

Partielle Integration

Definition

Die partielle Integration ist eine Methode zur Integration von Produkten zweier Funktionen. Formal gilt für zwei differenzierbare Funktionen $u(x)$ und $v(x)$:

$$\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx.$$

Satz zur Partiellen Integration

Seien $u(x)$ und $v(x)$ differenzierbare Funktionen über dem Intervall $[a, b]$. Dann folgt für die Integration ihres Produkts:

$$\int_a^b u(x)v'(x) dx = u(x)v(x)|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx.$$

Beispiele

- Integriere xe^x :

$$\int xe^x dx = xe^x - \int 1 \cdot e^x dx = xe^x - e^x + C = (x - 1)e^x + C.$$

- Integriere $\ln(x)$:

$$\int \ln(x) dx = \ln(x) \cdot x - \int \frac{1}{x} x dx = x \ln(x) - x + C = x(\ln(x) - 1) + C.$$

Bemerkungen

1. Partielle Integration basiert auf der Produktregel der Differentiation.
2. Diese Technik ist besonders nützlich, wenn einer der Partner des Produkts leicht zu integrieren ist.
3. Die Wahl von $u(x)$ und $v'(x)$ kann entscheidend sein für die Vereinfachung des Integrals.
4. Es kann notwendig sein, die Methode mehrmals anzuwenden.