

# Integration durch Substitution

## Definition der Substitution

Die Methode der Substitution ist eine Technik zur Berechnung von Integralen, bei der eine Variable durch eine Funktion einer anderen Variable ersetzt wird. Dies wird oft verwendet, um das Integral auf eine einfachere Form zu bringen.

## Satz: Integration durch Substitution

Seien  $f$  eine stetige Funktion und  $\phi : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetig differenzierbare Funktion, deren Bild in dem Definitionsbereich von  $f$  liegt. Dann gilt:

$$\int_{\phi(a)}^{\phi(b)} f(x) \, dx = \int_a^b f(\phi(t)) \phi'(t) \, dt$$

Dieser Satz ist besonders nützlich, wenn  $f(\phi(t))\phi'(t)$  einfacher zu integrieren ist als  $f(x)$ .

## Beispiel zur Substitution

Betrachten wir das Integral

$$\int \cos(2x) \, dx$$

Wir setzen  $u = 2x$ , also  $du = 2 \, dx$  oder  $dx = \frac{1}{2} \, du$ . Das Integral wird zu:

$$\int \cos(u) \cdot \frac{1}{2} \, du = \frac{1}{2} \int \cos(u) \, du = \frac{1}{2} \sin(u) + C = \frac{1}{2} \sin(2x) + C$$

Durch die Substitution wurde das Integral auf eine einfachere Form reduziert, die direkt integriert werden konnte.