Formeln S87 S91

Der bereitgestellte Text enthält keine spezifischen Seitennummern (87-91), daher kann ich nur die Formeln aus dem gegebenen Text extrahieren. Hier sind alle mathematischen Formeln und ihre Titel aus dem bereitgestellten Text:

Gleichung für Quadratwurzeln negativer Zahlen:

$x^2 = a$

Definition der imaginären Einheit:

$i^2 = -1$

Arithmetische Form einer komplexen Zahl:

$z = x + y \cdot i$

Beispiele für Quadrate von komplexen Zahlen:

$$z^2 = (\sqrt{3} \cdot i)^2 = 3 \cdot (-1) = -3 \tag{5.4}$$

$$z^2 = (y \cdot i)^2 = y^2 \cdot (-1) = -y^2 \tag{5.5}$$

$z^2 = (2 \cdot i)^2 = 4 \cdot (-1) = -4$

$$z^2 = (\sqrt{3} \cdot i)^2 = 3 \cdot (-1) = -3 \tag{5.4}$$

$$z^2 = (y \cdot i)^2 = y^2 \cdot (-1) = -y^2 \tag{5.5}$$

Definitionen von Realteil, Imaginärteil, Betrag und Komplex-Konjugierte:

$$\mathrm{Re}(z) := x$$

$$\mathrm{Im}(z) := y$$

$$|z| := \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z^* := x - y \cdot i$$

$z = x + y \cdot i$

$$\mathrm{Re}(z) := x$$

$$\mathrm{Im}(z) := y$$

$$|z| := \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z^* := x - y \cdot i$$

Grundoperationen mit komplexen Zahlen:

$$z_1 - z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) - (x_2 + y_2 \cdot i) = x_1 - x_2 + (y_1 - y_2) \cdot i \tag{5.9}$$

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) \cdot (x_2 + y_2 \cdot i) = x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2 + (x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1) \cdot i \tag{5.10}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + y_1 \cdot i}{x_2 + y_2 \cdot i} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + (x_2 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_2) \cdot i}{x_2^2 + y_2^2} \tag{5.11}$$

$z_1 + z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) + (x_2 + y_2 \cdot i) = x_1 + x_2 + (y_1 + y_2) \cdot i$

$$z_1 - z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) - (x_2 + y_2 \cdot i) = x_1 - x_2 + (y_1 - y_2) \cdot i \tag{5.9}$$

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 + y_1 \cdot i) \cdot (x_2 + y_2 \cdot i) = x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2 + (x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1) \cdot i \tag{5.10}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + y_1 \cdot i}{x_2 + y_2 \cdot i} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + (x_2 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_2) \cdot i}{x_2^2 + y_2^2} \tag{5.11}$$

Betrag und Konjugation:

$$z \cdot z^* = (x + y \cdot i) \cdot (x - y \cdot i) = x^2 + y^2 = |z|^2 \tag{5.14}$$

$z \cdot z^* = |z|^2$

$$z \cdot z^* = (x + y \cdot i) \cdot (x - y \cdot i) = x^2 + y^2 = |z|^2 \tag{5.14}$$

Entsprechungen in der Gauss-Ebene:

$x + y \cdot i \leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Trigonometrische Form einer komplexen Zahl:

$$z = x + y \cdot i = r \cdot \mathrm{cis}(\phi) \tag{5.18}$$

$$z = \frac{x + y \cdot i}{\text{arithmetische Form}} = r \cdot \mathrm{cis}(\phi) \tag{5.19}$$

$\mathrm{cis}(\phi) := \cos(\phi) + i \cdot \sin(\phi)$

$$z = x + y \cdot i = r \cdot \mathrm{cis}(\phi) \tag{5.18}$$

$$z = \frac{x + y \cdot i}{\text{arithmetische Form}} = r \cdot \mathrm{cis}(\phi) \tag{5.19}$$

Diese Formeln decken die Grundlagen der komplexen Zahlen, ihre arithmetischen Operationen, und ihre Darstellung in der Gauss-Ebene ab.