2025 年广西普通高等教育专升本考试模拟卷(4)

答案及解析

1. 答案：A

答案解析：因为$f(0)=\ln(0+\mathrm{e})=\ln\mathrm{e}=1$，答案选 A.

2. 答案：C

答案解析：函数在某点连续，则该点处左右极限相等且等于该点的函数值.$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^-}f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^-}x\sin x=\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}\pi}{8}$，$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^+}f(x)=\frac{\pi}{4}$，所以函数在$x=\frac{\pi}{4}$处不连续，答案选 C.

3. 答案：C

答案解析：$f(x)=\cos\frac{1}{x}$在$x=0$ 处无定义，且当$x\to 0$ 时，函数值在-1,1 这两个数之间交替振荡取值，极限值不存在。答案选 C.

4.答案：A

答案解析：有界函数与无穷小的乘积仍为无穷小。

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=\lim_{x\to\infty}\left(\sin x\cdot\frac{1}{x}\right)=0$$

答案选 A.

5.答案：B

答案解析：A. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f\left(x_0-\frac{1}{2}\Delta x\right)-f(x_0)}{2\Delta x}=-\frac{1}{4}\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f\left(x_0-\frac{1}{2}\Delta x\right)-f(x_0)}{\left(x_0-\frac{1}{2}\Delta x\right)-x_0}=-\frac{1}{4}f'(x_0)$

B. $\frac{1}{2}\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+4h)-f(x_0)}{2h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+4h)-f(x_0)}{4h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+4h)-f(x_0)}{(x_0+4h)-x_0}=f'(x_0)$

C. $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x_0)-f(x)}{x-x_0}=-\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x_0)-f(x)}{x_0-x}=-f'(x_0)$

D. $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_o-2h)}{-3h}=-\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_o-2h)}{(x_0+h)-(x_o-2h)}=-f'(x_0)$

答案选 B.

6. **答案：D**

答案解析：先求一阶导数$f'(x)=\frac{1}{x}$，再求二阶导数$f''(x)=-\frac{1}{x^2}$，答案选 D.

7. **答案：C**

答案解析：根据不定积分与求导的互逆关系，$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$，答案选 C.

8. **答案**：A

答案解析：根据定积分的线性性质，$\int_a^b[4f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x=4\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-2\int_a^b g(x)\mathrm{d}x=4\times(-2)-2\times 6=-8-12=-20$，答案选 A.

9.**答案**：B

答案解析：$y'=\cos x-1$，当$x\in[0,\pi]$，$y'\leq 0$,所以$y=\sin x-x$在$[0,\pi]$单调递减，所以最大值为 $y|_{x=0}$=0，答案选 B.

10.答案：A

答案解析：将微分方程变形为$(y+1)\mathrm{d}y=-x^3\mathrm{d}x$，两边积分$\int(y+1)\mathrm{d}y=\int-x^3\mathrm{d}x$，得$\frac{1}{2}y^2+y=-\frac{1}{4}x^4+C$，答案选 A.

11.答案：$(-\infty,0)\cup(0,2)\cup(2,+\infty)$

答案解析：要使函数有意义，需满足 $2x-x^2\neq 0$，解得$x\neq 0$ 且$x\neq 2$，所以函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,2)\cup(2,+\infty)$.

12.**答案**：$3x-2y-1=0$

答案解析：先对$y'=(x^{\frac{3}{2}})'=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$，在点(1,1)处的切线斜率$k=y'|_{x=1}=\frac{3}{2}\sqrt{1}=\frac{3}{2}$.根据点斜式方程，切线方程为$y-1=\frac{3}{2}(x-1)$，整理得$y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$或 $3x-2y-1=0$.

13. **答案**： 0

答案解析：因为$f(x)$是奇函数.根据奇函数在关于原点对称的区间上积分为 0，所以$\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x\cos^3 x}{1+x^4}\mathrm{d}x=0$.

14.**答案**：0

答案解析：定积分$\int_a^b \mathrm{e}^x\sin x\,\mathrm{d}x$是一个常数，常数的导数为 0.

15.求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}{arctan\,x}$.

解：原式 $=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}}{arctan\,x}=\dfrac{0}{\frac{\pi}{2}}=0$

16.求极限$\lim\limits_{x\to0}(1-5x)^{\frac{4}{x}}$.

解：原式 $=\lim\limits_{x\to0}(1-5x)^{-\frac{1}{5x}\cdot(-20)}=[\lim\limits_{x\to0}(1-5x)^{-\frac{1}{5x}}]^{-20}=\mathrm{e}^{-20}$

17.已知函数$y=(x^4-3\cos x)^4$，求微分 $\mathrm{d}y$.

解：$y'=\left[(x^4-3\cos x)^4\right]'=4(x^4-3\cos x)^3\cdot(x^4-3\cos x)'$

$=4(x^4-3\cos x)^3\cdot(4x^3+3\sin x)$

所以 $\mathrm{d}y=y'\mathrm{d}x=4(4x^3+3\sin x)(x^4-3\cos x)^3\mathrm{d}x$

18.求不定积分$\int\frac{7+\ln x}{3x}\mathrm{d}x$.

解：原式 $=\dfrac{1}{3}\displaystyle\int(7+\ln x)\,\mathrm{d}(\ln x)=\dfrac{1}{3}[7\ln x+\dfrac{1}{2}(\ln x)^2]+C$

19.求微分方程$y''=4x^3-2x$满足初值条件$y|_{x=0}=2, y'|_{x=0}=-1$ 的特解.

解：$y'=\displaystyle\int(4x^3-2x)\mathrm{d}x=x^4-x^2+C_1$

$y=\displaystyle\int(x^4-x^2+C_1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{5}x^5-\dfrac{1}{3}x^3+C_1x+C_2$

故微分方程的通解为$y=\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{3}x^3+C_1x+C_2$

将初值条件$y'|_{x=0}=-1$，$y|_{x=0}=2$ 代入，解得$C_1=-1, C_2=2$

故微分方程的特解为$y=\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{3}x^3-x+2$

20.求定积分$\int_0^1 x\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$

解：原式$=-\int_0^1 x\mathrm{d}\mathrm{e}^{-x}=-\left(x\mathrm{e}^{-x}|_0^1-\int_0^1 \mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x\right)$

$=-\left(x\mathrm{e}^{-x}|_0^1+\mathrm{e}^{-x}|_0^1\right)=-\left[(\mathrm{e}^{-1}-0)+(\mathrm{e}^{-1}-1)\right]=1-\frac{2}{\mathrm{e}}$

21.求微分方程$y''+2y'-8y=0$ 的通解.

解：分解因式求解特征方程：$r^2+2r-8=(r+4)(r-2)=0$

解得特征根为: $r_1=-4$，$r_2=2$

所以原微分方程的通解为 $y=C_1\mathrm{e}^{-4x}+C_2\mathrm{e}^{2x}$，其中$C_1$，$C_2$为任意常数.

22.解：解：由市场需求规律为$x=75-3p$得，单价函数为$p(x)=25-\frac{x}{3}$;

利润函数

$L(x)=x\cdot p(x)-c(x)=(25-\frac{x}{3})x-\frac{1}{9}x^2-x-100$

$=-\frac{4}{9}x^2+24x-100(0\le x<+\infty)$

$L'(x)=-\frac{8}{9}x+24, L'(x)=0$ 得 $x=27,$

$L''(x)=-\frac{8}{9}<0$,所以$L(x)$在$x=27$ 取得极大值，同时也是最大值

$L_{\max}=L(27)=-\frac{4}{9}\times 27^2+24\times 27-100=224$

此时$p=25-27/3=16$（元/台）

23.解：解：（1）画图略。

联立方程组$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases}$得$x = 2$ 或$x = -1$

则交点坐标为$(2,4)$、$(-1,1)$.

（2）如图所示，所求图形面积为

$$S = \int_{-1}^{2} (x + 2 - x^2)\,\mathrm{d}x = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_{-1}^{2}$$

$$= \left(-\frac{8}{3} + \frac{4}{2} + 4\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2\right) = \frac{9}{2}$$