6.5 Eigenwerte & Eigenvektoren

6.5.1 Einleitung

Wir betrachten
$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$
Dann gilt

$$A \cdot \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 + 8 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 14 \end{bmatrix} \tag{6.150}$$

$$\underline{\underline{A \cdot \mathbf{E}_1}} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 1 + 8 \cdot (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} = 5 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{5 \cdot \mathbf{E}_1}} \tag{6.151}$$

$$\underline{\underline{A \cdot \mathbf{E}_2}} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \\ 3 \cdot 2 + 8 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \end{bmatrix} = 10 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{10 \cdot \mathbf{E}_2}}. \tag{6.152}$$

Beobachtungen: Bei der Wirkung von A auf u fällt nichts besonderes auf. Die Wirkung von A auf die Vektoren $\mathbf{E}_1$ und $\mathbf{E}_2$ ist jedoch eine einfache Streckung um die Faktoren 5 bzw. 10.