第八章 空间解析几何与向量代数

§8—1

1．已知两点 $M_1(4,\sqrt{2},1)$ 和 $M_2(3,0,2)$，则向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 的模是_________,方向余弦是_________________，方向角是___________________。

2．设 $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$，$\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$,求:(1) $\mathrm{Pr}\,j_a b$；(2) $\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$。

§8—2

1．(1)设矢量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的模分别是 $|\vec{a}|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$|\vec{b}|=2$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|^2+(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=$___________。

(2)设 $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $|(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})|=$_________________。

2．判断题（对的在前面括号内打 √，错的打╳）

(　　　)　（1）$\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=0$。

(　　　)　（2）若 $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}$，且 $\vec{a}\neq\vec{0}$，则 $\vec{b}=\vec{c}$。

(　　　)　（3）若有非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，则必有 $\vec{b}=\vec{c}$。

(　　　)　（4）$\vec{a}\times\vec{b}$ 是以 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 两向量为邻边所构成的平行四边形的面积。

(　　　)　（5）若有非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$，则 $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=0$。

(　　　)　（6）设 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 是任意两个向量，如果 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则必有 $\vec{a}=\vec{0}$ 或 $\vec{b}=\vec{0}$。

3．已知三点 $M(1,2,-1)$，$A(2,3,-1)$ 和 $B(1,3,0)$，计算:(1)以 $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}$ 为邻边的平行四边形的面积；(2)求同时垂直于 $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}$ 的单位向量 $\vec{n}_0$。

§8—3

1．填空:

（1）过点 $A(2,9,-6)$ 且与向径 $\overrightarrow{OA}$ 垂直的平面方程是________________________。

（2）过点 $(1,1,-1)$, $(-2,-2,2)$ 和 $(1,-1,2)$ 的平面方程是________________________。

（3）过点 $(-3,1,-2)$ 和 z 轴的平面方程是________________________。

（4）过点 $(4,0,-2)$, $(5,1,7)$ 且平行于 x 轴的平面方程是________________________。

（5）过点 $(3,2,-7)$ 且与 xOz 面平行的平面方程是________________________。

（6）设点 $P(3,-6,2)$ 是从原点到平面的垂足，则该平面方程是___________________。

（7）设平面通过点 $(-5,4,3)$ ，且在 x,y,z 三轴上截距相等，则该平面方程是______________。

（8）点 $(2,1,0)$ 到平面 $3x+4y+5z=0$ 的距离为________________________。

（9）设向量 $\vec{\alpha}$ 与三个坐标面的夹角分别是 ξ，η，ζ，则 $\cos^2\xi+\cos^2\eta+\cos^2\zeta=$______________。\

2．求平面 $2x-2y+z+5=0$ 与各坐标面的夹角的余弦。

3．平面通过 x 轴且与平面 $y=x$ 成 $\dfrac{\pi}{3}$ 的角，求此平面方程。

§8—4

1．填空

（1）过点 $(4,-1,3)$ 且平行于直线 $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{5}$ 的直线方程是________________________。

（2）过点 $(0,2,4)$ 且同时平行于平面 $x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 的直线方程是________________________。

（3）过点 $(2,-3,1)$ 且垂直于平面 $2x+3y+z+1=0$ 的直线方程是________________________。

（4）过点 $(3,4,-4)$ 且方向向量的方向角为 $\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}$ 的直线方程是________________________。

(5)过点 $M(1,2,3)$ 且与直线 $L:\begin{cases} x=2+3t \\ y=2t \\ z=-1+t \end{cases}$ 垂直的平面方程是_________________________。

2．求直线 $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-5}{2}$ 与平面 $x+y+4z-3=0$ 的交点及夹角。

3．求过点 $(0,1,2)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$ 垂直相交的直线方程。

4．求通过两条相交直线 $L_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-1}$ 及 $L_2:x=2+t,y=-1-t,z=3+2t$ 的平面方程。

5．求直线$L:\begin{cases}2x+2y-2z+3=0\\x-y+z+5=0\end{cases}$在平面$x+y+z-1=0$上的投影直线方程。

§8—5

1． 在横线上填入下列方程表示哪种曲面.

（1）$x^2+\dfrac{y^2}{9}=1$________________________；

（2）$x^2+y^2+z^2=2az$______________________；

（3）$z=1-\sqrt{x^2+y^2}$ _____________________；

（4）$x^2+y^2=2Rx$______________________；

（5）$x^2+y^2-z^2=1$_____________________；

（6）$x^2+y^2=z^2$________________________；

（7）$z=x^2+y^2+1$________________________.

2． 将 yOz 面上的曲线$\begin{cases}x=0\\2|y|+|z|=2a\end{cases}$分别绕 y 轴和 z 轴旋转一周，写出所得旋转曲面的方程。

§8—6

1. 指出下列方程组表示什么曲线，并作出它们的简图.

(1) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ z=\sqrt{x^2+y^2} \end{cases}$；

(2) $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ 2x+3y+3z=6 \end{cases}$.

2. 求曲线 $\begin{cases} y^2+z^2-2x=0 \\ x+z=4 \end{cases}$ 在 xOy 面面上的投影曲线.