} (N/m^2)$, $P = 95\%$

弹性模量相对不确定度是: $0.05/1.96 = 3\%$

七、实验结果分析及讨论

1、存在的问题和误差来源分析

- (1) 逐差法要求 m 差值均匀, 但实验中 m 由于仪器的问题, 难以保证满足此条件, 实际质量不确定度大于仪器标称的 0.01kg 。建议改成双逐差法同时逐差处理 m 和 x , 这样只需力读数稳定后直接记录, 不一定要勉强将 m 调成整数。实测加载、卸载及加载卸载平均的 x - m 关系如图3所示。可见波动较明显, 说明测量力不够稳定, 只是大致是线性, 加载与卸载直线不重合, 表明钢丝及测试系统的迟滞较明显。

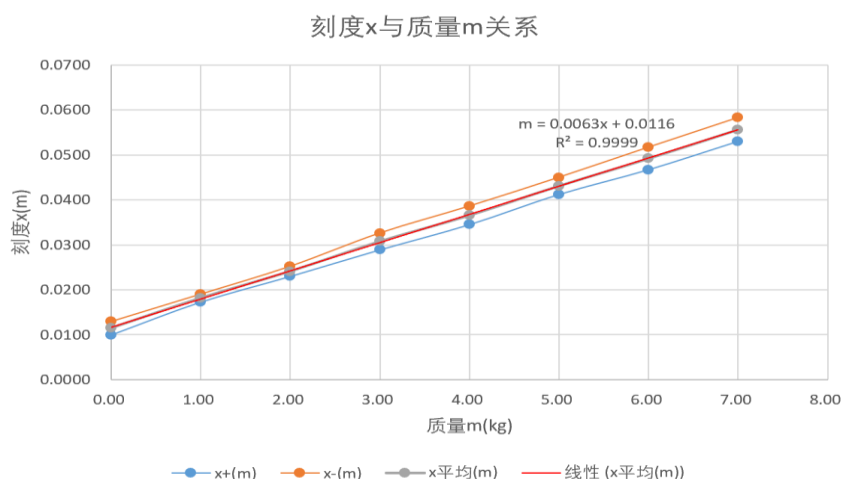


图3 钢丝加载卸载过程长度变化

- (2) 钢丝未必是标准圆柱体, 且拉伸后长度变长, 直径应略变小, 本实验 L 和 d 均在预加力前所测, 所测 L 应偏短, d 应偏大, 这会导致据此计算的 E 偏小。

估算 1kg 导致 $\Delta L = D \cdot \Delta x / (2H) = 0.03796 \times (0.053 - 0.010) / (7 - 0) / (2 \times 0.6925) \approx 0.17\text{mm/kg}$

估计平均钢丝长度应是 $\bar{L} \approx 672.5\text{mm} + (3.00\text{kg} + 3.50\text{kg}) \times 0.17\text{mm/kg} = 673.6\text{mm}$ ，若钢丝体积恒定则估计钢丝平均直径是 $\bar{d} = d\sqrt{L/\bar{L}} = 0.4993\sqrt{672.5/673.6} = 0.4989\text{mm}$ 。由 \bar{L} 和 \bar{d} 计算的 $E = 1.970 \times 10^{11} (\text{N/m}^2)$ ，直接用预加力前的 L 和 d 计算导致 E 相对误差-0.3%。

- (3) 加力过程不应有减力过程，减力时不应有加力，应使力单调升和降，但因仪器问题实际无法做到。
- (4) 测量 L 和 H 时难以控制卷尺严格垂直，难以完全拉直钢卷尺，也难以准确判读首尾刻度位置，导致 L 、 H 值的测量值存在误差。
- (5) 误差主要因素是钢丝直径测量误差，但测试所用千分尺状况不够理想，且千分尺与钢丝是面接触，若钢丝稍有弯折和不平整将导致测量的 d 偏大，最终导致计算 E 偏小。
- (6) 光杠杆常数 D 测量的是替代物长度，无法保证真实准确。
- (7) 实验未能严格使标尺读数范围的中点的垂线通过反光镜转轴（参见光杠杆原理图）。
- (8) 钢丝略有弯折（类似弹簧，切变会大于应变！），预拉力偏小未能使钢丝完全拉直，导致所测 E 可能明显偏小。另反复学生实验若力过载导致钢丝疲劳，也会使 E 偏小。

2、探索与思考

(1) 用望远镜光杠杆法测量微小拉伸，不够直观，而且误差因素多，操作也不够方便。探索用手机微距拍照功能测量微小拉伸的可能性。可行性论证：

根据逐差法计算的4阶 $\Delta\bar{x} = 25.0\text{mm}$ ，即每kg对应平均 $\Delta x = 25.0/4 = 6.25\text{mm}$

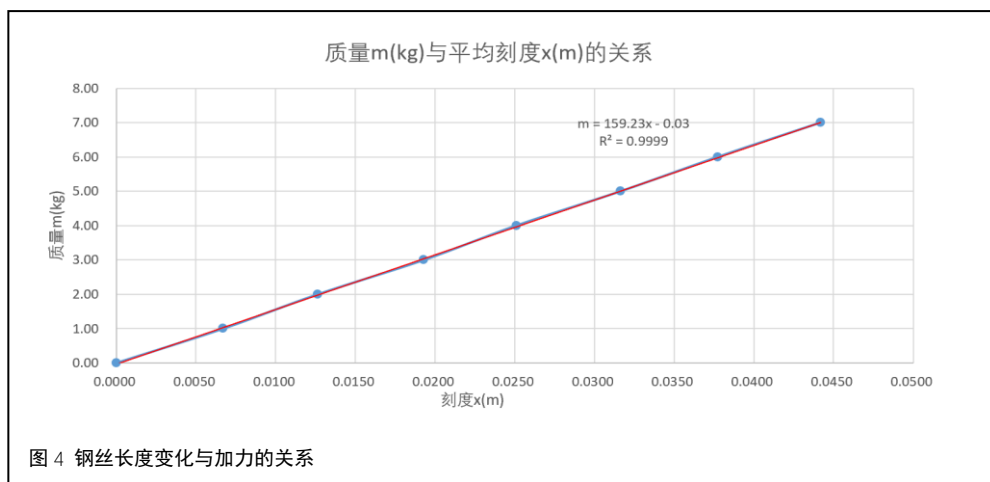
由 (1) 得每公斤作用力导致钢丝伸长 $\Delta L \approx \frac{D}{2H} \Delta x = \frac{37.96}{2 \times 692.5} \times 6.25 = 0.17\text{mm}$

手机微距照相图像放大倍数可达20-40倍，线间距分辨率可达0.04-0.02mm（参考探索实验3，微距照相），0.17mm 在手机照相机微距照相可分辨的范围之内，可行。当然用卡尺或千分尺也行，但是都是接触式测量，可能对钢丝的伸缩有干扰，也不方便。

(2) 由于该实验仪器质量（力）难以控制，选用逐差法不太符合条件，可能导致误差更大，建议采用 m 与 x 双变量逐差法，不一定勉强将 m 调为整数，只要记录稳定的 m 及对应的 x 。还可以尝试直线拟合等方法（参见思考题5）。

分析：由 (2) $E = \frac{8mgHL}{\pi d^2 D} \frac{1}{\Delta x} \therefore m = \frac{\pi d^2 D}{8gHL} E \Delta x = \frac{\pi (0.0004993)^2 \times 0.03796}{8 \times 9.794 \times 0.6925 \times 0.6725} E \Delta x = 8.1477 \times 10^{-10} E \Delta x$

$\therefore m$ 与 x 应为线性关系，由表2，设 $m=0$ 时位移是0，即 x 扣去1.00， x 扣1.29得图4：



由 $m = 8.1477 \times 10^{-10} E \Delta x$ ， $\therefore 8.1477 \times 10^{-10} E = 159.23 \therefore E = 1.954 \times 10^{11} (\text{N/m}^2)$

若采用平均拉伸态测量的更准确的 \bar{L} 和 \bar{d} 计算： $E = 1.961 \times 10^{11} (\text{N/m}^2)$ ，结果与逐差法相当。

(3) 实验采用应力传感器直接测量的应该就是力（牛顿），但显示的是质量 kg，建议回归本来的力单位，避免计算 mg 麻烦，也避免物理概念混淆。

(4) 有些仪器力显示不稳，应该是拉杆螺纹在拉力作用下滑动所致，建议改为密螺纹，增加止回制动机构。已确认拉力显示变化时刻度也同步变化，是拉力计拉力调整后拉力不能保持的问题（有残余恢复力）。规律是拧紧 8 拉力增加，松手后拉力会**明显回调变小**；拧松 8 拉力减小，松手后拉力**稍稍回调变大**。所以可尝试利用减力过程可能较稳定的特点，只进行减力测量。若要测加力过程，可以在拧紧 8 增加到预定力后，**慢慢**松手（或读刻度前不松手），减小拉力回调变小。

(5) 注意待测钢丝应足够平顺，不得有折痕和变形，夹具不得有滑动，预加力不应小于 3kg。测量钢丝长度 L 和直径 d 最好是在完成加力长度变化测试后，重新加中间力后进行测量，这样测得的 L 和 d 更接近平均值，且干扰正常的长度变化测量过程。

八、思考题

- 1、 若钢丝长度 L 变化，则 Δx 和 E 是否变化？
- 由(1)式 $\Delta x \approx \frac{2H}{D} \Delta L$ 和 $\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L}$ $\therefore \Delta x \approx \frac{2H}{D} \Delta L = \frac{2H}{D} \frac{F}{SE} L$ 其中 E 只与材料有关不变（不考虑 E 随老化程度和温度的变化）；因为 H、D、S 是常数，若 F 一定，则 Δx 与 L 正比。
- 2、 光杠杆是如何测量微小伸长的？ 答：见实验原理中的光杠杆原理。
- 3、 如何提高光杠杆的放大倍数？
- 答：由(1)式 $\Delta x \approx \frac{2H}{D} \Delta L$ 即光杠杆将微小拉伸 ΔL 放大为 Δx，放大倍数是 $2H / D = 2 \times 692.5 / 37.96 = 36.5$ 倍。提高光杠杆放大倍数的方法是增长 H，减短 D。但太大的放大倍数会导致易受振动干扰使刻度像抖动。若 D 取值太小，会导致测量 D 相对误差过大等问题。
- 4、 如何调望远镜 答：参见实验步骤。
- 5、 如何用作图法测量杨氏模量？ 答：见探索与思考（2）
- 6、 影响 E 不确定度的主要参数是什么？如何减小？
- 答：由 E 的不确定度推导过程的（4）式可知，钢丝直径 d 测量误差的影响起决定性作用（可见 L,H,D 单次测量即可，本实验中仅 d 多次测量科学合理）。减小 d 误差影响的方法是①多次、多位置、多方向测量平均；②加力前后都测量，取平均，且最好是加中等力时测量 d 权重较高；③换用更高精度的量具或方法测量钢丝直径 d。
- 7、 光杠杆参数的不确定度贡献远远小于钢丝直径不确定度的贡献，如何优化实验。
- 答：适当增大钢丝直径。（用不确定度均分原理定量优化，可取钢丝直径不确定度不大于 1-3 倍其它量的不确定度）

评语：该报告总体尚可，存在的问题和需要改进的有

- 1、 原始数据应附老师签字的原件或原件照片。
- 2、 探索与思考拟采用手机微距照相机法，只论证了可行性，但并未实际测量。
- 3、 实验数据未注明测试温度、湿度等条件。
- 4、 未主动查找该钢丝的杨氏模量标准值，未能提供相对误差等信息。
- 5、 无实验感想和体会。

评阅教师	丫丫
日 期	2023.02.09

教师信箱编号：_____学生信箱编号：_____