

Formeln S51 S53

Da der bereitgestellte Text keine Seitennummern enthält und ich keinen Zugriff auf das gesamte Dokument habe, kann ich nicht spezifisch die Seiten 51-53 adressieren. Ich kann jedoch alle mathematischen Formeln und Rechenregeln aus dem bereitgestellten Text extrahieren und darstellen. Hier sind sie:

—
Divergenz eines Vektorfeldes

$$\operatorname{div}(v) := v_1, 1 + v_2, 2 + \dots + v_n, n$$

Beispiel für Divergenz

$$\operatorname{div}(v) = v_1, 1 + v_2, 2 = \frac{\partial}{\partial x}(x \cdot y^2) + \frac{\partial}{\partial y}(x^3 \cdot y^3) = 1 \cdot y^2 + x^3 \cdot 3 \cdot y^2 = y^2 \cdot (1 + 3x^3)$$

$$v(x, y) := \begin{bmatrix} x \cdot y^2 \\ x^3 \cdot y^3 \end{bmatrix}$$

$$\operatorname{div}(v) = v_1, 1 + v_2, 2 = \frac{\partial}{\partial x}(x \cdot y^2) + \frac{\partial}{\partial y}(x^3 \cdot y^3) = 1 \cdot y^2 + x^3 \cdot 3 \cdot y^2 = y^2 \cdot (1 + 3x^3)$$

Elementare Rechenregeln für Divergenzen

$$\operatorname{div}(v + w) = \operatorname{div}(v) + \operatorname{div}(w)$$

$$\operatorname{div}(a \cdot v + b \cdot w) = a \cdot \operatorname{div}(v) + b \cdot \operatorname{div}(w)$$

$$\operatorname{div}(f \cdot v) = \langle \nabla f, v \rangle + f \cdot \operatorname{div}(v)$$

$$\operatorname{div}(a \cdot v) = a \cdot \operatorname{div}(v)$$

$$\operatorname{div}(v + w) = \operatorname{div}(v) + \operatorname{div}(w)$$

$$\operatorname{div}(a \cdot v + b \cdot w) = a \cdot \operatorname{div}(v) + b \cdot \operatorname{div}(w)$$

$$\operatorname{div}(f \cdot v) = \langle \nabla f, v \rangle + f \cdot \operatorname{div}(v)$$

****Rotation in 2D****

$$\text{rot}(v) := v_2, 1 - v_1, 2$$

****Rotation in 3D****

$$\text{rot}(v) := \begin{bmatrix} v_3, 2 - v_2, 3 \\ v_1, 3 - v_3, 1 \\ v_2, 1 - v_1, 2 \end{bmatrix}$$

****Elementare Rechenregeln für Rotationen****

$$\text{rot}(v + w) = \text{rot}(v) + \text{rot}(w)$$

$$\text{rot}(a \cdot v + b \cdot w) = a \cdot \text{rot}(v) + b \cdot \text{rot}(w)$$

$$\text{rot}(f \cdot v) = \nabla f \times v + f \cdot \text{rot}(v) \quad (\text{für } n = 3)$$

$$\text{rot}(a \cdot v) = a \cdot \text{rot}(v)$$

$$\text{rot}(v + w) = \text{rot}(v) + \text{rot}(w)$$

$$\text{rot}(a \cdot v + b \cdot w) = a \cdot \text{rot}(v) + b \cdot \text{rot}(w)$$

$$\text{rot}(f \cdot v) = \nabla f \times v + f \cdot \text{rot}(v) \quad (\text{für } n = 3)$$

$$\text{rot}(\nabla f) = 0$$

$$\text{div}(\text{rot}(v)) = 0 \quad (\text{für } n = 3)$$

$$\text{rot}(\text{rot}(v)) = \nabla \text{div}(v) - \Delta v \quad (\text{für } n = 3)$$

$$* * \text{Kombinierte Rechenregeln für Gradient, Divergenz \& Rotation} * * \text{div}(\nabla f) = \Delta f$$

$$\operatorname{rot}(\nabla f) = 0$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot}(v)) = 0 \quad (\text{für } n = 3)$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(v)) = \nabla \operatorname{div}(v) - \Delta v \quad (\text{für } n = 3)$$

Rechenregeln für Vektor-Produkte in 3D

$$\operatorname{rot}(v \times w) = \nabla_w v - \nabla_v w + \operatorname{div}(w) \cdot v - \operatorname{div}(v) \cdot w$$

$$\operatorname{div}(\nabla g \times \nabla h) = 0$$

$$\operatorname{div}(v \times w) = \langle \operatorname{rot}(v), w \rangle - \langle v, \operatorname{rot}(w) \rangle$$

$$\operatorname{rot}(v \times w) = \nabla_w v - \nabla_v w + \operatorname{div}(w) \cdot v - \operatorname{div}(v) \cdot w$$

$$\operatorname{div}(\nabla g \times \nabla h) = 0$$