Matrix-Operationen

In der Mathematik sind Matrizen wichtige Strukturen, die nicht nur zur Darstellung von Daten, sondern auch zur Durchführung verschiedener Arten von Operationen benutzt werden. Hier ist eine Auflistung verschiedener grundlegender Operationen, die mit Matrizen durchgeführt werden können:

Matrix Addition

Gegeben seien zwei Matrizen A und B der gleichen Dimension $m \times n$. Die Summe $A+B$ ist definiert durch:

$$(A+B)_{ij} = A_{ij} + B_{ij},$$

wobei $(A+B)_{ij}$ das Element in der i-ten Zeile und j-ten Spalte der resultierenden Matrix ist.

Matrix Skalarmultiplikation

Eine Matrix A kann mit einem Skalar c multipliziert werden. Das Ergebnis ist eine Matrix cA, deren Einträge gegeben sind durch:

$$(cA)_{ij} = cA_{ij}.$$

Matrixmultiplikation

Die Multiplikation zweier Matrizen A und B, wobei A von der Größe $m \times n$ und B von der Größe $n \times p$ ist, ergibt eine neue Matrix $C = AB$ der Größe $m \times p$, gegeben durch:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} B_{kj}.$$

Matrixtransposition

Die Transposition einer Matrix A der Größe $m \times n$ ist die $n \times m$ Matrix A^T, definiert durch:

$$(A^T)_{ij} = A_{ji}.$$

Berechnung der Determinante

Die Determinante ist eine Funktion, die nur für quadratische Matrizen definiert ist. Für eine $n \times n$ Matrix A ist die Determinante $\det(A)$ ein Skalar, der wichtige Eigenschaften der Matrix charakterisiert.

Berechnung der Inversen

Die inverse Matrix A^{-1} einer invertierbaren $n \times n$ Matrix A ist die Matrix, für die gilt:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

wobei I die $n \times n$ Einheitsmatrix ist.

Orthogonale Matrizen

Eine $n \times n$ Matrix A ist orthogonal, wenn gilt:

$$A^{-1} = A^T.$$

Alle diese Operationen sind grundlegend für die lineare Algebra und finden in vielen Anwendungsbereichen der Mathematik, Physik und Ingenieurwesen Anwendung.