Beschreibung und Aufstellung einer Diagonalen Matrix

Eine diagonale Matrix ist eine spezielle Form einer quadratischen Matrix, bei der alle Nicht-Diagonalelemente gleich Null sind. Die allgemeine Form einer $n \times n$ Diagonalen Matrix D kann wie folgt beschrieben werden:

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Hierbei sind die λ_i (für $i = 1, 2, ..., n$) die Einträge auf der Hauptdiagonalen der Matrix, die in der Definition der Matrix D als Eigenwerte bezeichnet werden. Die Einträge außerhalb der Hauptdiagonalen sind alle gleich Null.

Eigenschaften

- Die Einträge auf der Hauptdiagonalen, $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, werden als die Eigenwerte der Matrix bezeichnet.
- Diagonalmatrizen sind spezielle Fälle von symmetrischen Matrizen, da sie gleich ihrer eigenen Transponierten sind.
- Diagonalmatrizen sind kommutativ in Bezug auf die Matrixmultiplikation, wenn sie mit anderen Diagonalmatrizen multipliziert werden. Für zwei diagonale Matrizen D und $\tilde{D}$ gilt $D\tilde{D} = \tilde{D}D$.
- Eine Diagonalmatrix ist invertierbar, wenn alle ihre Diagonalelemente (Eigenwerte) ungleich Null sind. Die Inverse einer invertierbaren Diagonalmatrix ist ebenfalls eine Diagonalmatrix, wobei jedes Diagonalelement der ursprünglichen Matrix durch sein reziprokes Element ersetzt wird:

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\lambda_n} \end{bmatrix}$$