Maclaurinreihen

Die Maclaurin-Reihen für einige grundlegende Elementarfunktionen sind wie folgt definiert:**Exponentialfunktion e^x**:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$

Sinusfunktion $\sin(x)$:

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

Kosinusfunktion $\cos(x)$:

$$\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

Hyperbolischer Sinus $\sinh(x)$:

$$\sinh(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

Hyperbolischer Kosinus $\cosh(x)$:

$$\cosh(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

Rechenbeispiel für e^x bei $x = 1$ (Berechnung von e):
Um die Zahl e näherungsweise zu berechnen, verwenden wir die ersten Terme der Maclaurin-Reihe für e^x bei $x = 1$:

$$e \approx 1 + 1 + \frac{1^2}{2!} + \frac{1^3}{3!} + \frac{1^4}{4!} + \frac{1^5}{5!}$$

$$e \approx 1 + 1 + 0.5 + 0.1667 + 0.0417 + 0.0083 = 2.7184$$

Dies ist eine Näherung für e, die mit zunehmender Anzahl von Termen genauer wird.