

Câu 1: Cho X, Y là các không gian định chuẩn trên trường K . Không gian liên hợp của X là Không gian $\mathcal{L}(X, K)$ các phiếm hàm tuyến tính liên tục từ X vào K .

Câu 2: Cho X là không gian định chuẩn trên trường K . Không gian liên hợp X^* là Không gian Banach

Câu 3: Đối ngẫu của không gian c_0 là

ℓ_1

Câu 4: Đối ngẫu của không gian định chuẩn n chiều X là

X

Câu 5: Đối ngẫu của không gian ℓ_1 là

ℓ_∞

Câu 6: Đối ngẫu của không gian ℓ_2 là

ℓ_2

Câu 7: Đối ngẫu của không gian ℓ_p ($p > 1$) là:

ℓ_q với q thỏa mãn $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

Câu 8: Không gian định chuẩn X là hữu hạn chiều khi và chỉ khi không gian liên hợp X^* là hữu hạn chiều

Câu 9: Nếu X là một không gian phản xạ và nếu Y là một không gian con đóng của X thì

Y là một không gian phản xạ

Câu 10: Cho X, Y là các không gian Banach trên trường K . Khi đó X là phản xạ khi và chỉ khi

Không gian liên hợp X^* là phản xạ

Câu 11: Đáp án nào sai?

ℓ_1 là không gian phản xạ

Câu 15: Cho $\langle \cdot, \cdot \rangle$ là một tích vô hướng trên không gian Hilbert thực H và chuẩn $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$. Tính chất nào sai?

$\langle x, x \rangle \leq 0 \quad \forall x \in H$

Câu 16: Cho $\langle \cdot, \cdot \rangle$ là một tích vô hướng trên không gian Hilbert phức H

$\sqrt{\langle x, x \rangle}$. Tính chất nào sai?

$\langle x, \alpha y \rangle = \alpha \langle x, y \rangle \quad \forall x \in H; \forall \alpha \in \mathbb{C}$

Câu 17: Cho $\langle \cdot, \cdot \rangle$ là một tích vô hướng trên không gian Hilbert phức H sai?

$|\langle x, y \rangle|^2 \leq \langle x, x \rangle \langle y, y \rangle \quad \forall x, y \in H$

Câu 18: Cho không gian véc tơ H trang bị tích vô hướng $\langle \cdot, \cdot \rangle$

$\sqrt{\langle x, x \rangle}$. Tính chất nào sai?

$\|kx\| = k\|x\| \quad \forall x \in H, \forall k \in K$

Hoặc

Nếu $x_n \rightarrow x_0; y_n \rightarrow y_0$ khi $n \rightarrow \infty$ thì $\langle x_n, y_n \rangle \rightarrow \langle x_0, y_0 \rangle$ khi $n \rightarrow \infty$

Câu 20: Cho C là một tập con lồi đóng khác rỗng của không gian Hilbert H . Tính chất nào sai?

Tồn tại duy nhất $x_0 \in C$ sao cho $\|x_0\| > \|x\|$ với mọi $x \in C$

Câu 21: Khẳng định nào sau đây là sai?

Không gian $C[0,1]$ có chuẩn *max* sinh bởi tích vô hướng

Câu 22: Kí hiệu E^\perp là tập hợp các phần tử không gian Hilbert H trực giao với tập con E của H . Khẳng định nào sau đây là sai?

Nếu L là một không gian con đóng không tầm thường của H thì $\|x - P_L x\| > \|x - u\|$ với mọi $u \in L$

Câu 23: Khẳng định nào sau đây là sai?

Với mỗi phần tử cố định y của không gian Hilbert H , phép hàm $x \mapsto \langle x, y \rangle, x \in H$ không là tuyến tính

Câu 24: Cho A là một toán tử tuyến tính liên tục từ không gian Hilbert H vào chính nó.

Toán tử liên hợp $A^*: H \rightarrow H$ được xác định bởi $\langle Ax, y \rangle = \langle x, A^*y \rangle$ với mọi $x, y \in H$. Khi đó A^* là tuyến tính liên tục và

$$\|A^*\| = \|A\|$$

Câu 25: Trên không gian Hilbert $L_2[0; 1]$ cho phép hàm $F(x) = \int_0^1 x(t) \operatorname{sign}\left(t - \frac{1}{2}\right) dt$; sign là hàm dấu. Khi đó F là tuyến tính liên tục và $\|F\| = 1$

Câu 1: Không gian liên hợp thứ 2 của không gian định chuẩn X trên trường K là

$$X^{**}$$

Câu 2: Cho X là không gian định chuẩn trên trường K . X gọi là phản xạ nếu

$$X^{**} = X$$

Câu 3: Đối ngẫu của không gian Euclide \mathbb{R}^n là

$$\mathbb{R}^n$$

Câu 4: Tìm khẳng định sai

ℓ_∞ là phản xạ

hoặc

C_0 là phản xạ

Hoặc

ℓ_1 phản xạ

Hoặc

$C[a, b]$ là phản xạ

Câu 8: Trường hợp nào sau đây không là không gian định chuẩn?

$$C = \{x = (x_n) : \exists \lim x_n\} ; \|x\| = \lim |x_n|$$

Câu 9: Cho không gian định chuẩn X . Tìm khẳng định sai

Một dãy hội tụ yếu thì bị chặn

Câu 9: Cho không gian định chuẩn X . Tìm khẳng định sai

Dãy (x_n) hội tụ mạnh đến x nếu $f(x_n) \rightarrow f(x)$ khi $n \rightarrow \infty$, với mọi $f \in X^*$

Câu 11: Cho X, Y là hai không gian định chuẩn. Đáp án nào sai?

Nếu $x_n \rightarrow x$ trong X thì $Ax_n \rightarrow Ax$ trong Y với mọi $A \in \mathcal{L}(X, Y)$

Câu 15: Cho là một tích vô hướng trên không gian Hilbert thực H và chuẩn $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$. Tính chất nào sai?

$$\langle x, y \rangle = -\langle y, x \rangle \quad \forall x, y \in H$$

Câu 16: Cho là một tích vô hướng trên không gian Hilbert phức H và chuẩn $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$. Tính chất nào sai?

$$\|x + y\| \geq \|x\| + \|y\| \quad \forall x, y \in H$$

Câu 17: Cho là một tích vô hướng trên không gian Hilbert phức H . Tính chất nào sai?

$$|\langle x, y \rangle| \geq \|x\| \cdot \|y\| \quad \forall x, y \in H$$

Câu 18: Cho không gian véc tơ H trang bị tích vô hướng và chuẩn $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$. Tính chất nào sai?

$$\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 \quad \forall x, y \in H$$

Câu 19: Cho không gian véc tơ H trang bị tích vô hướng và chuẩn $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$. Tính chất nào sai?

Với mỗi phần tử $y \in H$, phiếm hàm $x^*(x) = \langle x, y \rangle, x \in H$ là tuyến tính liên tục và $\|x^*\| = \|y\|$.

Câu 20: Cho C là một tập con lồi đóng khác rỗng của không gian Hilbert H . Tính chất nào sai?

Với mọi $x \in H$, tồn tại duy nhất $x_0 \in C$ sao cho $\|x - x_0\| = \min_{y \in C} \|x - y\|$

Câu 21: Khẳng định nào sau đây là sai?

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2 \quad \text{với mọi } x, y \text{ thuộc không gian Hilbert } H$$

Câu 22: Kí hiệu E^\perp là tập hợp các phần tử không gian Hilbert H trực giao với tập con E của H . Khẳng định nào sau đây là sai?

Cho L là không gian véc tơ con đóng của không gian Hilbert H . Khi đó với mỗi $x \in L$ ta có $x \neq P_L x$

Câu 23: Khẳng định nào sau đây là sai?

Dãy $\{x_n\}$ trong không gian Hilbert H hội tụ yếu đến $x \in H$ khi và chỉ khi $\|x_n - x\| \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow \infty$

Câu 24: Cho A là một toán tử tuyến tính liên tục từ không gian Hilbert H vào chính nó. Toán tử tự liên hợp $A: H \rightarrow H$ được xác định bởi $\langle Ax, y \rangle = \langle x, Ay \rangle$ với mọi $x, y \in H$. Khi đó A là tuyến tính liên tục và

$$\|A\| = \sup_{\|x\|=1} |\langle Ax, x \rangle|$$

Câu 25: Trên không gian Hilbert ℓ_2 cho phép hàm $F(x) = xn$; trong đó $x = (x_n) \in \ell_2$. Khi đó F là tuyến tính liên tục và

$$\|F\| = 1$$