Eulerform

Die Euler-Form und die exponentielle Form sind zwei Darstellungsweisen für komplexe Zahlen, die eng miteinander verbunden sind. Hier sind die Definitionen und ein Rechenbeispiel in Eulerform:

Euler-Form

Die Euler-Form einer komplexen Zahl basiert auf der berühmten Euler'schen Identität, die besagt:

$e^{i\phi} = \cos(\phi) + i\sin(\phi)$

wobei ϕ der Winkel in Radiant ist. Diese Formel verbindet die Exponentialfunktion mit den trigonometrischen Funktionen Kosinus und Sinus.

Exponentielle Form

Die exponentielle Form einer komplexen Zahl verwendet die Euler-Formel, um eine komplexe Zahl darzustellen. Wenn z eine komplexe Zahl ist, kann sie ausgedrückt werden als:

$z = r \cdot e^{i\phi}$

wobei r der Betrag (oder die Länge) der komplexen Zahl ist und ϕ der Winkel, den sie mit der positiven reellen Achse bildet. r wird auch als der Modul von z bezeichnet und ϕ als das Argument von z.

Rechenbeispiel in Eulerform

$bmargin$

Die Multiplikation in Eulerform ist direkt:

$$z = 2 \cdot 3 \cdot e^{i(\pi/4+\pi/3)}$$

$$z = 6 \cdot e^{i(7\pi/12)}$$

$z = z_1 \cdot z_2 = (2e^{i\pi/4}) \cdot (3e^{i\pi/3})$

$$z = 2 \cdot 3 \cdot e^{i(\pi/4+\pi/3)}$$

$$z = 6 \cdot e^{i(7\pi/12)}$$

Das Ergebnis zeigt, dass der Betrag der resultierenden komplexen Zahl 6 ist und das Argument $\frac{7\pi}{12}$ Radiant beträgt. Dies kann weiter in die arithmetische Form umgewandelt werden, indem die Euler-Formel angewendet wird:

$z = 6 \cdot (\cos(7\pi/12) + i \sin(7\pi/12))$

Diese Darstellung zeigt, wie die Euler-Form und die exponentielle Form verwendet werden können, um Berechnungen mit komplexen Zahlen durchzuführen und wie sie miteinander verbunden sind.