广西专升本考试

公共科目

数 学

广西交通职业技术学院
通识教学部

典型例题

题型一：利用不定积分的定义和性质求解

例1：填空

（1）设$f'(x)$是连续函数，则不定积分$\int f'(x)\,\mathrm{d}x=$ 【　】

A.$f(x)$　B.$f'(x)$　C.$f(x)+C$　D.$f'(x)+C$

(2) $\int [\mathrm{e}^x(\sin x-\cos^2 x)]'\,\mathrm{d}x=$ __________.

(3) $\int \mathrm{d}(\sin 2x+6x^3)=$ __________.

(4) $\mathrm{d}\left(\int \frac{1}{1+x}\mathrm{d}x\right)=$ __________。

知识储备

1.不定积分与导数的关系

$$F(x) \xrightarrow{\text{求导}} f(x)$$

$$f(x) \xrightarrow{\text{不定积分}} F(x)+C$$

2.不定积分的性质

① $[\int f(x)dx]'=f(x)$或$d[\int f(x)dx]=f(x)\,dx$

② $\int f'(x)dx=f(x)+C$或$\int df(x)dx=f(x)+C$

③ $\int[\alpha f(x)\pm\beta g(x)]\,dx=\alpha\int f(x)dx\pm\beta\int g(x)dx$

典型例题

题型一：利用不定积分的定义和性质求解

练习1.填空

(1) $d\left[\int \frac{2x}{1+x^2}dx\right]=$________，$\int d\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)=$______.

(2) $\left[\int \frac{2x}{1+x}dx\right]'=$______，$\int\left(\frac{2x}{1+x}\right)'dx=$______.

(3)已知$y=\int(5x^4+2x)\,dx$，则$y'=$______。

(4)若$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，则$[\int f(x)\,dx]'=$______。

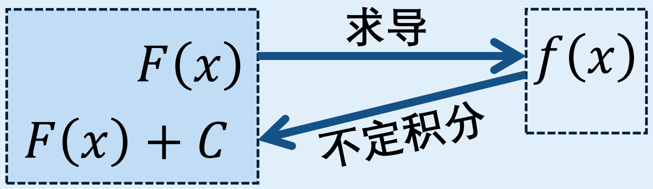
(5)已知$f(x)$的导数为$3x^2$，则$\int f'(x)\,dx=$______。

(6)已知$F'(x)=e^x$，则$\int F''(x)\,dx=$______。

(7)若$f(x)$的一个原函数为$\sin x$，则$[\int f(x)\,dx]'\Big|_{x=\frac{\pi}{2}}=$______.

知识储备

1.不定积分与导数的关系



2.不定积分的性质

① $[\int f(x)dx]'=f(x)$或$d[\int f(x)dx]=f(x)\,dx$

② $\int f'(x)dx=f(x)+C$或$\int df(x)dx=f(x)+C$

③ $\int[\alpha f(x)\pm\beta g(x)]\,dx=\alpha\int f(x)dx\pm\beta\int g(x)dx$

■ 模块三 一元函数导数的应用

典型例题

题型一：利用不定积分的定义和性质求解

练习1.填空

(1) $d\left[\int \frac{2x}{1+x^2}dx\right]=$ $\boldsymbol{\frac{2x}{1+x^2}dx}$ $\int d\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)=$ $\frac{2x}{1+x^2}+C$

(2) $\left[\int \frac{2x}{1+x}dx\right]'=$ $\frac{2x}{1+x}$，$\int \left(\frac{2x}{1+x}\right)'dx=$ $\frac{2x}{1+x}+C$

(3)已知$y=\int(5x^4+2x)\,dx$，则 $y'=$ $(5x^4+2x)$

(4)若$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，则$\left[\int f(x)\,dx\right]'=$ $f(x)$

(5)已知$f(x)$的导数为$3x^2$，则$\int f'(x)\,dx=$ x^3+C 。

(6)已知$F'(x)=e^x$，则$\int F''(x)\,dx=$ e^x+C 。

(7)若 $f(x)$ 的一个原函数为$\sin x$ ，则$\left[\int f(x)\,dx\right]'\Big|_{x=\frac{\pi}{2}}=$ 0 。

知识储备

1.不定积分与导数的关系

$$F(x) \xrightarrow{\text{求导}} f(x)$$

$$F(x)+C \xleftarrow{\text{不定积分}} f(x)$$

2.不定积分的性质

① $\left[\int f(x)dx\right]'=f(x)$或$d\left[\int f(x)dx\right]=f(x)\,dx$

② $\int f'(x)dx=f(x)+C$或$\int df(x)dx=f(x)+C$

③ $\int[\alpha f(x)\pm\beta g(x)]\,dx=\alpha\int f(x)dx\pm\beta\int g(x)dx$

典型例题

题型二：直接积分法

例2：不定积分计算

(1) $\int(3x^2+2x+1)\,dx$, (2) $\int 2^x\cdot 5^x\,dx$

(3) $\int(4\sin x+3\cos x)\,dx$, (4) $\int\frac{2}{x+2}\,dx$

知识储备

基本积分公式

(1) $\int k\mathrm{d}x=kx+C$ （k是常数）	(2) $\int e^x\,\mathrm{d}x=e^x+C$
(3) $\int a^x\,\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C$	(4) $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\lvert x\rvert+C$
(5) $\int x^\mu\,\mathrm{d}x=\frac{x^{\mu+1}}{\mu+1}+C(\mu\neq 1)$	(6) $\int\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$
(7) $\int\sin x\,\mathrm{d}x=-\cos x+C$	(8) $\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin x+C$
(9) $\int\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\arctan x+C$	(10) $\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\sec^2 x\,\mathrm{d}x$ $=\tan x+C$
(11) $\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=\int\csc^2 x\,\mathrm{d}x$ $=-\cot x+C$	(12) $\int\sec x\tan x\,\mathrm{d}x=\sec x+C$
(13) $\int\csc x\cot x\,\mathrm{d}x=-\csc x+C$	

典型例题

题型二：直接积分法

例2：不定积分计算

(1) $\int(3x^2+2x+1)\,\mathrm{d}x$, (2) $\int 2^x\cdot 5^x\,dx$

(3) $\int(4\sin x+3\cos x)\,dx$, (4) $\int\frac{2}{x+2}\,dx$

练习2. 计算不定积分

(1) $\int\frac{x^3+3x^2+2x+1}{x^2}\,dx$

(2) $\int e^x(2+e^{-x})\,dx$

(3) $\int x\sqrt{x}\,dx$

知识储备

基本积分公式

(1) $\int k\mathrm{d}x=kx+C$ （k是常数）	(2) $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$
(3) $\int a^x\,\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C$	(4) $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\lvert x\rvert+C$
(5) $\int x^\mu\,\mathrm{d}x=\frac{x^{\mu+1}}{\mu+1}+C(\mu\neq 1)$	(6) $\int \cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+C$
(7) $\int \sin x\,\mathrm{d}x=-\cos x+C$	(8) $\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin x+C$
(9) $\int\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\arctan x+C$	(10) $\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\sec^2 x\,\mathrm{d}x$ $=\tan x+C$
(11) $\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=\int\csc^2 x\,\mathrm{d}x$ $=-\cot x+C$	(12) $\int\sec x\tan x\,\mathrm{d}x=\sec x+C$
(13) $\int\csc x\cot x\,\mathrm{d}x=-\csc x+C$	

……10分钟后

(1)$\int \frac{x^3+3x^2+2x+1}{x^2}\ dx$

解：原式$=\int \left(x+3+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)dx$

$=\int\ xdx+\int\ 3dx+\int\ \frac{2}{x}dx+\int\ \frac{1}{x^2}dx$

$=\frac{x^2}{2}+3x+2\ln|x|-\frac{1}{x}+C$

(2) $\int e^x(2+e^{-x})\ dx$

解：原式$=\int\ (2e^x+1)\ dx$

$=\int\ 2e^x\ dx+\int\ 1\ dx$

$=2e^x+x+C$

(3)$\int\ x\sqrt{x}\ dx$

解：原式$=\int\ x^{\frac{3}{2}}\ dx=\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+C$

典型例题

题型二：直接积分法

例3：不定积分计算

(1) $\int \frac{1}{x(x+1)}dx$, (2) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)}dx$

(3) $\int \frac{3x^2+2x+5}{x+1}dx$

解答

练习3. 计算不定积分

(1) $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)}dx$,(2) $\int \frac{x^4}{1+x^2}dx$

(3) $\int \frac{4x}{(x-1)(x+3)}dx$

知识储备

基本积分公式

(1)$\int k\mathrm{d}x = kx + C$ （k是常数）	(2)$\int e^x\,\mathrm{d}x = e^x + C$
(3)$\int a^x\,\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$	(4)$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$
(5)$\int x^\mu\,\mathrm{d}x = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1} + C(\mu \neq 1)$	(6)$\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$
(7)$\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$	(8)$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \arcsin x + C$
(9)$\int \frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x = \arctan x + C$	(10)$\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \int \sec^2 x\,\mathrm{d}x = \tan x + C$
(11)$\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \int \csc^2 x\,\mathrm{d}x = -\cot x + C$	(12)$\int \sec x\tan x\,\mathrm{d}x = \sec x + C$
(13)$\int \csc x\cot x\,\mathrm{d}x = -\csc x + C$	

……10分钟后

练习解答

(1) $$\int \frac{1}{x^2(1+x^2)}dx$$

解：原式 $$= \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{1+x^2}\right)dx$$

$$= -\frac{1}{x} - \arctan(x) + C$$

(2) $$\int \frac{x^4}{1+x^2}dx$$

解：原式 $$= \int \left(x^2 - 1 + \frac{1}{1+x^2}\right)dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - x + \arctan(x) + C$$

(3) $$\int \frac{4x}{(x-1)(x+3)}dx$$

解：原式 $$= \int \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+3}\right)dx$$

$$= \ln|x-1| + 3\ln|x+3| + C$$

广西专升本考试

谢谢观看！

广西交通职业技术学院
通识教学部