Eulerform

Die Euler-Formel ist ein fundamentaler Satz in der Mathematik, insbesondere in der Theorie der komplexen Zahlen. Hier ist eine detaillierte Darstellung der relevanten Informationen aus dem PDF:

Satz 5.4: Euler-Formel **Formulierung des Satzes:** Sei $\phi \in \mathbb{R}$, dann gilt:

$$e^{i\phi} = \text{cis}(\phi) = \cos(\phi) + i\sin(\phi)$$

Beweis: Der Beweis wird als Übung mit Hilfe von Maclaurin-Entwicklungen vorgeschlagen.

Bemerkungen zur Euler-Formel: 1. **Fundamentale Zusammenhänge:** Die Euler-Formel beschreibt die fundamentalen Zusammenhänge zwischen der natürlichen Exponentialfunktion und den trigonometrischen bzw. hyperbolischen Funktionen.

2. **Algebraische Beziehung:** Aus der Euler-Formel lässt sich eine einfache algebraische Beziehung zwischen den fundamentalen Zahlen $\{0, 1, e, \pi, i\}$ herleiten:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Satz 5.5: Umkehrungen der Euler-Formel **Formulierung des Satzes:** Sei $\phi \in \mathbb{R}$, dann gilt folgendes:

- $\sin(\phi) = \frac{e^{i\phi} - e^{-i\phi}}{2i} = -i\sinh(i\phi)$
- $\cos(\phi) = \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2} = \cosh(i\phi)$

Beweis: Auch hier wird der Beweis als Übung vorgeschlagen.

Diese Informationen verdeutlichen, wie die Euler-Formel eine Brücke zwischen der Exponentialfunktion und den trigonometrischen Funktionen schlägt und wie sie in der komplexen Zahlentheorie verwendet wird, um verschiedene Eigenschaften und Beziehungen herzuleiten.