

3drotationen

Hier sind die relevanten Formeln und Definitionen zum Thema 3D-Rotationen aus dem bereitgestellten Kontext:

1. **Rotation in 3D** (Definition 2.24):

$$\text{rot}(v) := \begin{bmatrix} v_{3,2} - v_{2,3} \\ v_{1,3} - v_{3,1} \\ v_{2,1} - v_{1,2} \end{bmatrix}$$

Hierbei sind $v_{i,j}$ die partiellen Ableitungen der Komponenten des Vektorfeldes v .

2. **Rotationsgenerator** (Definition 6.17):

$$J(w) := \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Diese Matrix wird verwendet, um die Rotation um einen Vektor w im Raum zu beschreiben.

3. **Rodrigues-Formel** (Satz 6.12):

$$R(\phi) = I + (1 - \cos(\phi)) \cdot J^2(\hat{\phi}) + \sin(\phi) \cdot J(\hat{\phi})$$

Diese Formel beschreibt die Rotation in \mathbb{R}^3 um den Winkel ϕ rechtshändig um die Drehachse in Richtung $\hat{\phi}$.

4. **Eigenschaften des Rotationsgenerators** (Satz 6.11):
 - $J(w)$ ist schiefsymmetrisch.
 - $J^2(w)$ ist symmetrisch.
 - $J(w) \cdot v = w \times v$.
 - $J^T(w) = -J(w) = J(-w)$.
 - $J^3(w) = -|w|^2 \cdot J(w)$.
 - $J^4(w) = -|w|^2 \cdot J^2(w)$.

Diese Formeln und Definitionen bilden die Grundlage für das Verständnis und die Berechnung von Rotationen in drei Dimensionen, einschließlich der Anwendung in verschiedenen physikalischen und technischen Kontexten.