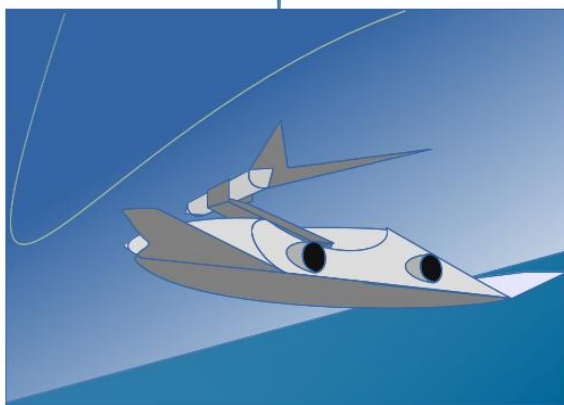
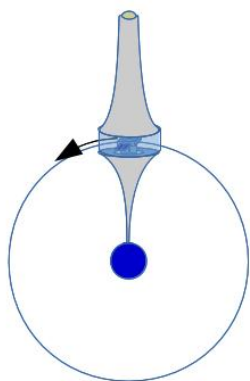
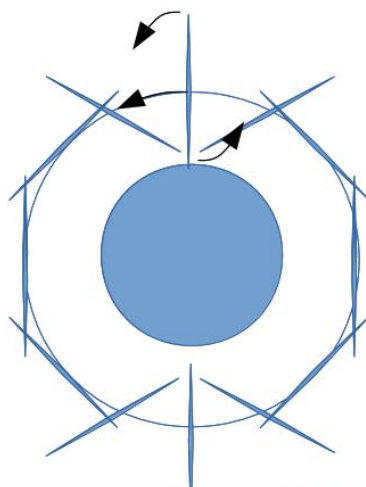
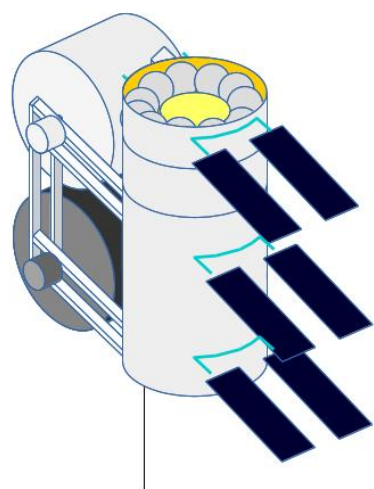


# 宇宙への架け橋

～数式で遥か彼方へ向かう演習書～

VER.20180422



〔軌道ウィンチ、極軌道スカイフック、軌道エレベータ、テザー往還機・・・今後の本書にて扱います〕

秘密結社オープンフォース

# 宇宙への架け橋

秘密結社オープンフォース 河野悦昌 著

2016-12-30 版 発行

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>本書の狙い</b>	<b>1</b>
1.1	宇宙に行こう	1
1.2	本書において	1
	ブラックボックスをなるべくなくします。	1
	有効数字は 3 桁	1
	解答	1
<b>第 2 章</b>	<b>演習編</b>	<b>2</b>
2.1	人類に必要な空間	2
	回答？	2
2.2	増えすぎた人口	2
	回答？	3
2.3	軌道発電衛星	3
	回答？	4
2.4	宇宙へのコスト	4
	回答？	4
2.5	宇宙に行く条件は？	4
	回答？	4
2.6	第一宇宙速度をすべて位置エネルギーに変換すると？	5
	回答？	5
2.7	国際宇宙ステーションはどれだけの速さ？	5
	回答？	5
2.8	国際宇宙ステーションの位置エネルギーと運動エネルギーの割合は？	5
	回答？	6
2.9	第二宇宙速度を求めよう！	6
	回答？	6
2.10	第三宇宙速度を求めよう！	6
	回答？	6
2.11	以下続く	7
<b>第 3 章</b>	<b>資料</b>	<b>8</b>
3.1	基本的な数値	8

## 目次

---

	重力加速度 . . . . .	8
	地球の赤道半径 . . . . .	8
	地球の軌道半径 . . . . .	8
3.2	平均軌道速度 . . . . .	8
	1 年 . . . . .	8
	光の速度 . . . . .	8
	万有引力定数 . . . . .	8
	地球の質量 . . . . .	8
	太陽の質量 . . . . .	9
第 4 章	技術書典 4 版あとがき	10

# 第 1 章

## 本書の狙い

### 1.1 宇宙に行こう

幾多の人々が天界を既に駆けています。共通の言語、数学によって。時代、政治、思想が異なっても、同じ世界に行くことができます。いつの日か、異なる星に住む人たちと話をする時、同じように数学による意思疎通が図られるでしょう。

### 1.2 本書において

**ブラックボックスをなるべくなくします。**

公式をできる限り導き出すようにします。自分の手でいちから計算していきます。

#### 有効数字は 3 桁

計算の結果は有効数字内に四捨五入します。また、計算の途中で導き出した数字も同様に扱います。単位系は MKS 単位系を使います。

#### 解答

演習の解答は、全ての答えを載せていません。過程や必要なデータは巻末資料や Web で検索したりして調べてみてください。回答そのものを記した場合は、計算過程は記しません。回答そのものを記載してない場合は、回答に結びつく資料を書いています。

## 第2章

# 演習編

### 2.1 人類に必要な空間

立って半畳、寝て一畳という言葉があります。一畳というのは  $85 \times 170 \sim 100 \times 2000 \text{ cm}$  ですが、計算しやすく  $1 \text{ m} \times 2 \text{ m}$  とします。世界中の人口 70 億人として、一人あたり 2 平方メートルに入れるとすると、どのくらいの面積が必要でしょうか。

1. 四国ぐらい
2. グリーンランドぐらい
3. オーストラリア大陸ぐらい

回答？

- 佐渡ヶ島  $18,780 \text{ km}^2$
- グリーンランド  $2,170,000 \text{ km}^2$
- オーストラリア大陸  $7,690,000 \text{ km}^2$

さて、70 億人分のスペースは  $140 \text{ 億 m}^2$  ですが・・・？

### 2.2 増えすぎた人口

「機動戦士ガンダム」では、宇宙世紀という年号が使われています。UC0079 というように、Universal Century を略して使われていて、宇宙移民が始まった年を宇宙世紀元年という設定になっています。

UC0000, 人口が 90 億人。UC0050, 人口 110 億のうち、90 億が宇宙へ。

"地球の周りには巨大なスペース・コロニーが数百基浮かび、人々はその円筒の内壁を人口の大地とした。その人類の第二の故郷で、人々は子を産み、育て、そして死んでいった。"

ー 機動戦士ガンダム (劇場版) オープニング

さて、スペースコロニーは直径 4 マイル x 長さ 20 マイル で 3 枚の地上面を持ちます (オニール・島 3 号案)。km に直すと直径 6.4 km、長さ 32 km です。

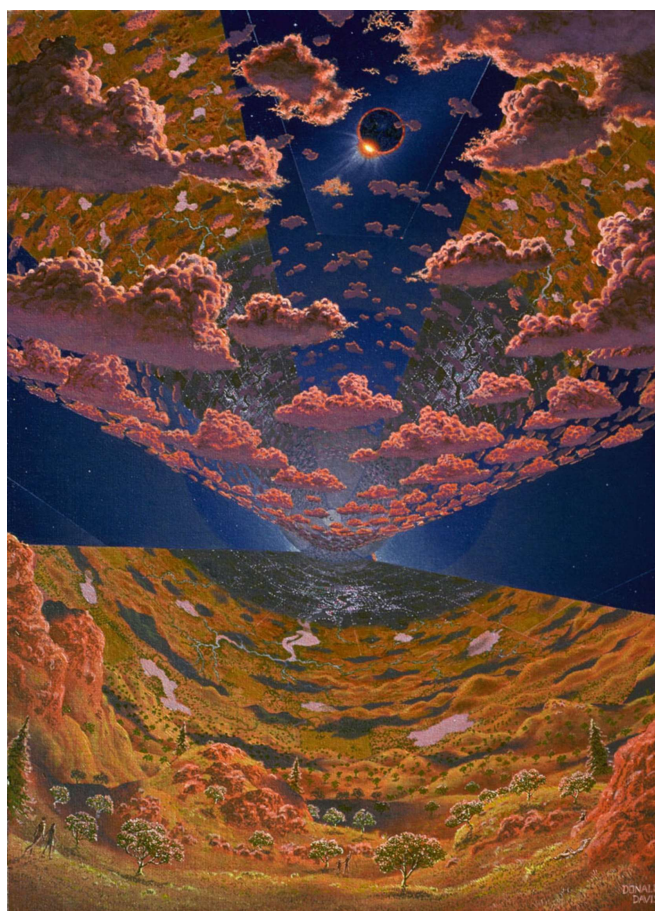


図 2.1 スペースコロニーの内部

スペースコロニーが数百機ということで、仮に 500 機としましょう。そのうち、90 億人が 500 機に住むとすると、人口密度はどれほどになるでしょうか。計算してみましょう。

### 回答？

ちなみに、50 年間で 70 億人が宇宙に移民するとなると、1 日あたり 38 万人宇宙に行かないといけません。羽田空港の利用者が 1 日 17~19 万人。2015 年度の渋谷駅 1 日平均秋葉原駅の利用者が 372,234 なのでそのくらいの賑わいになりますね！！

## 2.3 軌道発電衛星

先の計算は洒落にならなかったですね。人口爆発分をスペースコロニーで吸収するというのはちょっと非現実っぽいです。とはいえ、宇宙には月や火星もありますね。また人口を吸収しなくても資源やエネルギーのために宇宙を目指す理由もあります。ここで、宇宙からエネルギーを賄うとして、10kmx10km の軌道発電衛星を考えます。太陽定数を  $2\text{kw}/\text{m}^2$  として、効率 10% で地上に送電できるとして、1 テラワットを賄うためには太陽発電衛星がどれだけ必要でしょう。

2011 年の世界のエネルギー消費量は、123 億 toe（原油換算トン）でした。将来 200 億 toe として、その 10% を賄うとすれば、太陽発電衛星はどれだけ必要でしょうか。

太陽発電衛星の 1 平方メートルあたり、100g だとします。10kmx10km の太陽発電衛星の質量はどれだけになるでしょう。

### 回答？

toe = 42GJ 200 億 toe は 26.6 テラワットになります。10kmx10km の太陽発電衛星の質量は、10000t。

## 2.4 宇宙へのコスト

H2A だと、打ち上げコスト 120 億円。4.6 トン（ブースター 4 基）

現在開発中の H3 ロケットだと、打ち上げ費用は約 50 億円（最小構成時）。打ち上げ能力 6.5 トン 1 万トンを打ち上げるにはいくらかかるでしょう？

日本の発電設備容量は、2011 年で 24578 万 KW。全部を太陽発電衛星にすると何トンになるでしょう？？

### 回答？

日本のお金として、平成 28 年度一般会計予算は約 96.7 兆円。2012 年の石油輸入額は 184.96x10 億ドル。

割に合うでしょうか？

## 2.5 宇宙に行く条件は？

第一宇宙速度を求めましょう。

$$g = r \omega^2$$

$g = r \omega^2$  のうち、 $r$  は地球半径  $g$  は重力加速度  $\omega$  は角速度。

角速度 と速度  $v$  の変換は

$$r \omega = v$$

マッハに直すとどのくらいでしょうか。音速は 340m/s となります。

### 回答？

飛行機がジャンボジェットだとマッハ 0.9 です。軍用機だともっと出せます。F-15 などの戦闘機だとマッハ 2.5 が最高速度ですが、この速度は 1 分程度しか出せません。持続的に出すとなると XB-70 などだとマッハ 3 程度出せるようになります。



## 2.6 第一宇宙速度をすべて位置エネルギーに変換すると？

位置エネルギーの公式は  $mgh$  となります。運動エネルギーは  $\frac{1}{2}mv^2$  となります。

### 回答？

$\frac{1}{2}mv^2$  ということで、単純に  $v=7.9$  km/s をこの式にあてはめます。位置エネルギーに変換するには重力加速度  $g$  で割ります。そうすると、 $6.24 \times 10^7$  m。地球の半径が  $6.36 \times 10^6$  m なので、地球の直径の5倍程度の高さになります。

しかしながら、このくらいだと重力が異なってきます。これだけ離れると重力が弱くなるので、実際にはもっと高い位置に相当することになります。

## 2.7 国際宇宙ステーションはどれだけの速さ？

さきほど、第一宇宙速度を求めましたが実際の人工衛星もそのとおりでしょうか？ 国際宇宙ステーションは高度 400km 程度の軌道です。



図 2.2 国際宇宙ステーション

### 回答？

さきほど、第一宇宙速度を求めたときに  $r = 6.38 \times 10^6$  m でしたが、400km 上空ということで  $r$  は  $6.38 \times 10^6 + 4 \times 10^5$  m となります。計算すると、第一宇宙速度より増えるでしょうか？ 減るでしょうか？

## 2.8 国際宇宙ステーションの位置エネルギーと運動エネルギーの割合は？

先ほど計算した速度エネルギーと、400km の高さの位置エネルギーはどれだけ違うか計算してみましょう。位置エネルギーの計算は重力が高度によって変化しますが今回は地表から変化せずとして近似します。

## 回答？

運動エネルギーは上の演習で求めた  $7.7\text{km/s}$  を使い、 $\frac{1}{2}m(7.7 \times 10^3)^2$ 。これと位置エネルギーとして  $mgh$ 、 $h$  は  $400\text{km}$  として計算したものを比較します。

## 2.9 第二宇宙速度を求めよう！

地上から真上に初速  $v$  で打ち上げた物体は、頂点で止まってその後落ちてきます。初速  $v$  をどんどん大きくすると、頂点はどんどん高くなります。初速  $v$  がある大きさ  $v_2$  以上になると、もう落ちてこなくなってしまう。その  $v_2$  を求めましょう。なお、ここでは真上に打ち上げた場合としてますが、真横に発射しても、 $v_2$  より大きな速度だと地球周回軌道から離れてしまいます。

## 回答？

頂点の位置エネルギー  $E$  を求めれば、初速が求まります。

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

しかし、頂点は無限遠ですね。なのでここでは点電荷の位置エネルギーの式

$$U = k(Qq/r)$$

を思い出して、それを応用します。点電荷の位置エネルギーは無限遠から距離  $r$  まで近づいた時に蓄えられたエネルギーなので、以下の式で地球から無限遠から地球半径  $R$  まで近づいたとしてエネルギーが求まります。

$$E = G(Mm/R)$$

それから、地球質量  $M$  と万有引力定数  $G$  をあてはめ、上の式にあてはめて初速が求まります。

## 2.10 第三宇宙速度を求めよう！

第二宇宙速度より大きな初速で打ち上げた物体は、宇宙の彼方に行ってしまうのではなく、太陽の回りを廻るようになります。更に初速を大きくしていき、ある速度  $v_3$  を超えると、太陽の引力を脱して今度こそ宇宙の彼方にいってしまいます。その  $v_3$  を求めましょう。

## 回答？

先の式を使い、

$$E = G(Msm/R_s)$$

ここで、 $M_s$  は太陽質量、 $R_s$  は地球の軌道半径です。これを使って速度を求めると、 $42.1\text{km/s}$  となります。しかしながら地球の公転速度が  $29.8\text{km/s}$  あるので、それをうまくつかうと地球の公転軌道からは  $12.3\text{km/s}$  の速度があればいいことになります。ただし、地球の地上からは第二宇宙速度分のエネルギーが必要なので、それを足さなければいけません。それを足すと、 $16.7\text{km/s}$  となります。あれ？ 何故、 $12.3+11.2=23.5\text{km/s}$  じゃないのでしょうか？

## 2.11 以下続く

- 第2宇宙速度に加速するには？
- 第3宇宙速度に加速するには？
- 第一宇宙速度に加速するには？
- トルクの問題
- ツオルコフスキーの式を用いよう
- 各燃料物質の性能は？
- 月の軌道速度は？
- 月軌道の位置エネルギーと運動エネルギーは？
- . . .
- 静止軌道の力学
- 軌道エレベータの条件
- 軌道エレベータの材料
- 軌道エレベータの問題点
- 非同期軌道スカイフックの力学
- 軌道ウィンチ WINTLETT

## 第 3 章

## 資料

### 3.1 基本的な数値

#### 重力加速度

$$9.81 \text{ m/s}^2$$

#### 地球の赤道半径

$$6380 \text{ km}$$

#### 地球の軌道半径

$$1.50 \times 10^{11} \text{ m}$$

### 3.2 平均軌道速度

$$29.8 \text{ km/s}$$

#### 1 年

$$8760 \text{ 時間}$$

#### 光の速度

$$3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

#### 万有引力定数

$$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

#### 地球の質量

$$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

### 太陽の質量

$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$

## 第4章

# 技術書典4版あとがき

技術書典2版に続き、今回もせめて静止軌道計算まで収録したかったのですがまたまた力及ばずでした！！

代わりに、今まで問題は問題ばかり、回答は回答ばかりでまとめていたのですが、面白くないなあと思い、一問一答のように収録しなおしました。回答が手軽に得られるのはあまり望むところではありませんが、読み物のように読めるようにしておけば、面白いな！と思ったところを実際に手がけてもらえるかなと考えました。

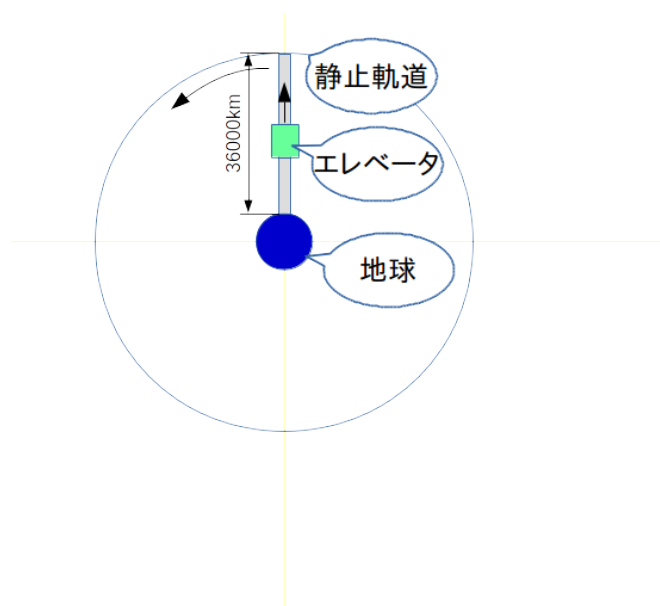


図 4.1 軌道エレベータ

俺たちのたたかいはこれからだ！

## 宇宙への架け橋

---

2016 年 12 月 3 日 初版第 1 刷 発行

2016 年 12 月 30 日 第 2 版第 1 刷 発行

著 者 秘密結社オープンフォース 河野悦昌

---