

广西专升本考试

公共科目

数 学



广西交通职业技术学院
通识教学部

典型例题

题型一：重要极限之 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

例题：计算下列极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan 3x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 2x - x}$$

知识储备

围绕特征，凑形式：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\textcircled{1} \frac{0}{0} \text{型}$$

$$\textcircled{2} \frac{\sin \Delta}{\Delta} \text{ 或 } \frac{\Delta}{\sin \Delta}$$

典型例题

题型一：重要极限之 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

练习：

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^5}{x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x^2}{\sin x + x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{\sin 3x}$

知识储备

围绕特征，凑形式：

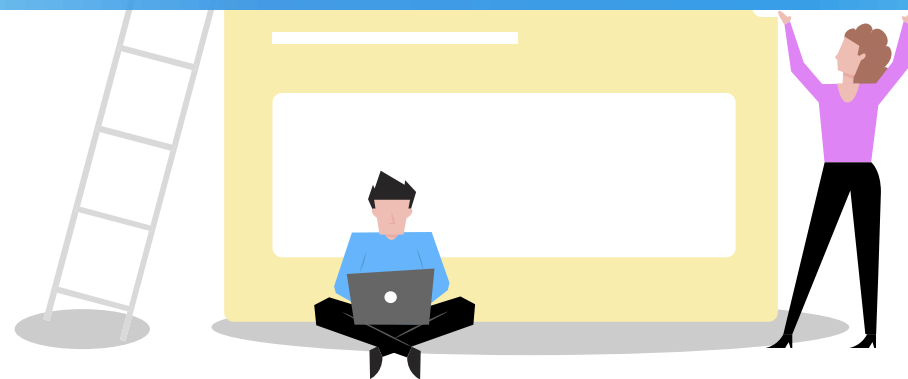
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

① $\frac{0}{0}$ 型

② $\frac{\sin \Delta}{\Delta}$ 或 $\frac{\Delta}{\sin \Delta}$



.....12分钟后



典型例题

题型一：重要极限之 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

练习：

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^5}{x}$ 0

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x^2}{\sin x + x}$ $\frac{1}{2}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{\sin 3x}$ $-\frac{2}{3}$

知识储备

围绕特征，凑形式：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

① $\frac{0}{0}$ 型

② $\frac{\sin \Delta}{\Delta}$ 或 $\frac{\Delta}{\sin \Delta}$

练习解答

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^5}{x}$$

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^5}{x^5} \cdot x^4 \\ &= 1 \times 0 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x^2}{\sin x + x}$$

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x} - \frac{x^2}{x}}{\frac{\sin x}{x} + \frac{x}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x} - x}{\frac{\sin x}{x} + 1} \\ &= \frac{1}{1+1} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{\sin 3x}$$

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^2}{x} - \frac{2x}{x}}{\frac{\sin 3x}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2}{\frac{\sin 3x}{3x} \times 3} \\ &= -\frac{2}{1 \times 3} \\ &= -\frac{2}{3}\end{aligned}$$



典型例题

题型二：重要极限之 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

例题：计算下列极限

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x+1}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 5x)^{\frac{2}{x}}$$

知识储备

围绕特征，凑形式：

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

① 1^∞ 型

② $(1 + \Delta)^\nabla$

这里 Δ 和 ∇ 互为倒数

典型例题

题型二：重要极限之 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

练习：

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-3}\right)^x$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{2x}\right)^{-x}$

知识储备

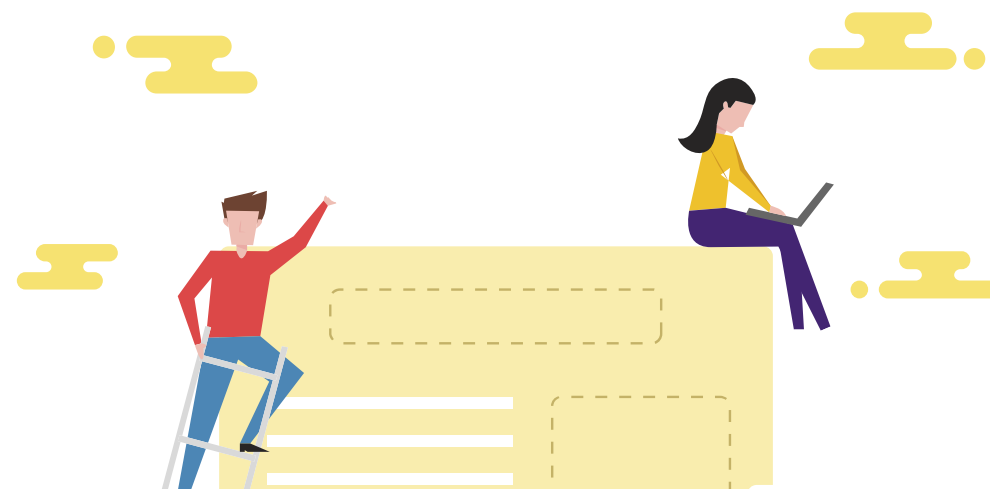
围绕特征，凑形式：

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

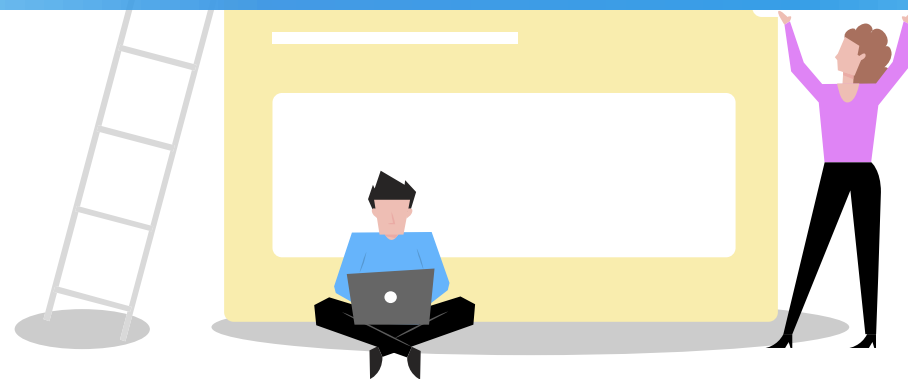
① 1^∞ 型

② $(1 + \Delta)^\nabla$

这里 Δ 和 ∇ 互为倒数



.....12分钟后



典型例题

题型二：重要极限之 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

练习：

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x \quad e^2$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-3}\right)^x \quad e^2$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{2x}\right)^{-x} \quad e^{-\frac{1}{2}}$$

知识储备

围绕特征，凑形式：

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

① 1^∞ 型

② $(1 + \Delta)^\nabla$

这里 Δ 和 ∇ 互为倒数

练习解答

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

$$\text{原式} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2} \cdot 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}}\right]^2$$

$$= e^2$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-3}\right)^x$$

$$\text{原式} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-3}\right)^{\frac{x-3}{2} \times \left(\frac{2}{x-3} \cdot x\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{2}{x-3}\right)^{\frac{x-3}{2}}\right]^{\frac{2x}{x-3}}$$

$$= e^2$$

$$= e^2$$

这里, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x-3} = 2$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{2x}\right)^{-x}$$

$$\text{原式} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$= e^{-\frac{1}{2}}$$

典型例题

题型：已知极限，求常数

例题：计算下列极限

(6) 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{ax} = e^{-2}$ ，则

常数 $a =$ _____。

知识储备

1. 围绕特征计算极限结果，
2. 对比条件，算出常数

典型例题

题型：已知极限，求常数

练习：

7) 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x^2 + 2x} = 3$ ，则常数 $k =$ _____。

8) 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{kx}\right)^x = e^3$ ，则常数 $k =$ _____。

知识储备

1. 围绕特征计算极限结果，
2. 对比条件，算出常数



典型例题

题型：已知极限，求常数

练习：

7) 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x^2 + 2x} = 3$, 则常数 $k = \underline{6}$ 。

8) 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{kx}\right)^x = e^3$, 则常数 $k = \underline{-\frac{1}{3}}$ 。

知识储备

1. 围绕特征计算极限结果，
2. 对比条件，算出常数

练习解答

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x^2 + 2x}$$

$$\text{原式} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{kx} \cdot \frac{k}{(x+2)}$$

$$= 1 \times \frac{k}{2}$$

$$= \frac{k}{2}$$

因为 $\frac{k}{2} = 3$, 所以 $k = 6$.

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{kx}\right)^x$$

$$\text{原式} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{kx}\right)^{-kx \cdot \frac{1}{-k}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 - \frac{1}{kx}\right)^{-kx} \right]^{-\frac{1}{k}}$$

$$= e^{-\frac{1}{k}}$$

因为 $e^{-\frac{1}{k}} = e^3$, 所以 $-\frac{1}{k} = 3$, 即 $k = -\frac{1}{3}$.



广西专升本考试

谢谢观看！



广西交通职业技术学院
通识教学部