广西专升本考试

公共科目

数 学

广西交通职业技术学院
通识教学部

典型例题

题型一：平面曲线的切线方程和法线方程

例1： 求曲线$y=x^2+3x$在点$(1,4)$处的切线方程和法线方程。

知识储备

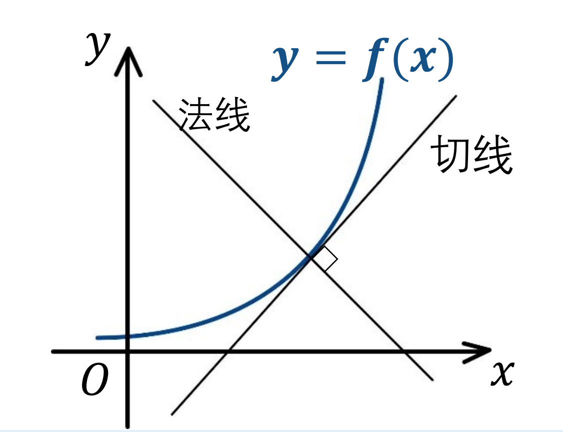
1.导数的几何意义

- $f'(x_0)$——曲线$y=f(x)$在点$x=x_0$处的切线斜率

- 曲线$y=f(x)$在点（x_0,y_0）处的

切线方程　$y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

法线方程　$y-y_0=-\dfrac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)$



典型例题　　知识储备

练习1）：求下列曲线在指定点处的切线方程

曲线	点	导数 y'	切线斜率k	切线方程	法线方程
$y = x^3$	$(1, 1)$				
$y = \cos x$	$(0, ?)$				
$y = \mathbf{e}^x$	$(0, 1)$				
$y = \ln x$	$(\mathrm{e}, \ ?)$				
$y = \sqrt{x}$	$(4, 2)$				
$y = \tan x$	$(\frac{\pi}{3}, \ ?)$				

典型例题　　知识储备

练习1）：求下列曲线在指定点处的切线方程

曲线	点	导数 y'	切线斜率k	切线方程	法线方程
$y=x^3$	$(1,1)$	$3\cdot x^2$	3	$y-1=3(x-1)$	$y-1=-\frac{1}{3}(x-1)$
$y=\cos x$	$(0,1)$	$-\sin x$	0	$y-1=0$	$x=0$
$y=\mathrm{e}^x$	$(0,1)$	e^x	1	$y-1=1\cdot(x-0)$	$y-1=-(x-0)$
$y=\ln x$	$(\mathrm{e},1)$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{e}$	$y-1=\frac{1}{e}(x-e)$	$y-1=-e(x-e)$
$y=\sqrt{x}$	$(4,2)$	$\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{4}$	$y-2=\frac{1}{4}(x-4)$	$y-2=-4(x-4)$
$y=\tan x$	$(\frac{\pi}{3},\sqrt{3})$	$\sec^2 x$	4	$y-\sqrt{3}=4\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$	$y-\sqrt{3}=-\frac{1}{4}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

典型例题

题型一：平面曲线的切线方程和法线方程

例2： 已知曲线$y = ax^2$与$\boldsymbol{y} = \mathrm{e}^x$相切，则$a =$　　　　。

练习：

2.曲线$y = x^2 - 3x$在点（____,____）处的切线平行于x轴.

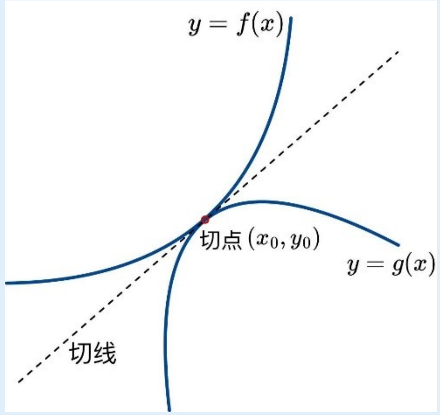
3.曲线$y = x^2 + ax + b$与$y = x^3 + 2$在点$(2,1)$处相切，则$a =$ ____，$b =$ _____.

知识储备

2.两曲线的位置关系

- 如果切线$\boldsymbol{l_1} \parallel \boldsymbol{l_2}$，则它们的斜率相等，即$\boldsymbol{k_1} = \boldsymbol{k_2}$
- 曲线$y = f(x)$和$y = g(x)$在点(x_0, y_0)处相切，则有

$$\begin{cases} y_0 = f(x_0) = g(x_0) & \text{点在两条线上} \\ f'(x_0) = g'(x_0) & x_0\text{处有共同切线} \end{cases}$$



练习解答

2.曲线$y=x^2-3x$在点（____,____）处的切线平行于x轴.

解：设切点为(x_0,y_0).

因为$y'=2x-3$，而x轴的斜率为0，

所以$2x_0-3=0$，得到$x_0=\frac{3}{2}$，

进而$y_0=\left(\frac{3}{2}\right)^2-3\times\frac{3}{2}=-\frac{9}{4}$

所以点坐标为$\left(\frac{3}{2},-\frac{9}{4}\right)$.

3.曲线$y=x^2+ax+b$与$y=x^3+2$在点$(1,3)$处相切，则$a=$_____，$b=$_____.

解：两函数的导数为$y'=2x+a$和$y'=3x^2$

因为点在两条曲线上，且在该点处两曲线的切线斜率一致，所以有

$$\begin{cases}3=1+a+b\\ 2+a=3\end{cases}$$

解方程得$a=1,b=1$.

典型例题

题型二：利用函数的四则运算法则求导数

例3：计算下面导数y'

（1）$y=x^5+2^x+\log_3 x-e^2$

（2）$y=\sqrt[3]{x}\left(2x^3-\sin x\right)$

（3）$y=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$

知识储备

1.基本导数公式★

类型	求导公式	
常值函数	$C'=0$ （C为常数）;	
幂函数	$(x^n)'=nx^{n-1}$（n为常数）;	
指数函数	$(a^x)'=a^x\ln a$（$a>0$且$a\neq 1$）; 特别地 $(e^x)'=e^x$;	
对数函数	$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$（$a>0$且$a\neq 1$）; 特别地 $(\ln x)'=\frac{1}{x}$;	
三角函数	$(\sin x)'=\cos x$;	$(\cos x)'=-\sin x$;
	$(\tan x)'=\sec^2 x$;	$(\cot x)'=-\csc^2 x$;
	$(\sec x)'=\sec x\tan x$;	$(\csc x)'=-\csc x\cot x$;
反三角函数	$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;	$(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;
	$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$;	$(\operatorname{arccot} x)'=-\frac{1}{1+x^2}$.

2.四则运算求导法则

(1) $(u+v)'=u'\pm v'$

(2) $(u\cdot v)'=u'\cdot v+u\cdot v'$

(3) $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$

典型例题

题型二：利用函数的四则运算法则求导数

练习：4.计算下面导数

1) $y=5x^2+3\log_3 x+\cos 2$

2) $y=\left(x^2+3x\right)(x-2)$

3) $y=\left(\sqrt{x}+4\right)x^3$

4) $y=x\sin x-x^2$

5) $f(x)=\left(x^2+3\right)\sin x$，求$f'(1),f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

知识储备

1.基本导数公式★

类型	求导公式	
常值函数	$C'=0$ （C为常数）；	
幂函数	$(x^n)'=nx^{n-1}$（n为常数）；	
指数函数	$(a^x)'=a^x\ln a$（$a>0$且$a\neq1$）；特别地 $(e^x)'=e^x$；	
对数函数	$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$（$a>0$且$a\neq1$）；特别地 $(\ln x)'=\frac{1}{x}$；	
三角函数	$(\sin x)'=\cos x$；	$(\cos x)'=-\sin x$；
	$(\tan x)'=\sec^2 x$；	$(\cot x)'=-\csc^2 x$；
	$(\sec x)'=\sec x\tan x$；	$(\csc x)'=-\csc x\cot x$；
反三角函数	$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$；	$(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$；
	$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$；	$(\text{arccot}\, x)'=-\frac{1}{1+x^2}$.

2.四则运算求导法则★

(1) $(u+v)'=u'\pm v'$

(2) $(u\cdot v)'=u'\cdot v+u\cdot v'$

(3) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$

练习解答

1) $y' = \left(5x^2\right)' + (3\log_3 x)' + (\cos 2)' = 10x + \dfrac{3}{x\ln 3}$

2) $y' = \left(x^2+3x\right)'(x-2) + \left(x^2+3x\right)(x-2)' = \left(x^3+x^2-6x\right)' = 3x^2+2x-6$

3) $y' = [(\sqrt{x}+4)x^3]' = \left(x^{\frac{7}{2}} + 4x^3\right)' = \dfrac{7}{2}x^{\frac{5}{2}} + 12x^2$

4) $y' = (x\sin x)' - \left(x^2\right)' = \sin x + x\cos x - 2x$

5) 因为$f'(x) = \left(x^2+3\right)'\sin x + \left(x^2+3\right)(\sin x)' = 2x\sin x + \left(x^2+3\right)\cos x$

所以$f'(1) = 2\sin 1 + 4\cos 1$， $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \pi \times 1 + \left(\dfrac{\pi^2}{4} + 3\right)\cdot 0 = \pi$

广西专升本考试

谢谢观看！

广西交通职业技术学院
通识教学部