

典型例题

题型一: 利用四则运算法则求极限

计算下列极限

$$1.\lim_{x \to 1} \frac{2x^2 + x - 5}{3x - 1}$$

$$2.\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

$$3.\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 6}{2x^3 - 2x + 9}$$

$$4.\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2 + 5x - 1}{x^3 - 3x^2 + 6}$$

$$5.\lim_{x \to +\infty} \frac{3^{x} + 2^{x}}{3^{x+1} + 2^{x+1}}$$

知识储备

常见计算类型与方法

1.
$$\lim_{x \to a} f(x)$$
: 代入 $x = a$

- 2. $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ 型: 约去公因式
- 3. 有理分式型

$$\lim_{x \to \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m}, & m = n \\ 0, & m > n \\ \infty, & m < n \end{cases}$$

(这里, $a_n \neq 0, b_m \neq 0, m$ 、n为正整数)

$$\frac{0}{a} = 0, \qquad \frac{a}{0} = \infty \quad (a \neq 0)$$

$$\lim_{x \to +\infty} p^x = 0 \ \ \textbf{(}0 < |p| < 1\textbf{)}$$

典型例题

题型一: 利用四则运算法则求极限

练习: 计算下列极限

- $1). \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \ln(3 \sin x)$
- **2)** $\lim_{x \to 4} \frac{2 \sqrt{x}}{\sqrt{1 + 2x} 3}$
- $3) \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2 2x}}{2x}$

知识储备

常见计算类型与方法

- 1. $\lim_{x \to a} f(x)$: 代入x = a
- 2. $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ 型: 约去公因式
- 3. 有理分式型

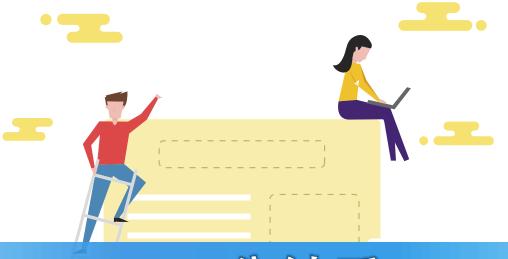
$$\lim_{x \to \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m}, & m = n \\ 0, & m > n \\ \infty, & m < n \end{cases}$$

(这里, $a_n \neq 0, b_m \neq 0, m$ 、n为正整数)

$$\frac{0}{a} = 0, \qquad \frac{a}{0} = \infty \quad (a \neq 0)$$

$$\lim_{x \to 0} n^x = 0 \quad (0 < |n| < 1)$$

$$\lim_{x \to +\infty} p^x = 0 \ \ \textbf{(}0 < |p| < 1\textbf{)}$$



……15分钟后



典型例题

题型一: 利用四则运算法则求极限

练习: 计算下列极限

1). $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \ln(3 - \sin x)$

ln 2

2) $\lim_{x \to 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{1 + 2x} - 3}$

 $-\frac{3}{4}$

 $3) \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - 2x}{2x}$

 $\frac{1}{2}$

知识储备

常见计算类型与方法

- 1. $\lim_{x \to a} f(x)$: 代入x = a
- 2. $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ 型: 约去公因式
- 3. 有理分式型

$$\lim_{x \to \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m}, & m = n \\ 0, & m > n \\ \infty, & m < n \end{cases}$$

(这里, $a_n \neq 0, b_m \neq 0, m$ 、n为正整数)

应 知 应 会

$$\frac{0}{a}=0, \qquad \frac{a}{0}=\infty \quad (a\neq 0)$$

$$\lim_{x \to +\infty} p^x = 0 \ \ \textbf{(}0 < |p| < 1\textbf{)}$$

2)
$$\lim_{x \to 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{1 + 2x} - 3}$$

原式=
$$\lim_{x \to 4} \frac{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})(\sqrt{1+2x}+3)}{(\sqrt{1+2x}-3)(2+\sqrt{x})(\sqrt{1+2x}+3)}$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{(4-x)(\sqrt{1+2x}+3)}{2(x-4)(2+\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \to 4} \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{1+2x}+3}{2+\sqrt{x}}\right)$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{6}{4}$$

$$= -\frac{3}{4}$$

3)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - 2x}{2x}$$

原式=
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{\sqrt{x^2+2} - 2x}{x}}{\frac{2x}{x}}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{\frac{x^2-2}{x^2} - 2}}{2}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{1-\frac{2}{x^2} - 2}}{2}$$

$$= \frac{1-2}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

典型例题

题型一: 利用四则运算法则求极限

计算下列极限

$$6.\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

知识储备

常见计算类型与方法

典型例题

题型一: 利用四则运算法则求极限

计算下列极限

$$6.\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

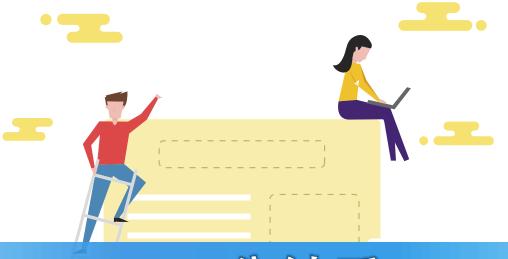
练习: 计算下列极限

- **4)** $\lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{x^2-4} \frac{1}{x-2} \right)$
- **5)** $\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 1} \sqrt{x^2 + 1})$
- **6)** $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{2x^3 + 5x^2}{x^2 + x 2} 2x \right)$

知识储备

常见计算类型与方法

4.
$$\infty - \infty$$
型: 通分,转变为 $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ 或其他形式



……15分钟后



典型例题

题型一: 利用四则运算法则求极限

计算下列极限

$$6.\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

练习: 计算下列极限

- **4)** $\lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{x^2-4} \frac{1}{x-2} \right)$
- 5) $\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 1} \sqrt{x^2 + 1})$
- **6)** $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{2x^3 + 5x^2}{x^2 + x 2} 2x \right)$

3

 ∞

知识储备

常见计算类型与方法

4. ∞ - ∞ 型: 通分,约去公因式

4)
$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{1}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right)$$

原式=
$$\lim_{x \to 2} \frac{1 - (x+2)}{x^2 - 4}$$
$$= \lim_{x \to 2} \frac{-1 - x}{x^2 - 4}$$
$$= \infty$$

5)
$$\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})$$

原式=
$$\lim_{x \to \infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})(\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{(x^2 - 1) - (x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{-2}{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$= 0$$

6)
$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^3 + 5x^2}{x^2 + x - 2} - 2x \right)$$

原式=
$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 2x(x^2 + x - 2)}{x^2 + x - 2}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{3x^2 + 4x}{x^2 + x - 2}$$

$$= 3$$



典型例题

题型二:已知极限值,求常数

7. 已知极限
$$\lim_{x\to 2} \frac{k-x^2+6x}{x-2} = 2$$
,

则常数
$$k =$$
____。

知识储备

将函数整理为典型结构(如:分式), 分析得到结果的可能性。

典型例题

题型二:已知极限值,求常数

7. 已知极限
$$\lim_{x\to 2} \frac{k-x^2+6x}{x-2} = 2$$
,

则常数k =____。

练习:

7)
$$\exists \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - x + a \right) = 2$$
, 则常数

$$a =$$
____.

知识储备

解题思路:

将函数整理为典型结构(如:分式), 分析得到结果的可能性。



……6分钟后



典型例题

题型二:已知极限值,求常数

7. 已知极限
$$\lim_{x\to 2} \frac{k-x^2+6x}{x-2} = 2$$
,

则常数k =____。

练习:

7) 已知
$$\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - x + a \right) = 2$$
,则常数

知识储备

解题思路:

将函数整理为典型结构(如:分式), 分析得到结果的可能性。

$$7) \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - x + a \right)$$

$$= \lim_{x \to \infty} \left[\frac{x^2 + 1 - x(x+1)}{x+1} + a \right]$$

$$= \lim_{x \to \infty} \left[\frac{x^2 + 1 - (x^2 + x)}{x + 1} + a \right]$$

$$= \lim_{x \to \infty} \left(\frac{-x+1}{x+1} + a \right)$$

$$= -1 + a$$

因为
$$-1 + a = 2$$

所以 $a = 3$



