Chương 5: CÁC GIẢI THUẬT SẮP XẾP VÀ TÌM KIẾM

Data structures and Algorithms

Bài toán sắp xếp trên cấu trúc mảng

- Sắp xếp cơ bản
  – Sắp xếp kiểu lựa chọn (Selection - sort)
  – Sắp xếp chèn/thêm dần (Insertion- sort)
  – Sắp xếp đổi chỗ/nổi bọt (Exchange/Bubble - sort)
- Sắp xếp nâng cao (sắp xếp nhanh)
  – Sắp xếp nhanh (Quick-sort)
  – Sắp xếp trộn (Merge-sort)
  – Sắp xếp vun đống (Heap-sort)

Điều kiện bài toán sắp xếp

- Dãy A có n phần tử : A[1], A[2],…,A[n]
- Sắp xếp dãy A theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần

Sắp xếp kiểu lựa chọn (Selection - sort)

No.	Min	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]	A[8]
		32	51	27	83	66	11	45	75
1	11	11	51	27	83	66	32	45	75
2	27	11	27	51	83	66	32	45	75
3	32	11	27	32	83	66	51	45	75
4	45	11	27	32	45	66	51	83	75
5	51	11	27	32	45	51	66	83	75
6	66	11	27	32	45	51	66	83	75
7	75	11	27	32	45	51	66	75	83

Chiến thuật: Chọn số nhỏ nhất trong dãy chưa được sắp xếp và đổi chỗ với số đang chiếm vị trí đầu tiên của dãy này

Giải thuật sắp xếp lựa chọn

- Bước 1: Thiết lập Min = 1 là vị trí đầu tiên của dãy
- Bước 2: Tìm kiếm phần tử nhỏ nhất trong danh sách
- Bước 3: Tráo đổi giá trị tại vị trí Min
- Bước 4: Tăng Min để trỏ tới vị trí tiếp theo
- Bước 5: Lặp lại từ bước 2 cho đến khi danh sách được sắp xếp

Giải thuật sắp xếp lựa chọn

```
Procedure SELECTION_SORT(A,n)
 for i:=1 to (n-1) do
      Min:= i;
      for j:= i+1 to n do
            if A[j] < A[Min] then Min:=j;
      EndFor
      If (Min<>i) then
                  temp: = A[Min]; A[Min] = A[i]; A[i] = temp;
 EndFor
Return
```

Đánh giá giải thuật:

- Số vòng lặp for cần thực thi là
- C_{tb} = (n-1) + (n-2) + …+1 = (n-1)*(n-1+1)/2
- Do đó $T(n) = O(n^2)$

Giải thuật sắp xếp lựa chọn – cài đặt hàm

```
void SELECTION_SORT(int A[], int n) {
    int Min;
    for (int i=0; i < n-1; i++){
        Min=i;
        for (int j=i+1; j < n; j++)
            if (A[j] < A[Min]) Min=j;
        if (Min != i){
            int temp= A[Min];
            A[Min] = A[i];
            A[i] = temp;
        }

    }
}
```

Sắp xếp kiểu thêm dần/chèn (Insertion sort)

No.	Số so sánh	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]	A[8]
		32	51	27	83	66	11	45	75
1	51	32	51	27	83	66	11	45	75
2	27	27	32	51	83	66	11	45	75
3	83	27	32	51	83	66	11	45	75
4	66	27	32	51	66	83	11	45	75
5	11	11	27	32	51	66	83	45	75
6	45	11	27	32	45	51	66	83	75
7	75	11	27	32	45	51	66	75	83

Giải thuật sắp xếp chèn

- Bước 1: Xét A[1] là dãy con ban đầu đã được sắp xếp
- Bước 2: Xét A[2], nếu A[2] < A[1] chèn vào trước A[1], còn lại thì giữ nguyên A[2] tại chỗ
- Bước 3: Xét A[1], A[2] là dãy con được sắp xếp
- Bước 4: Xét A[3], so sánh với A[1], A[2] và tìm vị trí chèn
- Bước 5: Lặp lại với A[4], … đến khi dãy được sắp xếp hết

Giải thuật sắp xếp chèn

```
Procedure INSERT_SORT(A,n)
    For i = 1 to n-1 {
        temp = A[i];
        j = i-1;
        While temp<=A[j] do {
            A[j+1] = A[j];
            j = j-1;
        }
        A[j+1] = temp;
    }
 Return
```

Đánh giá độ phức tạp

$T(n) = O(n^2)$

```
void InsertionSort(int A[], int n)
{
    for (int i = 1; i < n; i++)
    {
        int temp = A[i];
        int j = i-1;
    while ((temp<A[j])&&(j>=0))
    {
        A[j+1] = A[j];
            j--;
        }
        A[j+1] = temp;
    }
}
```

Sắp xếp đổi chỗ/nổi bọt (Exchange/Bubble sort)

		1	2	3	4	5	6	7
A[1]	32	11	11	11	11	11	11	11
A[2]	51	32	27	27	27	27	27	27
A[3]	27	51	32	32	32	32	32	32
A[4]	83	27	51	45	45	45	45	45
A[5]	66	83	45	51	51	51	51	51
A[6]	11	66	83	66	66	66	66	66
A[7]	45	45	66	83	75	75	75	75
A[8]	75	75	75	75	83	83	83	83

Chiến thuật: Dựa trên việc so sánh cặp phần tử liên kề nhau và tráo đổi vị trí nếu chúng không theo thứ tự

Sắp xếp đổi chỗ/nổi bọt (Exchange/Bubble sort)

- Nguyên tắc
  - Duyệt bảng khoá (danh sách khoá) từ đáy lên đỉnh
  - Dọc đường nếu thứ tự 2 khoá liền kế không đúng => đổi chỗ
- Ví dụ:
  - 1: 25, 36, 31, 60, 16, 88, 49, 70
  - 2: **16**, 25, 36, 31, 60, **49**, 88, 70
  - 3: 16, 25, **31, 36**, **49**, **60**, **70**, **88**
- Nhận xét
  - Khoá nhỏ sẽ nổi dần lên sau mỗi lần duyệt => ***"nổi bọt"***
  - Sau một vài lần (không cần chạy n bước), danh sách khoá đã có thể được sắp xếp => Có thể cải tiến thuật toán, dùng 1 biến lưu trạng thái, nếu không còn gì thay đổi (không cần đổi chỗ) => ngừng

Giải thuật sắp xếp nổi bọt (giải thuật gốc)

Procedure Bubble_sort(A,n)
For i = 1 to n-1 do
    For j = n down to i+1 do
        If A[j] < A[j-1] {
            Đổi chỗ A[j] và A[j-1]}
Return

Đánh giá độ phức tạp

$T(n) = O(n^2)$

```
void Bubble_sort (int a[], int n)
{
   int i, j;
   for (int i = 0; i<=n - 2; i++){
      for (int j = n - 1; j>i; j--){
         if (a[j] < a[j - 1]){
            swap(a[j], a[j - 1]);
         }
      }
   }
}
```

Giải thuật sắp xếp nổi bọt (giải thuật cải tiến)

```
Procedure Bubble_sort(A,n)
i = 1;
sorted = False;
while (!sorted && i<N) {
  sorted = True;
  for (k=N-1;k>=i;k--)
     if (A[k] > A[k+1] {
       swap(A[k], A[k+1]);
       sorted = False;
     }
  i++;
}
Return
```

```
void bubbleSort(int A[], int N) {
   int i = 0;
   bool sorted = false;
   while (!sorted && i<N-1) {
      sorted = true;
      for (k=N-2;k>=i;k--)
           if (A[k] > A[k+1]) {
              swap(A[k], A[k+1]);
              sorted = false;
           }
      i++;
   }
}
```

Sắp xếp nhanh
(Quick sort)

- Hiệu năng thực thi tốt hơn
  - Chia để trị
  - Giải thuật sắp xếp đệ quy
- Phần tử được chọn là bất kỳ được gọi là “chốt” (pivot)
- Mọi phần tử nhỏ hơn chốt sẽ được đẩy lên phía trước chốt
- Hai mảng con:
  - Mảng con nhỏ hơn chốt ở phía trước chốt
  - Mảng con lớn hơn chốt ở phía sau chốt
- Chiến thuật tương tự với từng mảng con, đến khi mảng con chỉ còn một phần tử

Sắp xếp nhanh (Quick sort)

- Thuật toán cụ thể
  - 1: Thường chọn phần tử đầu tiên làm chốt.
  - 2: Tìm vị trí thực của khóa chốt để phân thành 2 đoạn:
    - 1: Dùng 2 chỉ số: i, j chạy từ hai đầu dãy số. Chạy i từ đầu dãy số trong khi khóa còn nhỏ hơn khóa chốt
    - 2: Nếu khóa >= khóa chốt: Lưu phần tử hiện tại = X và chạy j.
    - 3: Chạy j trong khi khóa lớn hơn khóa chốt
    - 4: Nếu khóa <= khóa chốt: dừng và đổi chỗ phần tử hiện tại cho X
    - 5: Tiếp tục thực hiện như vậy cho đến khi i>=j thì đổi chỗ Kj cho khóa chốt. Lúc đó khóa chốt sẽ nằm đúng vị trí.
  - 3: Làm giống như vậy cho các đoạn tiếp theo

Sắp xếp nhanh (Quick sort)

- Xét mảng A có các phần tử sau:

75, 70, 65, 84, 98, 78, 100, 93, 55, 61, 81, 68

Bước 1: Giả sử chọn 75 làm chốt

Bước 2: Thực hiện phép tìm kiếm các số nhỏ hơn 75 và lớn hơn 75

Bước 3: Thu được 2 mảng con sau

70, 65, 55, 61, 68 và 84, 98, 100, 93, 81

Bước 4: Quá trình sắp xếp tương tự với 2 mảng con trên

Sắp xếp nhanh
(Quick sort)

75	70	65	$\boxed{84}$ X1	98	78	100	93	55	61	81	$\boxed{68}$
			i = 4								j =12
75	70	65	$\boxed{68}$	98	78	100	93	55	61	81	$\boxed{84}$
75	70	65	68	$\boxed{98}$ X2	78	100	93	55	$\boxed{61}$	81	84
				i = 5					j = 10		
75	70	65	68	$\boxed{61}$	78	100	93	55	$\boxed{98}$	81	84
75	70	65	68	61	$\boxed{78}$ X3	100	93	$\boxed{55}$	98	81	84
					i = 6			j = 9			
75	70	65	68	61	$\boxed{55}$	100	93	$\boxed{78}$	98	81	84
$\boxed{55}$	70	65	68	61	75	100	93	78	98	81	84

Sắp xếp nhanh (Quick sort) Giải thuật-Cách 1

Phân đoạn

```
Procedure Partition(A,
  first,last){
  if (first>=last) return;
  c=A[first];//phần tử chốt
  i=first+1,j=last;
  while (i<=j){
   while (A[i]<=c && i<=j) i++;
   while (A[j]>c && i<=j) j--;
   if (i<j) swap(A[i],A[j]);
  }
  swap(A[first],A[j]);
  Partition(A, first,j-1);
  Partition(A, j+1,last);
}
```

Sắp xếp

```
Procedure QuickSort(A,
  N){
  Partition(A,0,N-1);

}
```

Sắp xếp nhanh (Quick sort)
Cài đặt giải thuật-Cách 1

Hàm phân đoạn

```
void Partition(int A[], int
  first, int last){
  if (first>=last) return;
  int c=A[first];
  int i=first+1,j=last;
  while (i<=j){
   while (A[i]<=c && i<=j)
  i++;
   while (A[j]>c && i<=j)
  j--;
   if (i<j)
  swap(A[i],A[j]);
  }
  swap(A[first],A[j]);
  Partition(A, first,j-1);
  Partition(A, j+1,last);
}
```

Hàm sắp xếp

```
void QuickSort(int
  A[], int N){
  Partition(A,0,N-1);

}
```

Sắp xếp nhanh (Quick sort) Giải thuật-Cách 2

Hàm phân đoạn

```
Function Partition(A,
  first,last){
  if (first>=last) return;
  c=A[first];//phần tử chốt
  i=first+1,j=last;
  while (i<=j){
   while (A[i]<=c && i<=j)
  i++;
   while (A[j]>c && i<=j) j--
  ;
   if (i<j) swap(A[i],A[j]);
  }
  swap(A[first],A[j]);
  return j;
  }
```

Hàm sắp xếp

```
Procedure QuickSort(A,
  first, last){
   if( first < last )
   {
      j = Partition( A,
  first, last);
     QuickSort(A,
  first, j-1);
     QuickSort2(A, j+1,
  last);
   }
}
}
```

Sắp xếp nhanh (Quick sort) Cài đặt giải thuật-Cách 2

Hàm phân đoạn

```
int Partition(int A[], int
   first, int last){
   if (first>=last) return
   0;
   int c=A[first];
   int i=first+1,j=last;
   while (i<=j){
    while (A[i]<=c && i<=j)
   i++;
    while (A[j]>c && i<=j)
   j--;
    if (i<j)
   swap(A[i],A[j]);
   }
   swap(A[first],A[j]);
   return j;
}
```

Hàm sắp xếp

```
void QuickSort(int A[],
   int first, int last){
   int j;

    if( first < last )
    {
       j = Partition2( A,
   first, last);
       QuickSort(A, first,
   j-1);
       QuickSort(A, j+1,
   last);
    }
}
```

Độ phức tạp của giải thuật Quick_sort

- Độ phức tạp trong trường hợp xấu nhất là
  $T(n) = O(n^2)$
- Độ phức tạp trong trường hợp tốt nhất là
  $T(n) = O(n\log_2 n)$
- Độ phức tạp trung bình
  $T(n) = O(n\log_2 n)$
- Khi n lớn thì Quick_sort có hiệu năng tốt hơn các phương pháp còn lại

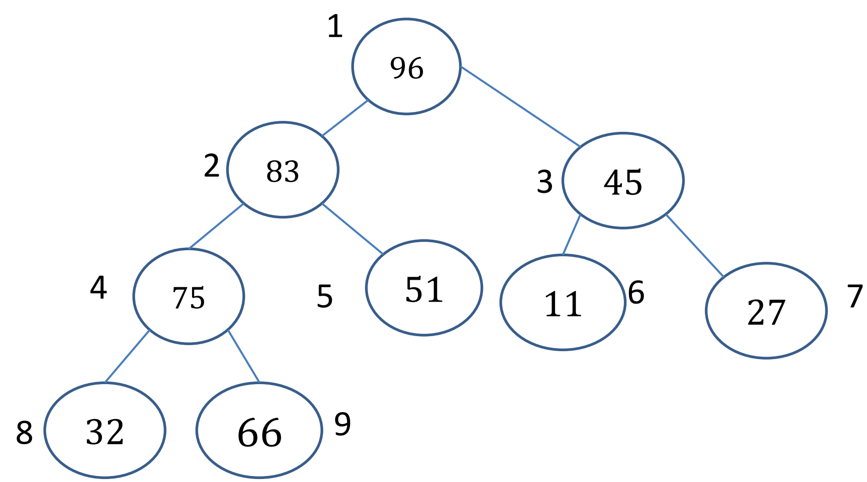
Sắp xếp vun đống (Heap-sort)

- Cấu trúc đống
- Phép tạo đống
- Sắp xếp kiểu vun đống (Heap – sort)

Cấu trúc đống

- Đống là một cây nhị phân mà mỗi nút gắn với một số sao cho số ở nút cha bao giờ cũng lớn hơn số ở nút con
- Ví dụ: dùng cây nhị phân hoàn chỉnh
  – Số ứng với gốc của đống chính là số lớn nhất
  – Biểu diễn trong máy dưới dạng vector như sau

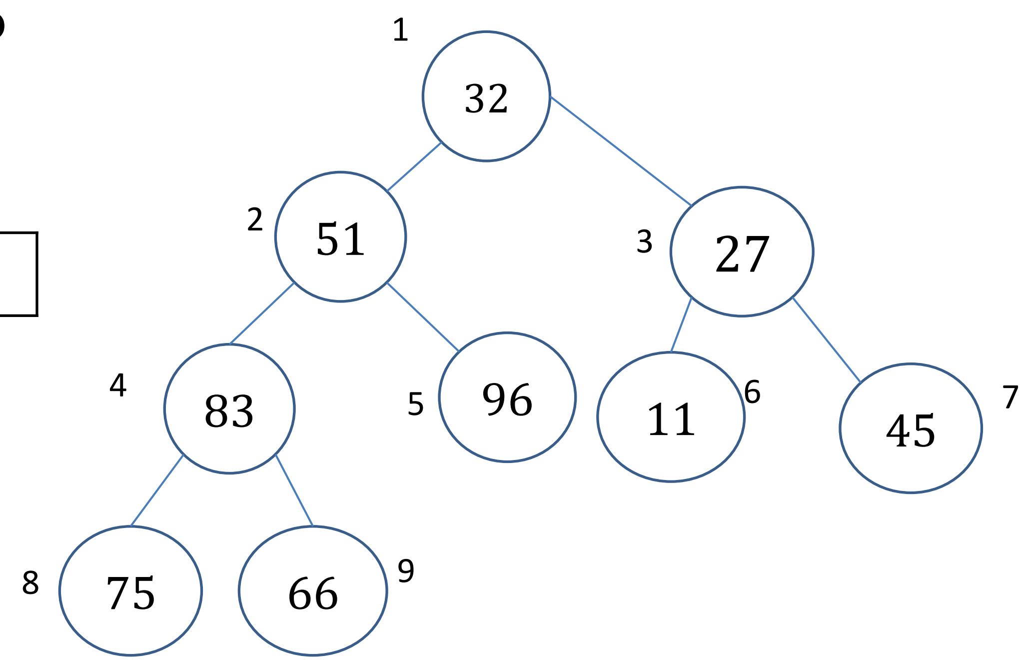
96	83	45	75	51	11	27	32	66
1	2	3	4	5	6	7	8	9



Phép tạo đống

- Đặt vấn đề: Một dãy số biểu diễn dạng vector trong máy có thể biểu diễn dưới dạng cây nhị phân hoàn chỉnh và ngược lại. Tuy nhiên cây này chưa phải là đống
- Tạo đống như thế nào ?

32	51	27	83	96	11	45	75	66
1	2	3	4	5	6	7	8	9



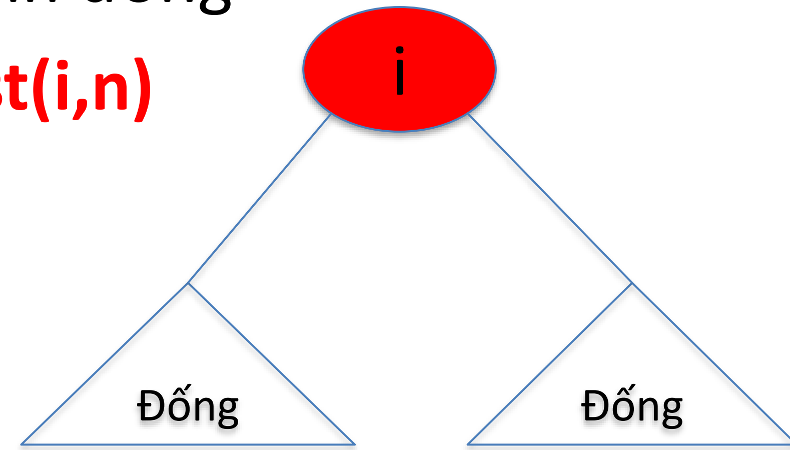
Phép tạo đống

- Nếu một cây nhị phân hoàn chỉnh là đống thì cây con cũng là đống
  - Cây nhị phân hoàn chỉnh có n nút thì chỉ có n/2 nút cha.
  - Nút lá bao giờ cũng coi là đống
- Bài toán: tạo đống cho cây nhị phân hoàn chỉnh, gốc cây này có thứ tự là i (theo cách lưu trữ kế tiếp) và hai nút con của nút gốc này đã là đống rồi

Giải thuật tạo đống

- Tiến hành theo kiểu từ dưới lên (bottom up)
- Lá là đống, nên tạo đống cho cây con mà gốc của nó có số thứ tự từ n/2 trở xuống
  - i: là thứ tự của nút gốc cây con cần xét
  - n: là số nút trên cây nhị phân hoàn chỉnh
- Có n nút biểu diễn bởi vector A, lệnh sau đây thực hiện tạo cây nhị phân hoàn chỉnh thành đống

  For i = n/2 down to 1 Call Adjust(i,n)



- Hàm tạo đống: **Adjust(i,n)**

Giải thuật tạo đống

- Procedure Adjust(i,n)

1. Key = A[i] ; j = 2*i; //bảo lưu số ở nút i và ghi nhận chỉ số nút con trái
2. While j <=n do {
3. If j < n and A[j] < A[j+1] then j = j+1
4. If Key > A[j] then { A[j/2] = Key ; return;}
5. A[j/2] = A[j]; j = 2*j; // đưa số lớn hơn lên vị trí cha, tiếp tục xuống con trái

   }

7. A[j/2] = Key ;
8. Return

Giải thuật sắp xếp vun đống

- Từ dãy số đã cho, quan niệm như một vector biểu diễn cho một cây hoàn chỉnh, tạo nên đống đầu tiên -> giai đoạn tạo đống ban đầu
- Đổi chỗ giữa số ở đỉnh đống với số ở cuối đống sau đó vun đống mới
- Quá trình này sẽ được lặp lại cho đến khi đống chỉ còn 1 nút -> giai đoạn sắp xếp

Giải thuật sắp xếp vun đống

- Procedure HEAP-SORT(A,n)

1. for i = [n/2] down to 1 Call Adjust(i,n);
2. for i = n-1 down to 1 {

A[1] $\leftrightarrow$ A[i+1]; call Adjust(1,i);}

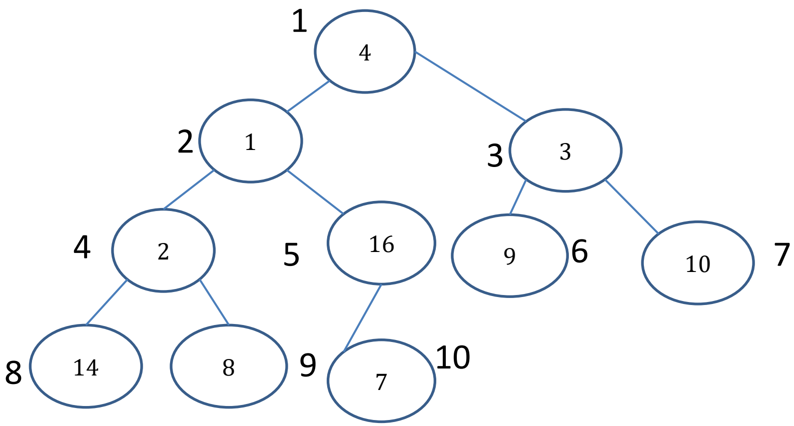
3. Return

- Sắp xếp dãy số sau

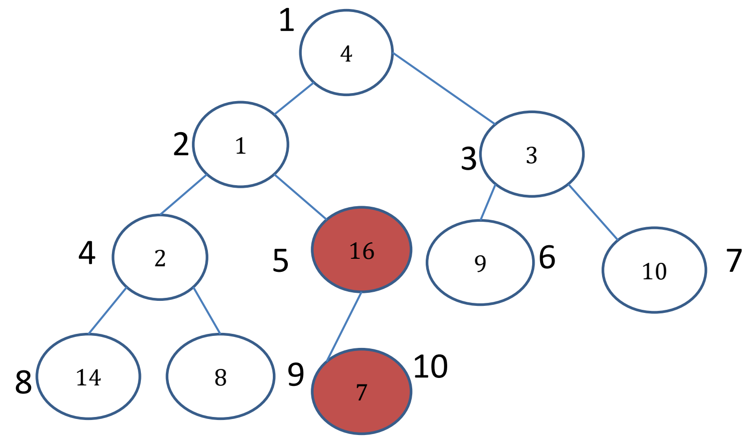
4	1	3	2	16	9	10	14	8	7

A[1] … A[10]

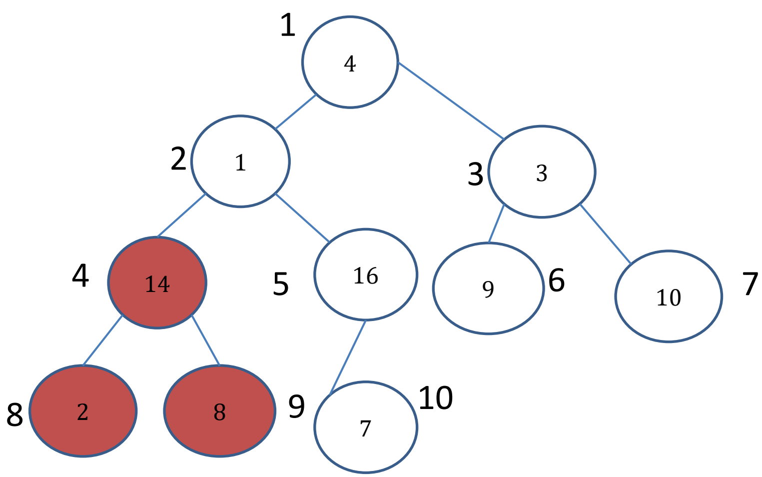
Mô tả các bước vun đống



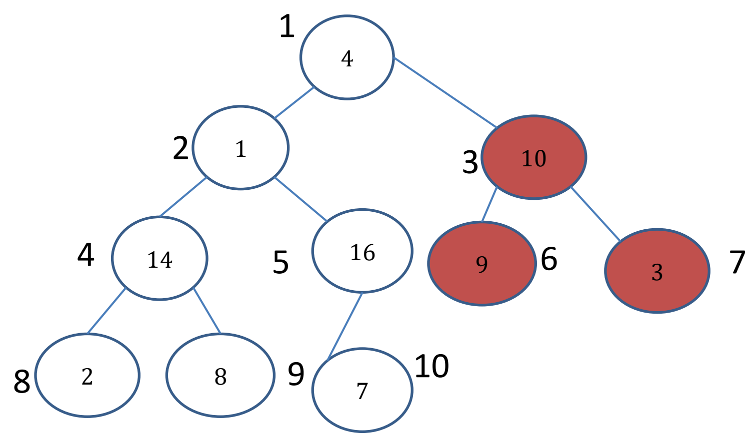
Tạo đống ban đầu



Thực hiện Adjust(5,10)

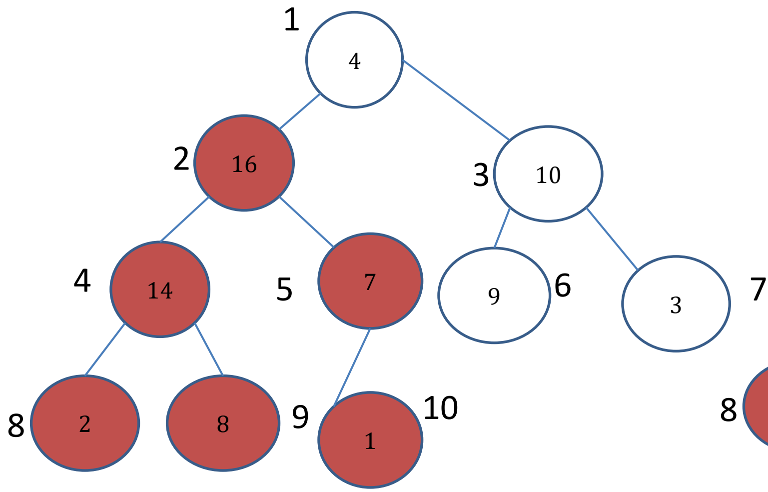


Thực hiện Adjust(4,10)

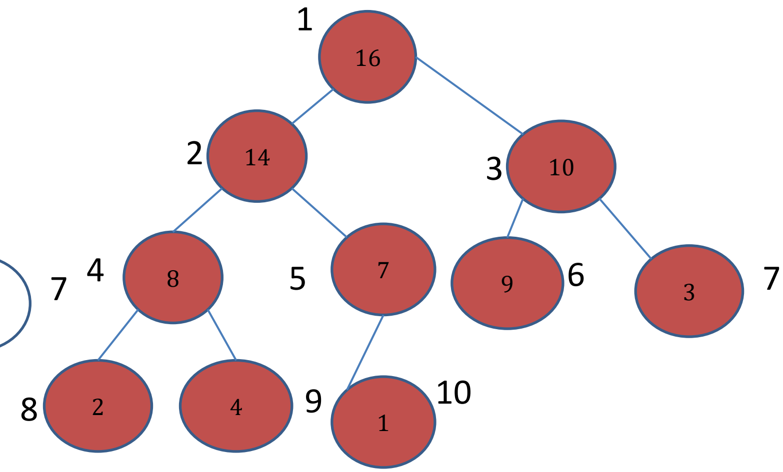


Thực hiện Adjust(3,10)

Mô tả các bước vun đống



Thực hiện Adjust(2,10)

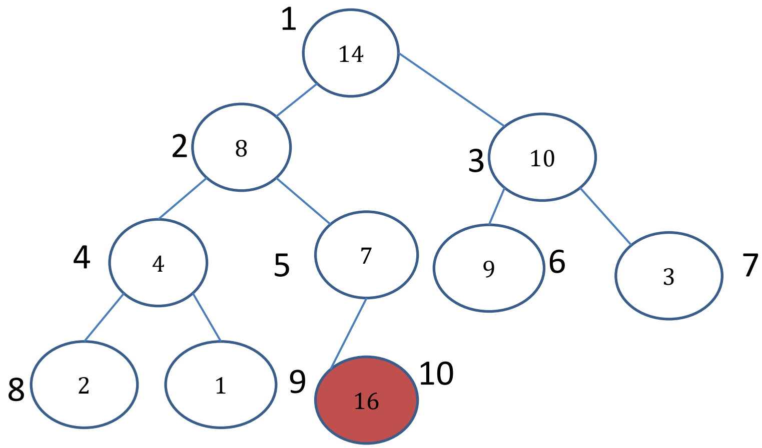


Thực hiện Adjust(1,10)

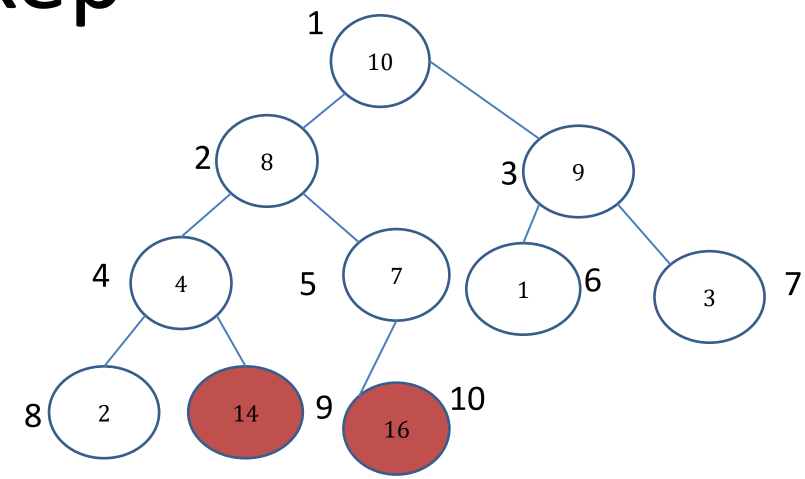
Lúc này cây đã là đống và biểu diễn trong máy là vector A như sau

16	14	10	8	7	9	3	2	4	1

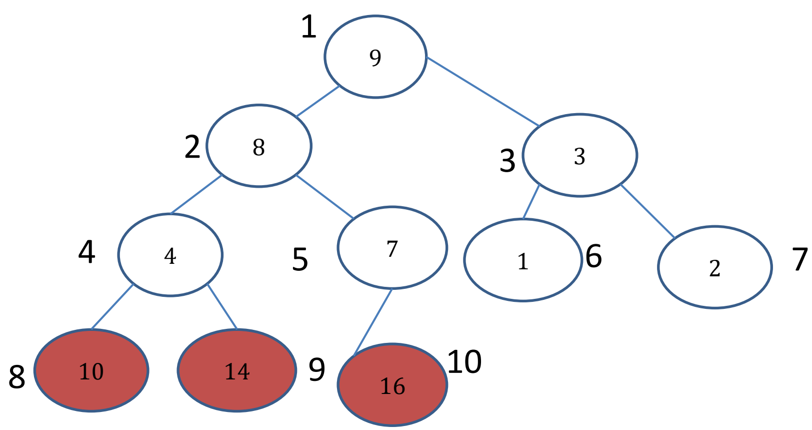
Sắp xếp



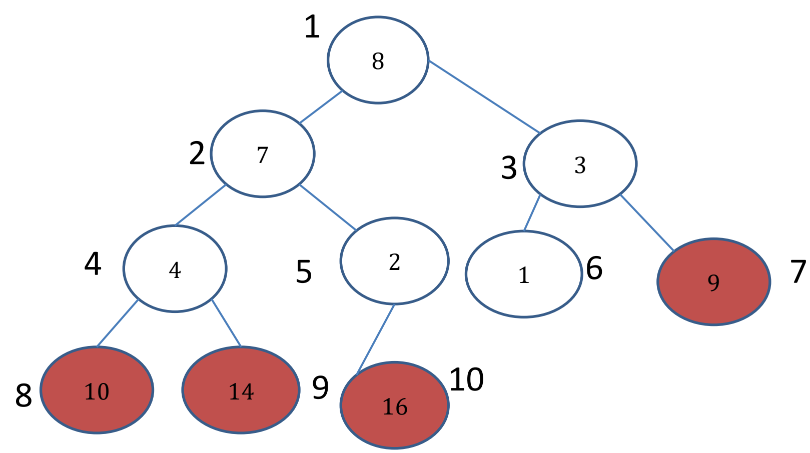
Đổi lần 1: giữa A[1] và A[10], vun đống cho cây với 9 nút còn lại, 16 đã vào đúng vị trí



Đổi lần 2: giữa A[1] và A[9], vun đống cho cây với 8 nút còn lại, 14, 16 vào đúng vị trí

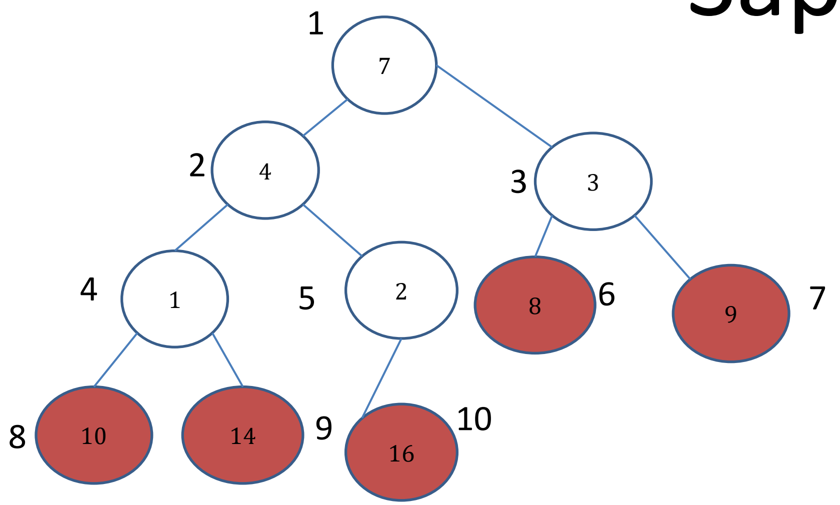


Đổi lần 3: giữa A[1] và A[8], vun đống cho cây với 7 nút còn lại, 10,14, 16 vào đúng vị trí

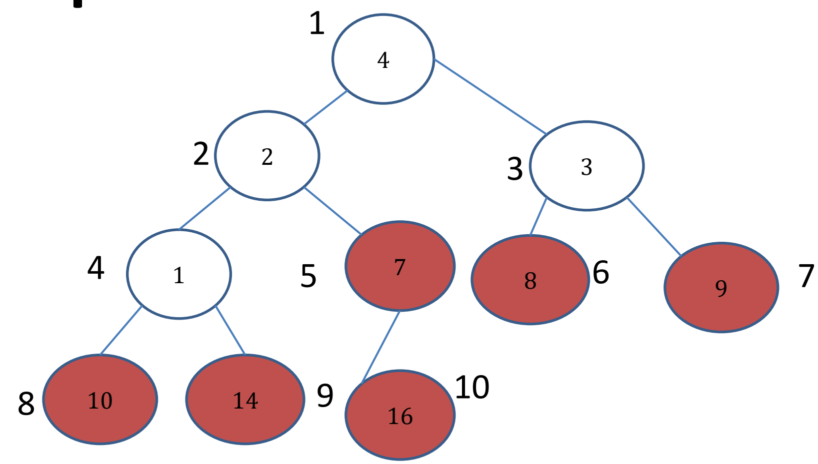


Đổi lần 4: giữa A[1] và A[7], vun đống cho cây với 6 nút còn lại

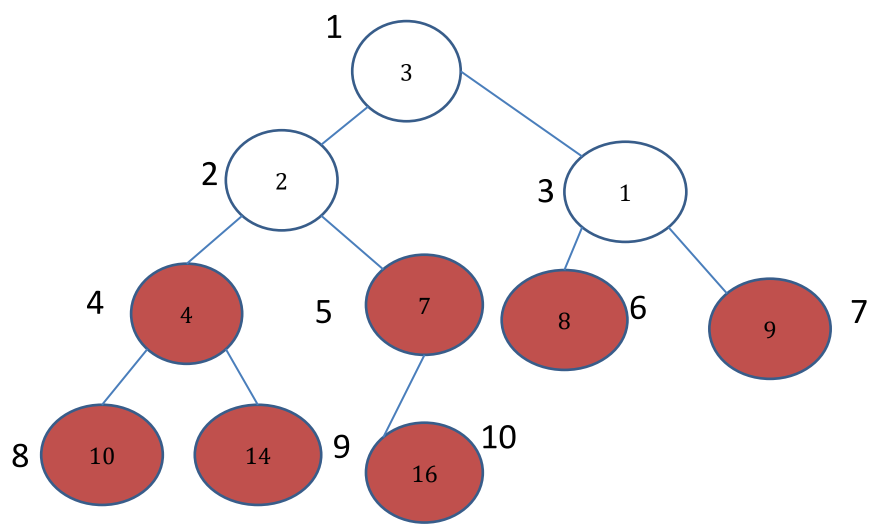
Sắp xếp



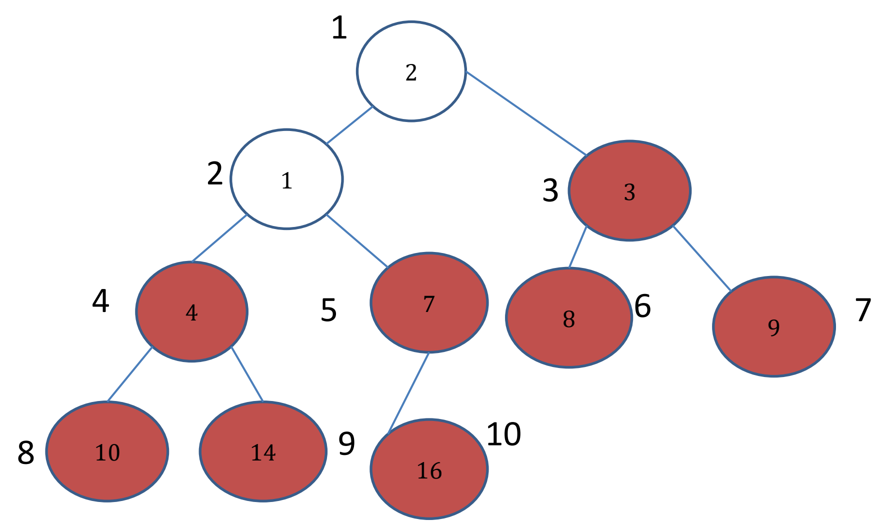
Đổi lần 5: giữa A[1] và A[6], vun đống cho cây với 5 nút còn lại



Đổi lần 6: giữa A[1] và A[5], vun đống cho cây với 4 nút còn lại

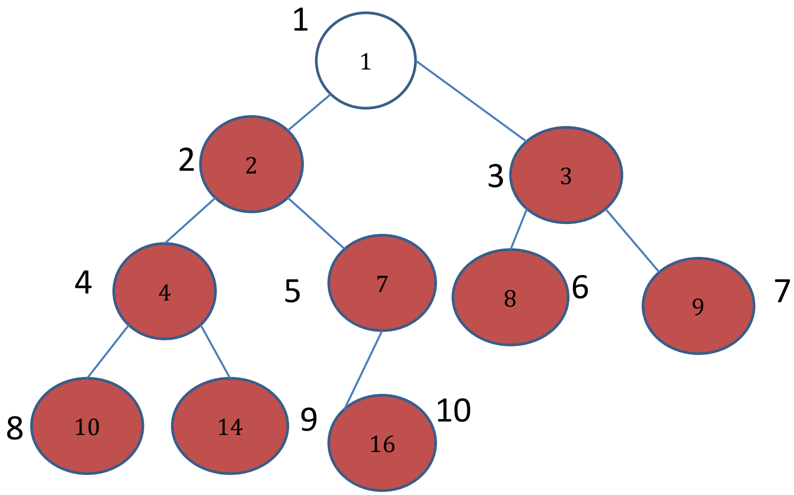


Đổi lần 7: giữa A[1] và A[4], vun đống cho cây với 3 nút còn lại



Đổi lần 8: giữa A[1] và A[3], vun đống cho cây với 2 nút còn lại

Sắp xếp



1	2	3	4	7	8	9	10	14	16

Đổi lần 9: giữa A[1] và A[2], đống chỉ còn 1 nút.
Dãy A đã được sắp xếp

$$T(n) = O(nlogn)$$

Giải thuật sắp xếp trộn (Merge Sort)

Ý tưởng giải thuật: sử dụng giải thuật đệ quy như sau:

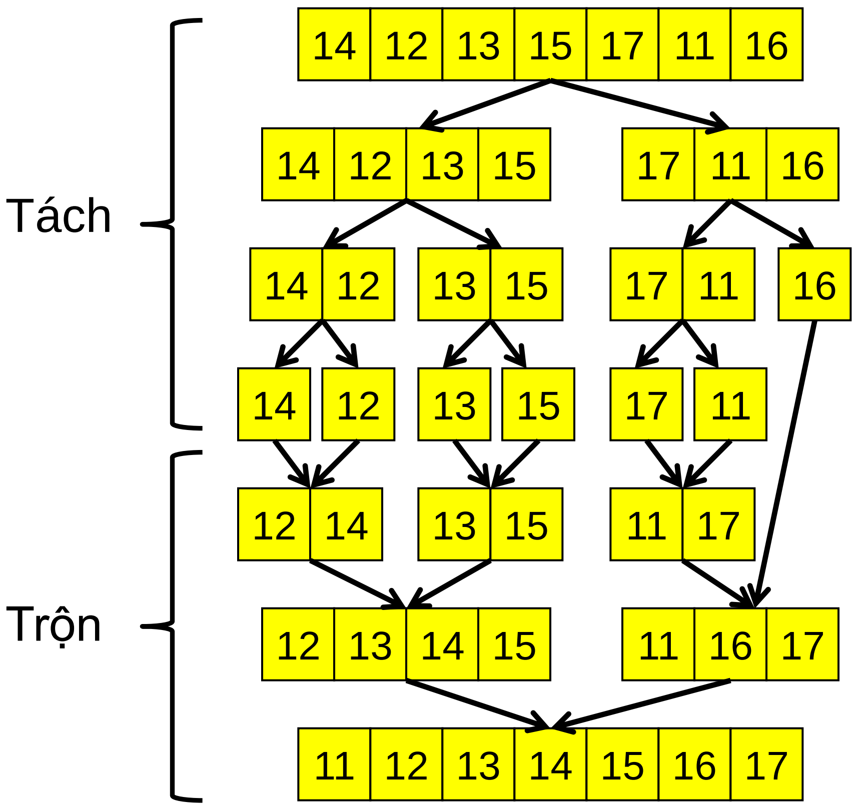
- Chia dãy ban đầu thành hai dãy con có kích thước khác nhau không quá 1
- Sắp xếp hai dãy con trên
- Trộn hai dãy con đã sắp xếp để được dãy ban đầu cũng được sắp xếp
- **Điểm dừng**: khi kích thước của dãy **không** > 1

Giải thuật sắp xếp trộn (Merge Sort)

- Đầu vào:
  - 2 dãy $A=(a_0,a_1,\ldots,a_{m-1})$ và $B=(b_0,b_1,\ldots,b_{n-1})$ đã được sắp xếp tăng dần
- Đầu ra:
  - Dãy $C=(c_0,c_1,\ldots,c_{m+n-1})$ là kết quả trộn của A và B và cũng được sắp xếp
- Giải thuật:
  - Khởi tạo: dùng 2 biến chạy i=j=0; C = rỗng
  - Chừng nào (i<m và j<n) // 2 dãy A và B còn chưa được chạy hết
    - Nếu $a_i<=b_j$ thì { C = C + ai ; i++; }
    - Trái lại, thì { $C = C+b_j$; j++; }
  - Nếu i ≥ m (dãy A đã được chạy hết) thì $C=C+(b_j,b_{j+1},\ldots,b_{n-1})$
  - Trái lại thì $C=C+(a_i,a_{i+1},\ldots,a_{m-1})$

Giải thuật sắp xếp trộn (Merge Sort)

Ví dụ minh họa



Giải thuật sắp xếp trộn (Merge Sort)-Cài đặt

- Thủ tục trộn

```
//Tron 2 day con ma da duoc sap xep trong A
//L1=A[m],A[m+1],...,A[n];
//L2=A[n+1],A[n+2],...,A[p]
void MergeArrays(int A[],int m, int n, int p){
   int i=m,j=n+1;
   while (i<j && j<=p){
      if (A[i]<=A[j]) i++;
      else {//chen Aj vao vi tri i
         int x=A[j];
         for (int k=j-1;k>=i;k--)
            A[k+1]=A[k];
         A[i]=x;
         i++; j++;
      }
   }
}
```

Giải thuật sắp xếp trộn (Merge Sort)-Cài đặt

- Các thủ tục sắp xếp trộn

```
void Merge(int A[], int first, int
last){
   if (first>=last) return;
   int m=(first+last)/2;
   Merge(A,first,m);
   Merge(A,m+1,last);
   MergeArrays(A,first,m,last);
}

void MergeSort(int A[], int N){
   if (N<2) return;
   Merge(A,0,N-1);
}
```

Bài toán tìm kiếm trên cấu trúc mảng

- Tìm kiếm một phần tử theo một tiêu chí nào đó
- Tìm kiếm “được thỏa” khi có hoặc “không thỏa” khi không có phần tử nào
  - Tìm kiếm tuần tự
  - Tìm kiếm nhị phân
- Ví dụ: mảng A gồm n phần tử A[1], A[2]...A[n] Cho số X, tìm xem có giá trị nào trong A bằng X hay không?

Tìm kiếm tuần tự

- Duyệt tất cả các phần tử trong mảng A
  – Nếu có phần tử nào bằng X thì ghi nhận lại chỉ số của phần tử đó,
  – Nếu không có thì ghi nhận bằng 0.

Function Sequential(A,n,X)

1. i = 1; A[n+1] = X;
2. While A[i] =! X do i = i+1;
3. If i = n+1 {
   Sequential = 0;
   Return "không tìm thấy"}
4. Else {
   Sequential = 1;
   Return "tìm thấy"}

Tìm kiếm nhị phân

- Tìm kiếm với mảng A đã được sắp xếp theo thứ tự tăng hoặc giảm dần.
- Ví dụ: xét mảng A có các phần tử được sắp xếp tăng dần
- So sánh X với phần tử A[k] ở giữa mảng
  - Nếu X< A[k] tìm kiếm với nửa đầu của mảng A
  - Nếu X> A[k] tìm kiếm với nửa cuối của mảng A
  - Nếu X = A[k] tìm kiếm được thỏa

Giải thuật tìm kiếm nhị phân

Function Binary_search(A,n,X)

```
1.  F=1; L = n;
2.  While F<=L {
     m = (F+L)div 2;
     if X=A[m] then return m;
     else If X< A[m] then L = m-1;
     else  F = m+1;
     }
3.  return (0);
```

Cài đặt giải thuật tìm kiếm nhị phân

```
int Binary_search(int A[],int n,int X)
{
    int F=0, L = n-1;
    while (F<=L) {
        int m = (F+L)/2;
        if (X==A[m])
        return m;
        else if (X< A[m])
        L = m-1;
        else
        F = m+1;
    }
return -1;
}
```

Giải thuật tìm kiếm nhị phân (Đệ quy)

```
Function Binary_search(A,F,L,X)
//F, L là chỉ số đầu và cuối của dãy
//LOC là chỉ số ứng với khóa cần tìm, nếu tìm không
if L>=F then {
     m = (F+L)/2;
     if X=A[m] then LOC=m
     else if X<A[m] then LOC= Binary_search(A,F,m-1,X);
     else  LOC= Binary_search(A,m+1,L,X);
     return LOC;
}
return -1;
```

Cài đặt giải thuật tìm kiếm nhị phân (Đệ quy)

```
int Binary_search_DQ(int A[],int F, int L,int X)
{
	int LOC,m;
	if (L>=F){
		m = (F+L)/2;
		if (X== A[m])
			LOC=m;
		else if (A[m]>X)
			LOC = Binary_search_DQ(A, F,  m-1, X);
		else
			LOC = Binary_search_DQ(A, m+1,  L, X);
	return LOC;
	}
	return -1;
}
```

Tìm kiếm nhị phân

Giả sử X = 75

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	l	r
11	22	30	33	40	44	$\boxed{55}$	60	66	77	80	88	99	1	13
							60	66	$\boxed{77}$	80	88	99	8	13
							$\boxed{60}$	66					8	9
								66					9	9

Chỉ phần tử ứng với l hoặc r của mảng đang xét

Chỉ phần tử ứng với m

l = r = 9 giải thuật kết thúc, giá trị trả về bằng 0, tìm kiếm không thỏa.

Đánh giá độ phức tạp

- Giải thuật tìm kiếm tuần tự

  $T(n) = O(n)$

- Giải thuật tìm kiếm nhị phân

  $T(n) = O(\log_2(n))$

Tổng kết

- Độ phức tạp của các thuật toán sắp xếp và tìm kiếm

Thuật toán	Độ phức tạp
SelectSort	$O(n^2)$
InsertSort	$O(n^2)$
BubbleSort	$O(n^2)$
QuickSort	$O(n\log_2 n)$
HeapSort	$O(n\log_2 n)$
LinearSearch	$O(n)$
BinarySearch	$O(\log_2 n)$

Bài tập

Bài 1: Cho dãy số A gồm 8 phần tử : 77,33,44,11,88,22,66,55. Áp dụng các phương pháp sắp xếp đã học để sắp xếp dãy A thành một dãy tăng dần và minh họa từng cách sắp xếp.

Bài 2: Một đơn vị quan tâm về dân số lập một bảng thống kê số lượng người sinh trong từng năm, kể từ năm 1920 (X) đến 1970 (Y) và lưu trữ bảng đó trong máy tính bằng một mảng một chiều N với N[k] (k=0->(Y-X)) có giá trị bằng số người sinh ra tương ứng trong năm từ 1920 (X) đến 1970 (Y). Hãy viết giải thuật thực hiện

1. In ra những năm không có người nào được sinh ra
2. Tính số lượng những năm mà số người sinh ra không quá 10 (k)
3. Tính số người đã trên 50 (t) tuổi tính đến năm 1985 (Z).