广西专升本考试

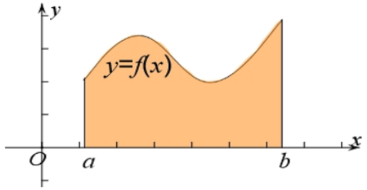
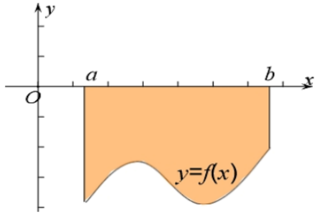
公共科目

数 学

广西交通职业技术学院
通识教学部

题型一：定积分的概念和性质

1.定积分的几何意义

由函数$y=f(x)$与直线$x=a,x=b,y=0$所围成的平面图形的面积S			
$f(x)\ge 0$	在x轴上方		$S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$
$f(x)\le 0$	在x轴下方		$S=-\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$

2.定积分的性质

① **零积分：** $\int_a^a f(x)\,dx=0$

② **常数函数的积分：** $\int_a^b \mathrm{k}\,dx=\mathrm{k}(b-a)$

③ **积分上下限交换：** $\int_a^b f(x)\,dx=-\int_b^a f(x)\,dx$

④ **区间可加性：** $\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx$

⑤ **单调性：** 若 $f(x)\le g(x)$ 对所有 $x\in[a,b]$ 成立，则

$$\int_a^b f(x)\,dx\le\int_a^b g(x)\,dx$$

⑥ **线性性：**

$$\int_a^b[\alpha f(x)+\beta g(x)]\,dx=\alpha\int_a^b f(x)\,dx+\beta\int_a^b g(x)\,dx$$

⑥ **奇偶函数的积分：**

- 若 $f(x)$ 为奇函数，则$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=0$
- 若 $f(x)$ 为偶函数，则$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=2\int_0^a f(x)\,dx$

题型一：定积分的概念和性质

例1：选择填空题

1. 设函数f(x)在区间[a, b]上连续，则$\int_a^b f(x)dx - \int_a^b f(t)dt = ()$

确定数值，与变量x或t无关

A. 0

B. $2\int_a^b f(x)dx$

C. $\int_a^b [f(x)-f(t)]dt$

D. 不存在

2. 设f(x)，g(x)在[a, b]上可积，且f(x) ≤ g(x)，x ∈ [a, b]，则（ ）

性质

A. $\int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$

B. $\int_a^b f(x)dx \ge \int_a^b g(x)dx$

C. $\int_a^b [g(x)-f(x)]dx = 0$

D. $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx \ge 0$

3. 若a, b为常数，则定积分$\int_a^b f(x)dx$是（）

A. f(x)的一个原函数

B. 的所有原函数

C. 任意常数

D. 确定常数

$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$

3 = 2 + ?

4. 若$\int_0^1 f(x)dx = 2$，$\int_0^2 f(x)dx = 3$，则$\int_1^2 f(x)dx = ()$ 1

区间可加性

5. 已知$\int_a^b f(x)dx = A$，$\int_a^b g(x)dx = B$，则$\int_a^b [2f(x)-3g(x)]dx = ()$ 2A-3B

线性性

6. 设f(x)在[a, b]上可积，$\int_a^b f(x)dx = A$，则$\int_b^a f(x)dx = ()$

A. A

B. -A

C. 0

D. 不存在

互换上下限
值相反

题型一：定积分的概念和性质

练习1：

(1) $\left[\int_1^{100} \frac{\cos(\ln x)}{x^4+1}\,dx\right]' =$______，

(2) $\int_a^a f(x)\,dx =$________，

(3) $\int_b^a f(x)\,dx$ 与 $\int_a^b f(x)\,dx$ 的关系是（　　）

A.相等
B.没有关系
C.相反数
D.0

(4) 已知 $f(x)$ 为偶函数，$\int_0^6 f(x)\,dx = \frac{1}{2}$，则 $\int_{-6}^6 f(x)\,dx =$ _______，

(5) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x \cdot \sin^3 x}{1+\sin^4 x}\,dx =$______，

……5分钟后

题型一：定积分的概念和性质

常数

练习1：

（1）$\left[\int_1^{100}\frac{\cos(\ln x)}{x^4+1}\,\mathrm{d}x\right]'=$ __0__，

（2）$\int_a^a f(x)\,\mathrm{d}x=$ __0__，

（3）$\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$ 与 $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ 的关系是（ C ）

A.相等
B.没有关系
C.相反数
D.0

$=2\int_0^6 f(x)dx$

（4）已知 $f(x)$ 为偶函数，$\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$，则 $\int_{-6}^6 f(x)\,\mathrm{d}x=$ __1__，

（5）$\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\cos x\cdot\sin^3 x}{1+\sin^4 x}\,dx=$ __0__，

cosx为偶函数
sinx为奇函数

题型二：积分变上限函数导数的计算

例2：计算题

（1）已知$F(x)=\int_0^x \frac{1}{1+t^3}\mathrm{d}t$，求$F'(x),F'(2)$。

$$F'(x)=\left[\int_0^x \frac{1}{1+t^3}dt\right]'=\frac{1}{1+x^3}$$

$$F'(2)=\frac{1}{1+2^3}=\frac{1}{9}$$

（2）设$F(x)=\int_0^{x^2}\sqrt{1+t^4}\mathrm{d}t$，求$F'(1)$。

$$F'(x)=\sqrt{1+(x^2)^4}\cdot(x^2)'=2x\cdot\sqrt{1+x^8}$$

$$F'(1)=2\times\sqrt{1+1}=2\sqrt{2}$$

知识储备

1.积分变限函数

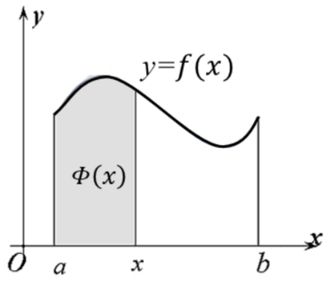
设$f(x)$在$[a,b]$上可积，则对任何$x\in[a,b]$，$f(x)$在$[a,x]$上也可积，即

$$\Phi(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t,\quad x\in[a,b]$$

称为变上限积分.

类似地，可定义变下限积分：

$$\Psi(x)=\int_x^b f(t)\mathrm{d}t,\quad x\in[a,b]$$



2.积分变限函数计算导数

① $\left[\int_a^x f(t)dt\right]'=f(x)$

② $\left[\int_x^b f(t)\,dt\right]'=-f(x)$

③ $\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)\,\mathrm{d}t\right]'=f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

④ $\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)\,\mathrm{d}t\right]'=-f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

⑤ $\left[\int_{\psi(x)}^{\varphi(x)} f(t)\,\mathrm{d}t\right]'=f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)-f[\psi(x)]\cdot\psi'(x)$

题型二：积分变上限函数导数的计算

练习2：

(1) 变上限积分$\int_a^x f(t)dt$是（ ）

A. $f'(x)$的一个原函数

B. $f(x)$的全体原函数

C. $f(x)$的一个原函数

D. $f(x)$的全体反函数

(2) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^x \sin t^2 \mathrm{d}t =$ ________，

(3) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_x^0 \cos t^2 \mathrm{d}t =$ ________，

(4) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^{\sin x} e^{-t^3} \mathrm{d}t =$ ________，

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x t^2 \mathrm{d}t}{x^3} =$ ________.

知识储备

1.积分变限函数

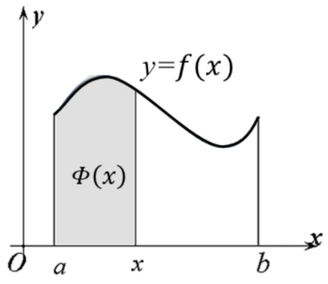
设$f(x)$在$[a,b]$上可积，则对任何$x\in[a,b]$，$f(x)$在$[a,x]$上也可积，即

$$\Phi(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t,\quad x\in[a,b]$$

称为**变上限积分**.

类似地，可定义**变下限积分**：

$$\Psi(x)=\int_x^b f(t)\mathrm{d}t,\quad x\in[a,b]$$



2.积分变限函数计算导数

① $\left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x)$

② $\left[\int_x^b f(t)\,dt\right]' = -f(x)$

③ $\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)\,\mathrm{d}t\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

④ $\left[\int_{\varphi(x)}^b f(t)\,\mathrm{d}t\right]' = -f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

⑤ $\left[\int_{\psi(x)}^{\varphi(x)} f(t)\,\mathrm{d}t\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x) - f[\psi(x)]\cdot\psi'(x)$

……5分钟后

(5) $x \to 0$ 时 $\int_0^x t^2 dt \to \int_0^0 t^2 dt = 0$

题型二：积分变上限函数导数的计算

练习2：

(1) 变上限积分 $\int_a^x f(t)dt$ 是（ C ）

A. $f'(x)$的一个原函数

B. $f(x)$的全体原函数

C. $f(x)$的一个原函数

D. $f(x)$的全体反函数

$\frac{d}{dx}$ 导数符号

(2) $\boxed{\frac{d}{dx}}\int_0^x \sin t^2 dt =$ $[\int_0^x \sin t^2]'$ $= \sin x^2$；

(3) $\frac{d}{dx}\int_x^0 \cos t^2 dt =$ $[\int_x^0 \cos t^2 dt]'$ $= -\cos x^2$；

(4) $\frac{d}{dx}\int_0^{\sin x} e^{-t^3} dt =$ $e^{-(\sin x)^3} \cdot (\sin x)' = e^{-(\sin x)^3} \cdot \cos x$；

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x t^2 dt}{x^3} \overset{\frac{0}{0}}{=}$ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{[\int_0^x t^2 dt]'}{(x^3)'}$ $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{3x^2} = \frac{1}{3}$.

知识储备

1.积分变限函数

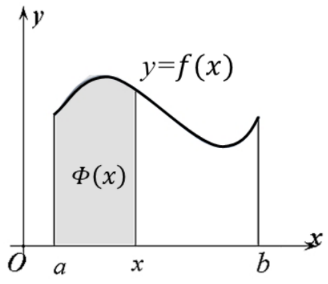
设$f(x)$在$[a,b]$上可积，则对任何$x \in [a,b]$，$f(x)$在$[a,x]$上也可积，即

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt,\quad x \in [a,b]$$

称为变上限积分.

类似地，可定义变下限积分：

$$\Psi(x) = \int_x^b f(t)dt,\quad x \in [a,b]$$



2.积分变限函数计算导数

① $\left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x)$

② $\left[\int_x^b f(t)\,dt\right]' = -f(x)$

③ $\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)\,dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

④ $\left[\int_{\varphi(x)}^b f(t)\,dt\right]' = -f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)$

⑤ $\left[\int_{\psi(x)}^{\varphi(x)} f(t)\,dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x) - f[\psi(x)]\cdot\psi'(x)$

超星app：

课堂练习12-1

课堂练习12-2

广西专升本考试

谢谢观看！

广西交通职业技术学院
通识教学部