2025 年广西普通高等教育专升本考试模拟卷(5)

答案及解析

1. **答案：C**

答案解析：因为$f(0)=\sqrt{4-0}=\sqrt{4}=2$，答案选 C.

2. **答案：C**

答案解析：函数在某点连续，则该点处左右极限相等且等于该点的函数值.$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}\mathrm{e}^x=1$，$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}(x+a)=a=f(0)$，因为函数$f(x)$连续，所以$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=a=1$，答案选 C.

3. 答案：D

答案解析：$\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}x^2=1$，$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}lnx=0$，$\lim\limits_{x\to1^-}f(x)\neq\lim\limits_{x\to1^+}f(x)$，所以$x=1$是跳跃间断点。答案选 D.

4.**答案：B**

答案解析：

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+\sin x}{x-\sin x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{\sin x}{x}}{1-\frac{\sin x}{x}}$$

答案选 B.

5.**答案：D**

答案解析：A、B、C、D 选项中的函数的定义域为整个实数域 R,

选项 A,$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$为偶函数；

选项 B,$f(-x)=(-x)^3+1=-x^3+1$,为非奇非偶函数；

选项 C,$f(-x)=cos(-x)=cosx=f(x)$为偶函数；

选项 D,$f(-x)=(-x)^3-(-x)=-x^3+x=-f(x)$,为奇函数；

答案选 D.

6. **答案：D**

答案解析：由函数微分公式 $\mathrm{d}y=y'\mathrm{d}x=(\sqrt[3]{x}+lnx)'\mathrm{d}x=(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}+\frac{1}{x})\mathrm{d}x$，答案选 D.

7. **答案：A**

答案解析：根据不定积分与求导的互逆关系，$[\int f(x)\mathrm{d}x]'=f(x)$，答案选 A.

8. **答案：C**

答案解析：根据定积分的区间可加性，$\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=8$，答案选 C.

9.**答案：**B

答案解析：$f'(x)=(\mathrm{e}^x-3x)'=\mathrm{e}^x-3$，令$f'(x)$=0，求得驻点$x=ln3$,当$x<ln3$时，$f'(x)<0$,函数单调递减；当$x>ln3$时，$f'(x)>0$,函数单调递增，所以单调递减为$(-\infty,ln3)$，答案选 B.

10.答案：A

答案解析：分离变量可得$\frac{\mathrm{d}y}{y^2}=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$，两边积分$\int\frac{\mathrm{d}y}{y^2}=\int\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$，求解可得通解

$$y=-\frac{1}{\mathrm{e}^x+C}$$

带入初始条件$y(0)=1$得 $1=-\frac{1}{\mathrm{e}^0+C}$，解得$C=-2$，所以特解为$y=-\frac{1}{\mathrm{e}^x-2}$

答案选 A.

11.答案：$[-5，5)$

答案解析：要使函数有意义，需满足 $5-x>0$ 且$-1\leq\frac{x-1}{6}\leq1$，解得 $5>x$ 且$-5\leq x\leq7$，所以函数的定义域为$[-5，5)$.

12.**答案：**$x-y+2=0$

答案解析：先对$y' = (e^x+1)' = e^x$，在点(0,2)处的切线斜率$k = y'|_{x=0} = 1$.根据点斜式方程，切线方程为$y-2 = 1\times(x-0)$，整理得$y = x+2$ 或$x-y+2 = 0$.

13. **答案**： 0

答案解析：

令$f(x)$=x^5cosx，因为$f(x)$的定义域为整个实数域 R,$cos(-x) = cosx$，$cosx$为偶函数，x^5为奇函数，根据奇函数 X 偶函数=奇函数,所以$f(x)$=x^5cosx为奇函数，根据奇函数在关于原点对称的区间上积分为 0，所以$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^5cosx\,dx = 0$.

14.**答案**：$tan(x^2+1)$ + C

答案解析：由不定积分的性质可得$\int F'(x)dx = F(x)+C$可得$\int [tan(x^2+1)]'dx = tan(x^2+1)$ + C

15.求极限$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{\pi}{2}-arctanx}{lnx}$.

解：原式 $= \lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{\pi}{2}-arctanx)\cdot\frac{1}{lnx} = \lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{\pi}{2}-arctanx)\cdot\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{lnx}$

$= (\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2})\times 0 = 0$

16.求极限$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{4}{3x}\right)^{3x}$.

解：原式 $= \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{4}{3x}\right)^{3x\cdot(-\frac{1}{4})\cdot(-4)} = [\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{4}{3x}\right)^{(-\frac{3x}{4})}]^{-4} = e^{-4}$

17.已知函数$y = \sqrt{x}-\frac{arctanx}{3}$，求二阶导$y''$.

解：$y' = \left[\sqrt{x}-\frac{arctanx}{3}\right]' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1+x^2}$

$$y''=(y')'=(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1+x^2})'=-\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}}+\frac{1}{3}\cdot(1+x^2)^{-2}\cdot(x^2)'$$
$$=-\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}}+\frac{2x}{3}\cdot(1+x^2)^{-2}$$

18.求不定积分$\int x\cdot sin(x^2)\,\mathrm{d}x$.

解：原式 $=\int sin(x^2)\cdot\frac{1}{2}\mathrm{d}(x^2)=\frac{1}{2}\int sin(x^2)\,\mathrm{d}(x^2)=-\frac{1}{2}\cos(x^2)+C$

19.求微分方程$y''=x^2+e^x$满足初值条件$y|_{x=0}=0, y'|_{x=0}=1$ 的特解.

解：$y'=\int(x^2+e^x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3+e^x+C_1$

$y=\int(\frac{1}{3}x^3+e^x)\mathrm{d}x=\frac{1}{12}x^4+e^x+C_1x+C_2$

故微分方程的通解为$y=\frac{1}{12}x^4+e^x+C_1x+C_2$

将初值条件$y'|_{x=0}=1$，$y|_{x=0}=0$ 代入，解得$C_1=0, C_2=-1$

故微分方程的特解为$y=\frac{1}{12}x^4+e^x-1$

20.求定积分$\int_1^4\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$

解：

$$\int_1^4\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=\int_1^4 2\ln x\mathrm{d}\sqrt{x}$$

$$=[2\sqrt{x}\ln x]_1^4-\int_1^4\frac{2}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$$

$$=8\ln 2-[4\sqrt{x}]_1^4$$

$$=4(2\ln 2-1)$$

21.求微分方程$y''-4y'+5y=0$ 的通解.

解：分解因式求解特征方程：$r^2-4r+5=0$

利用求根公式解得特征根为：$r=2\pm i$

所以原微分方程的通解为 $y(x)=e^{2x}(C_1\cos(x)+C_2\sin(x))$，其中$C_1$，$C_2$为任意常数.

22.解：总成本函数$C(q)=20000+100q$,则总利润函数为

$$L=R(q)-C(q)=\begin{cases}300q-\dfrac{1}{2}q^2-20000, 0\le q\le 400,\\ 60000-100q\,,\ q>400,\end{cases}$$

求导得

$$L'(q)=\begin{cases}300-q, 0\le q\le 400,\\ -100\,,\ q>400,\end{cases}$$

令$L'(q)=0$ 得 $q=300$,因$L''(300)<0$,所以$L(300)=25000$ 为极大值也就是最大值.

所以每月生产 300 台时总利润最大，此时最大利润为 25000 元.

23. 解：

（1）联立方程组$\begin{cases}y^2=2x\\ y=x-4\end{cases}$得$x=2$ 或$x=8$

则交点坐标为$(2,-2)$、$(8,4)$.

（2）选取y为积分变量，应用公式，所求平面区域D面积为

$$S=\int_{-2}^{4}\left(y+2-\frac{1}{2}y^2\right)\mathrm{d}y=(\frac{1}{2}y^2+4y-\frac{1}{6}y^3)|_{-2}^{4}=18$$