

Grundoperationen von Matrizen

Die Grundoperationen von Matrizen umfassen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von zwei komplexen Zahlen. Diese Operationen sind essentiell für die Handhabung komplexer Zahlen in verschiedenen mathematischen und angewandten Kontexten. Hier eine detaillierte Beschreibung anhand von zwei komplexen Zahlen z_1 und z_2 , die wie folgt definiert sind:

$$z_1 = x_1 + y_1 \cdot i, \quad z_2 = x_2 + y_2 \cdot i$$

Addition

Für die Addition von z_1 und z_2 gilt:

$$z_1 + z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) + (x_2 + y_2 \cdot i) = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) \cdot i$$

Subtraktion

Für die Subtraktion von z_1 und z_2 gilt:

$$z_1 - z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) - (x_2 + y_2 \cdot i) = (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) \cdot i$$

Multiplikation

Die Multiplikation von z_1 und z_2 wird folgendermaßen ausgeführt:

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) \cdot (x_2 + y_2 \cdot i) = x_1x_2 - y_1y_2 + (x_1y_2 + x_2y_1) \cdot i$$

Division

Vorausgesetzt $z_2 \neq 0$, wird die Division definiert als:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + y_1 \cdot i}{x_2 + y_2 \cdot i} = \frac{(x_1 + y_1 \cdot i)(x_2 - y_2 \cdot i)}{(x_2 + y_2 \cdot i)(x_2 - y_2 \cdot i)} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + (x_1y_2 - x_2y_1) \cdot i}{x_2^2 + y_2^2}$$

Diese Darstellungen der Grundoperationen mit komplexen Zahlen verdeutlichen, dass die Resultate dieser Operationen wieder in der üblichen arithmetischen Form geschrieben werden können, und dass die Nutzung dieser Operationen essentiell für die Behandlung komplexer Zahlen in vielen mathematischen Bereichen ist.