

# Das Vektorpotential

Ein Vektorpotential ist ein Vektorfeld  $\mathbf{A}$ , das verwendet wird, um ein anderes Vektorfeld  $\mathbf{v}$  zu beschreiben, insbesondere ein quellenfreies Vektorfeld  $\mathbf{v} = \text{rot}(\mathbf{A})$ . Gemäß des Bemerkungenabschnitts im Typ Satz aus dem Kapitel Vektoranalysis, Abschnitt Hauptsätze der Vektoranalysis, Subabschnitt Potential-Sätze, ermöglicht diese Beschreibung besonders in der Theorie der elektromagnetischen Felder eine anschauliche Interpretation und Handhabung der Felder.

Für ein quellenfreies Vektorfeld  $\mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , gibt es ein Vektorpotential  $\mathbf{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , so dass gilt:  
 $\mathbf{v} = \text{rot}(\mathbf{A})$ .

Dies ist eine fundamentale Aussage der Vektoranalysis und speziell wichtig in der Beschreibung elektromagnetischer Felder in der Physik. Vektorpotentiale bieten einen tiefen Einblick in die Eigenschaften magnetischer Felder, wie das Beispiel der Helmholtz-Zerlegung eines Vektorfeldes  $\mathbf{v}$  in ein Wirbelfeld  $\mathbf{w}$  und ein Gradientenfeld  $\mathbf{q}$  zeigt:

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \mathbf{w} + \mathbf{q} + \mathbf{h}, \\ \mathbf{w} &= \text{rot}(\mathbf{A}), \\ \mathbf{q} &= \nabla\phi.\end{aligned}$$

Hier beschreibt das Vektorfeld  $\mathbf{A}$  spezifisch den Wirbelanteil  $\mathbf{w}$  des Feldes  $\mathbf{v}$ , wodurch das Vektorpotential ein entscheidendes Werkzeug in vielen Bereichen der Physik und Technik darstellt. Dies ermöglicht es, komplexe Phänomene wie das magnetische Feld um einen stromdurchflossenen Leiter oder die Felder in einem Transformator mathematisch zu modellieren und zu analysieren.