Grundlagen der Vektorfelder

Wir betrachten die folgende Definition eines Vektorfeldes.
Definition 2.3 *Vektorwertige Funktion in mehreren reellen Variablen*
Seien $n \in \mathbb{N}^+ \setminus \{1\}, A, B \subseteq \mathbb{R}^n$. Eine Funktion auf A der Form $\mathbf{v} : A \to B$ heißt vektorwertige Funktion in n reellen Variablen.

Bemerkungen:

1. Die reellen Variablen werden nach dem Funktionsnamen $\mathbf{v}$ in runden Klammern aufgezählt, jeweils durch ein Semikolon getrennt.

$$\begin{aligned}
n = 2: &\quad \mathbf{v}(x;y) = \begin{bmatrix} v_x(x;y) \\ v_y(x;y) \end{bmatrix}, \\
n = 3: &\quad \mathbf{v}(x;y;z) = \begin{bmatrix} v_x(x;y;z) \\ v_y(x;y;z) \\ v_z(x;y;z) \end{bmatrix}, \\
\text{allg:} &\quad \mathbf{v}\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right) = \begin{bmatrix} v_1\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right) \\ v_2\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right) \\ \vdots \\ v_n\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right) \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Jede Komponente eines Vektorfeldes ist eine reellwertige Funktion in n reellen Variablen.