

广西专升本考试

公共科目

数 学



广西交通职业技术学院
通识教学部

典型例题

题型一：函数的单调区间和极值

例1：计算下列函数单调区间和极值

(1) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 13$

定义域

导数 y'

驻点

y' 不存在的点

增区间

减区间

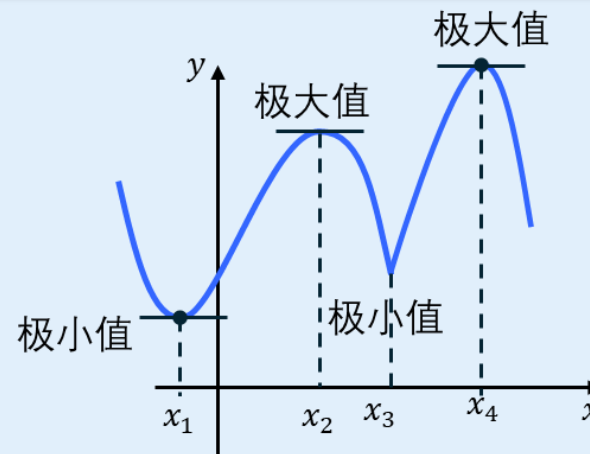
极大值点为_____，极小值为_____。

知识储备

1.单调性与导数的关系

定理：若函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，则有

- (1) 若在 (a, b) 内 $f'(x) > 0$ ，则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递增；
- (2) 若在 (a, b) 内 $f'(x) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递减。



2.极值点 $x = x_0$ 处导数的特征

$f'(x_0) = 0$ (驻点) 或 $f'(x_0)$ 不存在
极值点左右两侧的单调性不同

典型例题

题型一：函数的单调区间和极值

例1：计算下列函数单调区间和极值

(2) $y = 2x - 3x^{\frac{2}{3}}$

定义域

导数 y'

驻点

y' 不存在的点

增区间

减区间

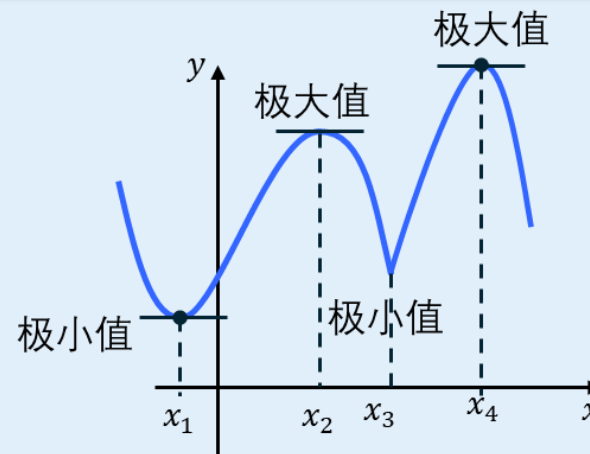
极大值点为_____，极小值为_____。

知识储备

1.单调性与导数的关系

定理：若函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，则有

- (1) 若在 (a, b) 内 $f'(x) > 0$ ，则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递增；
- (2) 若在 (a, b) 内 $f'(x) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递减。



2.极值点 $x = x_0$ 处导数的特征

$f'(x_0) = 0$ (驻点) 或 $f'(x_0)$ 不存在
极值点左右两侧的单调性不同

模块三 一元函数导数的应用

通识教学部

典型例题

知识储备

练习1：求下列函数的单调区间和极值

函数	$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 3$	$y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3$	$y = \sqrt[3]{x^2}$
定义域			
导数 y'			
驻点			
y' 不存在的点			
增区间			
减区间			



■ 模块三 一元函数导数的应用

通识教学部

典型例题

知识储备

练习1：求下列函数的单调区间和极值

函数	$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 3$	$y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3$	$y = \sqrt[3]{x^2}$
定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$
导数 y'	$y' = 6x^2 - 6x - 12$	$y' = 2x^3 - 6x^2$	$y' = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$
驻点	$x = 2, x = -1$	$x = 0, x = 3$	无
y' 不存在的点	无	无	$x = 0$
增区间	$(-\infty, -1)$ 和 $(2, +\infty)$	$(3, +\infty)$	$(0, +\infty)$
减区间	$(-1, 2)$	$(-\infty, 0)$ 和 $(0, 3)$	$(-\infty, 0)$

典型例题

题型二：函数的凹凸区间和拐点

例3：计算下列函数凹凸区间和拐点

$$y = y = 6x - 24x^2 + x^4$$

定义域

导数 y'

二阶导 y''

$y'' = 0$
的点

y'' 不存在的
点

凹区间

凸区间

所以，拐点为_____。

知识储备

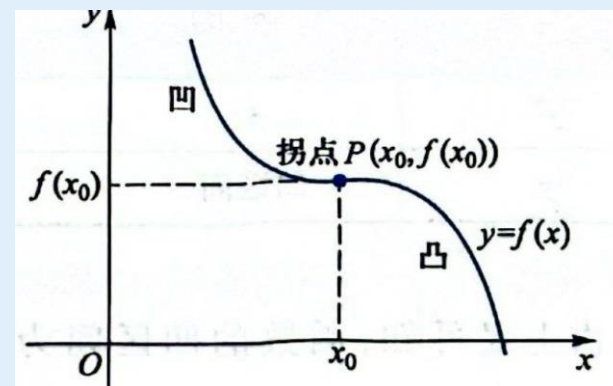
1.凹凸性与二阶导数的关系

函数凹凸性判定定理

设函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 内具有二阶导数, 则

(1) 若在 (a,b) 内, $f''(x) > 0$, 则曲线 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是凹的;

(2) 若在 (a,b) 内, $f''(x) < 0$, 则曲线 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是凸的.



2.拐点处导数 $f''(x)$ 的特征

$$f''(x_0) = 0 \text{ 或 } f''(x_0) \text{ 不存在}$$

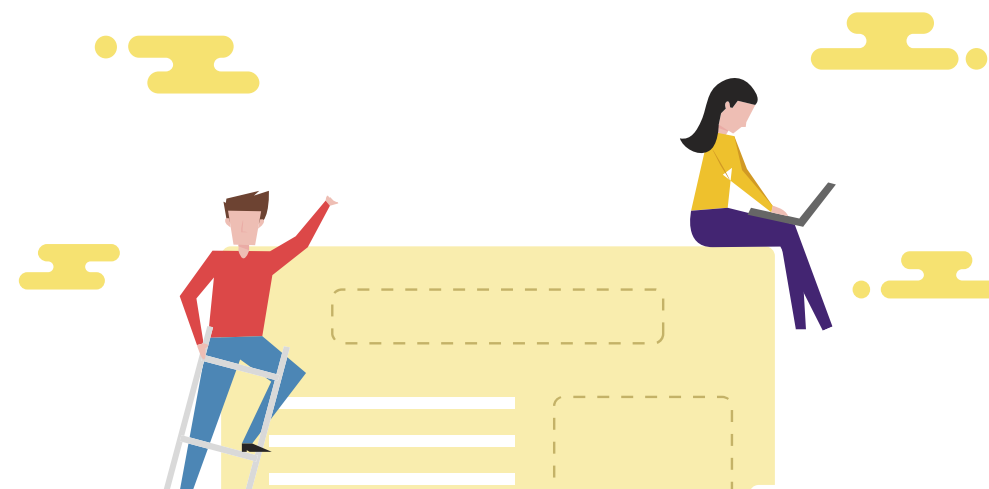
拐点左右两侧的凹凸性不同

典型例题

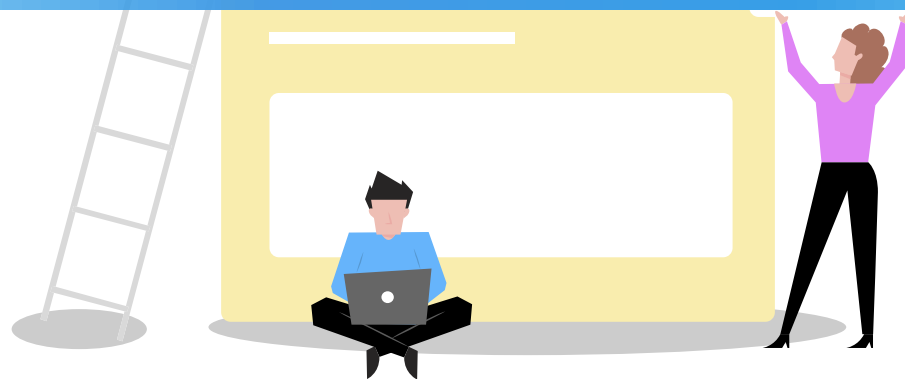
知识储备

练习2：求下列函数的凹凸区间和拐点

函数	$y = x^3 - 3x^2 - 1$	$y = x + \frac{1}{x + 1}$
定义域		
导数 y'		
二阶导数 y''		
$y'' = 0$ 的点		
y'' 不存在的点		
凹区间		
凸区间		



.....10分钟后



■ 模块三 一元函数导数的应用

通识教学部

典型例题

知识储备

练习2：求下列函数的凹凸区间和拐点

函数	$y = x^3 - 3x^2 - 1$	$y = x + \frac{1}{x+1}$
定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$
导数 y'	$y' = 3x^2 - 6x$	$y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$
二阶导数 y''	$y'' = 6x - 6$	$y'' = \frac{2}{(x+1)^3}$
$y'' = 0$ 的点	$x = 1$	无
y'' 不存在的点	无	无
凹区间	$(1, +\infty)$	$(-1, +\infty)$
凸区间	$(-\infty, 1)$	$(-\infty, -1)$

广西专升本考试

谢谢观看！



广西交通职业技术学院
通识教学部