Taylorentwicklung

Hier sind die Formeln für die Maclaurin- und Taylor-Entwicklung, wie sie in Ihrem Kontext beschrieben werden:
Maclaurin-Entwicklung:

$$\begin{aligned} f(x) &= T_n(x) + R_n(x), \\ T_n(x) &= \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n, \\ R_n(x) &= \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^x f^{(n+1)}(s)(s-x)^n \, ds. \end{aligned}$$

Taylor-Entwicklung:

$$\begin{aligned} f(x) &= T_n(x) + R_n(x), \\ T_n(x) &= \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x-x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n, \\ R_n(x) &= \frac{(-1)^n}{n!} \int_{x_0}^x f^{(n+1)}(s)(s-x)^n \, ds. \end{aligned}$$

Maclaurin-Reihen der Elementarfunktionen:

$$\begin{aligned} \exp(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \\ \sin(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots, \\ \cos(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots, \\ \sinh(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots, \\ \cosh(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots. \end{aligned}$$

Diese Formeln bieten eine umfassende Grundlage für die Anwendung der Maclaurin- und Taylor-Entwicklung in verschiedenen mathematischen und physikalischen Kontexten.